

A'

Γ'
10

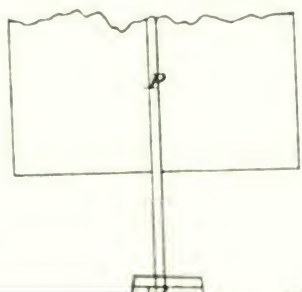
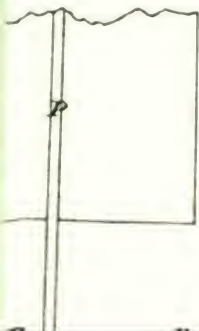
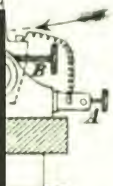


Fig. 2.

Annalen der Physik und Chemie



BERKELEY
LIBRARY
UNIVERSITY OF
CALIFORNIA

PHYSIC
LIBRARY

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.
NEUE FOLGE.
BAND 60.

ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREY, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE.

BAND 60.

DER GANZEN FOLGE 296. BAND.

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT IN BERLIN

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK.

HERAUSGEGEBEN VON

G. UND E. WIEDEMANN.

NEBST SECHS FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1897.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.

(ARTHUR MEINER.)

PHYS

77802

Inhalt.

Neue Folge. Band 60.

Erstes Heft.

	Seite
1. P. Drude. Zur Theorie stehender electricischer Drahtwellen	1
2. L. Zehnder. Ueber die Behandlung von Hochspannungs- accumulatoren	47
3. R. Abegg. Dielectricitätsconstanten bei tiefen Temperaturen	54
4. F. F. Martens. Die magnetische Induction horizontaler, im Erdfelde rotirender Scheiben	61
5. E. Müller. Experimentelle Untersuchungen über die absolute Wärmeleitungsconstante der Luft	82
6. A. Dahms. Nachträge und Bemerkungen zu der Arbeit über Gefrierpunkte binärer Gemenge	119
7. A. Hagenbach. Ein Versuch, die beiden Bestandtheile des Cleaveitgases durch Diffusion zu trennen	124
8. G. Hüfner. Ueber die Bestimmung der Diffusionscoefficienten einiger Gase für Wasser	134
9. J. A. Groshans. Ueber correspondirende Temperaturen (bei gleichen Dampfdrucken).	169
10. P. Glan. Theoretische Untersuchungen über elastische Körper und Licht	174
Berichtigung	192

Geschlossen am 10. December 1896.

Zweites Heft.

Seite

1. A. Oberbeck. Ueber das Ausströmen der Electricität aus einem Leiter in die Luft und über den Einfluss, welchen eine Temperaturerhöhung des Leiters auf diesen Vorgang ausübt	193
2. K. Wesendonek. Beobachtungen über die Potentiale, bei denen die Spitzenentladung in Luft und Wasserstoff beginnt	209
3. L. Boltzmann. Ueber die Unentbehrlichkeit der Atomistik in der Naturwissenschaft	231
4. H. Tallqvist. Ueber die oscillatorische Ladung von Condensatoren	248
5. M. W. Hoffmann. Ueber Entladungsstrahlen und einige Beziehungen derselben zu den Kathodenstrahlen und Röntgenstrahlen	269
6. C. Fritsch. Ueber das electrolytische Leitvermögen fester Körper	300
7. F. Kohlrausch. Ueber platinirte Electroden und Widerstandsbestimmung	315
8. F. Kohlrausch. Ueber Rheostatenstöpsel	333
9. F. Kohlrausch. Ueber sehr rasche Schwankungen des Erdmagnetismus	336
10. M. Thiesen, K. Scheel und H. Diesselhorst. Ueber eine absolute Bestimmung der Ausdehnung des Wassers	340
11. W. Voigt. Eine neue Methode zur Untersuchung der Wärmeleitung in Krystallen	350
12. W. Voigt. Versuch zur Bestimmung des wahren specifischen electrischen Momentes eines Turmalins	368
13. R. Millikan. Eine experimentelle Prüfung der Clausius-Mossottischen Formel	376
14. J. J. Balmer. Eine neue Formel für Spectralwellen	380
15. L. Boltzmann. Zu Hrn. Zermelo's Abhandlung „Ueber die mechanische Erklärung irreversibler Vorgänge“	392
16. L. Boltzmann. Ueber Rotationen im constanten electrischen Felde	399

Geschlossen am 10. Januar 1897.

Drittes Heft.

1. E. F. Nichols. Ueber das Verhalten des Quarzes gegen Strahlen grosser Wellenlänge, untersucht nach der radiometrischen Methode	401
2. H. Rubens und E. F. Nichols. Versuche mit Wärmestrahlen von grosser Wellenlänge	418

	Seite
3. <u>F. Kohlrausch. Ueber ein Thermometer für sehr tiefe Temperaturen und über die Wärmeausdehnung des Petroläthers.</u>	463
4. <u>E. Dorn und B. Völlmer. Ueber die Einwirkung von Salzsäure auf metallisches Natrium bei niederen Temperaturen.</u>	468
5. <u>G. Brandes und E. Dorn. Ueber die Sichtbarkeit der Röntgenstrahlen.</u>	478
6. <u>E. Goldstein. Ueber die durch Kathodenstrahlen hervorgerufenen Färbungen einiger Salze.</u>	491
7. <u>P. Drude. Electricische Anomalie und chemische Constitution.</u>	500
8. <u>E. Wiedemann und G. C. Schmidt. Ueber sogenannte Interferenzflächen an der Kathode und die electrostatische Abstossung der Kathodenstrahlen.</u>	510
9. <u>W. König. Ein electromagnetischer Rotationsapparat.</u>	519
10. <u>E. H. Loomis. Der Gefrierpunkt verdünnter wässeriger Lösungen III.</u>	523
11. <u>E. H. Loomis. Ueber das specifische Gewicht und das electrische Leitungsvermögen der Normallösungen von Natrium- und Kaliumhydroxyd, von Salzsäure, Schwefelsäure, Salpetersäure und Oxalsäure.</u>	547
12. <u>F. Braun. Ueber ein Verfahren zur Demonstration und zum Studium des zeitlichen Verlaufes variabler Ströme.</u>	552
13. <u>W. Voigt. Ueber die Lage der Absorptionsbüschel in zweiaxigen pleochroitischen Krystallen.</u>	560
14. <u>P. Glan. Theoretische Untersuchungen über elastische Körper und Licht.</u>	563

Geschlossen am 15. Februar 1897.

Viertes Heft.

1. <u>M. Planck. Ueber electricische Schwingungen, welche durch Resonanz erregt und durch Strahlung gedämpft werden.</u>	577
2. <u>W. Nernst. Ueber die Verwendung schneller electricischer Schwingungen für die Brückencombination.</u>	600
3. <u>F. J. Smale. Bestimmung der Dielectricitätsconstanten einiger Salzlösungen nach der electrometrischen Methode.</u>	625
4. <u>H. Starke. Ueber eine Methode zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten fester Körper.</u>	629
5. <u>M. W. Hoffmann. Ueber einige Wirkungen des electricischen Feldes auf eine Glühlampe.</u>	642
6. <u>W. Kaufmann. Ueber die im Entladungsfunkten eines Condensators entwickelte Wärme.</u>	653

	Seite
7. F. Paschen. Ueber Gesetzmässigkeiten in den Spectren fester Körper	662
8. H. Rubens und A. Trowbridge. Beitrag zur Kenntniss der Dispersion und Absorption der ultrarothern Strahlen in Steinsalz und Sylvin	724
9. G. C. Schmidt. Polarisirte Fluorescenz	740
10. N. Schiller. Einige Versuche über Verdampfung von Flüssigkeiten durch einen hohen Gasdruck	755
11. P. Czermak. Lochcameraaufnahmen von Röntgenstrahlen . .	760
12. A. Pflüger. Ueber polare Unterschiede bei Teslaströmen und über einpolige Röntgenröhren, die durch solche erregt werden .	768
Berichtigungen	776

Geschlossen am 15. März 1897.

Nachweis zu den Figurentafeln.

- Taf. I. A. Dahms Fig. 1—3.
 „ II. H. Tallqvist Fig. 1—3. — J. J. Balmer Fig. 4.
 „ III. E. F. Nichols Fig. 1. — H. Rubens u. E. F. Nichols Fig. 3—6.
 „ IV. E. H. Loomis Fig. 1—3.
 „ V. F. Paschen.
 „ VI. H. Rubens u. A. Trowbridge.

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND 60.



1. *Zur Theorie stehender electricischer Drahtwellen;*
von P. Drude.

(Im Auszuge aus den Abhandl. der k. sächs. Ges. der Wiss. Bd. XXIII
 der math.-phys. Klasse mitgetheilt vom Verf.)

Die Theorie electricischer Drahtwellen ist dadurch einfach zu behandeln, dass der galvanische Widerstand der zur Führung der Wellen dienenden Metalldrähte bei den in der Praxis vorkommenden Anordnungen vernachlässigt oder mindestens als sehr klein angenommen werden kann. — Eine weitere Vereinfachung hat man sich bisher bei der theoretischen Behandlung der Reflexion der Wellen an einer über die Drähte gelegten metallischen Brücke gestattet, eine Vereinfachung, welche zu Totalreflexion der Wellen an einer Metallbrücke führt, und demgemäss zur Bildung von *stehenden* Wellen mit leicht übersichtlichen Gesetzen. Diese letzteren, z. B. das Gesetz, dass die Knoten der electricischen Kraft um Multipla der halben Wellenlänge von der metallischen Brücke entfernt liegen, entsprechen aber nicht streng der Erfahrung, und es lässt sich auch leicht einsehen, dass die Reflexion der Wellen an einer Brücke keine wirklich totale sein kann.

Es soll meine Aufgabe im Folgenden sein, zunächst den besprochenen Punkt der Theorie zu ergänzen. Es wird sich herausstellen, dass die Ergänzung den experimentellen That-sachen entspricht. Ferner soll die allgemeine Frage behandelt werden:

Wie vertheilt sich die electricische und die magnetische Kraft längs eines Systemes zweier paralleler Drähte, an deren Enden eine schnell wechselnde, zeitlich gedämpfte electromotorische Kraft besteht, welche ferner in ihrem Verlauf verschiedene Körper von verschiedenem Brechungs- und Absorptionsvermögen durchsetzen, und welche schliesslich an mehreren Stellen metallische Ueberbrückungen besitzen?

Wenn auch die vollständige Berechnung der in dieser allgemeinsten Gestalt gestellten Frage nicht gegeben werden soll, da sie zu complicirt ausfallen würde, um übersichtlich zu sein, so sollen doch die experimentell wichtigen und interessanten Specialfälle behandelt werden. Es werden sich dadurch einfache experimentelle Methoden zur numerischen Bestimmung sowohl der zeitlichen als der räumlichen Dämpfung der Wellen ergeben, die auf praktische Fälle angewandt werden. Letztere sind in zwei Arbeiten von mir enthalten, nämlich in: 1. „Ueber anomale electriche Dispersion von Flüssigkeiten“ (Abhandl. der math.-phys. Klasse d. sächs. Ges. d. Wiss. Bd. 23, p. 1, 1896, im Auszuge in Wied. Ann. Bd. 58, p. 1, 1896) und 2. „Der electriche Brechungsexponent von Wasser und wässerigen Lösungen“ (Ber. d. sächs. Ges. d. Wiss. 1896, p. 315, Wied. Ann. Bd. 59, p. 17, 1896). Im Folgenden sollen diese Arbeiten kurz citirt werden als „Arbeit I“ und „Arbeit II“.

I. Wellen in Drähten, die überall von Luft umgeben sind.

A. Der Leitungswiderstand der Drähte soll gleich Null angenommen werden.

1. Aufstellung der Differentialgleichungen.

Bei Kleinheit des Leitungswiderstandes der Drähte führt sowohl die Kirchhoff'sche Behandlung des Problems, welche an die Vorgänge in den Drähten anknüpft, wie die Integration der Maxwell'schen Differentialgleichungen des electromagnetischen Feldes der Umgebung der Drähte zu der gleichen einfachen Lösung.¹⁾ Gehen wir z. B. den Kirchhoff'schen Weg: i sei die electromagnetisch gemessene Stromstärke in einem der Drähte in einem Punkte \mathfrak{P} , der von einem willkürlichen, im Draht liegenden Anfangspunkte an die Entfernung z besitze, e sei die (scheinbare) electrostatische Ladung der Längeneinheit des Drahtes in \mathfrak{P} , d. h. die Anzahl electriche Stromlinien, welche in der unmittelbaren Umgebung von \mathfrak{P} aus der Oberfläche der Längeneinheit des Drahtes austreten und in den umgebenden Luftraum sich als electriche Kraftlinien fortsetzen (und zugleich als Stromlinien der Verschiebungsströme nach Maxwell'scher Auffassung).

1) Letzteren Weg ist zuerst Hertz gegangen.

Vernachlässigt man zunächst den Widerstand der Drähte noch nicht, sondern bezeichnet man den Widerstand der Längeneinheit eines der Drähte mit w , so ist nach dem Ohm'schen Gesetze, welches sich bisher für Metalle bis zu den schnellsten, eigentlichen electrischen, d. h. mit electrischen Hilfsmitteln herstellbaren (nicht optischen) Wellen bewährt hat:

$$(1) \quad iw = E_1 + E_2,$$

wobei rechts die gesammte, pro Längeneinheit wirkende electromotorische Kraft (nach electromagnetischem Maasse gemessen) steht. Diese zerfällt in zwei Theile: in die durch zeitliche Stromänderungen hervorgerufene Inductionskraft¹⁾:

$$(2) \quad E_1 = -2 \log \frac{d}{R} \cdot \frac{\partial i}{\partial t},$$

wobei d den gegenseitigen Abstand der Drähte, R ihren Radius bedeutet (es soll R klein gegen d sein), und in die von der scheinbaren electrostatischen Ladung e herrührenden electrischen Kraft E_2 . Die Ladung e erzeugt ein Potential

$$(3) \quad V = 2 \log \frac{d}{R} \cdot e,$$

die von e herrührende electrische Kraft in Richtung der Drahtaxe z ist: $-\partial V / \partial z$. Da aber E_2 electromagnetisch gemessen werden soll, während e und V electrostatisch definirt sind, so ist

$$(4) \quad E_2 = -c \frac{\partial V}{\partial z} = -2c \log \frac{d}{R} \cdot \frac{\partial e}{\partial z},$$

wobei c das Verhältniss der electrostatisch gemessenen zu der electromagnetisch gemessenen Electricitätsmenge bedeutet.²⁾

Zur Gültigkeit der Formeln (2) und (3) ist vorausgesetzt, dass in gegenüberliegenden Theilen des Drahtsystems stets gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Ströme fließen, was man durch völlige Symmetrie der ganzen Anordnung experimentell leicht realisiren kann.

Da nun der Stromverlust im Draht pro Längeneinheit, d. h. die Grösse $-\partial i / \partial z$, ganz ersetzt werden soll durch

1) Betreffs der näheren Herleitung der Formeln (2), (3) und (5) vgl. Kirchhoff, Ges. Abh. p. 131, 154, 182 oder auch die „Physik des Aethers“ vom Verf. p. 374 u. ff.

2) c ist gleich der Lichtgeschwindigkeit im Vacuum.

Anhäufung scheinbarer Ladung e , so gelangt man, unter Berücksichtigung des Umstandes, dass i electromagnetisch, e electrostatisch gemessen ist, zu der Beziehung:

$$(5) \quad -\frac{\partial i}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial e}{\partial t}.$$

Durch Differentiation von (1) nach der Zeit t und Einsetzen der Werthe (2), (4), (5) ergibt sich nun

$$(6) \quad w \frac{\partial i}{\partial t} = 2 \log \frac{d}{R} \left\{ -\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + c^2 \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} \right\};$$

derselben Differentialgleichung genügt wegen (5) auch e .

Wird nun der galvanische Widerstand w des Drahtes vernachlässigt, so folgt aus (6), wenn man e statt i schreibt:

$$\frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 e}{\partial x^2},$$

d. h.:

$$(7) \quad e = f_1(z - ct) + f_2(z + ct),$$

worin f_1 und f_2 zwei willkürliche Functionen bedeuten. — Durch (7) ist die wellenartige Ausbreitung der Ladungen e (oder des Stromes i) gekennzeichnet, c ist die Geschwindigkeit, mit der sich irgend welche electrische Gleichgewichtsstörungen im Drahte fortpflanzen.

Liegt an einer Stelle $z = b$ eine metallische Brücke B über den Drähten, so tritt dort eine Stromverzweigung ein, indem der zufließende Strom i zum Theil sich als Brückenstrom i' , zum Theil als Strom i'' in den Paralleldrähten fortsetzt. Bezeichnet man die Länge der Brücke B durch l , ferner den Widerstand der ganzen Brücke (nicht auf die Längeneinheit bezogen) durch w' , so muss nach dem Ohm'schen Gesetze sein

$$(8) \quad i' w' = E_1' + E_2',$$

wobei E_1' die (längs l summirte) Inductionskraft, welche durch Aenderungen des Stromes i' entsteht, bedeutet, während E_2' die electrische Kraft bedeutet, die durch die scheinbaren Ladungen e der Paralleldrähte an den Stellen $z = b$ in der Brücke hervorgerufen wird. — Es wird dabei abgesehen von scheinbaren Ladungen e' auf der Brücke B , d. h. i' wird in der ganzen Brücke als von einerlei Grösse angenommen, was gestattet ist, wenn l nicht sehr gross ist.

Bezeichnet man den Coefficienten der Selbstinduction der Längeneinheit der Brücke mit L , so ist

$$(9) \quad E_1' = -L \cdot \frac{\partial i'}{\partial t} \cdot l.$$

Der Coefficient der Selbstinduction L der Brücke ist streng nicht angebbar. Wenn in der kleinen Entfernung d' von B eine zweite Brücke B' liegt, in welcher ein Rückstrom i' bestände, so wäre gemäss (2) näherungsweise zu setzen:

$$(10) \quad L = 2 \log \frac{d'}{R},$$

falls R den Radius der Brückendrähte bezeichnet. Wenn in der Nähe keine zweite Brücke B' liegt, so findet ein Rückstrom von i' doch statt als Verschiebungsstrom in dem Luft- raume zwischen den Drähten, d. h. um so näher an B , je kürzer die Wellenlänge λ ist. Da dieser Verschiebungsstrom am stärksten in der Entfernung $\frac{1}{4}\lambda$ von der Brücke B ist, so wird daher näherungsweise zu setzen sein

$$(11) \quad L = 2 \log \frac{\frac{1}{4}\lambda}{R}.$$

Im allgemeinen wird man erwarten, dass L grösser als die Selbstinduction auf den Paralleldrähten, d. h. $L > 2 \log d/R$, ist, jedoch wegen der geringen Aenderung des \log mit seinem Argument wird jedenfalls L und $2 \log d/R$ von etwa gleicher Grössenordnung sein. Eine strenge Berechnung erscheint wohl kaum möglich. Von Bedeutung ist es aber, dass L als constant angesehen werden muss, falls keine zweite Brücke B' näher als $\frac{1}{4}\lambda$ an die Brücke B heranrückt.

Die electricische Kraft E_2' , welche durch die Ladungen e der Paralleldrähte längs der ganzen Länge l der Brücke hervorgerufen wird, ist gleich dem Unterschiede des Potentials V an den Enden der Brücke, d. h. nach (3) in electromagnetischem Maasse:

$$(12) \quad E_2' = c \cdot 4e \log \frac{d}{R}.$$

Es ist daher nach (8), wenn der Widerstand der Brücke w' vernachlässigt wird:

$$(13) \quad L \cdot l \cdot \frac{\partial i'}{\partial t} = 4ce \cdot \log \frac{d}{R}, \quad (z = b).$$

Diese Gleichung in Verbindung mit

$$(14) \quad i = i' + i'', \quad (z = b),$$

sowie

$$(15) \quad e = e'' \quad (z = b),$$

stellen die Bedingungen dar, welche bei einer Brücke zu erfüllen sind; e'' bedeutet die electriche Ladung der Längeneinheit der Drähte hinter der Brücke. Man erkennt aus (13), dass bei kurzen Brückenlängen l (die Länge l kann man beliebig vergrössern, wenn man gebogene Brücken verwendet, nur ist die untere Grenze $l \geq d$ vorgeschrieben) die Bedingung an einer Brücke näherungsweise lautet:

$$(16) \quad e = 0 \quad \text{für } z = b.$$

In dieser Form ist die Brückenbedingung bisher behandelt worden.

2. Reflexion und Uebergang von Wellen an einer Brücke.

Es soll der Fall betrachtet werden, dass periodische Störungen, die eine zeitliche Dämpfung besitzen, in dem Drahtsystem vor der Brücke vorhanden sind. Wir setzen demgemäss

$$(17) \quad e = A \cdot e^{-\gamma \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right)} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right).$$

Dabei bedeutet T die Periode der Schwingung, λ die Wellenlänge, γ die (zeitliche) Dämpfungsconstante. Nach (7) muss sein

$$(18) \quad \lambda = c T.$$

Die Gleichung (17) sagt aus, dass eine, an einer Stelle des Drahtsystems auftretende Störung

$$(19) \quad e = A \cdot e^{-\gamma \frac{t}{T}} \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

ungeschwächt, d. h. ohne räumliche Dämpfung (Absorption) nach den positiven z längs der Drähte fortgepflanzt wird. — Man kann e nach (17) durch den reellen Theil einer Exponentialfunction complexen Argumentes darstellen. Wir wollen e dieser Exponentialfunction selbst gleichsetzen und am Schlusse der Rechnung die physikalische Bedeutung des reellen Theiles allein hervortreten lassen. Dieser Weg ist gestattet, da alle

Gleichungen linear und homogen sind, d. h. da für alle Gleichungen das Superpositionsprincip gilt; er bietet gewisse Vortheile rechnerischer Einfachheit. Wir setzen demgemäss:

$$(20) \quad e = A \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right)},$$

wobei nach (17) ist

$$(21) \quad a = -\gamma + 2\pi\sqrt{-1}.$$

Aus (5) folgt

$$(22) \quad i = A \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right)}.$$

Diese Gleichungen stellen Wellen dar, welche sich nur nach der positiven z -Axe fortpflanzen; wir wollen sie *einfallende* Wellen nennen.

Wenn die Wellen auf eine Brücke treffen (bei $z = b$), so werden sie dort theilweise *reflectirt*, als

$$(23) \quad \begin{cases} e_r = A_r \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda} + d\right)}, \\ i_r = -A_r \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda} + d\right)}, \end{cases}$$

theilweise pflanzen sie sich über die Brücke hinaus fort, als

$$(24) \quad \begin{cases} e'' = A'' \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} + d''\right)}, \\ i'' = A'' \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} + d''\right)}, \end{cases}$$

theilweise gehen sie in die Brücke B selbst hinein. Ohne solche reflectirten Antheile würde man nämlich nicht die Brückenbedingungen (13), (14), (15) erfüllen können. Das negative Vorzeichen in (23) für i_r muss deshalb gesetzt werden, weil nach (5) sein muss

$$-\frac{\partial i_r}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial e_r}{\partial t}.$$

Von der Zeit an, in welcher die Wellen die Brücke erreicht haben, ist also zu setzen:

$$(25) \quad \begin{cases} e = A \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)} + A_r \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} + \Delta\right)}, \\ i = A \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)} - A_r \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} + \Delta\right)}. \end{cases}$$

Infolge der dritten Brückenbedingung (15) muss sein:

$$(26) \quad A \cdot e^{-a\frac{b}{\lambda}} + A_r \cdot e^{a\left(\frac{b}{\lambda} + \Delta\right)} = A'' \cdot e^{a\left(-\frac{b}{\lambda} + \Delta''\right)}.$$

Ferner ist nach (14)

$$i' = i - i'' = A \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} - \frac{b}{\lambda}\right)} - A_r \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} + \frac{b}{\lambda} + \Delta\right)} - A'' \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} - \frac{b}{\lambda} + \Delta''\right)},$$

d. h. wenn man A'' mit Hülfe der vorigen Gleichung eliminirt:

$$(27) \quad i' = -2 A_r \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} + \frac{b}{\lambda} + \Delta\right)}.$$

Daher wird die Brückenbedingung (13):

$$-A_r \cdot L l \frac{\alpha}{\lambda} e^{a\left(\frac{b}{\lambda} + \Delta\right)} = 2 \log \frac{d}{R} \left\{ A e^{-a\frac{b}{\lambda}} + A_r e^{a\left(\frac{b}{\lambda} + \Delta\right)} \right\},$$

oder

$$(28) \quad A_r \cdot e^{a\Delta} = - \frac{A \cdot e^{-2a\frac{b}{\lambda}}}{1 + \frac{\alpha l L}{2\lambda \log \frac{d}{R}}}.$$

Aus (26) folgt dann gemäss (28):

$$(29) \quad A'' \cdot e^{a\Delta''} = A \cdot \frac{\alpha l L : 2\lambda \log \frac{d}{R}}{1 + \frac{\alpha l L}{2\lambda \log \frac{d}{R}}}.$$

Durch (28) und (29) ist die reflectirte, sowie die über die Brücke hinaus gelangende Welle vollkommen aus der einfallenden bestimmt.

Wenn $\alpha l L$ vernachlässigt wird gegen $2\lambda \log d/R$, so würde aus (28) folgen

$$A_r = -A, \quad \Delta = -\frac{2b}{\lambda},$$

d. h. die Wellen werden bei sehr kurzer Brückenlänge an der Brücke mit Umkehr ihrer Amplitude reflectirt, und die reflectirte Welle hat dieselbe Amplitude, wie die einfallende. Aus (29) folgt

denn $A'' = 0$, d. h. es pflanzt sich gar keine Welle über die Brücke hinaus fort.

Wenn nicht jene Vernachlässigung eintritt, so soll zunächst zur Abkürzung das Verhältniss der Selbstinduction der Längeneinheit auf der Brücke und auf einem der Parallel-drähte mit ζ bezeichnet werden, d. h.

$$(30) \quad \zeta = L : 2 \log \frac{d}{R}.$$

Ferner sollen vier (reelle) Hilfsgrössen ϱ , φ , ϱ'' , φ'' eingeführt werden durch die Gleichungen:

$$(31) \quad \frac{1}{1 + \alpha \zeta \frac{l}{\lambda}} = \varrho \cdot e^{-\alpha \varphi},$$

$$(32) \quad -\alpha = \varrho'' \cdot e^{-\alpha \varphi''},$$

d. h. nach Bedeutung des α gemäss (21):

$$(33) \quad \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} 2 \pi \varphi = \frac{2 \pi \zeta \frac{l}{\lambda}}{1 - \gamma \zeta \frac{l}{\lambda}}, \\ \varrho^2 \cdot e^{2 \gamma \varphi} = \frac{1}{\left(1 - \gamma \zeta \frac{l}{\lambda}\right)^2 + \left(2 \pi \zeta \frac{l}{\lambda}\right)^2}, \\ \operatorname{tg} 2 \pi \varphi'' = \frac{2 \pi}{\gamma}, \\ \varrho''^2 \cdot e^{2 \gamma \varphi''} = \gamma^2 + 4 \pi^2. \end{array} \right.$$

Dann wird (28) zu:

$$(34) \quad A_r \cdot e^{\alpha x} = -A \varrho \cdot e^{-\alpha \left(\varphi + 2 \frac{b}{\lambda}\right)},$$

woraus folgt

$$(34') \quad A_r = -A \varrho, \quad \Delta = -2 \frac{b}{\lambda} - \varphi;$$

während (29) wird zu:

$$(35) \quad A'' \cdot e^{\alpha x'} = -A \varrho \varrho'' \zeta \frac{l}{\lambda} e^{-\alpha (\varphi + \varphi'')},$$

woraus folgt

$$(35') \quad A'' = -A \varrho \varrho'' \zeta \frac{l}{\lambda}, \quad \Delta' = -\varphi - \varphi''.$$

Aus (33) folgt, dass $\varrho \cdot e^{\gamma \varphi} < 1$ ist, falls $\gamma < 2 \pi^2 \zeta (l/\lambda)$ ist. Da γ wohl stets kleiner als 0,5 ist (bei meinen Experimenten war es 0,15, vgl. unten), so ist diese Relation bei nicht zu

kleinen Brückenlängen l erfüllt. Aus (34) ergibt sich, dass durch φ das Verhältniss der Amplituden der einfallenden und reflectirten Welle gemessen wird. *Die Amplitude der reflectirten Welle ist daher kleiner als die der einfallenden Welle, und zwar um so mehr, je länger die Brücke ist.*

Aus (35') folgt, dass die Amplitude A' der über die Brücke weiter gehenden Welle mit der Länge l der Brücke beständig wächst, und dass sie für kurze Brückenlängen l dieser Länge l proportional ist. — Auf diese Thatsache bin ich zunächst durch das Experiment aufmerksam geworden und habe sie an früherer¹⁾ Stelle hervorgehoben.

Bei kurzen Brücken ist φ sehr klein. φ'' ist nach (33) nahezu $\frac{1}{4}$, da γ meist klein gegen 2π ist. Daher folgt aus (35'), dass die Phase der weiter gehenden Welle um fast $\pi/2$ von der der einfallenden Welle verschieden ist.

Was die Phase der reflectirten Welle anbelangt, so kann man sich eine anschauliche Vorstellung von ihr machen, wenn man die Wirkung der thatsächlich vorhandenen Brücke B von der endlichen Länge l auf die Phase der reflectirten Wellen ersetzt denkt durch die Wirkung einer idealen Brücke der Länge $l = 0$, welche nicht an der Stelle $z = b$, sondern an einer anderen Stelle $z = b'$ liegen müsste. Diese Brücke würde die Wellen einfach mit Umkehr ihrer Amplitude reflectiren, und (nach p. 8) die Phase

$$\Delta = -2b' : \lambda$$

hervorbringen. Identificirt man dieses Δ mit dem nach (34') durch die wirkliche Brücke hervorgebrachten Δ , so müsste also sein:

$$\begin{aligned} \text{oder} \quad & -\frac{2b'}{\lambda} = -\frac{2b}{\lambda} - \varphi, \\ (36) \quad & b' - b = \varphi \cdot \frac{\lambda}{2}. \end{aligned}$$

Diese Differenz $b' - b$ habe ich in den eingangs citirten experimentellen Arbeiten die *Bügelverkürzung* oder *Brückenverkürzung* genannt. Nach (36) ist sie stets positiv, d. h. die ideale Brücke würde stets hinter der wirklichen liegen.

1) P. Drude, Wied. Ann. 54. p. 360. 1895; Ber. der sächs. Ges. d. Wiss., math.-phys. Klasse, Mai 1895. p. 333; Wied. Ann. 55. p. 637. 1895; Arbeit I, p. 14.

Für kurze Brücken, bei denen es gestattet ist, $\operatorname{tg} \varphi = \varphi$ zu setzen, ist nach (33) und (36)

$$(37) \quad b' - b = \frac{1}{2} l \cdot \zeta,$$

d. h. die Brückenverkürzung ist der Brückenlänge proportional und wächst langsam mit der Wellenlänge der Schwingung (da nach (11) ζ den Summand $\log \lambda$ enthält). — Diese Sätze werden durch die Erfahrung bestätigt. Für verhältnissmässig kurze Wellen ($\lambda = 75$ cm) habe ich gefunden¹⁾, dass die Brückenverkürzung bei $l = 1,8$ cm etwa 8 mm betrug, d. h. ζ ist ein wenig kleiner als 1. — Für sehr viel längere Wellen ($\lambda = 4$ m bis 12 m) fanden Cohn und Zeemann²⁾ bei $l = 7$ cm $b' - b = 4,5$ cm, d. h. ζ ist dann grösser als 1. — *Roh geschätzt wird die Bügelverkürzung (bei Drahtwellen in Luft) die halbe Brückenlänge betragen.*

Wenn, wie es meist der Fall ist, γ klein gegen 2π ist, so folgt aus (33), dass das Amplitudenverhältniss $\rho \cdot e^{\gamma \varphi}$ der einfallenden und reflectirten Welle nur um zweite Ordnung von 1 verschieden ist, wenn die Bügelverkürzung von erster Ordnung klein ist. Wenn also $(2\pi \zeta (l/\lambda))^2$ gegen 1 vernachlässigt werden kann, wie es meist nahezu der Fall ist, so kann die Brückenverkürzung merklich sein, die Schwächung bei der Reflexion aber unmerklich.

Nach (33) kann die Amplitudenschwächung durch Reflexion $\rho \cdot e^{\gamma \varphi}$ ausgedrückt werden durch die Brückenverkürzung $b' - b = \delta b$. Benutzt man die Formel (37), d. h. setzt man l sehr klein voraus und vernachlässigt man γ gegen $2\pi^2 \zeta (l/\lambda)$, so wird nach (33)

$$\rho^2 \cdot e^{2\gamma \varphi} = \frac{1}{1 + \left(4\pi \frac{\delta b}{\lambda}\right)^2}.$$

Da ich bei einer Brückenlänge von 1,8 cm 8 mm Bügelverkürzung beobachtete bei $\lambda = 75$ cm, so würde folgen:

$$\rho^2 \cdot e^{2\gamma \varphi} = \frac{1}{1,018}, \text{ d. h. } \rho \cdot e^{\gamma \varphi} = 1 - 0,009.$$

Für 6 cm Bügellänge würde folgen $\rho \cdot e^{\gamma \varphi} = 0,91$.

1) „Arbeit I“ p. 31. Der Drahtabstand d betrug 1,8 cm, $R = \frac{1}{2}$ mm.

2) E. Cohn u. P. Zeemann, Königl. Akad. der Wissensch. zu Amsterdam, Sept. 1895. Der Drahtabstand d betrug 7 cm.

Ebenso drückt sich nach (35) die Amplitude der weitergehenden Welle durch δb aus. Sie ist

$$\frac{4\pi \frac{\delta b}{\lambda}}{1 + \left(4\pi \frac{\delta b}{\lambda}\right)^2}.$$

Für $l = 1,8$ cm ergibt sie sich zu 0,132; für $l = 6$ cm zu 0,372, wobei die Amplitude der einfallenden Welle = 1 gesetzt ist.

3. Vorhandensein zweier Brücken.

Es soll jetzt der Fall näher betrachtet werden, wie er experimentell vorliegt, wenn man die Wellenlänge der electrischen Schwingungen bestimmen will, welche in dem Drahtsystem durch irgend einen Erreger einer schnell oscillirenden electrischen Kraft (einerlei, ob es Lecher'scher oder Blondlot'scher Erreger ist) hervorgerufen werden. Der Erreger befindet sich vor einer festliegenden Brücke B_1 , die bei $z = 0$ auf den Drähten liegt; dahinter wird eine Brücke B_2 verschoben, deren Entfernung von B_1 mit $z = b = \beta \lambda$ bezeichnet werden soll; jenseits B_2 sollen die Paralleldrähte ins Unendliche verlaufen. Es handelt sich um die Bestimmung der Stromstärke i und scheinbaren Ladung e in einem beliebigen Punkte \mathfrak{P} , welcher zwischen beiden Brücken liegen soll. Seine Entfernung von $z = 0$ sei $z = p \cdot \lambda$.

Knüpfen wir die Rechnung nur an die scheinbare Ladung e der Drähte an. Die Stromstärke i ergibt sich gemäss der Gleichung (5).

Von e hängt die Wirkung der Wellen auf die Lichterscheinung in einer über die Drähte gelegten Vacuumröhre ab; ebenso, wenn die Röhre zwei, durch einen (als Resonator wirkenden) Draht verbundene Electroden hat, falls die Ebene dieses Drahtes senkrecht zu den Paralleldrähten steht.¹⁾ Wie eine ausführlichere Analyse²⁾ ergibt, hängt nämlich dann die Leuchtwirkung von der electrischen Kraft P im Luftraume zwischen den Drähten ab, und P ist zu e proportional (da es

1) Vgl. Fig. 3 in Ber. der sächs. Ges. math.-phys. Kl. 1895, p. 339; Wied. Ann. 55. p. 643. 1895.

2) P. Drude, Wied. Ann. 53. p. 721. 1894.

durch Differentiation des Potentials V (Formel 3) entsteht).
— Wir wollen jetzt einfach P für e schreiben.

Es möge nun von der Zeit $t = 0$ an durch den Erreger über die erste Brücke B_1 die Welle

$$(38) \quad P_0 = e^{a\left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right)},$$

herübergesandt werden.¹⁾ Diese erreicht den Punkt \mathfrak{P} ($z = p\lambda$) zur Zeit $t = pT$. Zur Zeit $t = \beta T$ wird die Welle an der Brücke B_2 reflectirt und nimmt den Werth an:

$$P_1 = r \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda}\right)},$$

wobei r kurz als *Reflexionsfactor* der Brücke B_2 bezeichnet sein möge und nach (25) und (34) eine Abkürzung ist für:

$$(39) \quad r = A_r \cdot e^{a\beta} = -\varrho \cdot e^{-a(\varphi + 2\beta)}$$

(da hier $A = 1$ gesetzt ist).

Zur Zeit $t = 2\beta T$ wird diese Welle an der Brücke B_1 reflectirt und erhält den Werth

$$P_2 = r r' \cdot e^{a\left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda}\right)},$$

wobei der Reflexionsfactor r' der Brücke B_1 gemäss (34) ist:

$$(40) \quad r' = -\varrho \cdot e^{-a\varphi}.$$

Der Werth der gesammten electricischen Kraft P im Punkte \mathfrak{P} zur beliebigen Zeit t setzt sich nun zusammen aus der einfallenden electricischen Kraft P_0 und den successive reflectirten P_1 , P_2 etc., wobei alle diejenigen reflectirten Wellen zu berücksichtigen sind, welche zur Zeit t den Punkt \mathfrak{P} schon erreicht haben. — Eine einfache Summation, deren Detail in den „Abhandlungen“ enthalten ist, liefert nun, falls h eine beliebige positive ganze Zahl (oder Null) bedeutet, für die electricische Kraft im Punkte \mathfrak{P} :

1) Die Amplitude wird also gleich 1 gesetzt. — In Wirklichkeit wird der zeitliche Verlauf von P complicirter sein. Jedoch wird P um so eher obiges Gesetz befolgen, je näher B_1 nach dem Erreger zu liegt. Bei den Experimenten war B_1 etwa nur $\frac{1}{8}$ Wellenlänge vom Erreger entfernt.

Für $2h\beta + p < \frac{t}{T} < 2(h+1)\beta - p$:

$$(41) \quad P_I = \frac{e^{-\frac{a}{r} \frac{t}{T}}}{r r' - 1} \{ e^{-\alpha p} [(r r')^{h+1} - 1] + r \cdot e^{+\alpha p} [(r r')^h - 1] \},$$

für $2(h+1)\beta - p < \frac{t}{T} < 2(h+1)\beta + p$:

$$(42) \quad P_{II} = \frac{e^{-\frac{a}{r} \frac{t}{T}}}{r r' - 1} [e^{-\alpha p} + r \cdot e^{+\alpha p}] [(r r')^{h+1} - 1].$$

Es sind an P die Indices I und II angehängt, um die für beide Zeitintervalle formal verschieden gestalteten P kurz im Folgenden unterscheiden zu können.

Nach (39) und (40) ist nun

$$(43) \quad r r' = \rho^2 \cdot e^{-2\alpha(q+\beta)} = \rho^2 \cdot e^{2\gamma(q+\beta)} \cdot e^{4\pi(q+\beta)} V^{-1}.$$

Der gemeinsame Nenner von P_I und P_{II} , d. h. der Modul der complexen Grösse $r r' - 1$, wird möglichst klein, wenn

$$e^{-4\pi(q+\beta)} V^{-1} = +1$$

ist, d. h. wenn ist

$$(44) \quad q + \beta = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2} \text{ etc.}$$

Für diese Werthe von β , d. h. für diese Lagen der Brücke B_2 , werden P_I und P_{II} möglichst gross, *es sind die Knotenlagen des Bügels B_2* . Man erkennt leicht, dass in diesen Knotenlagen durch die beiden Brücken B_1 und B_2 eine geschlossene Drahtleitung abgegrenzt wird, deren Eigenschwingungsdauern den Werth T entweder als Grundton oder als Oberton besitzen. In den Knotenlagen der Brücke B_2 findet also *Resonanz* des abgegrenzten Theiles der Paralleldrähte mit dem Erreger statt.

Führt man die Entfernung $b = \beta \lambda$ des Bügels B_2 vom Bügel B_1 ein, so ist für den ersten Knoten $b_1 = (\lambda/2) - \lambda q$; die anderen Knoten folgen im Intervall $\frac{1}{2} \lambda$ vom ersten Knoten.

Da nach (36) λq gleich der doppelten Brückenverkürzung ist, *so liegt die erste Knotenlage der Brücke B_2 um die doppelte Brückenverkürzung näher als $\frac{1}{2} \lambda$ an die Brücke B_1 heran.*

P_I und P_{II} werden Minima für

$$e^{-4\pi(q+\beta)} V^{-1} = -1,$$

d. h. für

$$(45) \quad q + \beta = \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4} \text{ etc.}$$

Hierdurch sind die *Bauchlagen* des Bügels B_2 bestimmt. Sie liegen mitten zwischen den *Knotenlagen*.

Es sollen nun näher die maximalen Werthe, welche die electriche Kraft im Laufe der Zeit sowohl in einer *Knotenlage* wie in einer *Bauchlage* der Brücke B_2 annimmt, verfolgt werden. Sie mögen kurz die *Knotenstärke* bez. *Bauchstärke* genannt werden. Wir wollen sie für einen Punkt \mathfrak{P} berechnen, dessen Entfernung von der ersten Brücke B_1 gegeben ist durch

$$p \lambda = \frac{1}{4} \lambda - \frac{\lambda \varphi}{2},$$

der also gerade in der Mitte zwischen B_1 und der ersten *Knotenlage* von B_2 liegt. Für ihn ist P ein Maximum (hinsichtlich p), dort war auch der Ort der Vacuumröhre bei den Experimenten.

In den *Knoten-* und *Bauchlagen* von B_2 ist rr' eine reelle Grösse, nämlich:

$$rr' = \pm \varrho^2 \cdot e^{2\gamma(\varphi + \beta)}.$$

Dadurch, und durch die specielle Wahl des p können in den Formeln (41) und (42) leicht die reellen und imaginären Bestandtheile getrennt werden. Man erhält das Maximum der electriche Kraft P für eine Zeit, die dem aus der Gleichung $(\partial P / \partial h) = 0$ folgenden Werthe von h entspricht. Dieses h und die ihm entsprechende Zeit t ist um so grösser, je vollständiger die Brückenreflexion ist, d. h. je mehr sich $\varrho \cdot e^{\gamma\varphi}$ dem Werthe 1 nähert. Da nach p. 11 diese Näherung bei den speciellen Bedingungen des Versuches, d. h. überhaupt bei kurzen Brückenlängen, in hohem Maasse vorhanden ist, so erhält man schon gute Näherungswerthe für die P_I und P_{II} , wenn man in (41) und (42) $\varrho \cdot e^{\gamma\varphi} = 1$ und dementsprechend für die Maxima von P_I und P_{II} $h = \infty$ setzt. Eine nähere Untersuchung zeigt, dass die P_I grössere Maxima annehmen, als die P_{II} , sowohl in der *Knoten-* wie *Bauchlage* der Brücke B_2 , und dass schliesslich wird:

Die *Knotenstärke*:

$$(46) \quad K = \left(1 + e^{-\frac{\gamma}{2}}\right) \frac{e^{2\gamma\beta}}{e^{2\gamma\beta} - 1},$$

die *Bauchstärke*:

$$(47) \quad B = 1 + e^{-\frac{\gamma}{2}} - e^{-2\gamma\beta}.$$

In (46) ist für β einer der Werthe (44) einzusetzen, in (47) einer der Werthe (45). Da bei kurzen Brückenlängen q sehr klein ist, so ist bei diesen näherungsweise gestattet, nach (44) für den k ten Knoten zu setzen:

$$2\beta = k, \text{ d. h. nach (46):}$$

$$(48) \quad K_k = \frac{1 + e^{-\frac{\gamma}{2}}}{1 - e^{-k\gamma}},$$

nach (45) für den k ten Bauch:

$$2\beta = k + \frac{1}{2}, \text{ d. h. nach (47):}$$

$$(49) \quad B_k = 1 + e^{-\frac{\gamma}{2}}(1 - e^{-k\gamma}).$$

Ob die in § aufgestellte Vacuumröhre nicht leuchtet, wird davon abhängen, dass die Bauchstärke B einen gewissen Betrag, der gerade zum Einsetzen des Leuchtens der Röhre genügt, nicht überschreitet.

Aus den Formeln (48) und (49) ergibt sich, dass mit wachsendem k sowohl K_k als B_k sich dem gemeinsamen Grenzwert $1 + e^{-\gamma/2}$ nähert, und zwar um so schneller, je grösser die zeitliche Dämpfung γ ist. Je grösser γ ist, um so weniger Knoten und Bäuche kann man daher durch verschieden starkes Leuchten der Vacuumröhre bei Verschieben der Brücke B_2 nachweisen. Man kann die zeitliche Dämpfung γ aus der Anzahl \bar{k} der beobachteten Knoten und Bäuche berechnen, wenn die Empfindlichkeit des Wellenindicators (der Vacuumröhre) bekannt ist.

Wir wollen annehmen, dass der \bar{k} te Knoten gerade noch vom k ten Bauch experimentell zu unterscheiden ist, wenn:

$$K_{\bar{k}} : B_{\bar{k}} = 1 + v.$$

v ist ein Maass für die Empfindlichkeit des Wellenindicators. Aus (48) und (49) ergibt sich nun bei Vernachlässigung von v^2 gegen 1 und von $\gamma/4$ gegen 3:

$$(50) \quad \gamma = \frac{-\log \text{nat } \frac{3}{4} v}{k}.$$

Da sich hiernach γ nur wenig mit v ändert, so braucht man v nur zu taxiren, um γ ungefähr zu berechnen.

Bei der Versuchsanordnung, wie ich sie in den Arbeiten I und II gewählt habe, war $\bar{k} = 31$, wenn eine auf Resonanz abgestimmte Zehnder'sche Röhre als Wellenindicator benutzt wurde. Dann folgt aus (50):

ν	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,10
γ	0,16	0,14	0,13	0,12	0,12	0,09

Die Empfindlichkeit ν der Zehnder'schen Röhre liegt sicher zwischen 1 Proc. und 10 Proc.¹⁾ γ lag daher zwischen 0,16 und 0,09.

Es mag hervorgehoben werden, dass diese Betrachtungen zur Berechnung von γ aus \bar{k} nicht ganz streng sind, weil Totalreflexion der Brücken angenommen ist und der galvanische Widerstand der die Wellen führenden Paralleldrähte gleich Null angenommen ist. Letzterer ist aber zu berücksichtigen, wenn die von den Wellen durchlaufenen Distanzen gross werden, d. h. bei grossem β oder grossem k . Der galvanische Widerstand der Drähte bewirkt eine örtliche Dämpfung (Absorption) der Wellen, der zufolge die Anzahl \bar{k} der beobachtbaren Knoten und Bäuche eine endliche sein würde, selbst wenn die zeitliche Dämpfung γ gleich Null wäre. Diese Punkte sollen weiter unten berücksichtigt werden. Zunächst mögen noch zwei andere Dinge besprochen werden.

4. Einfluss des Wellenindicators.

In den bisherigen Betrachtungen wurde angenommen, dass der Wellenindicator (die Vacuumröhre) die Wellen gar nicht störe. Streng genommen kann das nie der Fall sein, denn ein geringer Theil der Energie der Wellen geht nothwendig auf den Indicator über, wenigstens wenn man nicht gerade, wie in den Bauchlagen der Brücke B_2 , das Fehlen der Wellenanzeige benutzen will. Bei den Wellenindicators, welche, wie die hier angewandte Zehnder'sche Röhre (ebenso ein angelegtes Electrometer oder Bolometer mit Rubens'schen Flaschen) auf die electriche Kraft ansprechen, äussert sich ihr Einfluss dadurch, dass an der Stelle ihres Anlegens eine gewisse Capacität an die Paralleldrähte geschaltet ist. Man

1) Weiter unten (II, 5) ist eine experimentelle Methode zur Bestimmung von ν angegeben. Aus ihr folgt $\nu = 0,03$.

kann den Einfluss einer solchen berechnen. Die Capacität bewirkt, dass die erste Knotenlage der Brücke B_2 noch näher an die feste Brücke B_1 heranrückt. Durch eine solche Beobachtung hat man daher ein Mittel, die Grösse der Beeinflussung der Wellen durch den Wellenindicator festzustellen. Bei der als Resonator gebrauchten Zehnder'schen Röhre, welche mit allen Theilen um mindestens mehrere Millimeter von den Paralleldrähten entfernt war, war dieser Einfluss sehr gering, die Entfernung der ersten Knotenlage der Brücke B_2 von der Brücke B_1 war nahezu gleich $\frac{1}{2}\lambda$, vermindert um die doppelte Brückenverkürzung. Im Folgenden ist daher eine etwaige Beeinflussung der Wellen durch den Indicator nicht weiter berücksichtigt. — Es ist eben beim Gebrauch einer Vacuumröhre sehr günstig, dass die Leuchterscheinung wenig Energie verbraucht; bei Anwendung eines, selbst möglichst klein construirten Electrometers ist eine viel grössere Capacität an die Drähte angelegt und die Beeinflussung der Wellen nicht zu vernachlässigen.

5. Oberschwingungen des Erregers.

Es ist eine oft discutirte Streitfrage, ob ein Hertz'scher Erreger Wellen von einheitlicher Periode aussendet oder nicht. Letzteres glaubten Sarasin und de la Rive¹⁾ annehmen zu müssen, um die Erscheinung der multiplen Resonanz zu erklären, d. h. des Umstandes, dass verschiedene Resonatoren, die von demselben Erreger erregt werden, Schwingungsdauern aufweisen, welche sich fast nur nach den Abmessungen des jeweiligen Resonators richten, während Poincaré²⁾ und Bjerkness³⁾ darauf hingewiesen haben, dass die Erscheinung der multiplen Resonanz erklärt werden kann durch die Annahme, dass der Erreger eine Schwingung von einheitlicher Periode entsendet, die aber viel stärker gedämpft ist, als die Resonatorschwingung. In der That kann man ja auch mit Hülfe der Darstellung durch eine Fourier'sche Reihe eine Schwingung der Form $e^{-\gamma(t/T)} \cos 2\pi t/T$ als eine Super-

1) Sarasin et de la Rive, Arch. de Genève (3) 23. p. 113. 1890.

2) H. Poincaré, Arch. de Genève (3) 25. p. 609. 1891; Electricität und Optik, deutsch von Jäger u. Gumlich. 2. Note V. p. 201. Berlin 1891.

3) V. Bjerkness, Wied. Ann. 44. p. 92. 1891; 54. p. 58. 1895.

position von ungedämpften Schwingungen continuirlich verschiedener Perioden und Amplituden auffassen. — Durch die von mir ausgeführten Versuche¹⁾ lässt sich nun, wie ich glaube, die Poincaré-Bjerkness'sche Ansicht dahin ergänzen²⁾, dass der Erreger zwar nicht continuirlich verschiedene Perioden entsendet, *aber wohl eine Reihe harmonischer Obertöne besitzt*, sodass seine Schwingung mathematisch darstellbar ist als:

$$P = A_1 \cdot e^{-\gamma \frac{t}{T}} \cos 2\pi \frac{t}{T} + A_2 \cdot e^{-2\gamma' \frac{t}{T}} \cos 2\pi \left(\frac{2t}{T} + \delta \right) \\ + A_3 \cdot e^{-3\gamma'' \frac{t}{T}} \cos 2\pi \left(\frac{3t}{T} + \delta'' \right) + \dots$$

Denn wenn der Wellenindicator³⁾ um $\frac{1}{8}\lambda$ hinter der festen Brücke B_1 angebracht wurde, so zeigte die Brücke B_2 Knotenlagen nahezu bei $2\beta = \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$; falls der Wellenindicator bei $\frac{1}{4}\lambda$ hinter B_1 angebracht wurde, so waren die Knotenlagen von $B_2: 2\beta = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots$. Dies wäre nicht möglich, wenn der Erreger nur gedämpfte Schwingungen der Periode T entsendet. Er *muss auch Schwingungen der Periode $\frac{1}{2}T, \frac{1}{3}T$ entsenden*. Diese Schwingungen nehmen bei der von mir gewählten Form des Erregers sehr schnell an Intensität ab, sie lassen sich nur durch Zuhülfenahme längerer⁴⁾ Brücken B_1 beobachten und über die zweite Oberschwingung hinaus habe ich bisher nicht beobachten können. Deshalb brauchen sie bei unseren Betrachtungen nicht weiter berücksichtigt zu werden, zumal noch der günstige Umstand hinzukommt, dass bei der gewählten Lage des Wellenindicators ($\frac{1}{4}\lambda$ hinter B_1) der erste Oberton gar nicht auf den Indicator wirken kann, da für ihn der Indicator in einem Knoten electricischer Kraft liegt.

1) P. Drude, Ber. d. sächs. Ges. d. Wiss. math.-phys. Kl. p. 332. 1895; Wied. Ann. 55. p. 636. 1895; „Arbeit I“. p. 13.

2) Diese Ergänzung ist von Bjerkness selbst in Wied. Ann. 54. p. 61. 1895 als möglich hingestellt.

3) Er wurde als Vacuumröhre ohne Resonanz verwendet.

4) Aus dem oben p. 10 erörterten Grunde wird die Intensität grösser, je länger die Brücke B_1 ist.

B. Berücksichtigung des Leitungswiderstandes der Drähte.

Den Ausgangspunkt bildet die Gleichung (6) auf p. 4, in welcher für w der Widerstand der Längeneinheit der Drähte einzusetzen ist. Dabei ist zu berücksichtigen, dass derselbe für schnelle Schwingungen höher ist, als für constante Ströme, da sich erstere vorzugsweise nach der Oberfläche des Drahtes zusammendrängen. Nach den Entwicklungen von Rayleigh¹⁾ und Stefan²⁾ ist

$$(51) \quad w = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{1}{\sigma T}}$$

für einen sehr schnellen Wechselstrom der Periode T . Dabei bedeutet R den Radius des Drahtes, d. h. seine halbe Dicke, σ seine spezifische Leitfähigkeit, gemessen nach absolutem electromagnetischen Maasse. ($\sigma = 1,063 \cdot 10^{-5}$ für Quecksilber).

Setzt man daher

$$\frac{1}{2 R \log \frac{d}{R} \sqrt{\sigma T}} = \psi,$$

so wird die Differentialgleichung (6):

$$(52) \quad \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + \psi \frac{\partial i}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 i}{\partial x^2}.$$

Das Integral derselben lautet für periodische gedämpfte Schwingungen, d. h. wenn

$$(53) \quad i = e^{a \frac{t}{T}} f(z):$$

$$i = A_1 \cdot e^{a \frac{t}{T} - a' \frac{z}{\lambda}} + A_2 \cdot e^{a \frac{t}{T} + a' \frac{z}{\lambda}},$$

wobei $\lambda = c T$, $a'^2 = a^2 + \psi a T$ ist.

a' ist also bestimmt durch

$$(54) \quad a' = a \sqrt{1 + \frac{\psi T}{a}}.$$

Nun ist zu berücksichtigen, dass der Modul der complexen Grösse $\psi T: a$ klein gegen 1 ist. So ist z. B. bei den von mir angestellten Versuchen, die mit Kupferdrähten ($\sigma = 60 \cdot 10^{-5}$)

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 21. p. 369. 1886.

2) J. Stefan, Wied. Ann. 41. p. 421, 1890. Vgl. auch das Buch „Physik des Aethers“ vom Verf. p. 244. 388.

von $R = \frac{1}{2}$ mm und der Distanz $d = 1,8$ cm bei $\lambda = 75$ cm, d. h. $T = 25 \cdot 10^{-10}$ angestellt sind:

$$\psi T = 0,0057.$$

Das Quadrat dieser Grösse ist sehr klein gegen den Modul von α , d. h. $\gamma^2 + 4\pi^2$. Man kann daher (54) schreiben als

$$(55) \quad \alpha' = \alpha + \frac{\psi T}{2} = \alpha + \tau.$$

Daher ist das Integral von (52):

$$(56) \quad \left\{ \begin{array}{l} i = A_1 \cdot e^{\alpha \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right)} \cdot e^{-\tau \frac{z}{\lambda}} + A_2 \cdot e^{\alpha \left(\frac{t}{T} + \frac{z}{\lambda} \right)} \cdot e^{+\tau \frac{z}{\lambda}}, \\ \text{wobei ist:} \\ \tau = \frac{\sqrt{T}}{4 R \log \frac{d}{R} \sqrt{\sigma}}. \end{array} \right.$$

Für meine Versuche ist $\tau = 0,00285$. Der erste Term in (56) entspricht Wellen, die sich nach der positiven z -Axe fortpflanzen, der zweite Wellen, die sich nach der negativen z -Axe fortpflanzen. Man erkennt aus (56), dass die Wellen einer örtlichen Dämpfung (Absorption) unterliegen, die zu τ proportional ist. Dies ist der einzige Einfluss des galvanischen Widerstandes der Drähte, die Wellenlänge λ bleibt von ihm unbeeinflusst, solange der Widerstand so gering ist, d. h. die Drähte eine so hohe spezifische Leitfähigkeit besitzen, dass τ klein ist gegen α . Bei allen Versuchen, bei denen schnelle Schwingungen in Kupferdrähten fortgeleitet werden, ist diese Bedingung erfüllt. — Man erkennt zugleich aus (54), dass für wesentliche grössere Drahtwiderstände, bei denen

$$\sqrt{1 + \frac{\psi T}{\alpha}}$$

nicht gleich

$$1 + \frac{\psi T}{2\alpha}$$

zu setzen ist, α' sich auch im imaginären Bestandtheil von α unterscheiden würde. Dies würde aber eine Aenderung der Wellenlänge der Schwingungen bedeuten, und zwar würde, wie eine nähere einfache Untersuchung ergibt, die Wellenlänge durch Vorhandensein eines starken galvanischen Drahtwiderstandes verkleinert.

Wir müssen jetzt unsere bisherigen Rechnungen einer Revision unterwerfen, inwieweit sie durch die Existenz des Widerstandes, d. h. der Grösse τ , modificirt werden. Es sollen aber hier nur die Resultate mitgetheilt werden, betreffs ihrer Ableitung verweise ich auf den ausführlichen Aufsatz in den Abhandlungen der Sächsischen Gesellschaft.

Zunächst ändert sich die frühere Formel (34) p. 9, welche den Reflexionsfactor r einer Brücke ergiebt, nur dadurch, dass die dort auftretende Grösse b anstatt mit α mit α' multiplicirt auftritt. Dadurch erleiden die oben p. 10 ausgesprochenen Sätze über die Amplituden und Phasen der reflectirten und übergehenden Welle keinerlei Aenderung.

Ebensowenig ändern sich natürlich (da λ unbeeinflusst bleibt) die früheren Sätze über die Lage der Knoten und Bäuche der Brücke B_2 .

Die strengen Formeln für die Stärke der Knoten und Bäuche sind wesentlich complicirter, als die früheren Formeln (46) und (47). Sie werden am bequemsten durch gewisse Recursionsformeln berechnet. Der Unterschied des Resultates der Näherungsformeln (48), (49) gegenüber dem Resultat der strengen Formeln liegt darin, dass bei gleichem γ und k das Verhältniss $K_k : B_k$ nach ersteren etwas grösser ausfällt, als nach letzteren. Die frühere Formel (50) ist dementsprechend so zu corrigiren, dass γ etwas kleiner ist, als es dem aus ν und \bar{k} nach (50) zu berechnendem Werthe entspricht. Diese Correction ist aber immer sehr gering, z. B. bei meiner Versuchsanordnung für $\nu = 5$ Proc. = 0,05 und $\bar{k} = 31$ ist $\gamma = 0,10$ anstatt 0,12, welch letzterer Werth in der Tabelle oben p. 17 angegeben ist. Zur Schätzung von γ ist also obige Näherungsformel (50) gut brauchbar.

Der galvanische Widerstand der Drahtleitungen spielt also in den praktischen Fällen nur eine sehr nebensächliche Rolle. *Falls möglichst viel Knoten und Bäuche beobachtbar sein sollen, kommt es also wesentlich nun auf kleine zeitliche Dämpfung der Wellen und kurze Brückenlängen* (wegen ihrer vollständigeren Reflexion) an.

II. Wellen in Drähten, die theilweise von leitenden Körpern umgeben sind.

A. Der umgebende Körper verhält sich normal.

1. Aufstellung und Integration der Differentialgleichungen.

Es soll der Fall betrachtet werden, dass die die Wellen führenden Paralleldrähte in einer Umgebung eingebettet sind, welche von Luft verschieden ist, d. h. welche eine von 1 verschiedene Dielectricitätsconstante ϵ und ein von Null verschiedenes Leitungsvermögen σ besitzt. Unter letzterem möge das electromagnetisch gemessene Leitungsvermögen für constante Ströme verstanden sein, und es soll vorausgesetzt werden, dass der die Drähte umgebende Körper (z. B. Wasser, wässrige Salzlösung) sich auch für die betrachteten electrischen Störungen kurzer Periode normal verhält, d. h. dass sein Verhalten gegenüber diesen Störungen vollkommen durch die Constanten ϵ und σ definirt ist, wie sie für stationäre oder sehr langsam wechselnde Ströme maassgebend sind. Es sollen also die Fälle zunächst ausgeschlossen sein, dass die Umgebung *Dispersionerscheinungen* aufweist, denn diese hängen von besonderen Eigenschaften der Körper ab, d. h. von mehr Constanten, als nur von ϵ und σ .

Die Aufstellung der Differentialgleichungen kann wieder auf zwei Wegen geschehen, die zu gleichem Resultat führen, nämlich durch Anknüpfung an die Vorgänge entweder in den Drähten oder in dem die Drähte umgebenden Körper. Für ersteren Weg ist die oben gegangene, zuerst von Kirchhoff betretene Methode, im wesentlichen nur darin zu ergänzen, dass der Stromverlust in den Drähten nicht nur durch scheinbare Ladungsänderungen der Drähte (Verschiebungsströme in ihrer Umgebung), sondern auch durch Leitungsströme ihrer Umgebung compensirt wird. Für letzteren Weg sind die Maxwell'schen Differentialgleichungen des electromagnetischen Feldes in einem Körper, welcher der Sitz sowohl von Verschiebungs-, wie Leitungsströmen sein kann, mit Rücksicht auf die eingelagerten Metalldrähte zu integriren. Dieses macht, nach der Hertz'schen Vorzeichnung des Weges für vollkommene Isolatoren, nicht die geringste Schwierigkeit.

Um im Anschlusse an unsere obigen Entwicklungen zu bleiben, möge der erste Weg hier gegangen werden. Die frühere Gleichung (1):

$$(1) \quad iw = E_1 + E_2,$$

bleibt bestehen mit derselben Bedeutung der Buchstaben. Ebenso die frühere Gleichung (2):

$$(2) \quad E_1 = -2 \log \frac{d}{R} \cdot \frac{\partial i}{\partial t},$$

denn die Selbstinduction in den Drähten bleibt dieselbe, solange die Magnetisirungsconstante ihrer Umgebung denselben Werth besitzt. Letzteres soll vorausgesetzt werden; es ist ja auch kein Körper mit mässig grossem Leitvermögen σ bekannt, welcher eine merklich von 1 verschiedene Magnetisirungsconstante besitzt.

Dagegen ändert sich die frühere Gleichung (3) durch das Vorhandensein der von 1 verschiedenen Dielectricitätsconstante ϵ in

$$(3') \quad V = \frac{1}{\epsilon} \cdot 2 \log \frac{d}{R} \cdot c.$$

Die Gleichung (4) wird so:

$$(4') \quad E_2 = -c \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{c}{\epsilon} 2 \log \frac{d}{R} \cdot \frac{\partial c}{\partial x}.$$

Eine wesentliche Aenderung ist an der Gleichung (5) anzubringen. — $\partial i / \partial z$ bedeutet den Stromverlust in dem einen Paralleldrahte pro Längeneinheit. Derselbe wird theilweise compensirt durch den Verschiebungsstrom pro Längeneinheit: $(1/c)(\partial \epsilon / \partial t)$, theilweise durch den aus der Längeneinheit des Drahtes in seine Umgebung abfliessenden Leitungsstrom i_u , sodass an Stelle von (5) entsteht:

$$(5) \quad -\frac{\partial i}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + i_u.$$

Der Leitungsstrom i_u fliesst in Richtung der aus dem Drahte austretenden electricischen Kraftlinien. Diese stehen bei der grossen metallischen Leitfähigkeit des Drahtes senkrecht¹⁾ zu seiner Oberfläche und verlaufen in der Nähe eines Drahtes in Richtung der zur Drahtaxe (z -Axe) senkrechten Radienvectoren

1) Vgl. des Verf. „Physik des Aethers“, p. 449. Stuttgart 1894.

ρ^1), falls der andere Paralleldraht dem betrachteten Drahte nicht zu nahe kommt (d. h. falls die Distanz d der Drähte gross gegen ihren Radius R ist). Bezeichnet man die Stromdichte des Leitungsstromes i_u mit j , so ist nach dem Ohm'schen Gesetze

$$j = -\sigma \cdot c \cdot \frac{\partial V}{\partial \rho},$$

denn $-c \partial V / \partial \rho$ ist die electromagnetisch gemessene, in Richtung von ρ wirkende, electromotorische Kraft der Längeneinheit, σ die spezifische Leitfähigkeit des umgebenden Körpers. Da nun im beliebigen Abstand ρ vom Drahte

$$V = \frac{1}{\epsilon} 2 \log \frac{d}{\rho} \cdot e$$

ist (vgl. Formel (3')), wo V für $\rho = R$ gebildet ist), so folgt

$$j = 2 \frac{\sigma c}{\epsilon} \frac{e}{\rho},$$

und die Stromstärke

$$i_u = 2 \pi \rho \cdot j = 4 \pi \frac{\sigma c}{\epsilon} e.$$

Gleichung (5') wird also:

$$(5'') \quad -\frac{\partial i}{\partial z} = \frac{1}{c} \frac{\partial e}{\partial t} + 4 \pi c \frac{\sigma}{\epsilon} e.$$

Differenzirt man nun die Gleichung (1) nach z und setzt für E_1 und E_2 ihre Werthe nach (2) und (4'), ferner für $\partial i / \partial z$ seinen Werth nach (5''), so entsteht:

$$(6'') \quad \frac{c^2}{\epsilon} \frac{\partial^2 e}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial e}{\partial t} + 4 \pi c^2 \frac{\sigma}{\epsilon} e \right) + \frac{w}{2 \log \frac{d}{R}} \left(\frac{\partial e}{\partial t} + 4 \pi c^2 \frac{\sigma}{\epsilon} e \right).$$

Eine ebenso gebaute Differentialgleichung gilt für die Stromstärke i .

Zu derselben Differentialgleichung wäre man gelangt, wenn man an die Vorgänge in der Umgebung der Drähte anknüpfte. Wenn nämlich in einem Körper, welcher die Dielectricitätsconstante ϵ besitzt, auch eine merkbare Leitfähigkeit σ vorhanden ist, so ist der Effect des Hinzukommens von

1) Eine Verwechslung mit der oben p. 9 eingeführten Grösse ρ ist wohl nicht zu befürchten. Das hier gebrauchte ρ kommt später nicht wieder vor.

σ derselbe, als ob in den Differentialgleichungen des electromagnetischen Feldes des Körpers an Stelle der Operation: $\epsilon \partial / \partial t$ auftritt: $\epsilon \partial / \partial t + 4 \pi c^2 \sigma$.¹⁾ Der Widerstand w des Drahtes kann dann noch auf demselben Wege in der Differentialgleichung berücksichtigt werden, wie ich es früher²⁾ für einen vollkommenen Isolator durchgeführt habe.

An einer bestimmten, aber beliebig gelegenen Stelle der Drahtleitung sollen Störungen der Form auftreten:

$$e = A \cdot e^{a \frac{t}{T}},$$

wobei

$$\alpha = -\gamma + 2\pi \sqrt{-1}$$

ist. Im Folgenden empfiehlt es sich, an Stelle der Dämpfungsconstanten γ einzuführen:

$$\gamma' = \gamma : 2\pi.$$

Es ist dann

$$(57) \quad \alpha = 2\pi(-\gamma' + \sqrt{-1}).$$

Diesen Störungen entspricht ein Integral der Differentialgleichung (6'), welches in der Form geschrieben werden kann:

$$(58) \quad e = A_1 e^{a \frac{t}{T} - \alpha' \frac{z}{\lambda'} - 2\pi \kappa \frac{z}{\lambda'}} + A_2 \cdot e^{a \frac{t}{T} + \alpha' \frac{z}{\lambda'} + 2\pi \kappa \frac{z}{\lambda'}}.$$

Unter α' ist die oben p. 21 durch die Gleichung (55) definirte Grösse:

$$\alpha' = \alpha + \tau, \quad \tau = \frac{T \cdot w}{4 \log \frac{d}{R}} = \frac{\sqrt{T}}{4 R \log \frac{d}{R} \sqrt{\sigma'}}$$

verstanden. σ' bezeichnet die Leitfähigkeit des Drahtes (zum Unterschiede von σ , der Leitfähigkeit der Umgebung).

Die im Integrale (58) noch auftretenden Constanten λ' und κ bestimmen sich nach (6') durch die Gleichung:

$$\frac{c^2}{\epsilon} \left(\frac{\alpha + 2\pi \kappa + \tau}{\lambda'} \right)^2 = \left(\frac{\alpha^2}{T^2} + \frac{2\tau\alpha}{T^2} \right) \left(1 + 4\pi \frac{c^2 \sigma}{\epsilon \alpha} T \right).$$

Bei der Kleinheit von τ (nach p. 21 ist für meine Versuche $\tau = 0,00285$) ist es gestattet, zu setzen

$$\alpha^2 + 2\tau\alpha = (\alpha + \tau)^2.$$

1) Vgl. Maxwell, Hertz, oder auch das Buch des Verf. „Physik des Aethers“, p. 548.

2) „Physik des Aethers“, p. 450.

Obige Gleichung wird dann:

$$(59) \quad \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\alpha + 2\pi x + \tau}{\lambda'} = \frac{\alpha + \tau}{T} \sqrt{1 + 4\pi \frac{c^2 \sigma}{\epsilon \alpha} T}.$$

Für $\sigma = 0$ würde hieraus folgen:

$$(60) \quad x = 0, \quad \lambda' = c T: \sqrt{\epsilon}.$$

Es sollen nun nur solche Fälle betrachtet werden, in welchen die Leitfähigkeit σ' der Drähte sehr viel grösser ist, als die Leitfähigkeit σ der Umgebung, denn nur dann kann man Wellen in ihr beobachten. Dies ist z. B. immer der Fall, selbst wenn die Umgebung aus gut leitenden Electrolyten besteht. Es ist dann bei der Kleinheit von τ gestattet, in den mit τ multiplicirten Gliedern der Gleichung (59) $\sigma = 0$ anzunehmen und die nach (60) für $\sigma = 0$ geltende Beziehung $\lambda' = c T: \sqrt{\epsilon}$ zu benutzen. Dann kann man in (59) die mit τ multiplicirten Glieder auf beiden Seiten fortheben und es bleibt die Gleichung zu erfüllen übrig:

$$\frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \frac{\alpha + 2\pi x}{\lambda'} = \frac{\alpha}{T} \sqrt{1 + \frac{4\pi c^2 \sigma}{\epsilon \alpha} T},$$

oder unter Benutzung von (57):

$$\frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \frac{x - \gamma' + \sqrt{-1}}{\lambda'} = \frac{-\gamma' + \sqrt{-1}}{T} \sqrt{1 + \frac{2c^2 \sigma T}{\epsilon (-\gamma' + \sqrt{-1})}}.$$

Führt man die Abkürzung ein:

$$(61) \quad \frac{c^2 \sigma T}{\epsilon} = s,$$

so schreibt sich die vorige Gleichung:

$$(62) \quad \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} \frac{x - \gamma' + \sqrt{-1}}{\lambda'} = \frac{-\gamma' + \sqrt{-1}}{T} \sqrt{1 + \frac{2s}{-\gamma' + \sqrt{-1}}}.$$

Ist nun die Leitfähigkeit σ , und damit auch die Grösse s so klein, dass man s^2 gegen 1 vernachlässigen kann, so folgt

$$\sqrt{1 + \frac{2s}{-\gamma' + \sqrt{-1}}} = 1 + \frac{s}{-\gamma' + \sqrt{-1}},$$

und aus (62):

$$(63) \quad \lambda' = c T: \sqrt{\epsilon}, \quad x = s = \frac{c^2 \sigma T}{\epsilon}.$$

Die Wellenlänge ist also dann durch Auftreten der Leitfähig-

keit σ gar nicht beeinflusst, die Grösse κ , welche die örtliche Dämpfung der Wellen bestimmt (sie soll *Absorptionsindex*¹⁾ der Umgebung genannt werden) ist proportional²⁾ zu σ und T , umgekehrt proportional zu ϵ .

Es kommen aber auch praktisch interessante Fälle vor, in denen s^2 nicht gegen 1 vernachlässigt werden kann. Dann liefert die Gleichung (62) durch Quadriren und Trennung des Reellen vom Imaginären:

$$(64) \quad \begin{cases} \frac{1 - (\kappa - \gamma')^2}{\lambda'^2} = \frac{\epsilon}{c^2 T^2} \cdot (1 - \gamma'^2 + 2s\gamma'), \\ \frac{\kappa - \gamma'}{\lambda'^2} = \frac{s}{c^2 T^2} \cdot (s - \gamma'). \end{cases}$$

Nun ist zu beachten, dass γ' in den praktisch vorkommenden Fällen so klein ist, dass es in diesen Gleichungen kaum berücksichtigt zu werden braucht. Z. B. ist in meinen Versuchen γ etwa = 0,15, daher $\gamma' = \gamma : 2\pi = 0,024$. Aber selbst wenn man γ' in obigen Gleichungen (64) beibehält, so ist es wenigstens gestattet, in den mit γ' , bez. γ'^2 multiplicirten Gliedern die Näherungswerthe (63) für λ' und κ einzusetzen. Dann heben sich aber alle mit γ' bez. γ'^2 multiplicirten Glieder aus den Gleichungen (64) fort, und es bleibt übrig:

$$\begin{aligned} \text{d. h.} \quad & \frac{1 - \kappa^2}{\lambda'^2} = \frac{\epsilon}{c^2 T^2}, \quad \frac{\kappa}{\lambda'^2} = \frac{\epsilon s}{c^2 T^2}, \\ (65) \quad & \kappa = \frac{2s}{1 + \sqrt{1 + 4s^2}}, \quad \lambda'^2 = \frac{c^2 T^2}{\epsilon} \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4s^2}}. \end{aligned}$$

cT ist die Wellenlänge λ der Schwingung, wenn die Parallel-drähte von Luft umgeben wären. Das Verhältniss

$$\lambda : \lambda' = n$$

wird der *electriche Brechungsexponent* der Umgebung genannt. Nach (65) ergibt sich für ihn die Beziehung:

$$(66) \quad n = \sqrt{\epsilon} \cdot \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 4s^2}}{2}}.$$

1) κ ist identisch mit der in meinen optischen Arbeiten gewählten Bezeichnung, z. B. Wied. Ann. 39. p. 481. 1890.

2) Wenn man die Grösse τ , oder besser noch $\tau : 2\pi$, den *Absorptionsindex der Drähte* nennt, so ist bemerkenswerth, dass dieser proportional zu \sqrt{T} und umgekehrt proportional zur Quadratwurzel aus der Leitfähigkeit der Drähte ist.

Bei Umgebungen, die dieselbe Dielectricitätsconstante ϵ besitzen, aber verschiedene Leitfähigkeiten σ , wächst also der electrische Brechungsexponent mit zunehmender Leitfähigkeit, der Absorptionsindex ebenfalls, aber etwas langsamer, als die Leitfähigkeit selbst. Ferner ist von Bedeutung, dass der Absorptionsindex fast proportional der Schwingungsdauer der Wellen zunimmt, und bei zwei Flüssigkeiten gleicher Leitfähigkeit, aber verschiedener Dielectricitätsconstante, letzterer nahezu umgekehrt proportional ist.

Es hat sich herausgestellt¹⁾, dass wässrige Salzlösungen bis zu $\lambda = 75$ cm solche normal sich verhaltende Körper sind, wie wir sie in diesem Abschnitt betrachtet haben, und dass sie alle dieselbe Dielectricitätsconstante wie reines Wasser ($\epsilon = 81$ bei 17° C.) besitzen; selbst bei hoher Leitfähigkeit σ ist dies wenigstens wahrscheinlich gemacht. In der folgenden Tabelle stelle ich die für $\lambda = 75$ cm, d. h. $T = \lambda : c = 25 \cdot 10^{-10}$ geltenden Werthe von n und x nach den Gleichungen (65) und (66) zusammen, für $\epsilon = 81$ und verschiedenes σ . K bedeutet das auf Quecksilber als Einheit bezogene Leitvermögen. Es ist

$$\sigma = 1,063 \cdot 10^{-5} \cdot K.$$

Abhängigkeit des Brechungsexponenten und des Absorptionsindex von der Leitfähigkeit bei $\lambda = 75$ cm, $\epsilon = 81$.

$K \cdot 10^8$	5	25	50	75	100	125
$\sigma \cdot 10^{12}$	0,53	2,66	5,31	7,96	10,63	13,30
s	0,015	0,074	0,148	0,222	0,297	0,370
x	0,015	0,074	0,145	0,212	0,274	0,329
n	9,00	9,02	9,10	9,22	9,39	9,55

$K \cdot 10^8$	150	175	200	250	380
$\sigma \cdot 10^{12}$	15,95	18,60	21,3	26,6	40,5
s	0,445	0,518	0,593	0,742	1,13
x	0,380	0,427	0,466	0,531	0,647
n	9,73	9,91	10,20	10,63	11,90

Die Beobachtungen („Arbeit II“) entsprechen nahezu dieser theoretisch berechneten Abhängigkeit des n von σ .

1) Vgl. „Arbeit II“ und in diesem Aufsatz die Bemerkungen weiter unten.

2. Reflexion und Uebergang von Wellen an einer Brücke.

Es liege bei $z = \beta \lambda'$ eine metallische Brücke B' auf. Bezeichnet man, wie früher, mit i die Stromstärke in den Drähten vor der Brücke, mit i' den Strom in der Brücke, mit i'' den über die Brücke hinüber gehenden Strom, und ist ferner e die scheinbare Ladung in der vor der Brücke bestehenden Welle, e'' in der hinter ihr bestehenden Welle, so bleiben die früheren Brückenbedingungen (vgl. oben p. 8) (14) und (15), nämlich:

$$(14) \quad i' = i - i'' \quad \text{für } z = \beta \lambda'.$$

$$(15) \quad e = e'' \quad \text{,, } z = \beta \lambda'$$

bestehen. Vom galvanischen Widerstande in der Brücke selbst können wir absehen, da er einen nicht bemerkbaren Einfluss ausübt, wie eine genauere Berechnung (vgl. „Abhandlung“) zeigt. Daher können wir die frühere Brückenbedingung (13) auch hier anwenden, nur mit der Modification, dass an Stelle der Selbstinduction L der Längeneinheit der Brücke in Luft hier einzuführen ist die Selbstinduction L' der Längeneinheit der Brücke, während sie im Körper mit den Constanten ϵ , σ liegt. Dieses L' ist kleiner als L , falls die Wellenlänge λ' der Schwingungen im Körper kleiner als die Wellenlänge λ der Schwingungen in Luft ist, denn der Rückstrom für i' liegt, roh taxirt, in der Entfernung $\frac{1}{4} \lambda'$ von der Brücke (vgl. oben p. 5), und es ist ungefähr (vgl. die frühere Formel (11)):

$$(11') \quad L' = 2 \log \frac{\frac{1}{4} \lambda'}{R}.$$

Ausserdem müssen wir in der früheren Brückenbedingung (13) auf der rechten Seite den Factor $1/\epsilon$ hinzufügen, weil die von der Ladung e herrührende electricische Kraft E_2' (vgl. die frühere Formel (12)) im Verhältniss $1:\epsilon$ verkleinert wird, wenn die Ladung e nicht in Luft, sondern in einem Körper der Dielectricitätsconstanten ϵ lagert. — Die frühere Brückenbedingung (13) wird also hier zu

$$(13') \quad L' l \frac{\partial i'}{\partial t} = 4 e \frac{e}{\epsilon} \log \frac{d}{R} \quad \text{für } z = \beta \lambda'.$$

Führt man das Verhältniss ζ der Selbstinduction der Längeneinheit der Brücke zu der der Drähte ein durch:

$$(30') \quad \zeta = L' : 2 \log \frac{d}{R},$$

so wird (13') zu

$$(13'') \quad l \zeta \frac{\partial i'}{\partial t} = 2 c \frac{e}{\epsilon} \text{ für } z = \beta' \lambda'.$$

Es möge nun nach der Brücke zu die Ladungswelle einfallen:

$$(67) \quad e_e = A \cdot e^{a \frac{t}{T} - a'' \frac{z}{\lambda'}},$$

Hierbei ist gemäss der Gleichung (58) a'' eine Abkürzung für:

$$(68) \quad a'' = a' + 2 \pi \kappa = a + \tau + 2 \pi \kappa.$$

Die an der Brücke reflectirte Welle soll dargestellt werden durch

$$(69) \quad e_r = r \cdot A \cdot e^{a \frac{t}{T} + a'' \frac{z}{\lambda'}},$$

wobei r (*Reflexionsfactor*) eine complexe Grösse bezeichnet, die über die Brücke hinübergehende durch

$$e'' = \delta \cdot A \cdot e^{a \frac{t}{T} - a'' \frac{z}{\lambda'}}.$$

Analog ist für die Stromstärken zu setzen:

$$(70) \quad \begin{cases} i_e = B \cdot e^{a \frac{t}{T} - a'' \frac{z}{\lambda'}}, \\ i_r = -r \cdot B \cdot e^{a \frac{t}{T} + a'' \frac{z}{\lambda'}}, \\ i'' = \delta \cdot B \cdot e^{a \frac{t}{T} - a'' \frac{z}{\lambda'}}. \end{cases}$$

Der Factor B ergibt sich gemäss der Gleichung (5'') (p. 25) zu:

$$(71) \quad B \frac{a''}{\lambda'} = A \frac{a}{c T} \left(1 + 4 \pi \frac{c^2 \sigma}{\epsilon a} T \right).$$

Die Bedingung (15) ergibt nun:

$$e^{-a'' \beta'} + r \cdot e^{+a'' \beta'} = \delta \cdot e^{-a'' \beta'},$$

die Bedingung (14):

$$i' = B \cdot e^{a \frac{t}{T}} (e^{-a'' \beta'} - r \cdot e^{+a'' \beta'} - \delta \cdot e^{-a'' \beta'}),$$

d. h. vermöge der vorigen Gleichung:

$$i' = -B \cdot e^{a \frac{t}{T}} \cdot 2 r \cdot e^{a'' \beta'}.$$

Setzt man diesen Werth in die Brückenbedingung (13'') ein, so folgt:

$$Br \cdot l \zeta' \cdot \frac{\alpha}{T} \cdot e^{\alpha'' \beta'} = A \frac{c}{s} (e^{-\alpha'' \beta'} + r \cdot e^{+\alpha'' \beta'}),$$

oder

$$(72) \quad r \cdot e^{2\alpha'' \beta'} \left(1 + \frac{B}{A} \zeta' \alpha \varepsilon \frac{l}{cT} \right) = -1.$$

In dieser Gleichung ist für B/A sein aus (71) folgender Werth zu entnehmen. Dieser Werth ist infolge der Gleichung (59) einfach zu schreiben, da man nun von der Grösse τ (dem galvanischen Widerstande der Drähte) absehen kann, weil B/A nur in dem kleinen Correctionsgliede vorkommt, welches mit der Brückenlänge l proportional ist. Bei Vernachlässigung von τ ergibt sich nämlich aus (59), indem man $\alpha'' = \alpha + 2\pi \kappa$ setzt:

$$\frac{c^2}{s} \left(\frac{\alpha''}{\lambda'} \right)^2 = \frac{\alpha^2}{T^2} \left(1 + 4\pi \frac{c^2 \sigma}{s \alpha} T \right).$$

Dividirt man diese Gleichung mit (71), so folgt

$$B \frac{\lambda'}{\alpha''} \frac{s}{c^2} = A \frac{T}{c \alpha},$$

es ist also

$$(73) \quad \frac{B}{A} \cdot \frac{\alpha \varepsilon}{cT} = \frac{\alpha''}{\lambda'}.$$

Setzt man dieses in die Formel (72) ein, so folgt der Reflexionsfactor zu:

$$(74) \quad r = - \frac{e^{-2\alpha'' \beta'}}{1 + \alpha'' \zeta' \frac{l}{\lambda'}};$$

bringt man, wie früher (vgl. p. 9 Formel (31)) $1 + \alpha'' \zeta' l / \lambda'$ auf die Form $1 / \rho' \cdot e^{+\alpha'' \varphi'}$, d. h. setzt

$$(75) \quad \frac{1}{1 + \alpha'' \zeta' \frac{l}{\lambda'}} = \rho' \cdot e^{-\alpha'' \varphi'},$$

so wird

$$(76) \quad r = - \rho' \cdot e^{-\alpha'' (2\beta' + \varphi')}.$$

Die Brückenverkürzung ist (vgl. die frühere analoge Formel (36)):

$$(77) \quad \delta b' = \varphi' \cdot \frac{\lambda'}{2}.$$

In der früheren Formel (37) (p. 11) war die Brückenverkürzung bei Luftumgebung der Drähte in eine besonders

bequeme Form gebracht worden, die sich daraus ergab, dass $l:\lambda$ und damit q ein so kleiner Werth war, dass $\operatorname{tg} 2\pi q = 2\pi q$ gesetzt werden konnte. Da die Wellenlänge λ' unter Umständen bedeutend kleiner ist als λ , z. B. im Wasser 9 mal kleiner, so ist eine solche Vereinfachung bei derselben Bügellänge l hier meist nicht erlaubt, da $l:\lambda'$ einen grösseren Betrag hat. Bei meinen Versuchen war $l = 1,8$ cm, $\lambda = 75$ cm, λ' (Wasser) = 8,3 cm, daher ist $l:\lambda = 0,024$, $l:\lambda' = 0,216$.

In (75) ist es nun gestattet, da α'' nur mit den jedenfalls nicht bedeutenden Beträgen q' , bez. l/λ' multiplicirt auftritt, für α'' einen Näherungswerth einzuführen, der sich aus (68) ergibt, wenn man den kleinen Werth τ neben γ und $2\pi\kappa$ vernachlässigt, d. h. nach (68) und (57) schreibt:

$$(78) \quad \alpha'' = 2\pi(\kappa - \gamma' + \sqrt{-1}).$$

Dann wird (75) zu:

$$\rho' \cdot e^{-2\pi q'(\kappa - \gamma' + \sqrt{-1})} = \frac{1}{1 + 2\pi \zeta' \frac{l}{\lambda'}(\kappa - \gamma' + \sqrt{-1})},$$

d. h.

$$(79) \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho' \cdot e^{-2\pi q'(\kappa - \gamma')} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 + 2\pi \zeta' \frac{l}{\lambda'}(\kappa - \gamma')\right]^2 + \left(2\pi \zeta' \frac{l}{\lambda'}\right)^2}}, \\ \operatorname{tg} 2\pi q' = \frac{2\pi \zeta' \frac{l}{\lambda'}}{1 + 2\pi \zeta' \frac{l}{\lambda'}(\kappa - \gamma')}. \end{array} \right.$$

Nehmen wir zunächst $\kappa = 0$, und legen obiges Beispiel für Wasser zu Grunde, in welchem $l:\lambda = 0,216$, nehmen wir ferner für γ den Werth 0,15 (vgl. oben p. 17), d. h. für γ' den Werth 0,024, schliesslich für ζ den aus (11') (es war $R = 0,1$ cm) und (30') folgenden Werth $\zeta' = 0,845$, so folgt aus (76) für $l = 1,8$ cm:

$$(79) \quad \rho' \cdot e^{\tau q'} = 0,661; \operatorname{tg} 2\pi q' = 1,18, q' = 0,14.$$

Hieraus ergibt sich nach (77) die Brückenverkürzung zu

$$\delta b' = 5,8 \text{ mm.}$$

Dieser Werth stimmt sehr gut mit den Beobachtungen¹⁾ überein, denen zufolge $\delta b'$ zwischen 5,5 und 6 mm liegt.

1) „Arbeit II“, p. 343.

Die Brückenverkürzung ist also in Wasser etwas kleiner, als in Luft, wo sie 8 mm betrug (vgl. oben p. 11).

Für $\kappa = 0,531$, was nach der Tabelle der p. 29 einer sehr gut leitenden wässerigen Salzlösung der Leitfähigkeit $K = 250 \cdot 10^{-8}$ bezogen auf Quecksilber entspricht, folgt nach obiger Tabellen $\lambda' = 7,05$, daher $\zeta' = 0,800$. Es ergibt sich dann aus (79) für $l = 1,8$ cm:

$$(79'') \quad \rho' e^{-2\pi\varphi'(\kappa-\gamma')} = 0,476; \quad \operatorname{tg} 2\pi\varphi' = 0,777, \quad \varphi' = 0,105.$$

Die Brückenverkürzung wird:

$$\delta b' = 3,7 \text{ mm.}$$

Die Brückenverkürzung ist also für eine gutleitende wässerige Lösung geringer, als für reines Wasser. Dieses Resultat ergibt sich auch schon aus der Discussion der allgemeinen Formel (79) für $\operatorname{tg} 2\pi\varphi'$ in Verbindung mit (77) für $\delta b'$.

Wesentliches Interesse bietet auch der Factor $\rho' \cdot e^{+\gamma\varphi'}$ bez. $\rho' \cdot e^{-2\pi\varphi'(\kappa-\gamma')}$. Denn nach (76) bedeutet er das Amplitudenverhältniss der reflectirten Welle und der einfallenden. Wie das numerische Beispiel (79') zeigt, beträgt für reines Wasser, selbst bei der kleinen Brückenlänge von 1,8 cm, die reflectirte Amplitude nur $\frac{2}{3}$ der einfallenden. Für gut leitende Lösung sinkt dies Verhältniss nach (79'') sogar unter ein Halb. Ein Vergleich mit der oben auf p. 11 für Luft angestellten Rechnung, nach der sich das Amplitudenverhältniss zu 0,99 ergab, zeigt, dass der Nachweis stehender Wellen, die durch Reflexion an einer Brücke zu Stande kommen, um so schwieriger wird, je kleiner die Wellenlänge der Schwingung für die betreffende Umgebung der Drähte ist, denn um so weniger intensiv ist die reflectirte Welle. Man wird deshalb zur möglichst guten Beobachtung stehender Wellen die Brückenlänge, d. h. den Abstand der Paralleldrähte klein wählen, denn dadurch wird die Amplitude der reflectirten Welle verstärkt.

Bei den Versuchen, die ich mit wässerigen Salzlösungen angestellt habe, habe ich zum Theil den Abstand d der Paralleldrähte = 1 cm gewählt (ebenso $l = 1$). Dann wird für $l = 1$ cm:

$$(79''') \quad \begin{cases} \text{bei } \kappa = 0: & \rho' e^{\gamma\varphi'} = 0,810; & \varphi' = 0,10, \quad \delta b' = 4,1 \text{ mm.} \\ \text{bei } \kappa = 0,53: & \rho' e^{-2\pi\varphi'(\kappa-\gamma')} = 0,646; & \varphi' = 0,077, \quad \delta b' = 3,2 \text{ mm.} \end{cases}$$

Ein Vergleich mit (79') und (79'') zeigt, dass in der That durch die kürzere Brückenlänge die Amplitude der reflectirten Welle bedeutend gestiegen ist; die Brückenverkürzung ist kleiner geworden; es ist auch zu beachten, dass der Unterschied zwischen den Brückenverkürzungen bei $x = 0$ und $x = 0,53$ erheblich vermindert ist gegenüber dem obigen Beispiele mit längerer Brücke.

3. Reflexion und Uebergang der Wellen an der Grenze zwischen Luft und Flüssigkeit.

Bei $z = \beta \lambda$ mögen die Paralleldrähte von Luft in eine andere Substanz (z. B. Flüssigkeit) übertreten. Die Grenze zwischen Luft und Flüssigkeit sei eine Ebene, die senkrecht zu den Paralleldrähten steht. In der Flüssigkeit bestehe die Wellenlänge λ' und der Absorptionsindex α . Die Grenzbedingungen sind offenbar, dass sich die Stromwelle continuirlich über die Flüssigkeitsgrenze hinüber fortsetzt, und ebenso die Potentialwelle, welche von der scheinbaren Ladung e der Drähte herrührt. Denn das Potential V auf den Drähten muss zu beiden Seiten der Flüssigkeitsgrenze wegen der metallischen Eigenschaft der Drähte dasselbe sein.

Bezeichnet man die Wellen in Luft ohne Index, in Flüssigkeit mit dem oberen Index', so sind also die Grenzbedingungen:

$$(80) \quad e = \frac{e'}{\epsilon}, \quad i = i' \text{ für } z = \beta \lambda.$$

Fallen die Wellen in Luft ein (e_e), so tritt noch eine reflectirte Welle (e_r) in Luft auf, und es ist

$$e = e_e + e_r.$$

Nach (53) ist zu setzen:

$$(81) \quad \begin{cases} e_e = A \cdot e^{\alpha \frac{t}{T} - \alpha' \frac{z}{\lambda}}, \\ e_r = r A \cdot e^{\alpha \frac{t}{T} + \alpha' \frac{z}{\lambda}}, \\ \text{nach (67) ist zu setzen:} \\ e' = \delta A \cdot e^{\alpha \frac{t}{T} - \alpha' \frac{z}{\lambda'}}. \end{cases}$$

Dabei sind die r und δ complexe Factoren (*Reflexions- und Uebergangsfactor*) ferner ist



S*

$$\alpha = -\gamma + 2\pi\sqrt{-1} = 2\pi(-\gamma' + \sqrt{-1}),$$

$$\alpha' = \alpha + \tau, \alpha'' = \alpha + \tau + 2\pi\kappa.$$

Die Stromwellen sind aus (81) zu finden, wenn man für Luft die Gleichung (5) p. 4, für die Flüssigkeit die Gleichung (5'') p. 25 in Anwendung bringt.

Erstere beiden Gleichungen liefern:

$$i_e = A \frac{\alpha}{\alpha'} \cdot e^{a \frac{t}{T} - a' \frac{x}{\lambda}}, \quad i_r = -r A \frac{\alpha}{\alpha'} \cdot e^{a \frac{t}{T} + a' \frac{x}{\lambda}},$$

letztere Gleichung giebt, wenn man schreibt:

$$i' = \delta B \cdot e^{a \frac{t}{T} - a'' \frac{x}{\lambda}},$$

eine bestimmte Relation für B , die schon oben p. 31 in der Gleichung (71) ausgedrückt ist. Man kann nun in den Amplituden für die Stromstärken i unbedenklich vom Drahtwiderstande absehen, d. h. $\tau = 0$ setzen. Diese Grösse τ ist überhaupt nur beizubehalten, wenn sie mit z multiplicirt auftritt, da z unter Umständen grosse Werthe annehmen kann.

Bei dieser Vereinfachung ist $\alpha' = \alpha$ zu setzen, und B nimmt gemäss (73) (p. 32) den Werth an:

$$B = A \cdot \frac{\alpha''}{\lambda'} \cdot \frac{c T}{\alpha \varepsilon} = A \frac{\alpha''}{\alpha \varepsilon} \frac{\lambda}{\lambda'}.$$

Die Stromstärken werden daher:

$$(82) \quad \begin{cases} i_e = A \cdot e^{a \frac{t}{T} - a' \frac{x}{\lambda}}, \\ i_r = -r A \cdot e^{a \frac{t}{T} + a' \frac{x}{\lambda}}, \\ i' = \delta A \frac{\alpha''}{\alpha \varepsilon} \frac{\lambda}{\lambda'} e^{a \frac{t}{T} - a'' \frac{x}{\lambda}}. \end{cases}$$

Die Grenzbedingungen (80) ergeben nun:

$$(83) \quad \begin{cases} e^{-\alpha'\beta} + r \cdot e^{+\alpha'\beta} = \frac{\delta}{\varepsilon} e^{-\alpha''\beta \frac{\lambda}{\lambda'}}, \\ e^{-\alpha'\beta} - r \cdot e^{+\alpha'\beta} = \frac{\delta}{\varepsilon} \frac{\alpha''}{\alpha} \frac{\lambda}{\lambda'} e^{-\alpha''\beta \frac{\lambda}{\lambda'}}. \end{cases}$$

Hieraus ist der Reflexionsfactor r und der Uebergangsfactor δ leicht zu berechnen. Wir wollen dies näher ausführen für den praktisch allein wichtigen Fall, dass die zeitliche Dämpfungsconstante γ neben 2π sehr klein ist. Man kann dann in dem

Factor α''/α der zweiten Gleichung (83) γ einfach gleich Null annehmen, d. h. setzen:

$$\frac{\alpha''}{\alpha} = 1 - \kappa \sqrt{-1}.$$

Ist z. B. $\gamma = 0,15$, wie es oben für die von mir angestellten Versuche wahrscheinlich gemacht wurde, so wird r und δ nur unmerklich durch diese Vernachlässigung von γ modificirt. Führt man für $\lambda:\lambda'$ die Bezeichnung n (electrischer Brechungsexponent) ein (vgl. oben p. 28) und setzt $\sqrt{-1} = i$, so wird (83) zu:

$$\begin{aligned} e^{-\alpha'\beta} + r \cdot e^{+\alpha'\beta} &= \frac{\delta}{\varepsilon} e^{-\alpha''\beta n}, \\ e^{-\alpha'\beta} - r \cdot e^{+\alpha'\beta} &= \frac{\delta}{\varepsilon} n (1 - i\kappa) e^{-\alpha''\beta n}. \end{aligned}$$

Daraus entsteht:

$$(84) \quad \frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{2 e^{(n\alpha'' - \alpha')\beta}}{n(1 - i\kappa) + 1}, \quad r = -\frac{n(1 - i\kappa) - 1}{n(1 - i\kappa) + 1} e^{-2\alpha'\beta}.$$

Es mag bemerkt werden, dass, während δ den Uebergangsfactor für die Ladungswelle darstellt, $\delta:\varepsilon$ den *Uebergangsfactor für die Welle der electrischen Kraft* (gemessen in der Umgebung der Drähte) bedeutet. Denn diese electricische Kraft ist in der Luft proportional zu ε , in der Flüssigkeit proportional zu ε' .

Die Werthe, welche r und δ/ε für $\beta = 0$ annehmen, mögen auf die Form gebracht werden:

$$(85) \quad \begin{cases} \frac{n(1 - i\kappa) - 1}{n(1 - i\kappa) + 1} = r \cdot e^{-i2\pi\Delta}, \\ \frac{2}{n(1 - i\kappa) + 1} = \delta \cdot e^{+i2\pi E}. \end{cases}$$

r und δ geben die Amplitudenschwächung durch Reflexion und Uebergang an, $2\pi\Delta$ und $2\pi E$ die dabei eintretenden Phasenänderungen der einfallenden Wellen.

Man erhält aus (85):

$$(86) \quad \begin{cases} r^2 = \frac{(n-1)^2 + n^2\kappa^2}{(n+1)^2 + n^2\kappa^2}, \quad \operatorname{tg} 2\pi\Delta = + \frac{2n\kappa}{n^2 + n^2\kappa^2 - 1}, \\ \text{wobei } 2\pi\Delta \text{ zwischen } 0 \text{ und } +\frac{\pi}{2} \text{ liegt,} \\ \delta^2 = \frac{4}{(n+1)^2 + n^2\kappa^2}, \quad \operatorname{tg} 2\pi E = + \frac{n\kappa}{n+1}. \end{cases}$$

$2\pi E$ liegt zwischen 0 und $+\pi/2$.

Diese Formeln sind völlig dieselben, wie sie Gültigkeit haben, falls electriche oder optische Wellen, die sich frei (ohne Drahtleitung) als ebene Wellen fortpflanzen, senkrecht auf die Oberfläche eines absorbirenden Körpers (z. B. eines Metalls), der den Brechungsindex n , den Absorptionsindex κ besitzt, auftreffen¹⁾. Es ist auch leicht einzusehen, weshalb man in beiden Fällen, d. h. bei freien ebenen Wellen, und bei Drahtwellen, zu denselben Resultaten gelangt, besonders wenn man zur Lösung der hier gestellten Fragen den Hertz'schen Weg geht, d. h. die Maxwell'schen Gleichungen des electromagnetischen Feldes der Umgebung der Drähte integrirt. Es tritt dann die völlige Analogie beider Probleme sofort zu Tage.

Von diesem Hertz'schen Wege soll weiter unten noch mehr die Rede sein.

Wenn die Wellen nicht in Luft einfallen, sondern in Flüssigkeit, und zwar so, dass sich die einfallenden Wellen nach $-z$ fortpflanzen und bei $z = \beta \lambda$ auf die Grenze Flüssigkeit—Luft stossen, so sind die Reflexions- und Uebergangsfactoren andere; sie mögen mit r' und δ' bezeichnet werden. Auf demselben Wege, wie er vorhin eingeschlagen ist, folgt, falls sehr grosse zeitliche Dämpfung γ ausgeschlossen wird:

$$(87) \quad r' = + \frac{n(1 - i\kappa) - 1}{n(1 - i\kappa) + 1} e^{+2\alpha''\beta n}, \quad \delta' \varepsilon = \frac{2n(1 - i\kappa) \cdot e^{(n\alpha'' - \alpha')\beta}}{n(1 - i\kappa) + 1}.$$

$\delta' \varepsilon$ bedeutet den Uebergangsfactor für die Welle der electricen Kraft (während δ' den Uebergangsfactor für die Ladungswelle bedeutet), aus dem vorhin p. 37 angeführten Grunde. Für $\beta = 0$ lassen sich aus den r' und $\delta' \varepsilon$ wiederum, wie vorhin, die Phasen- und Amplitudenänderungen bei Reflexion und Uebergang leicht ableiten. Es verdient vielleicht hervorgehoben zu werden, dass es für die bei Reflexion eintretende Amplitudenschwächung gleichgültig ist, von welcher Seite (ob in Luft, oder in Flüssigkeit) die Welle einfällt, dass aber die Uebergangsschwächung der Welle der electricen Kraft viel bedeutender ist, wenn die Welle von Luft in Flüssigkeit übergeht, als wenn sie umgekehrt verläuft. So ist nach (86) für

1) Vgl. z. B. des Verf. Physik des Aethers. p. 558; Handbuch der Physik von Winkelmann. 2. p. 824.

Wasser, bei dem $n = 9$, $\kappa = 0$, die Uebergangsschwächung im ersten Falle nach (86):

$$b = \frac{2}{n+1} = \frac{1}{5};$$

im zweiten Falle dagegen nach (87):

$$b' = \frac{2n}{n+1} = \frac{9}{5}.$$

Während also die übergehende electriche Kraft beim Uebergang von Luft zu Wasser nur den fünften Theil der einfallenden Kraft beträgt, ist sie beim umgekehrten Gang fast doppelt so gross, wie die einfallende Kraft. Ein Widerspruch mit dem Energieprincip folgt aus letzterem Umstande deshalb nicht, weil die electriche Kraft allein noch nicht für die Energie des electromagnetischen Feldes, welches sich in der Umgebung der Drähte befindet, maassgebend ist.

4. Vorhandensein einer Brücke in Luft und einer Grenze Luft—Flüssigkeit.

Wenn bei $z = 0$ eine Brücke B_1 über den Paralleldrähten liegt, welche zunächst in Luft verlaufen, dagegen an der Stelle $z = \beta \lambda$ in eine Flüssigkeit eintreten, deren Constanten n und κ seien, so wird eine über die Brücke B_1 vom Erreger gesandte Welle unendlich oft zwischen B_1 und der Flüssigkeitsgrenze hin- und herreflectirt. Der Effect dieser vielfachen Reflexionen ist genau so zu berechnen, wie es oben p. 14 für die vielfachen Reflexionen zwischen zwei Brücken durchgeführt ist. Die früheren Formeln (41) und (42) können direct auf diesen Fall übertragen werden, wenn man, wie dort, unter r' den Reflexionsfactor der Brücke B_1 nach Formel (40) versteht, unter r dagegen den Reflexionsfactor an der Flüssigkeitsgrenze nach Formel (84). Für reelles und positives rr' folgen Maxima der electriche Kraft zwischen Brücke B_1 und Flüssigkeitsgrenze, dadurch sind die *Knotenentfernungen* der letzteren bestimmt; für reelles und negatives rr' folgen Minima der electriche Kraft, d. h. *Bauchentfernungen* der Grenze. Die Knoten- und Bauchentfernungen fallen sowohl wegen der Brückenverkürzung (vgl. oben p. 32), als auch wegen der bei der Reflexion an absorbirenden Flüssigkeiten auftretenden

Phasenänderung $2\pi \Delta$ (vgl. oben p. 37) nicht mit den oben (p. 14) berechneten Knoten- und Bauchlagen einer zweiten Brücke B_2 zusammen. Durch ihre Beobachtung kann man daher nach Ermittlung der Brückenverkürzung die Phasenänderung $2\pi \Delta$ der Reflexion experimentell nachweisen. Diesbezügliche Versuche habe ich in dem Aufsatz der „Abhandlungen“ beschrieben. Bei grosser Dielectricitätsconstante ϵ der Flüssigkeit ist übrigens Δ stets sehr klein. Es erreicht für eine mittlere Leitfähigkeit, die bei grossem ϵ dem Absorptionsindex $\kappa = 1/\sqrt{3}$ entspricht, ein Maximum.

Die Knoten- und Bauchstärken in diesem Falle berechnen sich wiederum am bequemsten mit Hülfe gewisser Recursionsformeln. Wenn man experimentell prüft, für welchen Knoten bei der Reflexion an einer zweiten metallischen Brücke B_2 der Wellenindicator gerade so stark entspricht, wie für irgend einen bestimmten Knoten bei der hier betrachteten Flüssigkeitsreflexion, so hat man dadurch die Möglichkeit, die zeitliche Dämpfung γ der Wellen zu berechnen. Der Vortheil dieser Methode gegenüber der oben p. 16 auseinandergesetzten liegt darin, dass man für die Empfindlichkeit des Wellenindicators keine Schätzung vorzunehmen braucht. Indess ist die Methode doch in der Ausführung umständlicher, und lieferte auch bisher kein gutes Resultat.¹⁾

5. Vorhandensein einer Brücke in Luft, einer Grenze Luft—Flüssigkeit und einer Brücke in Flüssigkeit.

Dieser Fall ist deshalb von Wichtigkeit, weil er die Theorie für die Versuche ergibt, bei denen durch Verschiebung einer Brücke B_2 in der Flüssigkeit Aufschluss über den Brechungsindex und den Absorptionsindex derselben gewonnen werden soll mit Hülfe eines Wellenindicators, der nicht in der Flüssigkeit liegt.²⁾

Eine feste Brücke B_1 liege in Luft bei $z = 0$ über den Drähten. Bei $z = \beta\lambda$ sei die Grenze Luft—Flüssigkeit,

1) Ein diesbezüglicher Versuch und seine Berechnung ist in dem Aufsatz der „Abhandlungen“ p. 129, 130 enthalten.

2) Die Versuchsanordnung ist in „Arbeit I und II“ näher beschrieben.

bei $z = \beta \lambda + \beta' \lambda'$ liege eine zweite Brücke B_2 über den Drähten in der Flüssigkeit.

Da im Vorigen die Reflexions- und Uebergangsfactoren an der Grenze Luft—Flüssigkeit, sowie die Reflexionsfactoren an den Brücken (die voneinander verschieden sind, da die eine Brücke sich in Luft, die andere in der Flüssigkeit befindet) angegeben sind, so kann man auf ähnlichem Wege, wie er oben p. 13 zum Ziele geführt hat, den zeitlichen Verlauf der electricischen Kraft an einer beliebigen Stelle des Drahtsystems berechnen. Nur ist die Ausführung dieses Weges hier deshalb viel complicirter, wie oben, weil hier an drei Stellen des Drahtsystems Reflexionen eintreten. In dem Aufsatz der „Abhandlungen“ habe ich deshalb wirklich nur den Fall durchgeführt, dass die Flüssigkeit eine derartige Absorption besitzt, dass Wellen, welche den Weg in der Flüssigkeit, d. h. die Strecke $\beta' \lambda'$, viermal durchheilen, keine merkliche Amplitude mehr besitzen. Für die experimentelle Bestimmung des Absorptionsindex einer Flüssigkeit reicht diese Voraussetzung aus, wie weiter unten näher ausgeführt werden soll. Aber selbst bei dieser vereinfachenden Annahme werden die Formeln für den zeitlichen Verlauf der electricischen Kraft so complicirt, dass ich auf eine Wiedergabe hier verzichten, aber ihren Inhalt angeben möchte.

Die Resultate werden theoretisch am einfachsten, wenn der Abstand der Flüssigkeitsgrenze von der festen Brücke B_1 , d. h. die Grösse $\beta \lambda$, eine der im vorigen Abschnitt (4) definirten Knotenentfernungen ist. Dieser Fall ist auch experimentell zu wählen, weil man in ihm die stärksten Unterschiede der electricischen Kraft vor der Flüssigkeit wahrnehmen kann, wenn die Brücke B_2 in letzterer verschoben wird. Für letztere kann man leicht die dementsprechenden Lagen angeben, d. h. die Knotenlagen und Bauchlagen von B_2 . Durch Messung derselben erhält man direct Aufschluss über die Wellenlänge λ' in der Flüssigkeit. (Dieses Resultat bleibt unverändert, auch wenn man obige, auf der Absorption beruhende Vereinfachung fallen lässt, d. h. auch in einer absorptionsfreien Flüssigkeit).

Die Entfernung der ersten Bauch- oder Knotenlage von der Flüssigkeitsgrenze hängt ausser von λ' von den Phasenänderungen der Wellen beim Uebergang über die Flüssigkeits-

grenze und bei der Reflexion an der Brücke B_2 ab. Da nun beide Grössen nach p. 28 und p. 37 von dem Absorptionsindex κ der Flüssigkeit abhängen, so ist also auch dieser maassgebend für die absolute Lage der Bäuche und Knoten von B_2 . Für verschieden concentrirte wässrige Salzlösungen habe ich unter der Annahme, dass ihre Dielectricitätsconstante ϵ beständig die des reinen Wassers ist, die Lage des ersten Bauches für B_2 berechnet. Die Versuche stehen mit dieser Berechnung nicht im Widerspruch, aber sie bilden durchaus keine scharfe Prüfung der Frage, ob wirklich die Dielectricitätsconstante der wässrigen Lösungen gleich der des Lösungsmittels ist. Um diese Frage sicher zu entscheiden, bedarf man wenigstens der Beobachtung des ersten Bauches und des ersten Knotens in der Flüssigkeit. Diesbezügliche Versuche habe ich in der eingangs citirten Arbeit II mitgetheilt. Stellt man den Versuch so an, dass die Flüssigkeitsgrenze eine feste Lage zur Brücke B_1 behält, und allmählich mehr und mehr Salz dem Wasser zugesetzt wird, so lässt sich aus der Lage allein des ersten Bauches in ihm kein exacter Schluss auf λ' ziehen. Denn mit höherem Salzgehalt, d. h. wachsendem κ ändert sich die Phasenänderung Δ der Reflexion, folglich auch (p. 39) die Knotenentfernung der Flüssigkeitsgrenze von B_1 . Wenn daher auch bei dem reinen Wasser die Grenze in einer Knotenentfernung von B_1 liegt, so ist dies doch bei Zusatz von mehr Salz nicht mehr richtig. Die Formeln werden dann aber zu complicirt, um eine exacte Antwort über die Lage des ersten Bauches aus ihnen ableiten zu können.

Ich habe ferner für die *Knoten- und Bauchstärken*, die bei Verschiebung der Brücke B_2 erhalten werden, allgemeine Formeln entwickelt und dieselben auf verschieden concentrirte wässrige Salzlösungen angewandt. In ihnen habe ich experimentell die Anzahl beobachtbarer Knoten und Bäuche bestimmt, und nun berechnet, wie gross das gegenseitige Verhältniss der Stärken des letzten beobachtbaren Knotens und Bauches ist.¹⁾

1) Gerade für diese letzten beobachtbaren Knoten und Bäuche kann man unbedenklich annehmen, dass die Wellen nicht mehr zu berücksichtigen sind, welche die Strecke $\beta' \lambda'$ viermal durchlaufen haben, vgl. oben p. 41.

Durch dasselbe wird die Empfindlichkeit des Wellenindicators bestimmt. Es ergab sich dafür bei sehr verschieden concentrirten Lösungen ungefähr derselbe Werth, was als Bestätigung dafür angesehen werden kann, dass der Absorptionsindex wässriger Salzlösungen thatsächlich aus ihrer Leitfähigkeit folgt, d. h. dass wässrige Lösungen sich den benutzten kurzen electrischen Wellen gegenüber noch als völlig normal in dem oben p. 23 genannten Sinne verhalten.

B. Der die Drähte umgebende Körper zeigt Dispersion und anomale Absorption.

In diesem Falle ist die in dem Körper fortgepflanzte Welle der electrischen Kraft in derselben Weise zu schreiben, wie sie oben p. 26 in der Formel (58) für sich normal verhaltende Körper aufgestellt worden ist, nämlich:

$$c = A_1 e^{a \frac{t}{T} - a' \frac{z}{\lambda'} - 2\pi x \frac{z}{\lambda'}} + A_2 e^{a \frac{t}{T} + a' \frac{z}{\lambda'} + 2\pi x \frac{z}{\lambda'}},$$

wobei $\alpha = -\gamma + i2\pi$, $\alpha' = \alpha + \tau$ und λ' die Bedeutung der Wellenlänge im Körper, x die seines Absorptionsindex besitzt. Es besteht jetzt nur der Unterschied gegen früher, dass λ' und x nicht aus dem Verhalten des Körpers bei sehr langsamen Wechselzahlen, d. h. aus seiner Dielectricitäts-constante und seiner gewöhnlich gemessenen Leitfähigkeit theoretisch berechnet werden können, sondern dass λ' und x zwei für eine bestimmte Schwingungsdauer T dem Körper individuelle Constanten sind, die nur dem Experiment entnommen werden können. Es handelt sich nun vor allen Dingen um die Frage, wie letzteres zu geschehen habe, d. h. wie man den electrischen Brechungsexponenten $\lambda: \lambda'$ und den Absorptionsindex x einer anomal sich verhaltenden Flüssigkeit experimentell bestimmen kann.

Die Bestimmung des Brechungsexponenten geschieht einfach durch Beobachtung der Knoten- und Bauchlagen einer Brücke B_2 in der Flüssigkeit; zur Bestimmung des Absorptionscoefficienten liegt es nahe, die zu untersuchende Flüssigkeit mit einer anderen von bekanntem Absorptionsindex zu vergleichen. So habe ich ¹⁾ mit der, auch vorhin der Rechnung

1) Vgl. „Arbeit I“.

zu Grunde gelegten Anordnung, dass die Flüssigkeitsgrenze in der ersten Knotenentfernung von einer festen Brücke B_1 lag, während in der Flüssigkeit einer Brücke B_2 verschoben wurde, für eine Reihe von Flüssigkeiten mit anomaler Absorption festgestellt, mit welcher wässerigen Lösung eines Electrolyten sie sich insofern gleich verhielten, dass für beide dieselbe Anzahl Knoten, bez. Bäuche mit der Brücke B_2 beobachtbar ist. Es mögen zwei sich in dieser Weise gleich verhaltende Flüssigkeiten „scheinbar isoabsorbirend“ genannt werden. *Man ist nur dann berechtigt, für beide Körper, wässrige Lösung und anomale Flüssigkeit, gleichen Absorptionsindex anzunehmen, wenn ihre Brechungsexponenten nahezu einander gleich sind.* Sind sie stark voneinander verschieden, so sind auch die Reflexions- und Uebergangsfactoren der electrischen Wellen für beide Flüssigkeiten sehr verschieden. Bei grossen Brechungsexponenten ist wegen der starken Reflexion an der Flüssigkeitsgrenze und der verhältnissmässig schwachen an der Brücke B_2 (vgl. oben p. 34) eine Knotenlage der Brücke B_2 selbst ohne Absorption der Flüssigkeit weniger deutlich bemerkbar, als bei kleinen Brechungsexponenten.

Eine exacte Vergleichung der Absorptionsindices beider Flüssigkeiten lässt sich ausführen, wenn man denjenigen Absorptionsindex α aufsucht, der für die zu untersuchende Flüssigkeit dasselbe gegenseitige Verhältniss der Stärken des letzten beobachtbaren Knotens und Bauches liefert, wie es die Formeln für die wässerige Lösung ergeben, deren α aus ihrer Leitfähigkeit zu berechnen ist. Zu dem Zweck muss man daher auch die Formeln für die Knotenstärken und Bauchstärken in einer anomal sich verhaltenden Flüssigkeit herleiten. Es ergibt sich nun durch eine Untersuchung, die in dem Aufsatz der „Abhandlung“ näher ausgeführt ist, dass alle Formeln für die „normalen“ Körper unverändert auch für die „anormalen“ gelten, wenn sie nicht mehr die Dielectricitätsconstante und Leitfähigkeit enthalten, sondern wenn diese Grössen durch Brechungsexponent und Absorptionsindex ersetzt werden. Auf diesem Wege sind die Werthe der Absorptionsindices einiger unten angeführten Flüssigkeiten mit anomaler Dispersion berechnet, wobei die in „Arbeit I“ beschriebenen Versuche benutzt wurden. Bei nicht zu schwacher Absorption kann durch

diese Methode der Absorptionsindex auf etwa nur 2 Proc. Fehler bestimmt werden. — *Bei Glycerin nimmt α mit wachsender Schwingungsdauer stark ab, während bei normal sich verhaltenden Flüssigkeiten der Gang von α umgekehrt ist.*

Zusammenfassung der Hauptresultate.

1. Bei der Reflexion electricischer Drahtwellen an einer Brücke tritt eine Schwächung ihrer Amplitude und eine Phasenverschiebung ein, welche im wesentlichen abhängt von dem Verhältniss der Länge der Brücke zu der Wellenlänge. Wird letztere sehr klein, wie z. B. in dem Falle, dass die Drähte von Wasser umgeben sind, so kann auch die Schwächung der Amplitude bei der Reflexion selbst für sehr kurze Brückenlängen ziemlich bedeutend werden. — Die Brückenverkürzung hängt direct mit der Phasenverschiebung der Wellen bei der Reflexion zusammen.

2. Der Leitungswiderstand der Drähte gewinnt bei den gewöhnlichen experimentellen Anordnungen merkbaren Einfluss auf die Erscheinungen nur dann, wenn die zwei Brücken, zwischen denen sich stehende electricische Wellen ausbilden, um sehr zahlreiche Wellenlängen voneinander entfernt sind.

3. Die zeitliche Dämpfungsconstante γ der electricischen Schwingungen kann aus einer einfachen Beobachtung, nämlich der Anzahl beobachtbarer Knoten und Bäuche gefunden werden, wenn die Empfindlichkeit des Wellenindicators bekannt ist. Letztere braucht aber nur taxirt zu werden, da geringe Aenderungen sich kaum auf γ äussern. Für die von mir gewählte Versuchsanordnung ist etwa $\gamma = 0,15$.

4. Für den Erreger der Wellen sind mehrere harmonische Oberschwingungen nachweisbar.

5. Die Empfindlichkeit des Wellenindicators kann an der Hand aufgestellter Formeln genau ermittelt werden, wenn man die in einer wässrigen Lösung eines Electrolyten beobachtbaren Knoten und Bäuche zählt.

6. Wässrige Lösungen von Kupfersulfat und Kochsalz besitzen normale Absorption der electricischen Wellen, d. h. eine derartige, wie sie theoretisch aus ihrer Leitfähigkeit und ihrer Dielectricitätsconstanten folgt.

7. Der Absorptionsindex α einer beliebigen, auch anomal

sich verhaltenden Flüssigkeit lässt sich durch einfache experimentelle Vergleichung mit einer scheinbar isoabsorbirenden wässerigen Lösung eines Electrolyten ermitteln. Es ergeben sich für α folgende Zahlen:

Glycerin: $\alpha = 0,50$ bei $T = 25 \cdot 10^{-10}$ sec.;

$\alpha = 0,27$ bei $T = 70 \cdot 10^{-10}$ sec.

Amylalkohol: $\alpha = 0,51$ bei $T = 25 \cdot 10^{-10}$

Aethylalkohol: $\alpha = 0,21$ bei $T = 25 \cdot 10^{-10}$

Essigsäure: $\alpha = 0,23$ bei $T = 25 \cdot 10^{-10}$

Leipzig, Februar 1896.

2. Ueber die Behandlung von Hochspannungs-accumulatoren; von L. Zehnder.

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich einen Hochspannungs-accumulator in verbesserter Construction beschrieben; seither sind solche Accumulatoren durch viele physikalische Institute von Klingelfuss in Basel bezogen worden. Da ich aber einigen an mich ergangenen Anfragen entnehmen muss, dass da und dort noch wesentliche Gesichtspunkte bei der Behandlung von Hochspannungsaccumulatoren ausser Acht gelassen werden, so möchte ich hier theils auf jene Punkte aufmerksam machen²⁾, theils über seitherige Erfahrungen mit Hochspannungsaccumulatoren berichten und eine einfache Vorrichtung zum Füllen und Entleeren der kleinen Accumulatorzellen beschreiben.

Angaben über das Formiren der Elemente finden sich in meiner oben citirten Arbeit. Jedoch wird das Formiren aus verschiedenen Gründen viel praktischer in grossen, eigens dazu hergestellten Trögen besorgt, als in den kleinen Gefässen des Hochspannungsaccumulators (insbesondere auch wegen der im letzteren Falle uncontrollirbaren Dichteänderung der Säure). Wer sich also nicht grössere Tröge für die Formirung bauen will, wird vortheilhafter fertig formirte Bleiplatten beziehen.³⁾ Das Laden formirter Platten soll höchstens mit einer Stromstärke von 0,1 Amp. pro Zelle, das Formiren mit etwa der Hälfte dieser Stromstärke vorgenommen werden. Ganz besondere Sorgfalt erheischt aber das Umformiren, d. h. der Wechsel der Polarität des zu formirenden Accumulators. Man beginne mit *sehr* kleinen Stromstärken, mit $\frac{1}{10}$ der zulässigen

1) L. Zehnder, Wied. Ann. **49**. p. 549. 1893.

2) Die Vorschriften für die Behandlung der gewöhnlichen Accumulatoren muss ich als bekannt voraussetzen. Vgl. übrigens Heim, Electriche Beleuchtungsanlagen, Leipzig 1892; Elbs, Die Accumulatoren, 2. Aufl. Leipzig 1896, u. A.

3) Klingelfuss besorgt die Formirung zu sehr billigem Preise.

Maximalstromstärke der Formirung, und gehe erst allmählich zu diesem grösseren Werthe über, wenn aus der Färbung der Platten auf genügend vorgeschrittene Umformirung geschlossen werden kann.

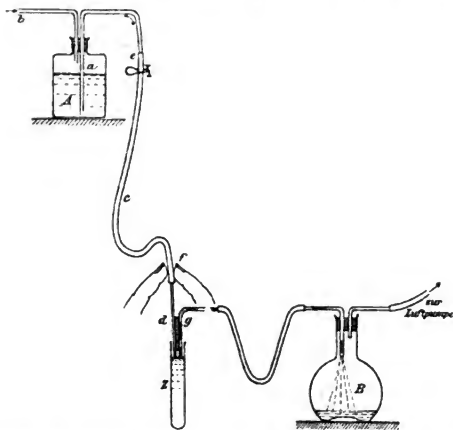
Die Entladestromstärke soll gleichfalls nicht mehr als 0,1 Amp. pro Element betragen. Durch Unvorsichtigkeit bewirkte Kurzschlüsse können die ganzen formirten Schichten ablösen und somit die Formirung illusorisch machen.

Die formirten Bleiplatten, seien dieselben formirt bezogen oder selbst formirt, ohne besondere Vorsicht in die mit Säure gefüllten Accumulatorzellen zu stecken und mit ihnen zu arbeiten, ist gewagt und kann die Zerstörung des Accumulators zur Folge haben, wenn die Säure an den feuchten Bleiplatten emporsteigt und überfließt. Zur Verhütung dieses grossen Uebelstandes wasche ich nach der Formirung die Bleiplatten mit Wasser aus, erwärme die Bügel derselben mit einem Bunsenbrenner auf etwa 120°, damit alles Wasser verdampft, und reibe die noch heissen Bleibügel mit Vaseline, welches sich auf dem erhitzten Blei rasch ausbreitet, vorsichtig so weit ein, dass die ganze nicht formirte Oberfläche sich mit Vaseline bedeckt. Zum mindesten müssen die Bügel der Endbleistreifen, bei welchen der Strom durch Kupferdrähte ein- und ausgeleitet wird, in solcher Weise mit Vaseline eingerieben werden, sonst fliesst leicht Säure hinüber zum Quecksilber, die in dieses eintauchenden Kupferdrähte amalgamiren sich über ihre ganze Oberfläche und ziehen Quecksilber in die Höhe. Dasselbe lästige Ueberfliessen von Quecksilber längs der Kupferdrähte zu den Bleiplatten kann ferner die Folge einer anfänglich bis zu den Bleiplatten reichenden Amalgamirung der Kupferdrähte sein. Man tauche diese Drähte nur so weit, als sie amalgamirt bleiben sollen, in Quecksilber ein, und erhitze den übrigen Theil derselben, bis alles auf der freien Drahtoberfläche befindliche Quecksilber verdampft, das Kupfer oxydirt ist. Sodann reibe man die Kupferdrähte mit Vaseline ein.

Nach der Einfettung stecke ich die Bleiplatten in die Zellengefässe, fülle die letzteren bis etwa 2 cm vom Rande mit der für Accumulatoren vorgeschriebenen verdünnten reinen Schwefelsäure von 19—20° Baumé an und giesse endlich Paraffinöl in einer Schichtdicke von 3—5 mm auf die Säure.

Ich habe bis jetzt bei den in meiner Behandlung stehenden Accumulatoren nur Vortheile des Verfahrens, Paraffinöl auf die Säure zu giessen, beobachtet. Das Oel mischt sich nicht mit der Säure; die einzelnen Elemente arbeiten viel gleichmässiger; die Spannung des Accumulators erhält sich länger; das Verdunsten und Verspritzen der Säure wird fast vermieden etc. Gegen solche Vortheile verschwindet der kleine Nachtheil, mit Oel arbeiten zu müssen.

Das Füllen der Zellen muss sehr sorgfältig geschehen, weil die aus einer übermässig gefüllten Zelle überfliessende



Säure das Gestell des Accumulators beschädigt und, wenn sie nicht vollständig entfernt wird, Isolationsfehler bewirkt oder doch begünstigt; es ist aber die Arbeit des Füllens eine recht umständliche, wenn man nicht passende Vorrichtungen zu Hülfe nimmt. Ich habe deshalb zum Füllen der Zellen einen besonderen kleinen Apparat (vgl. Figur) zusammengestellt, mit welchem ich z. B. 600 Zellen in 35 Min. zu füllen im Stande bin, ohne Gefahr des Ueberfliessens von Säure.

Das hochgestellte Gefäss A, welchem die Säure entnommen wird, ist durch einen Pfropfen verschlossen, durch welchen zwei Glasröhren gesteckt sind, die eine a bis zum Boden

reichend, die andere *b* ganz kurz; die Röhre *a* ist durch einen dünnwandigen Schlauch *c* mit der Ausflussröhre *d* verbunden, und das Ganze wirkt als Heber, welchen man durch Einblasen von Luft durch *b* in Thätigkeit setzt.

Bei *e* befindet sich auf dem Schlauch *c* eine leichte federnde Klemme, unmittelbar neben der Ausflussöffnung der Röhre *a*. Diese Klemme verhindert das Durchfliessen der Flüssigkeit durch den Heber; verschiebt man dieselbe etwas nach oben, sodass sie nun auf der Glasröhre *a* selber sich festklemmt, so bleibt sie geöffnet und der Heber kann arbeiten. Die Klemme *e* dient nur für grössere Pausen, welche beim Füllen eintreten müssen; während der kleinen Zeit, welche für das Umsetzen des Ausflussrohres *d* von einer Zelle zur anderen nöthig ist, wird der Schlauch *c* bei *f* unmittelbar an der Einströmungsöffnung des Rohres *d* mit zwei Fingern der Hand zugeklemmt, welche zugleich die Führung der Ausflussröhre *d* besorgt.

Mit einem solchen einfachen Heber die Zellen zu füllen ist immer noch schwierig, weil man bei grösseren Gruppen von Zellen die innen stehenden Gefässe nicht vollständig übersehen kann, vielmehr Täuschungen ausgesetzt ist, sodass unversehens ein Gefäss zum Ueberfliessen gebracht wird, sogar wenn man die Ausflussöffnung der Röhre *d* eng und die Druckhöhe der Flüssigkeit klein wählt. Um aber rasch und sicher arbeiten zu können, verbinde ich ein zweites Glasrohr *g* mit *d*, etwa durch Siegelack, sodass beide Röhren ein Ganzes bilden, schliesse an die Röhre *g* mittels dickwandiger Gummischläuche eine etwa 1 l haltende Flasche *B* mit doppelt durchbohrtem Pfropfen an, in welchem 2 Glasröhren stecken und sauge mit einer kräftigen Wasserluftpumpe Luft durch dieses System hindurch (vgl. Figur). Die Ausflussöffnung der Röhre *d* muss, bei einer bestimmten, die Säure treibenden Druckhöhe, so klein, die Wasserluftpumpe so kräftig genommen werden, dass viel mehr Flüssigkeit durch *g* abgesaugt wird, als durch *d* einströmen kann. Wird nun das Röhrenpaar *dg* in passende Tiefe in das zu füllende Zellengefäss *Z* eingetaucht, wobei man etwa einen quer auf das Röhrenpaar gelegten Finger als festen „Anschlag“ benutzen kann, und öffnet man den mittels zweier Finger bei *f* zusammengeklebten Schlauch,

so fliesst Säure in die Zelle ein, bis sie die Mündung von *g* erreicht, von welchem Augenblick an alle Säure durch die Wasserluftpumpe in das Gefäss *B* hinübergeworfen wird. Das während des Hinüberfliessens der mit Luft gemischten Säure hörbare gurgelnde Geräusch lässt den Zeitpunkt der genügenden Füllung bequem erkennen, sodass dem Auge nicht eine zu grosse Aufmerksamkeit zugemuthet werden muss.

Der Ausflussöffnung des Rohres *d* und der Einströmungsöffnung des Rohres *g* gab ich eine Weite von je 2 mm im Durchmesser; alle übrigen Rohrdurchmesser sind mindestens doppelt so gross. Die Rohrleitungen wählte ich so lang, dass die Doppelröhre *dg* leicht über eine grosse von Zellen eingenommene Fläche hin bewegt werden konnte. Die Druckhöhe für den Heber *a c d* betrug gewöhnlich 60—70 cm Wassersäule.

Mit der beschriebenen Vorrichtung können beliebige Gefässe mit beliebigen Flüssigkeiten rasch und bequem bis zu bestimmter Höhe gefüllt werden; denn die in das Gefäss *B* hinübergeworfene Flüssigkeit geht nicht verloren. Zum Aufgiessen von Paraffinöl — in einer 3—5 mm dicken Schicht — auf die Säure der Zellen genügt aber schon der gewöhnliche Heber (*a c d*) mit etwas engerer Ausflussöffnung (des Rohres *d*), sodass das Oel in grossen Tropfen rasch abfällt. In einer der kleinen Pausen von Tropfen zu Tropfen wird die Ausflussröhre von einer Zelle über den Bleibügel hinweg zu der nächstfolgenden Zelle bewegt, sodass ein etwa unversehens abfallender Oeltropfen auf den Bleibügel gelangt und von diesem wieder in die Zelle zurückfliesst. In solcher Weise geht das Aufgiessen von Oel gleichfalls gut vor sich und es wird das Zusammenklemmen des Schlauches mittels der Finger (bei *f*) nur für grössere Pausen, welche zwischen der Füllung auftreten können, nöthig werden.

In der beschriebenen Weise wird auch das Nachfüllen der Zellen besorgt, mit Säure oder mit destillirtem Wasser. Vermindert sich die Säure der Zellen durch Verspritzen, so ist natürlich mit Säure, vermindert sie sich durch Verdunsten oder durch Knallgasbildung, so ist mit destillirtem Wasser nachzufüllen. Welche von beiden Wirkungen in jedem ein-

zelen Falle überwiegt, ist aber kaum festzustellen, weil die Aräometermessungen hier gar nicht in Betracht kommen dürften. Ich ziehe deshalb vor, alle Jahre einmal die Zellen mit Hülfe der oben beschriebenen Vorrichtung völlig zu entleeren, durch Einstecken der Röhre *g* bis auf den Boden der Zelle *Z*, sodass aller Schlamm (Depot), welcher sich am Boden abgelagert hat, gleichfalls mit abgesogen wird. Im Gefässe *B* sammelt sich das Paraffinöl oben an, getrennt von der Säure und kann von neuem Verwendung finden. Sofort nach dem Entleeren der Zellen müssen dieselben mit neuer Säure gefüllt werden, damit keine stärkere Sulfatbildung auf den Bleiplatten auftreten kann. Will man die Zellen bleibend entleeren, so empfiehlt es sich, die Bleiplatten aus den Zellen herauszunehmen, abzuwaschen, zu trocknen und sie ausserhalb der Zellen aufzubewahren.

Schon in meiner oben erwähnten Arbeit habe ich auf die Nothwendigkeit hingewiesen, die Zellen des Hochspannungs-accumulators, so lange sie nicht in Serie geschaltet sein müssen, in *Parallelschaltung* stehen zu lassen, *nicht* die Bügel, welche die Parallelschaltung bewirken, wegzunehmen und jedes Element bez. jede Elementgruppe sich selber zu überlassen — vorausgesetzt natürlich, dass die Parallelschaltungsbügel ebenso wie die Zellen selber genügende (Oel-)Isolirungsvorrichtungen besitzen. Ueberlässt man nämlich alle Elemente sich selber, so werden sie ungleich rasch sich entladen, und bei Serienschaltung vieler Elemente zu Gruppen hat man kein bequemes Mittel in der Hand, um zu erkennen, ob bei einem oder dem anderen Elemente die Spannung unter das zulässige Minimum von 1,8 Volt herabgesunken sei. Hat sich aber bei einem Elemente die Spannung soweit erniedrigt, so tritt stärkere Sulfatbildung und damit eine grosse Widerstandsvermehrung auf, und wenn nun zu erneuter Ladung geschritten wird, so muss sich der Strom dem Ohm'schen Gesetze zufolge so theilen, dass die schlechter gewordenen Zellen immer weniger Strom erhalten, als die gut gebliebenen; die Unterschiede werden also immer grösser und der Accumulator geht mehr und mehr zu Grunde, wenn man nicht bei jeder Ladung beträchtliche Ueberladung eintreten lässt. Auch die Amalgamirung der Kupferdrähte, welche nur geringe oder gar keine

Ströme zu führen haben, leidet allmählich Noth. Bleiben aber alle Zellen immer in Parallelschaltung, so kann keine einzelne Gruppe von Zellen auf eine niedrigere Spannung herabfallen, als die mit ihr parallel geschalteten Gruppen, die Sulfatbildung bleibt in allen Zellen annähernd dieselbe, und lädt man stets von neuem, wenn die Spannung das für die ganze Gruppe erlaubte Minimum erreicht hat, so zeigt sich in allen Elementen ziemlich dieselbe Blasenbildung. Die Elemente des ganzen Accumulators werden immer gleichmässiger, auch in ihren Färbungen, je sorgfältiger man auf diese Vorschriften achtet. Die Elementgruppen in einer genügend isolirten Parallelschaltung ruhen zu lassen, ist um so nothwendiger, je mehr Elemente (in Serie geschaltet) zu einer Gruppe vereinigt sind.

Ist ein Accumulator durch Unvorsichtigkeit, durch Nichtbeachtung der Vorschriften für seine Behandlung, durch Verspritzen von Säure oder dgl. mangelhaft geworden, so kann er, falls die Formirung selber nicht Noth gelitten hat, wieder in guten Zustand gebracht werden, wenn man alle Theile genügend reinigt und sie, wie oben beschrieben, neu zusammensetzt.

Freiburg i/B., October 1896.

3. *Dielectricitätsconstanten bei tiefen Temperaturen; von Richard Abegg.*

Nach den vorhandenen Untersuchungen über den Gang der Dielectricitätsconstanten (im Folgenden mit *D.* bezeichnet mit der Temperatur ¹⁾), die alle einen negativen Temperaturcoefficienten ergeben haben, war es von Interesse, die *D.* namentlich solcher Stoffe bei grösserer Kälte zu messen, die schon bei gewöhnlicher Temperatur grosse Werthe aufweisen. Die nachfolgenden Messungen werden in der That zeigen, dass man so zu beträchtlichen Werthen gelangt und sich der abnorm grossen *D.* des Wassers erheblich nähern kann.

Die *D.*-Bestimmungen werden nach der Nernst'schen Methode ²⁾ mit Condensatoren der Ratz'schen Formel (b) ³⁾ ausgeführt. Diese befanden sich nebst einem Thermometer in einem Probirrohr von angemessener Weite, welches die zu untersuchende Flüssigkeit aufnahm und oben dicht verkorkt wurde.

Die aus Aether und fester Kohlensäure bestehende Kältemischung wurde in einem genügend tiefen und weiten gläsernen Dewar'schen Vacuumbecher untergebracht und hierin das Rohr mit der Flüssigkeit eingesenkt. Es sei übrigens hervorgehoben, dass von den vorhandenen Methoden zur *D.*-Bestimmung wohl nur die Nernst'sche für das vorliegende Problem in Frage kam, während die anderen hierfür offenbar kaum zu bewältigende experimentelle Schwierigkeiten bieten würden.

1) Vgl. Ratz, Zeitschr. f. phys. Chem. 19. p. 94. 1896, woselbst weitere Citate.

2) Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. 14. p. 622. 1894.

3) Ratz, l. c. p. 96.

Solange feste Kohlensäure im Aether vorhanden ist, bleibt die Temperatur fast absolut constant (auf $\pm 0,1^\circ$), nachher steigt sie, infolge der vorzüglichen Isolation durch das Vacuum sehr langsam.

Temperaturen zwischen der tiefsten der Kältemischung und der Zimmertemperatur wurden in folgender Weise, nach der tiefsten, hergestellt und genügend fixirt (ohne dass ein Rührer des beschränkten Platzes wegen im Flüssigkeitsrohr angewandt wurde): das Rohr mit Condensator und Thermometer wurde aus der Kältemischung gehoben und etwa bis Zimmertemperatur erwärmt, dann wiederum in die Kältemischung eingesetzt; dadurch wird letztere, nach Aufbrauchen der festen Kohlensäure, wärmer, während die Temperatur der Flüssigkeit sinkt, jedoch nicht bis zur vorherigen grössten Kälte, um dann zusammen mit dem durch die Einstrahlung weiter wärmer werdenden Kältebade wiederum anzusteigen. Dies Temperaturminimum ist nach Ausweis des Thermometers dauernd und constant genug, um dabei brauchbare Messungen der D . zu erhalten, was ich auch aus der Constanz des Telephonminimums erkennen lässt.

Vorherbestimmte Temperaturen lassen sich auf diesem Wege höchstens in roher Annäherung erzielen, sind aber für die Bestimmung von dD/dT auch nicht erforderlich.

Bei denjenigen untersuchten Flüssigkeiten, deren Leitfähigkeit nicht zu klein war, wurde dieselbe mitbestimmt, da sie der Nernst'sche Apparat unmittelbar liefert. Hierbei war nicht beabsichtigt, auf ihren absoluten Betrag Gewicht zu legen, da dieser durch zufällige Verunreinigungen wesentlich mitbedingt sein kann, vielmehr erschien die Aenderung der Leitfähigkeit mit der Temperatur nicht ohne Interesse.

Die Präparate waren ausser Aceton dieselben, die Ratz benutzt hatte, und demgemäss von der von ihm angegebenen Reinheit.

Das Thermometer wurde in der Gegend von 0° mit einem Normalquecksilberthermometer bis $\pm 35^\circ$ geeicht und ferner durch den Gefrierpunkt (-70°) des Chloroforms. Dazwischen wurde linear interpolirt. Da die Correctionen, wenn auch mit Entfernung vom Nullpunkt annähernd linear wachsend, bei -70° bis zu -14° betrugen, so halte ich Fehler in den

nachfolgenden Temperaturangaben von der Grössenordnung 1° für nicht ausgeschlossen, besonders bei den Temperaturen unter 70° , deren Correctionen extrapoliert werden mussten.

Die nachfolgenden Tabellen enthalten unter

T die Temperaturen,

D die dazu gehörigen Dielectricitätsconstanten,

$\Delta D / \Delta T$ die aus den vorigen sich ergebenden mittleren Temperaturcoefficienten des betr. Intervalls,

Q das mit 10^{-2} multiplicirte Verhältniss von D zu $-\Delta D / \Delta T$,

k die specifischen Leitfähigkeiten (bezogen auf Quecksilber).

Ueber die Bedeutung von c und $D_{\text{ber.}}$ vgl. p. 58.

T	D	$D_{\text{ber.}}$	$-\Delta D / \Delta T$	Q	k
Toluol					
+16,5°	2,33		0,0018	0,14	
-83	2,51				
Aether $c = 19,5$					
+10,8	4,45	4,39	0,011	4,1	
+4,4	4,52	(4,52)	0,021	2,3	
-10,3	4,83	4,90	0,032	1,6	
-21,7	5,19	5,20	0,027	2,2	
-49,4	5,95	6,01	0,035	2,0	
-75,2	6,86	6,89			
Amylalkohol $c = 71$					
+14,2	15,7	(15,7)	0,10	1,7	
-0,5	17,2	16,9	0,14	1,4	
-16,5	19,4	18,4	0,13	1,7	
-41	22,5	20,9	0,15	1,8	
-68,8	26,6	24,3	0,14	2,1	
-86,2	29,1	26,6			
Aceton ¹⁾					
+18,8	ca. 25 ¹⁾		0,086	3,5	$1,0 \cdot 10^{-10}$
-43	30,3		0,104	3,2	0,7
-74,6	33,6		0,070	4,9	0,4
-87,4	34,5				0,3

1) Das Aceton, Kahlbaum'sches Präparat aus der Bisulfitverbindung, wurde mit Chlorcalcium entwässert und fractionirt. Infolge seiner grossen Leitfähigkeit wurde das Telephonminimum bei dem verwandten unplatinirten Condensator durch die Polarisation undeutlich, deshalb die D . unsicher.

T	D	$D_{\text{ber.}}$	$-\Delta D / \Delta T$	Q	k
Aethylalkohol ¹⁾ (99,8 Proc.) $c = 120$					
+ 14,8°	26,4	(26,5)	0,13	2,2	$0,3 \cdot 10^{-10}$
+ 13,3	26,5				
- 3,6	28,8	29,2	0,17	1,8	0,2
- 4,7	28,8				
- 17,1	31,0	31,4	0,175	1,95	0,15
- 18,8	31,2				
- 33,8	33,9	34,3	0,18	2,1	0,06
- 36,4	34,3				
- 58,4	38,4	39,1	0,22	1,95	0,04
- 61,6	38,8				
- 77,2	42,6	43,4	0,29	1,6	0,02
- 82,3	43,4				
- 85,5	45,2	44,9			
- 86,6	44,3				
10 Vol. Aethylalkohol (99,8 Proc.) + 1 Vol. Wasser ($k = 8 \times 10^{-10}$) [$+ 18^\circ$] $c = 145$					
- 12	36,7	(36,7)	0,16	1,7	1,0
- 31,1	39,7	40,6	0,24	2,0	0,45
- 64,9	47,8	48,6	0,31	2,5	0,1
- 83,6	53,6	53,6			0,04

Discussion.

Bei dem vorliegenden Versuchsmaterial fällt zunächst auf, dass die Temperaturcoefficienten der D . offenbar um so grösser sind, je grösser die D . der Flüssigkeiten werden oder — was damit verbunden zu sein scheint — je grösser die Abweichungen der D . von dem Quadrat des Brechungsexponenten für lange Wellen (Maxwell'sches Gesetz) sind.²⁾ Offenbar werden also bei immer tieferen Temperaturen diese Abweichungen noch weiter zunehmen, obwohl für solche Temperaturen Brechungsexponenten meines Wissens nicht bekannt sind, so lässt doch ihr Temperaturcoefficient innerhalb des bekannten Intervalls ein Ansteigen, wie es die Gültigkeit des Maxwell'schen Gesetzes verlangen würde, nicht voraussetzen.

Bei *Aether*, *Amyl*- und *Aethylalkohol*, wie auch dessen Mischung mit Wasser ist zwischen dem Temperaturcoefficienten von D . und D . selbst nicht nur eine ziemlich ausgeprägte

1) Die durch Klammern zusammengefassten D -Werthe entstammen zwei voneinander unabhängigen Versuchsreihen und wurden zur Berechnung von $\Delta D / \Delta T$ zum Mittel vereinigt.

2) Vgl. Ratz, l. c.

Proportionalität zu erkennen, deren Mängel vielleicht in Betracht der erwähnten, etwas primitiven Temperaturbestimmung genügen dürfte, sondern was noch weit auffälliger erscheint, der Proportionalitätsfactor ist offenbar bei diesen Flüssigkeiten so annähernd gleich, dass es fast berechtigt erscheint, die sämtlichen Q -Werthe zu einem Mittel (1,9)¹⁾ zusammenfassend, für den Temperaturcoefficienten obiger Substanzen die Formel aufzustellen

$$-dD/dT = D/190,$$

daraus ergibt sich

$$D = c \cdot e^{-\frac{T}{190}}$$

als Integral. Der Werth der Integrationsconstanten c ist ersichtlich abhängig von der Wahl des Nullpunktes der Temperaturscala, und die Formel ergibt für diesen $c = D$. Unter Annahme des *absoluten Nullpunktes* sind in obigen Tabellen die Werthe von c , als der *Werth der Dielectricitätsconstante beim absoluten Nullpunkt*, und daraus die Werthe $D_{\text{ber.}}$ von D für die untersuchten Temperaturen berechnet.

Wie man sieht, sind bei *Aether*, *Aethylalkohol* und *Alkohol-Wasser*, wie auch die weiter unten für *Wasser* abgeleiteten Werthe in guter Uebereinstimmung mit den Beobachtungen, für *Amylalkohol* ist die Uebereinstimmung weniger gut; vielleicht sind hier die Temperaturbestimmungen sehr ungenau, da der Amylalkohol bei tiefen Temperaturen die Consistenz von Glycerin annimmt, sodass der Temperatúrausgleich mit dem Kältebad wesentlich durch Leitung und kaum mehr durch Strömungen bewirkt wird, da eine Rührvorrichtung fehlte.

Für absoluten Alkohol wird $D = 80$ bei -196° ($+77^{\circ}$ absolut), für die untersuchte wässrige Mischung bei -160° ($+113^{\circ}$ absolut).

Die D -Werthe von *Aceton*, die der Polarisation wegen beträchtlich fehlerhaft sein können, was auch die Werthe der

1) Bei diesem Mittel ist der Werth $Q = 4,1$ bei Aether fortgelassen, der durch beträchtliche Versuchsfehler entsteht zu sein scheint, da die Differenz der Glastafelverschiebung des Messcondensators nur 1 mm betrug. Der von Ratz für etwas höhere Temperaturen gefundene Werth 0,0186 für dD/dT ergäbe $Q = 2,4$, was mit obigem gut stimmen würde.

$\Delta D / \Delta T$ schon nahelegen, würden allenfalls der Grössenordnung nach obiger Regel sich unterordnen. Das *Toluol* jedoch, eine Flüssigkeit, die annähernd dem Maxwell'schen Gesetz gehorcht, zeigt deutlich ein ganz anderes Verhalten: während Ratz zwischen $+15^\circ$ und $+30^\circ$ den mittleren Temperaturcoefficienten zu 0,0022 bestimmte, ergab er sich zwischen $+16^\circ$ und -80° zu 0,0018, also fast ebenso gross; eine Veränderlichkeit desselben mit der Temperatur ist höchstens in entgegengesetzter Richtung wie bei den anderen, nach dem Maxwell'schen Gesetz *anormalen*, untersuchten Stoffen zu constataren.

Das dielectricische Verhalten der untersuchten Mischung von Alkohol und Wasser wurde in der Absicht untersucht, aus ihm und der besonders bestimmten D . des absoluten Alkohols, unter Voraussetzung der Gültigkeit der „Mischungsregel“, die D . des Wassers bei tiefen Temperaturen zu ermitteln.

Aus den Beobachtungen ergibt sich, dass bei allen untersuchten gleichen Temperaturen die D . der Alkohol—Wasser-Mischung sehr nahe das 1,2fache der D . des absoluten Alkohols sind.

Bei 15° würde sich das Verhältniss nach der Mischungsregel folgendermaassen berechnen: 10 Theile Alkohol (zu $D = 26,4$) = 264 + 1 Theil Wasser (zu $D = 80$) ergibt 344, verglichen mit 11 Theilen Alkohol (zu $D = 26,4$), = 290, der Quotient ist 1,19, also in Uebereinstimmung mit dem gefundenen 1,2. Da somit diese Berechnungsart berechtigt erscheint, ist in gleicher Weise für das *Wasser* die folgende Tabelle (mit den obigen Bezeichnungen) berechnet worden:

T	D	$D_{\text{ber.}}$	$-\Delta D / \Delta T$	Q
Wasser $c = 372$				
-20°	101	98	0,55	
-40	112	109	0,75	1,8
-60	127	121	0,50	1,7
-80	137	135		2,7
$[+10]$	83,8	(83,8)	0,39	2,1 (Ratz)]

Diese „imaginäre“ D . des Wassers scheint gleichfalls im Sinne der obigen Regel zu sprechen, wie die Q -Werthe andeuten, und die Uebereinstimmung von D und $D_{\text{ber.}}$ noch näher legt.

Ob diese Regel strenge und allgemeinere Gültigkeit besitzt.

erfordert zur Entscheidung eine ausgedehntere Untersuchung auch in der Richtung noch tieferer Temperaturen, etwa mit Hülfe flüssiger Luft, wozu jedoch dem hiesigen Institute die Mittel einstweilen noch fehlen.

Die Variation der *Leitfähigkeit* durch starke Kälte giebt ebenfalls zu einigen Bemerkungen Anlass.

Während in dem untersuchten Intervalle die *Leitfähigkeit* des *Aethylalkohols* um das 15 fache sich ändert, beträgt diese Aenderung bei *Aceton* nur etwa das 3 fache. Der Grund hierfür dürfte, dem äusseren Anschein nach zu urtheilen, mindestens zum Theil der inneren Reibung zuzuschreiben sein; *Alkohol* nämlich wird bei den tiefen Temperaturen deutlich zähflüssig, etwa wie concentrirte Schwefelsäure, während *Aceton* bei denselben Kältegraden noch eine Beweglichkeit, wie Wasser bei gewöhnlicher Temperatur, besitzt.

Sei es nun, dass das Leitvermögen von den Ionen irgend einer zufälligen Verunreinigung oder solchen der Flüssigkeiten herrührt, so werden diese in ihrer Beweglichkeit jedenfalls durch ein Anwachsen der inneren Reibung gehemmt¹⁾, wenn auch dieser hemmende Einfluss bisher an der *Leitfähigkeit* selbst noch nicht quantitativ ermittelt ist.

Die vorliegende Untersuchung hat gezeigt, dass man sich durch genügende Temperaturerniedrigung ohne Zweifel in den Besitz von Flüssigkeiten, d. h. Lösungsmitteln setzen kann, deren *D.* von der Grösse derjenigen des Wassers ist. Da nun, wie Nernst²⁾ gezeigt hat, die dissociirende Kraft der Lösungsmittel offenbar in naher Beziehung zu ihrer *D.* steht, so wäre es von ungemeinem Interesse, die dissociirende Kraft solcher tief abgekühlter Lösungsmittel mit der des Wassers bei gewöhnlicher Temperatur zu vergleichen.

Auch hierfür wäre es sehr erwünscht, eine Kältemaschine zur Erzeugung flüssiger Luft zur Verfügung zu haben.³⁾

Jedenfalls scheinen Versuche in dieser Richtung mancherlei interessante Ergebnisse zu versprechen.

Göttingen, Physik.-chem. Institut, 1. Nov. 1896.

1) Vgl. hierzu Abegg, Zeitschr. f. physik. Chem. **11.** p. 248. 1893.

2) Nernst, Zeitschr. f. physik. Chem. **13.** p. 531. 1894.

3) Vgl. Holborn u. Wien, Wied. Ann. **59.** p. 213. 1896.

4. Die magnetische Induction horizontaler, im Erdfelde rotirender Scheiben; von F. F. Martens.

(Berliner Inauguraldissertation vom 8. August 1896; gekürzt vom Verf.)

Einleitung.

Das Ellipsoid ist der einzige Körper, welcher im homogenen Magnetfelde durch Induction gleichförmig magnetisirt wird. Daher hat man zu den Versuchen für die magnetische Induction bisher das Material entweder in Form eines Ellipsoids oder in Form von dünnen Drähten angewandt, welche als verlängerte Rotationsellipsoide betrachtet wurden.

Eine dünne kreisförmige Scheibe wird, sofern man sie als Grenzfall eines abgeplatteten Rotationsellipsoids auffasst, im homogenen Magnetfelde auch gleichförmig magnetisirt werden. Da diese Form Vortheile zu versprechen schien, so hat der Verf. es unternommen, zur Untersuchung der *Susceptibilität*, der *Hysteresis* und der *Viscosität* das Material in Form von *kreisrunden Scheiben* anzuwenden.

Dabei ist als „Viscosität“ die von Lord Rayleigh und Hrn. J. A. Ewing entdeckte Eigenschaft des Eisens bezeichnet, dass bei schwachen magnetisirenden Kräften „nach jeder Aenderung der magnetisirenden Kraft einige Zeit vergeht, bis sich der entsprechende magnetische Zustand hergestellt hat“. ¹⁾ Als inducirendes Feld diente dabei das Feld der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus. Bei den meisten Versuchen mussten die Scheiben im Erdfelde um ihre verticale Axe in Rotation versetzt werden, daher der Titel der Arbeit.

Zur Bestimmung der Intensität der Horizontalcomponente nach F. Kohlrausch ²⁾ diente ein Präcisionsampèremeter von Siemens & Halske und eine Tangentenbussole.

1) J. A. Ewing, Magnetische Induction in Eisen und verwandten Metallen. Deutsche Ausgabe von Holborn u. Lindeck. 1892. p. 120.

1) F. Kohlrausch, Prakt. Physik § 77 b.

Jeder Beobachtungsreihe wurde das Mittel aus den vor und nach den Beobachtungen bestimmten Werthen von H zu Grunde gelegt.

Es wurden *folgende Scheiben* untersucht:

- Ia und Ib sind sogenanntes decapirtes, d. h. nach jeder Walzung abgeschliffenes Eisenblech, von Blut & Cochiuss, Berlin, in geglühtem Zustande.
- IIa und IIb sind durch Gefälligkeit des Hrn. Dr. M. Weber dem Verf. zur Verfügung gestellte Proben des Bleches, welches die Firma Siemens & Halske zu Ankerkernen benutzt.
- IIb ist durch Hämmern gehärtet.
- IIIa und IIIb sind sogenanntes Holzkohlenblech, wie es in den Handel kommt.
- IIIb ist sorgfältig geglüht.
- IV ist eine gehärtete Kreissäge aus bestem Werkzeugstahl, deren Zähne abgedreht sind.
- V ist Nickelblech, geglüht.

Ferner wurde sogenanntes „Walzeisen“ untersucht, ein Material, welches die Physikalisch-Technische Reichsanstalt dem Verf. gütigst zur Verfügung stellte.

Scheibenfeld.

Bei den meisten der folgenden Versuche sind magnetometrische Methoden benutzt; zum Verständniss dieser Versuche ist es von Wichtigkeit, eine *Uebersicht über den Verlauf der Kraftlinien des Scheibenfeldes*, d. h. des von der Magnetisirung der Scheibe erzeugten magnetischen Feldes, zu besitzen. Eine solche Uebersicht giebt Fig. 1.

Wir nehmen an, dass die Scheibe als Rotationsellipsoid aufzufassen ist, und machen ihren Mittelpunkt zum Anfangspunkt, ihre Ebene zur xy -Ebene eines rechtwinkligen Coordinatensystems. Zwei Axen des Ellipsoids sind gleich dem Radius a der Scheiben, die dritte ist die halbe Dicke c der Scheiben.

Ist nun das Ellipsoid gleichförmig zur Intensität J magnetisirt und fällt die Richtung der Magnetisirung mit der Richtung der x -Axe zusammen, so gestattet die von Poisson begründete

Theorie für beliebige Punkte, deren Coordinaten gegeben sind, das Scheibefeld nach Grösse und Richtung zu berechnen.¹⁾

Die Componente des Scheibefeldes in Richtung der y -Axe ist für Punkte des Aussenraumes mit den Polarcoordinaten r, φ :

$$(1) \quad Y = \frac{2 \pi J \sqrt{1 - \epsilon^2 \eta^2} \sin 2 \varphi}{\sqrt{1 - \epsilon^2 \eta^2}};$$

dabei ist

$$\frac{a^2 - c^2}{a^2} = \epsilon^2, \quad \frac{a^2}{r^2} = \eta^2$$

gesetzt und $z = 0$ angenommen.

Aus (1) folgt $Y = 0$ für $\varphi = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$; d. h. an allen Punkten der x - und y -Axe hat das Scheibefeld die Richtung der x -Axe; es ist dies durch beige-setzte Pfeile in der Fig. 1 angedeutet.

Die Componente des Scheibefeldes in Richtung der x -Axe ist:

$$(2) \quad X = \frac{2 \pi J \sqrt{1 - \epsilon^2}}{\epsilon^3} \left\{ \frac{\epsilon \eta + \epsilon^3 \eta^3 \cos 2 \varphi}{\sqrt{1 - \epsilon^2 \eta^2}} - \arcsin \epsilon \eta \right\}.$$

Es wird $X = 0$ für alle Punkte, für welche der Ausdruck in der Klammer verschwindet; vier Punkte, für welche diese Bedingung erfüllt ist, sind in Fig. 1 eingetragen und durch Curven verbunden; für alle Punkte dieser Curven hat das Scheibefeld die Richtung der positiven bez. negativen y -Axe, wie durch beige-setzte Pfeile angedeutet ist.

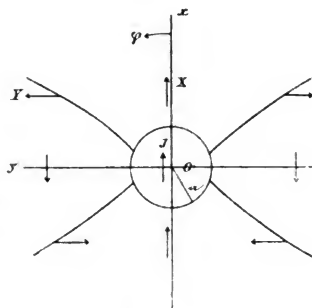


Fig. 1.

Diese Curven sind für uns von Wichtigkeit, weil das Scheibefeld an allen Punkten derselben zum Erdfelde senkrecht steht. Wird daher eine Scheibe in die Nähe einer

1) Ueber die ausführliche Berechnung der nachstehenden Formeln vgl. F. F. Martens, „Die magnetische Induction horizontaler, im Erdfelde rotirender Scheiben“. Berliner Inauguraldissert. vom 8. August 1896.

torsionslos im Erdfelde aufgehängten Declinationsnadel gebracht, sodass die Nadel in der Ebene der Scheibe und an einem Punkte dieser Curven befindlich ist, so bewirkt die Scheibe im allgemeinen eine beträchtliche Ablenkung der Declinationsnadel. Diese Versuchsanordnung ist in der vorliegenden Arbeit vielfach angewandt worden.

Versuche.

I. Bestimmung der Susceptibilität.

1. Zur *ballistischen Bestimmung* der Induction wurde jede der Scheiben mit einer Anzahl von einander parallelen Windungen dünnen besponnenen Kupferdrahtes bewickelt, sodass die Axe der Scheibe parallel der Windungsebene war. Die Windungszahl war bei den einzelnen Scheiben so gewählt, dass ein empfindliches Galvanometer bei einer halben Umdrehung der Scheiben um ihre verticale Axe ungefähr gleiche Ausschläge ergab. Zur Aichung der Ausschläge des Galvanometers diente ein kleiner Erdinductor. Sei

H die Intensität der Horizontalcomponente,

ferner für eine Scheibe

B die Induction,

Q der Windungsquerschnitt,

n die Windungszahl,

α der ballistische Ausschlag,

w der Widerstand des ganzen Stromkreises.

Für den ebenfalls um eine verticale Axe gedrehten Erdinductor seien die entsprechenden Grössen H , Q_i , n_i , α_i , w_i ; so gilt bekanntlich die Beziehung:

$$(3) \quad \frac{\alpha_i}{\alpha} = \frac{Q_i n_i H w}{Q n B w_i}.$$

Als Windungsquerschnitt Q wurde das Product aus dem Durchmesser $2a$ und der Dicke $2c$ der Scheiben berechnet, sodass $Q = 4ac$.

Als Entmagnetisirungsfactor berechnet sich

$$N = \frac{\pi^2 \cdot \text{Dicke}}{\text{Durchmesser}}.$$

Als mittlerer Werth der Horizontalcomponente wurde bestimmt $H = 0,186$.

Die Induction in einer Scheibe ist $B = 4\pi J + H - NJ$; daraus folgt die Intensität der Magnetisirung

$$(4) \quad J = \frac{B - H}{4\pi - N}.$$

Die wahre magnetisirende Kraft ist

$$(5) \quad H' = H - NJ,$$

die Susceptibilität

$$(6) \quad \kappa = \frac{J}{H'}.$$

Die Resultate der ballistischen Messung und die Dimensionen der einzelnen Scheiben giebt Tab. I. Die Werthe der letzten Verticalspalte sind erst in Abschnitt II, 2 p. 70 bestimmt und nur der Uebersichtlichkeit halber hierher gesetzt.

Die Werthe aller Grössen sind im C. G. S.-System angegeben.

Tabelle I.

$$H = 0,186.$$

	Durchm.	Dicke	B	J	H'	κ	Hysteresisabl.
Ia	19,0	0,102	22,9	1,81	0,090	20,1	1° 26' 30''
Ib	4,654	0,104	7,68	0,61	0,052	11,8	1 15
IIa	4,614	0,056	11,24	0,89	0,080	11,1	2 43 30
IIb	4,641	0,054	12,65	1,00	0,071	14,1	1 49 50
IIIb	4,629	0,204	4,32	0,34	0,038	9,0	1 4 35
IV	4,633	0,071	7,28	0,57	0,100	5,7	6 35
V	4,635	0,107	3,15	0,24	0,132	1,8	8 25

Die Scheiben Ia und Ib sind aus demselben Material, nämlich decapirtem Eisenblech; sie unterscheiden sich jedoch, wie aus der Tabelle ersichtlich ist, hinsichtlich ihres Durchmessers, sodass bei Ia der Entmagnetisierungsfactor kleiner, die innere magnetisirende Kraft H' grösser als bei Ib ist. Diesem Umstande ist die Verschiedenheit der Susceptibilität zuzuschreiben, welche die beiden Scheiben nach Tab. I zeigen.

2. Die Magnetisirung J der Scheibe Ia wurde *magnetometrisch* auf folgende Weise bestimmt.

Die Scheibe rotirte während der Messung; die Scheiben besaßen trotz aller Vorsichtsmaassregeln stets etwas remanente Magnetisirung; diese konnte infolge der Rotation das Resultat nicht beeinflussen.

Die Nadel des zur Messung benutzten Magnetometers befand sich in der Verlängerung des zur Magnetisierungsrichtung parallelen Durchmessers der Scheibe; wenn wir die Bezeichnungen des vorigen Abschnittes beibehalten, in der x -Axe (vgl. Fig. 1). Es war also, wenn Hs das Scheibenfeld an der Stelle der Magnetometernadel bezeichnet, $Hs = X$, $q = 0$. Die Entfernung der Magnetometernadel vom Mittelpunkte der Scheiben war $r = 16,05$, ferner nach Tab. I $a = 9,5$, $c = 0,051$. Führen wir diese Werthe in die Gleichung (2) ein, so erhalten wir $Hs = 0,0121 J$; diese Gleichung liefert J , sobald Hs bestimmt ist.

Um nun durch eine Declinationsnadel die Stärke eines

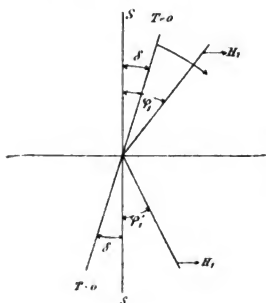


Fig. 2.

Feldes von der Richtung der Horizontalcomponente zu messen, wurde die Nadel an einem Faden von so grosser Torsionskraft T aufgehängt, dass auch, wenn die magnetische Axe der Nadel senkrecht zum Meridian war, der Faden nur eine geringe Torsion besass.

Sei H_1 die Stärke der magnetischen Kraft, die Axe der Nadel sei nahezu senkrecht zum Meridian und bilde mit der zum Meridian Senkrechten SS (vgl. Fig. 2) den Winkel φ_1 . Die

Nullage der Torsion bilde mit SS den kleinen Winkel δ . Die Gleichgewichtsbedingung lautet, wenn M das Moment der Nadel:

$$MH_1 \cos \varphi_1 = T(\varphi_1 - \delta).$$

Wird der Torsionskopf um 180° im Sinne des Pfeiles gedreht, so lautet die Gleichgewichtsbedingung:

$$MH_1 \cos \varphi_1' = T(\varphi_1' + \delta).$$

Daher

$$MH_1 (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_1') = T(\varphi_1 + \varphi_1').$$

Sind φ_1 und φ_1' klein, wird

$$H_1 = \frac{T}{M} \cdot \frac{\frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2}}{\cos \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2}}.$$

Für eine zweite Kraft ist

$$H_2 = \frac{T}{M} \cdot \frac{\cos \frac{\varphi_2 + \varphi_2'}{2}}{\cos \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2}}.$$

Beim Experiment war $H_1 = H$, d. h. gleich der Horizontalcomponente $H_2 = H + Hs$. Also war

$$(7) \quad \frac{Hs}{H} = \frac{\varphi_2 + \varphi_2'}{\varphi_1 + \varphi_1'} \cdot \frac{\cos \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2}}{\cos \frac{\varphi_2 + \varphi_2'}{2}} - 1.$$

Die Winkel $\varphi_1 + \varphi_1'$ und $\varphi_2 + \varphi_2'$ wurden auf folgende Weise gemessen. Mit der Magnetnadel fest verbunden war ein kleiner polirter Silberspiegel, der, wie durch besondere Controllversuche festgestellt wurde, vollkommen planparallel war. Wurde der Torsionskopf im Sinne des Pfeiles um 180° gedreht, so drehten sich Magnetnadel und Spiegel um $180^\circ - (\varphi_1 + \varphi_1')$ oder um $180^\circ - (\varphi_2 + \varphi_2')$, je nachdem das Feld an der Stelle der Magnetometernadel H oder $H + Hs$ war, d. h. je nachdem die Scheibe nicht in der Nähe oder in der Nähe war. Es wurde nun vor der Drehung des Torsionskopfes die an Glas grenzende, nach der Drehung die freie Oberfläche der Spiegelbelegung zur Ablesung der Einstellungen mittels Fernrohr und Scala benutzt; daher bewirkte die Drehung des Torsionskopfes die Drehung des benutzten Einfallslothes um $\varphi_1 + \varphi_1'$ bez. $\varphi_2 + \varphi_2'$.

Als Mittel aus mehreren Beobachtungen fand sich

$$\varphi_1 + \varphi_1' = 4^\circ 12' 7'',$$

$$\varphi_2 + \varphi_2' = 4^\circ 41' 42''.$$

H wurde vor und nach der magnetometrischen Messung mittelst Ampèremeter und Tangentenbussole bestimmt, der mittlere Werth war

$$H = 0,186.$$

Setzt man diese Werthe in (7) ein, so ergibt sich

$$Hs = 0,0219,$$

und da

$$Hs = 0,0121 J,$$

$$J = 1,81.$$

Die ballistische Bestimmung ergab ebenfalls $J = 1,81$; dadurch ist der Ansatz $Q = 4ac$ gerechtfertigt, der von vornherein zweifelhaft war, da der Querschnitt des Ellipsoids $ac\pi$ ist.

II. Hysteresisablenkung.

Die Hysteresis äussert sich hier darin, dass die magnetische Axe der rotirenden Scheiben nicht mit der Richtung des äusseren Feldes zusammenfällt, sondern im Sinne der Rotation um einen bestimmten Winkel gegen dieselbe verschoben ist, der *Hysteresisablenkung* heissen soll.

Die praktische Bedeutung der Hysteresisablenkung besteht darin, dass durch dieselbe eine *Energievergeudung* in allen magnetischen Kreisprocessen bedingt ist, bei denen, wie z. B. in den Ankerkernen von Dynamomaschinen, die magnetisirende Kraft der Richtung anstatt der Grösse nach geändert wird. Ist

HA die Hysteresisablenkung,

M das magnetische Moment des rotirenden Körpers,

H die Intensität des äusseren Feldes, so ist

$$MH \sin HA$$

das der Drehung entgegenwirkende Drehungsmoment, folglich

$$(8) \quad 2\pi MH \sin HA$$

die bei einer Umdrehung von äusseren Kräften zu leistende, in Wärme umgesetzte Arbeit.

1. Daher besitzt auch die Frage, ob die *Hysteresisablenkung von der Geschwindigkeit der Rotation abhängig ist*, praktisches Interesse. Wir wollen die experimentelle Prüfung dieser Frage für den Fall durchführen, dass sich die Umdrehungsgeschwindigkeit während einer Umdrehung nicht merklich ändert.

Das System eines Magnetometers wurde auf folgende Weise hergestellt. Durch ein eine Strecke hindurch frei fallendes Gewicht wurde ein Glasfaden ausgezogen und in der Nähe jedes der beiden Enden ein kurzes Nadelstückchen befestigt; die beiden Nadeln erhielten eine schwache, gleich aber entgegengesetzt gerichtete Magnetisirung. Das so hergestellte astatische System wurde mittelst eines möglichst feinen Quarzfadens in einer Glasröhre aufgehängt. An dem unteren Ende des Glasfadens, welches in ein Spiegelgehäuse hineinragte, war

ein kleiner Planspiegel von 0,8 cm Durchmesser befestigt, der zur Ablesung der Einstellungen mittels Fernrohr und Scala diente.

Um zu verhindern, dass Foucaultströme im Innern der Scheibe von der in der Nähe befindlichen Nadel des Systems inducirt würden, wurde die Vorsichtsmaassregel gebraucht, die obere Nadel des Systems stets genau in die Ebene der Scheibe zu verlegen; die untere Nadel des Systems war dann zu weit von der Scheibe entfernt, um eine merkliche inducirende Wirkung ausüben zu können, da der Abstand der beiden Nadeln von einander etwa 16 cm, der Abstand der oberen Nadel vom Rande der zu untersuchenden Scheibe in der Regel nur etwa 4 cm betrug.

Die auf beide Nadeln wirkende Horizontalcomponente des Erdfeldes wird an der Stelle der oberen Nadel des Systems durch das nahezu gleich gerichtete Scheibenfeld verstärkt. Die Hysteresisablenkung bewirkt eine Ablenkung des Scheibenfeldes und dadurch des astatischen Magnetsystems. Die Grösse dieser Systemablenkung hängt von der Astasirung des Systems, der Intensität des Scheibenfeldes und der Ablenkung des Scheibenfeldes ab. Die Intensität des Scheibenfeldes ist nun, wie unten gezeigt wird, unabhängig von der Umdrehungszahl der Scheiben, wenn diese von 200 bis 2,5 variirt wird. Für diesen Bereich der Umdrehungszahl ist also die Frage, ob die Hysteresisablenkung von der Umdrehungszahl abhängig ist, identisch mit der Frage, ob die Systemablenkung von der Umdrehungszahl abhängt.

Die Astasirung des Systems war bei den Versuchen eine derartige, dass das Moment der unteren Nadel etwas grösser war, als das der oberen; dadurch wurde erreicht, dass die Systemablenkung um das mehrfache grösser war als die Ablenkung des Scheibenfeldes, wodurch die Empfindlichkeit der Methode erhöht wurde; die Systemablenkung bei Umkehrung der Rotation war offenbar gleich der doppelten, der Hysteresisablenkung entsprechenden Systemablenkung. Die zu untersuchende Scheibe war auf der Axe einer Sirene befestigt; durch Abziehen eines auf die Axe gewickelten Fadens konnte der Axe eine Umdrehungsgeschwindigkeit von über 200 Umdrehungen in der Secunde ertheilt werden; erst nach Minuten

kam die rotirende Scheibe zur Ruhe. Während so die Umdrehungszahl langsam von 200 bis 2,5 abfiel, wurde die Einstellung des Systems sorgfältig beobachtet.

Die der Hysteresisablenkung entsprechende Systemablenkung wurde bei allen Scheiben durch etwas andere Astasirung in sehr weiten Grenzen variirt. Wenn eine der Systemnadeln trotz der stets beobachteten Vorsichtsmaassregeln merkliche Foucaultströme in der Scheibe inducirte, so musste der Einfluss dieser auf die Systemablenkung stärker sein, wenn die Magnetisirung der oberen und der unteren Nadel verstärkt wurde, ohne dass die Systemablenkung bei Umkehrung der Rotation geändert wurde.

In keinem Falle und bei keiner der untersuchten Scheiben liess sich nun ein Einfluss der Umdrehungszahl auf die Systemablenkung erkennen, obwohl Aenderungen dieser Ablenkung von 0,3 Proc. noch hätten bemerkt werden müssen. Die Hysteresisablenkung ist also als unabhängig von der Umdrehungszahl anzusehen, wenn diese von 200 bis 2,5 variirt wird; folglich ist innerhalb dieser Grenzen auch die bei einer Umdrehung zu leistende Arbeit von der Geschwindigkeit der Umdrehung unabhängig.

2. Um die *Abhängigkeit der Hysteresisablenkung vom Material* zu prüfen, wurde die Hysteresisablenkung für alle bisher untersuchten Scheiben bei schneller Rotation derselben gemessen. Es kamen zwei Methoden in Anwendung, von denen die einfachere, die zuerst beschrieben werden soll, nur für grössere Scheiben geeignet ist.

Ein System wie das oben beschriebene war senkrecht über dem Mittelpunkte der horizontalen Scheibe Ia aufgehängt und so astasirt, dass das Erdfeld keine merkliche Directions-kraft auf dasselbe ausübte. Für alle Punkte in der Axe der Scheibe war die Richtung des Scheibenfeldes dieselbe wie die Richtung der Magnetisirung der Scheibe, wie aus Symmetriegründen folgt. Das Scheibenfeld war stärker an der Stelle der unteren, näheren Nadel des Systems; daher musste sich das System in die Richtung der Magnetisirung der Scheibe einstellen und die Ablenkung des Systems bei Umkehrung der Rotationsrichtung der doppelten Hysteresisablenkung gleich sein. Diese Systemablenkung wurde mehrmals beobachtet, während

das System jedesmal etwas anders astasirt war. Das Mittel aus den gefundenen Werthen giebt für die Scheibe Ia die letzte Verticalcolumnne der Tab. I (p. 65).

Dass nicht eine Ablenkung der magnetisirenden Kraft und damit der Magnetisirung durch Foucaultströme die Messung wesentlich beeinflusste, konnte durch folgenden Controllversuch festgestellt werden. Die Hysteresisablenkung ist innerhalb gewisser Grenzen, wie oben gezeigt wurde, unabhängig von der Geschwindigkeit der Rotation; die Intensität etwa vorhandener Inductionsströme musste mit zunehmender Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheibe schnell wachsen. Wurde nun die Umdrehungszahl von etwa 3—30 gesteigert — höhere Werthe konnten bei der grossen Scheibe Ia, die auf einem eigens hierzu construirten Rotationsapparat befestigt war, nicht erreicht werden — so nahm die beobachtete Systemablenkung nur um 2 Proc. zu; die Systemablenkung bei langsamer Rotation, wenn die Umdrehungszahl etwa 3 war, konnte also mit hinreichender Genauigkeit als der doppelten Hysteresisablenkung gleich angesehen werden.

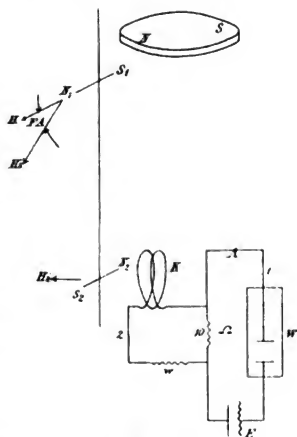


Fig. 3.

Dass eine andere Fehlerquelle vermieden war, dass nämlich das Erdfeld keine in Betracht kommende Wirkung auf das System ausübte, zeigt ein zweiter Controllversuch. Wurde der Abstand der Scheibe vom System geändert, so blieb die beobachtete Systemablenkung nahezu dieselbe.

Die Messung der Hysteresisablenkung bei den kleinen Scheiben gelang mittelst folgender Methode.

Das Magnetometer wurde so aufgestellt (vgl. Fig. 3), dass sich die obere Nadel $N_1 S_1$ des astatischen Systems in der Ver-

längerung desjenigen Durchmessers der zu untersuchenden Scheibe NS befand, in dessen Richtung die Horizontalcomponente H wirkte. Neben der unteren Nadel $N_2 S_2$ des Systems, deren Moment M_2 sei, wurde eine kleine Compensationspule K so aufgestellt, dass die Axe der Spule senkrecht zur Richtung des Erdfeldes stand und die Nadel in der Verlängerung der Spulenaxe befindlich war.

Auf der zu untersuchenden Scheibe war ein Windrädchen aus Aluminiumblech aufgekittet; zwei in Spitzen ausgezogene Glasröhren standen durch einen am Platze des Beobachters befindlichen T-Hahn mit einem Gebläse in Verbindung und waren so gestellt, dass sie entgegengesetzte Rotation der Scheibe bewirkten. Die Sirene war auf einem verstellbaren Tische befestigt; Magnetometer und Compensationsspule waren auf einer besonderen Console aufgestellt.

Der Compensationsstromkreis 2 war von einem Stromkreise 1 abgezweigt. In 1 waren ein Flüssigkeitswiderstand W , ein Präcisionsampèremeter A , der zur Abzweigung dienende Widerstand von 10Ω und ein Accumulator E hintereinandergeschaltet; in den Stromkreis 2 waren ausser der Compensationsspule K und dem 10Ω -Widerstand noch ein Commutator und ein Stöpselrheostat eingeschaltet. So konnte die Stromstärke i_2 leicht in weiten Grenzen continuirlich geändert werden. Der gestöpselte Widerstand w betrug etwa 1000Ω . Aus der abgelesenen Stromstärke i_1 ergibt sich:

$$(9) \quad i_2 = \frac{10}{w + 10} i_1.$$

Die magnetische Axe der oberen Nadel $N_1 S_1$ des Systems falle mit der Richtung der Horizontalcomponente H zusammen und bilde infolge der Hysteresisablenkung HA mit dem Scheibenfelde HS den Winkel FA ; das magnetische Moment der Nadel sei M_1 . Das Scheibenfeld an der Stelle der unteren Nadel ist praktisch $= 0$ zu setzen.

Daher übt die Scheibe je nach dem Sinne der Rotation auf das System das Drehungsmoment

$$\pm M_1 H s \sin FA$$

aus. Der durch die Compensationsspule K fließende Strom erzeuge an der Stelle der unteren Systemnadel $N_2 S_2$ das Feld Hi ;

dasselbe steht senkrecht auf der magnetischen Axe der unteren Nadel, übt also je nach der Stromrichtung auf das System das Drehungsmoment

$$\pm M_2 H i$$

aus. Bleibt die Einstellung des Systems bei gleichzeitiger Umkehrung von Rotations- und Stromrichtung dieselbe, nämlich die des Erdfeldes, so heben sich die Drehungsmomente von Strom- und Scheibensfeld gerade auf, d. h. es ist

$$M_1 H s \sin F A = M_2 H i.$$

Wie besondere Controllversuche und Rechnungen zeigten¹⁾, war bei der Messung

$$\frac{M_2 - M_1}{M_1} < 0,015;$$

daraus ergibt sich, dass bis auf weniger als 1,5 Proc.

$$M_2 = M_1$$

zu setzen ist.

Da ferner FA klein ist, wird

$$(10) \quad FA = \frac{H i}{H s}.$$

Die Abmessungen der Versuchsanordnung waren für alle Scheiben die gleichen.

Die Compensationsspule K bestand aus drei Windungen dünnen besponnenen Kupferdrahtes; der Windungsradius war $R = 1,55$ cm, die Entfernung der mittleren Windung vom Mittelpunkte der unteren Nadel war $h = 5,3$ cm. Ist i_2 , die Intensität des Compensationsstromes in Ampère, nach (9) gefunden, so berechnet sich nach dem Biot-Savart'schen Gesetz das Spulenfeld

$$(11) \quad \begin{cases} H i = \frac{0,2 \pi n R^2}{\sqrt{(R^2 + h^2)^3}} i_2; \\ H i = 0,0269 i_2. \end{cases}$$

Die Grössenordnung von $H i$ war bei den Versuchen 10^{-5} bis 10^{-6} .

Das Scheibensfeld $H s$ ist nach (2) p. 63 zu berechnen. Dabei ist $H s = X$, $q = 0$ zu setzen. Tab. I giebt die Magnetisirung J , die Dicke $2c$ sowie den Durchmesser $2a$ für die

1) Vgl. des Verf. Dissertation p. 29.

einzelnen Scheiben an; die Entfernung der oberen Systemnadel vom Mittelpunkte der untersuchten Scheiben war $r = 6,40$ cm. Wir können nun (2) schreiben

$$Hs = J \cdot 2c \cdot \frac{\pi}{a \cdot \epsilon^3} \left\{ \frac{\epsilon \eta + \epsilon^3 \eta^3}{\sqrt{1 - \epsilon^2 \eta^2}} - \arcsin \epsilon \eta \right\};$$

oder, da a , ϵ und η für alle Scheiben praktisch gleich sind, indem wir die Werthe für Ib einsetzen

$$(12) \quad Hs = 0,0447 \cdot J \cdot 2c.$$

Da FA und Hs sehr klein waren — Hs war ungefähr $= 0,003$ —, so musste das System sehr sorgfältig astasirt sein, sollte die Methode genügende Empfindlichkeit besitzen; da die Ausschläge bei Umkehrung allein der Rotation oder allein des Compensationsstromes etwa 200 Scalentheile betrugen, so konnte i_2 hinreichend genau bestimmt werden.

Es erübrigt noch, aus der Ablenkung FA des Scheibenfeldes die Hysteresisablenkung HA zu berechnen; es ergibt sich¹⁾ die Beziehung:

$$HA = FA \cdot \frac{\epsilon \eta - \sqrt{1 - \epsilon^2 \eta^2} \arcsin \epsilon \eta + \epsilon^3 \eta^3}{\epsilon \eta - \sqrt{1 - \epsilon^2 \eta^2} \arcsin \epsilon \eta - \epsilon^3 \eta^3}.$$

Bei der Ausführung der Versuche war $r = 6,40$ cm.

Die Rechnung ist nur für die Scheibe Ib durchgeführt, weil $\epsilon \eta$ für alle Scheiben merklich gleich ist, und ergibt

$$(13) \quad HA = 2,05 \cdot FA.$$

Zur Berechnung der Hysteresisablenkung aus dem beobachteten Werthe i_2 des Compensationsstromes (vgl. (9)) dienen also die Formeln (10), (11), (12), (13). Die so gefundenen Werthe der Hysteresisablenkung giebt die letzte Verticalcolumn der Tab. I p. 65.

Dass Inductionsströme die Messungen nicht merklich beeinflussten, zeigte die Unabhängigkeit der Systemablenkung von der von etwa 3—40 variirten Umdrehungszahl.

Da die Scheiben Ia und Ib aus demselben Stück decapirten Eisenbleches stammen und beide vor der Untersuchung gegläht

1) Die Berechnung ist in der Dissertation (p. 31) ausgeführt.

sind, so ist die Verschiedenheit der Hysteresisablenkung der Verschiedenheit der wahren magnetisirenden Kraft zuzuschreiben; die Hysteresisablenkung scheint also mit zunehmender magnetisirender Kraft, wenn diese klein ist, zu wachsen.

Die Scheiben IIa und IIb sind ebenfalls aus gleichem Material, nämlich aus Ankerkerneisen von Siemens & Halske; nur ist IIb durch Hämmern gehärtet; dadurch ist die Hysteresisablenkung beträchtlich kleiner geworden, obwohl die magnetisirende Kraft in beiden Scheiben annähernd gleich ist.

Bei den untersuchten Scheiben aus Nickel und gehärtetem Stahl ist die Hysteresisablenkung um das 10- bis 20fache kleiner, als bei weichem Eisen.

Diese Erscheinungen sind entgegengesetzt denjenigen, welche man nach dem Verhalten der betreffenden Materialien in höheren Feldstärken erwarten sollte; denn sowohl Coercitivkraft als auch Hysteresisfläche sind bei starken Feldern für Stahl und Nickel beträchtlich grösser als für Eisen, für hartes Eisen im allgemeinen grösser als für weiches.

III. Einfluss der Umdrehungszahl auf die Intensität der Magnetisirung.

Während sich bei der Verfolgung der Hysteresisablenkung für verschiedene Umdrehungszahlen eine Einwirkung magnetischer Viscosität nicht entdecken liess, tritt sehr deutlich *magnetische Viscosität* zu Tage, wenn man den Einfluss untersucht, welchen die Umdrehungszahl der rotirenden Scheiben auf die Intensität der Magnetisirung bez. die Susceptibilität besitzt.

1. Das Magnetometer wurde südöstlich vom Meridian der Scheibe aufgestellt, sodass das Scheibenfeld an der Stelle der oberen, in der Ebene der Scheiben befindlichen Nadel des astatischen Systems ungefähr senkrecht zur Richtung der Horizontalcomponente stand und daher eine beträchtliche Ablenkung des astatischen Systems hervorrief; die Astasirung des Systems war eine derartige, dass diese Ablenkung für jede Scheibe bei einem Scalenabstand von 247,5 cm mindestens 300 Scalentheile betrug; dabei stand das System so ruhig, dass nicht das geringste Schwanken bemerkbar war. Durch Abziehen eines aufgewickelten Fadens wurde nun der Sirenen-

axe, auf welcher die zu untersuchende Scheibe befestigt war, eine Umdrehungsgeschwindigkeit von über 200 Umdrehungen in der Secunde ertheilt; erst nach Minuten kam die Scheibe zur Ruhe, sodass das System einer Aenderung der Intensität des Scheibenfeldes unbedingt folgen musste.

Es wurde mit Sicherheit bei allen Scheiben wiederholt beobachtet, dass die Einstellung des Systems sich um nicht mehr als $\frac{3}{10}$ Scalentheile änderte, während die Umdrehungszahl von 200 bis 2,5 abfiel; da die Intensität des Scheibenfeldes der Intensität der Magnetisirung proportional ist, so folgt aus diesen Beobachtungen, dass die Intensität der Magnetisirung rotirender Scheiben bis auf 0,1 Proc. constant bleibt, wenn die Umdrehungszahl von 200 bis 2,5 variirt wird.

Etwa in der Scheibe vorhandene schwache Foucaultströme konnten auf die Intensität der Magnetisirung und damit des Scheibenfeldes nur verschwindenden Einfluss haben, wohl aber eine merkliche, zur Hysteresisablenkung hinzukommende Ablenkung der Richtung der Magnetisirung und damit des Scheibenfeldes bewirken. Kleine Aenderungen der Richtung des Scheibenfeldes waren bei obigen Versuchen ohne Einfluss auf die Systemeinstellung, wie die beobachtete Unabhängigkeit der Systemeinstellung von dem Sinne der Rotation zeigte. Daher konnte die Systemeinstellung nicht von Foucaultströmen beeinflusst sein, zeigte also lediglich den Einfluss der Umdrehungszahl auf die Intensität der Magnetisirung an.

2. Nahm die Umdrehungszahl über 2,5 hinaus ab, so gerieth das System bei allen Scheiben infolge geringer remanenter Magnetisirung bez. Verschiedenheit der Susceptibilität in verschiedenen Richtungen ¹⁾ in Schwankungen. Die zu untersuchende Scheibe wurde nun langsam in fünf verschiedene Stellungen von gleichem Winkelabstand gedreht, und aus den fünf etwas voneinander abweichenden Ablenkungen des Systems das arithmetische Mittel genommen. Darauf wurde wieder schnelle Rotation hergestellt und die Systemablenkung beobachtet. Dann wurde wieder die Scheibe nacheinander in fünf verschiedene Stellungen gedreht, die um $2\pi/25$, d. h. um ein Loch der Sirenenscheibe, gegen die

1) Vgl. des Verf. Diss. p. 21.

früheren Stellungen verschoben waren etc. Man erhielt schliesslich das Mittel aus 25 Werthen der Ablenkung, welche die ruhende Scheibe in 25 verschiedenen, um gleiche Winkel gegeneinander verschobenen Stellungen hervorrief, und aus vier Werthen der Ablenkung, welche die schnell rotirende Scheibe hervorrief. Veränderungen des Nullpunktes mussten in beide Mittel in gleicher Weise eingehen, bei der Vergleichung derselben also herausfallen. Es lässt sich leicht zeigen, dass das arithmetische Mittel aus den Ablenkungen, welche die Scheibe in den verschiedenen Stellungen hervorrief, der Werth derjenigen constanten Ablenkung ist, welche die schnell rotirende Scheibe hervorrufen würde, wenn sie beim Durchgang durch dieselben Stellungen genau ebenso magnetisirt wäre.

Es zeigte sich, dass bei allen Scheiben das arithmetische Mittel aus den Ablenkungen, welche die ruhende Scheibe hervorrief, grösser war als die constante Ablenkung bei schneller Rotation; daraus folgt, dass die Intensität J_2 der Magnetisirung, welche sich in einer ruhenden Scheibe nach geraumer Zeit herstellt, grösser ist als die Intensität J_1 der Magnetisirung, welche die schnell rotirende Scheibe beim Durchgang durch dieselbe Stellung besitzt.

3. Die Grösse dieser Zunahme der Magnetisirung war für die einzelnen untersuchten Scheiben sehr verschieden. Charakteristisch für das Material ist nun nicht die Zunahme $(J_2 - J_1)/J_1$ der Magnetisirung, sondern die Zunahme $(\alpha_2 - \alpha_1)/\alpha_1$ der Susceptibilität; diese ist grösser als jene, da die wahre magnetisirende Kraft abnimmt, wenn die Magnetisirung zunimmt. In der Tab. II sind daher unter den Werthen $(J_2 - J_1)/J_1$ auch die von $(\alpha_2 - \alpha_1)/\alpha_1$ angegeben, obgleich diese aus jenen unter einer gewissen, etwas zweifelhaften Annahme berechnet und daher unsicher sind.

Tabelle II.

	Ib	IIa	IIb	IIIa	IIIb	IV	V	Walzeisen
$\frac{J_2 - J_1}{J_1}$	3,3%	3,4	0,5	0,9	0,8	0,2	0,4	24,1%
$\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_1}$	14,6	8,3	1,3	4,6	—	0,4	0,6	—

Ib, IIa, IIIa, IIIb und die Walzeisenscheibe sind nach p. 62 aus weichem Eisen und theilweise vor der Untersuchung gegläht; bei allen diesen Scheiben ist die Susceptibilität κ_2 der ruhenden Scheibe beträchtlich grösser als die Susceptibilität κ_1 der schnell rotirenden Scheibe; doch ist die Zunahme $(\kappa_2 - \kappa_1)/\kappa_1$ der Susceptibilität für Walzeisen, wie aus dem grossen Werte von $(J_2 - J_1)/J_1$ folgt, um das mehrfache grösser, für Holzkohlenblech (IIIa und IIIb) erheblich kleiner als für die übrigen Scheiben Ib und IIa. Die Scheiben IIa und IIb sind beide aus Ankerkerneisen von Siemens & Halske, doch ist IIb durch Hämmern gehärtet; dadurch ist die Zunahme der Susceptibilität viel kleiner geworden. Bei Stahl und Nickel (IV und V) ist die Zunahme der Susceptibilität so klein, dass sie kaum nachweisbar ist.

Weiches ausgeglühtes Eisen zeigt also im allgemeinen eine beträchtliche magnetische Viscosität, doch ist der Betrag der Zunahme der Susceptibilität für die verschiedenen Eisensorten sehr verschieden; erheblich geringer ist die Zunahme der Susceptibilität bei hartem, gehämmertem Eisen; kaum nachweisbar bei Nickel und Stahl.

Freilich dürfen diese Unterschiede nicht ausschliesslich der Verschiedenheit des Materiales zugeschrieben werden, da die Intensität der wahren magnetisirenden Kraft und die Scheibendicke bei den einzelnen untersuchten Scheiben eine sehr verschiedene war; es liegen über den Einfluss dieser Grössen noch keine abgeschlossenen Beobachtungen vor.

4. Besitzt eine Eisenscheibe keine merkliche remanente Magnetisirung oder Verschiedenheit der Susceptibilität in verschiedenen Richtungen, so bietet die Rotation der Scheibe ein Mittel, um die magnetische Viscosität, d. h. das langsame Anwachsen der Magnetisirung nach einer plötzlichen Aenderung der magnetisirenden Kraft, zu demonstrieren.

Bringt man eine Scheibe, z. B. aus geglähtem Walzeisen, in derselben Weise wie in den letztes beschriebenen Versuchen, neben ein astatisches Magnetsystem, so bewirkt die Scheibe, schnell rotirend, eine bestimmte Einstellung des Systems. Hält man nun die Rotation der Scheibe plötzlich auf, so wächst die Intensität der Magnetisirung langsam an; infolgedessen beginnt das System zu wandern, und zwar kann man

diese Wanderung den ganzen Bereich der Scala umfassen lassen, wenn man die Einwirkung der schnell rotirenden Scheibe auf das System durch einen kleinen permanenten Magneten oder eine stromdurchflossene Spule compensirt.

Auf diese Weise wurde festgestellt, dass die Magnetisirung von Walzeisen erst nach 2 bis 3 Minuten ihren Endwert erreicht.

5. Während einer solchen Systemwanderung wurde die Scheibe aus Walzeisen mittels eines kleinen Holzhammers heftig erschüttert; es liess sich weder auf Betrag noch auf Geschwindigkeit der Systemwanderung ein Einfluss der Erschütterungen erkennen.

6. Lord Rayleigh hat zuerst unter Anwendung einer ähnlichen Methode eine auf der magnetischen Viscosität beruhende Systemwanderung beobachtet. Hr. J. A. Ewing hat dann den Betrag und die Schnelligkeit solcher Systemwanderungen in umfassender Weise untersucht.

Besonderes Interesse bieten die Curven, welche Hr. Ewing in Fig. 58 der deutschen Ausgabe seiner „Magnetischen Induction“ giebt, und welche die Intensität der vorhandenen Magnetisirung als Function der nach einer schnellen Aenderung der magnetisirenden Kraft verflossenen Zeit darstellen.

7. Für den Verlauf dieser Curven für sehr kleine Werte der verflossenen Zeit folgt aus unseren Versuchen folgendes. Die magnetisirende Kraft, welche in der Richtung eines Durchmessers der rotirenden Scheibe wirkt, wächst von 0 bis zum Endwert während der Dauer einer Viertelumdrehung, d. h. in 0,00125 bez. 0,1 Secunden, wenn die Umdrehungszahl 200 bez. 2,5 ist. Da nun die Intensität der Magnetisirung denselben Werth hat, ob die Umdrehungszahl 200 oder 2,5 ist, so folgt, dass die Werthe der Magnetisirung, welche den Zeiten 0,00125 bez. 0,1 Secunden nach einer schnellen Aenderung der magnetisirenden Kraft entsprechen, nicht merklich voneinander abweichen.

Dies steht in Uebereinstimmung mit einer Untersuchung Hrn. Holborn's „Ueber den zeitlichen Verlauf der magnetischen Induction.“¹⁾

1) Holborn, Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wissensch. v. 27. Februar 1896.

8. Hr. Ewing hat auf Grund seiner Beobachtungen die Frage behandelt, in welchen Fällen infolge magnetischer Viscosität Energieverlust mit der Aenderung der magnetisirenden Kraft verbunden sein kann. Hr. Ewing kommt zu dem Schlusse, dass bei solchen Processen, welche entweder schnell und ohne Pausen oder sehr langsam ausgeführt werden, keine Energievergeudung durch magnetische Viscosität eintreten könne. Dem entspricht, da die Energievergeudung wesentlich durch die Hysteresisablenkung in unseren rotirenden Scheiben bedingt ist (vgl. p. 68), dass sich ein Einfluss der Umdrehungszahl auf die Hysteresisablenkung HA_0 nicht entdecken liess.

Hr. Ewing zieht ferner aus seinen Beobachtungen die Folgerung, dass, „wenn die Aenderungen der magnetisirenden Kraft rasch erfolgen und Pausen bei den äussersten Werthen eintreten“, Energievergeudung durch Viscosität stattfindet. Dasselbe gilt für Scheiben, die in einem zur Axe senkrechten magnetischen Felde gedreht werden. Hat sich in der ruhenden Scheibe der Endwert J_2 der Magnetisirung hergestellt, und dreht man nun plötzlich die Scheibe um $\pi/2$, so stellt sich in der Richtung, welche nach der Drehung in die Richtung der magnetisirenden Kraft fällt, sofort die Magnetisirung J_1 her, in der dazu senkrechten, welche ursprünglich mit der Richtung der magnetisirenden Kraft zusammen gefallen ist, ist noch eine Magnetisirung, welche, wie wir aus analogen Beobachtungen Hrn. Ewing's folgern können, gleich $J_2 - J_1$ ist, zurückgeblieben. Dreht man also eine Scheibe nach längerem Stillstand plötzlich um $\pi/2$, so bildet die Richtung der Magnetisirung mit der Richtung der magnetisirenden Kraft, wenn die entmagnetisirende Kraft zu vernachlässigen ist, den Winkel

$$HA_0 + \arctg \frac{J_2 - J_1}{J_1}.$$

Die von äusseren Kräften bei der Drehung geleistete Arbeit ist offenbar grösser als wenn die Scheibe mit irgend einer constanten Geschwindigkeit rotirend um $\pi/2$ gedreht würde.

Resultate.

Aus der vorliegenden Untersuchung folgt für die magnetische Induction horizontaler, im Erdfelde rotirender Scheiben folgendes:

1. Die Susceptibilität kann aus Versuchen mit Scheiben bequem ballistisch und magnetometrisch bestimmt werden.

2. Die Hysteresisablenkung, d. h. die Ablenkung der Richtung der Magnetisirung rotirender Scheiben von der Richtung der äusseren magnetischen Kraft, daher auch die bei einer Umdrehung zu leistende Arbeit, ist unabhängig von der Umdrehungszahl, wenn diese von 200 bis 2,5 variirt wird.

3. Die Hysteresisablenkung ist bei Stahl und Nickel viel kleiner als bei Eisen, bei hartem Eisen kleiner als bei weichem; dieses Verhalten ist entgegengesetzt demjenigen, welches man nach dem Verhalten bei grösseren Feldstärken erwarten sollte.

4. Die Einwirkung magnetischer Viscosität zeigt sich darin, dass die Intensität der Magnetisirung der rotirenden Scheiben von der Umdrehungszahl abhängig ist. Wird die Umdrehungszahl von 200 bis 2,5 variirt, so ändert sich zwar die Intensität J_1 der Magnetisirung um nicht mehr als 0,03 bis 0,1 Proc. der vorhandenen Magnetisirung; hält man dagegen die rotirende Scheibe plötzlich auf, so beginnt die Magnetisirung der ruhenden Scheibe langsam anzusteigen und erreicht nach 2 bis 3 Minuten ihren Endwert J_2 , welcher der unendlich langsam gedrehten Scheibe zukommt. Grösser als die Zunahme $(J_2 - J_1)/J_1$ der Magnetisirung ist infolge der entmagnetisirenden Kraft die Zunahme $(\alpha_2 - \alpha_1)/\alpha_1$ der Susceptibilität; die Zunahme der Susceptibilität ist kaum nachweisbar bei Nickel und Stahl, gering bei gehämmertem Eisen, im allgemeinen beträchtlich bei weichem, geglühtem Eisen.

Für die gütige Anregung zu der vorliegenden Arbeit, sowie für die mannigfache Unterstützung während der Ausführung derselben sei Hrn. Prof. Warburg der beste Dank des Verfassers ausgesprochen.

Berlin, Physik. Inst. der Universität, August 1896.

**5. Experimentelle Untersuchungen über
die absolute Wärmeleitungsconstante der Luft;
von Egon Müller.¹⁾**

Die Dulong-Petit'sche Methode der Abkühlung eines Thermometers wurde zur Bestimmung der absoluten Wärmeleitungsconstante k der Luft seit dem Jahre 1875 in zwei verschiedenen Formen zur Anwendung gebracht. Kundt u. Warburg²⁾ und Graetz³⁾ benutzten zu ihren Versuchen kugelförmige Glasapparate und eliminirten den Einfluss der Wärmestrahlung, indem sie den Betrag derselben in einem möglichst weit evacuirten Apparat direct bestimmten. Winkelmann⁴⁾ bediente sich meistens cylinderförmiger Metallapparate und eliminirte den Einfluss der Wärmestrahlung durch Differenzbeobachtungen, deren Grundgedanke darin besteht, dass die Wärmemenge, welche das Thermometer durch Leitung der Luft abgibt, von dem Durchmesser der Luftschicht abhängt, die durch Strahlung abgegebene aber nicht. Dies sind die wesentlichsten Unterschiede, welche die beiden Methoden aufzuweisen haben. Auffällig erscheint es aber, dass auch die Resultate, welche auf diese beiden Wege erhalten wurden, sehr stark von einander abweichen; die zuverlässigsten Messungen differiren in beiden Fällen um 15 Proc.

Meine Aufgabe soll es nun sein, durch Vergleichung dieser beiden Methoden mit allen ihren Abänderungen die Ursache der grossen Verschiedenheit in den Resultaten zu suchen.

1) Vom Verfasser besorgter Auszug aus seiner Inauguraldissertation. München 1896.

2) Kundt und Warburg, Pogg. Ann. 156. p. 177. 1875. Nachdem Hr. Graetz 1881 den Wasserwerth des damals benutzten Thermometers genau bestimmt hatte, ergaben diese Versuche $k = 0,0000492$.

3) Graetz, Wied. Ann. 14. p. 232. 1881. $k = 0,0000484$.

4) Winkelmann, Pogg. Ann. 156. p. 497. 1875. $k = 0,0000525$; Wied. Ann. 44. p. 177 u. 429. 1891. $k = 0,0000555$. Eine genauere Berechnung dieser Versuche durch Hrn. Kutta (München, Dissert. 1894, Wied. Ann. 54. p. 104. 1895) ergab $k = 0,00005715$. Winkelmann, Wied. Ann. 48. p. 180. 1893. $k = 0,0000568$.

Die Berechnung der Wärmeleitungsconstante.

Zur Bestimmung der Wärmeleitungsconstante diene mir ein Metallapparat und ein Glasapparat, welche beide Kugelgestalt von ziemlich denselben Dimensionen hatten (vgl. Fig. 8 und 4 p. 92 und Fig. 6 p. 102). Bedeutet:

R den Radius der Hülle,
 r den Radius der Thermometerkugel,
 w den Wasserwerth der Thermometerkugel,
 v die Abkühlungsconstante des Apparates,
 k die Wärmeleitungsconstante der Luft,
 σ die Strahlungsconstante des Stoffes, welcher die Oberfläche der Thermometerkugel bildet,
 g ein Correctionsglied, welches durch die innere, und
 g' ein Correctionsglied, welches durch die äussere Wärmeleitfähigkeit des Thermometerstieles bedingt ist, so gilt, wenn der Einfluss der Strömungen auf die Abkühlungszeit des Apparates durch die Herstellung eines geringen Luftdruckes beseitigt ist, folgende Gleichung:

$$(1) \quad w \cdot v = k \cdot \frac{4\pi Rr}{R-r} + \sigma \cdot 4\pi r^2 + g + g'.$$

Es treten hier acht Grössen auf, von denen σ , g und g' eliminirt werden müssen, damit k aus den bekannten Stücken R , r , w und v bestimmt werden kann.

Die Art und Weise, wie diese Elimination zu erreichen ist, wird bei den Versuchen näher erörtert werden. An dieser Stelle möge zunächst eine kurze Betrachtung der Grössen g und g' folgen.

Es soll in Fig. 1 die Thermometerkugel zur Zeit t die Temperatur τ_1 haben, während die Hülle die Temperatur τ_0 besitzt. Es nehmen dann auf der Strecke AB die Temperaturen der aufeinander folgenden Luftschichten von τ_1 bis τ_0 ab. Die Temperatur des Stieles ist aber im Punkte B' nicht gleich τ_0 , sondern etwas höher. Erst in einem viel weiter von A' entfernten Punkte C erreicht auch diese den Werth τ_0 . Es hat also der Stiel auf der

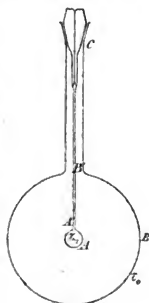


Fig. 1.

ganzen Strecke $A'C$ eine etwas höhere Temperatur als seine Umgebung und kann infolge dessen Wärme durch Strahlung und Leitung der Luft abgeben. Die Grösse g' hängt also ab von der Strahlungsconstante σ , von der Wärmeleitungsconstante k der Luft, von dem Abstand der Hülle bez. des Stieles derselben vom Thermometerstiel und von dem an jeder Stelle herrschenden Temperaturgefälle zwischen Thermometerstiel und Hülle, welches sich ganz nach der Grösse der Strecke $A'C$ richtet. Wird $A'C = AB$, so wird $g' = 0$, denn jetzt hat der Stiel an allen Stellen dieselbe Temperatur, wie seine Umgebung. Die Grösse g hängt ab von der Dicke des Thermometerstieles, von der Wärmeleitungsfähigkeit des Glases und von der Entfernung $A'C$. Je grösser $A'C$ wird, um so kleiner wird g .

Zur Berechnung der Abkühlungsconstante v dient die Gleichung:

$$(2) \quad v \cdot \log e = \frac{\log \tau_0 - \log \tau_1}{t_1}.$$

t_1 bedeutet dabei die Zeit, welche vergeht, bis das Thermometer von τ_0 bis τ_1 gefallen ist. Die Temperaturen sind von der Temperatur des Bades (0°) an gerechnet.

Berechnet man für eine grössere Reihe von Werthen für τ die zugehörigen $v \cdot \log e$, so findet man, dass die Abkühlungsconstante von der Temperatur τ abhängig ist, welche das Thermometer anzeigt. Diese Abhängigkeit lässt sich durch die Gleichung darstellen:

$$(3) \quad v = v_0 + v_1 \tau.$$

v_1 ist sehr klein und kann nur dann mit einiger Sicherheit bestimmt werden, wenn sich die Versuche auf ein grosses Temperaturintervall erstrecken. Kundt und Warburg und später Graetz haben deshalb ihre Beobachtungen zwischen 60° und 20° angestellt; sie konnten daher v_1 finden und berechneten dann die Abkühlungsconstante für die Temperatur 0° (v_0). Diesen Werth führten sie darauf in ihre Gleichung zur Bestimmung von k ein und erhielten so die Wärmeleitungsconstante bezogen auf die Temperatur 0° .

Winkelmann beobachtete nur in einem kleinen Temperaturintervall 18° bis 8° und 14° bis 10° . Aus den dabei erhaltenen Werthen konnte v_1 nicht gefunden werden; er bestimmte

daher den Mittelwerth von v (v_ϑ) und bezog denselben auf eine mittlere Temperatur ϑ der das Thermometer während des ganzen Versuches umgebenden Luft. Die Berechnung von ϑ hat Winkelmann im Jahre 1876¹⁾ durchgeführt. Als Resultat fand er:

$$\vartheta = \frac{t_0 + t_1}{4},$$

wenn die Beobachtungen zwischen den Temperaturen τ_0 und τ_1 liegen.

Da Winkelmann v_ϑ in die Gleichung zur Bestimmung von k einführen musste, so bezog sich das so erhaltene k auch auf die Temperatur ϑ . k_0 wurde dann mit Hülfe des durch andere Messungen bestimmten Temperaturcoefficienten γ der Wärmeleitung aus der Gleichung gerechnet:

$$k_0 = \frac{k_\vartheta}{1 + \gamma \vartheta}.$$

Die Berechnung dieser mittleren Temperatur lässt sich noch in einer anderen Weise etwas anschaulicher durchführen.

Von der Thermometerkugel, deren Temperatur τ sei, gehe ein stationärer Wärmestrom nach der Hülle von der Temperatur 0° . Dann ist die Temperatur ϑ eines beliebig zwischen Thermometer und Hülle liegenden Lufttheilchens nur abhängig vom Abstand ϱ desselben vom Kugelmittelpunkt. Diese Abhängigkeit soll gefunden werden: 1. wenn die Wärmeleitungsconstante der Luft von der Temperatur abhängt:

$$k = k_0 + k_1 \vartheta,$$

dann sei

$$\vartheta' = f(\varrho),$$

und 2. wenn k constant ist:

$$k = k_x,$$

dann sei

$$\vartheta'' = g(\varrho).$$

Die Wärmemenge Q , welche in einer Secunde durch die Kugelfläche vom Radius ϱ hindurch geht, ist:

$$Q = -4\pi \varrho^2 \cdot k \cdot \frac{d\vartheta}{d\varrho}.$$

Für den stationären Zustand muss ϑ als Function von ϱ so bestimmt werden, dass Q von ϱ unabhängig wird.

1) Winkelmann, Pogg. Ann. 157. p. 515 u. 516. 1876.

Zur Bestimmung dieser Function hat man im ersten Falle:

$$\varrho^2 \cdot (k_0 + k_1 \vartheta') \frac{d\vartheta'}{d\varrho} = \text{const.},$$

und im zweiten Falle:

$$\varrho^2 k_x \frac{d\vartheta''}{d\varrho} = \text{const.}$$

Die Integration dieser Gleichungen liefert, wenn die Grenzbedingungen berücksichtigt werden:

$$\vartheta' = \vartheta'' = \tau \quad \text{für} \quad \varrho = r$$

$$\vartheta' = \vartheta'' = 0 \quad \text{für} \quad \varrho = R,$$

im ersten Falle:

$$\frac{r}{R-r} \left(\frac{R}{\varrho} - 1 \right) \left(k_0 \tau + \frac{k_1}{2} \tau^2 \right) = k_0 \vartheta' + \frac{k_1}{2} \vartheta'^2$$

und im zweiten Falle:

$$\frac{r}{R-r} \left(\frac{R}{\varrho} - 1 \right) \tau = \vartheta''.$$

Es soll jetzt in der Gleichung:

$$k_x = k_0 + k_1 \vartheta'$$

ϑ' so durch τ ausgedrückt werden, dass in *beiden* Fällen in einer Secunde *gleich viel* Wärme abgegeben wird. Für jeden Werth von ϱ muss also sein:

$$k_x \frac{d\vartheta''}{d\varrho} = (k_0 + k_1 \vartheta') \frac{d\vartheta'}{d\varrho}.$$

Auf der Strecke zwischen Thermometer und Hülle nimmt im ersten Falle die Leitungsfähigkeit von k_r bis k_0 stetig ab und wird daher an einer Stelle auch den gesuchten mittleren Werth k_x erreichen. An dieser Stelle muss dann nothwendig in beiden Fällen auch dasselbe Temperaturgefälle herrschen, nämlich es muss sein:

$$\frac{d\vartheta''}{d\varrho} = \frac{d\vartheta'}{d\varrho}$$

oder

$$-\frac{r}{R-r} \frac{R}{\varrho^2} = -\frac{r}{R-r} \frac{R}{\varrho^2} \frac{k_0 + k_1 \frac{r}{2}}{k_0 + k_1 \vartheta'}.$$

Diese Gleichung wird nur dann erfüllt, wenn die Temperatur ϑ' an dieser Stelle ist:

$$\vartheta' = \frac{r}{2}.$$

Setzt man daher

$$k_z = k_0 + k_1 \cdot \frac{\tau}{2} = k_{\frac{\tau}{2}},$$

so wird im zweiten Falle in einer Secunde ebensoviel Wärme abgegeben, als im ersten Fall durch die Kugelfläche von der Temperatur $\tau/2$ hindurchgeht. Bei einem stationären Wärmestrom geht aber durch *jede* Schicht unabhängig vom Radius ρ dieselbe Wärmemenge hindurch, also gilt allgemein: Beträgt die Temperatur des Thermometers τ^0 , die der Hülle 0^0 , und ist der Apparat mit einem Stoff gefüllt, dessen Wärmeleitungsfähigkeit linear von der Temperatur abhängt, so geht in einer Secunde ebensoviel Wärme vom Thermometer zur Hülle, wie wenn die Wärmeleitungsfähigkeit den constanten Werth $k_{\frac{\tau}{2}}$ besitzen würde.

Liegen nun die Beobachtungen zwischen den Temperaturen τ_0 und τ_1 so ist $\tau = \frac{1}{2}(\tau_0 + \tau_1)$ zu setzen und die aus dem Mittelwerth aller Beobachtungen gerechnete Wärmeleitungsconstante bezieht sich auf die Temperatur:

$$\tau = \frac{\tau_0 + \tau_1}{2}.$$

Bei der Berechnung der Wärmeleitungsconstante aus den Versuchen werden die Einflüsse der Strahlung und Glasleitung, wie schon in der Einleitung gesagt wurde, durch Differenzbeobachtungen eliminirt; d. h. es werden aus zwei passend gewählten Versuchsreihen die zugehörigen Abkühlungsconstanten berechnet (nach Gl. (2) p. 84) und die entsprechenden Werthe voneinander subtrahirt. Diese Differenz ist der Wärmeleitungsconstante direct proportional und da der Temperaturcoefficient der Wärmeleitung eine positive Grösse ist, so steht nach obigen Betrachtungen zu erwarten, dass auch diese Differenz mit steigender Temperatur zunimmt. Berechnet man jedoch aus einer Versuchsreihe für verschiedene Temperaturen eine Anzahl von Werthen für diese Differenz, so lehrt die Erfahrung, dass diese Grösse fast durchwegs innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler constant bleibt, ja dass sie sogar in einzelnen Fällen mit steigender Temperatur abnimmt. Es beweisen dies nicht nur meine eigenen Versuche, sondern auch die von Kundt u. Warburg und Graetz. Allerdings ist die Zunahme, welche man erwarten sollte, sehr klein und

liegt häufig im Bereiche der Beobachtungsfehler; ausserdem nimmt der Wasserwerth des Thermometergefässes mit steigenden Temperaturen zu und wirkt dadurch verkleinernd auf die Abkühlungsconstante, und würden die Gase bei höheren Temperaturen, soweit sie hier in Betracht kommen, Wärmestrahlen absorbiren, so würde dies ebenfalls dazu beitragen, eine Abnahme der Abkühlungsconstante mit steigenden Temperaturen hervorzurufen. Dass diese beiden Umstände jedoch die Erscheinung nicht zu erklären vermögen, geht aus den Graetz'schen Versuchen hervor. Es kommt nämlich dort einige Male vor, dass die in Frage stehende Differenz der Abkühlungsconstanten sowohl von 20° bis 60° als auch von 120° bis 160° im Abnehmen begriffen ist, dennoch sind aber die Werthe für die hohen Temperaturen grösser, als die für die niederen Temperaturen. Es erfolgt also in den fraglichen Fällen die Abnahme der von den Einflüssen der Strahlung und Glasleitung befreiten Abkühlungsconstante nicht mit steigenden *absoluten Temperaturen*, sondern mit Zunahme der *Differenz der Temperaturen* des Thermometers und der Hülle.

Bei der Erklärung dieser Erscheinung werden wohl die Beobachtungsfehler eine grosse Rolle spielen, dass diese jedoch nicht allein genügen, geht schon daraus hervor, dass von allen Versuchen (mit Glasapparaten) etwa $\frac{2}{3}$ einen negativen und nur $\frac{1}{3}$ einen positiven Werth für den Temperaturcoefficienten der in Rede stehenden Abkühlungsconstante ergeben. Bei einer ganzen Anzahl von Fällen, etwa $\frac{2}{3}$ von allen vorhandenen, liegt dieser Coefficient im Bereiche der Fehlergrenzen und es bleiben nur zwei Messungen übrig, welche einen ausgesprochen positiven Temperaturcoefficienten ergeben haben. Fast alle Beobachtungen dagegen, welche über 100° lagen, lieferten für diese Grösse deutlich einen negativen Werth. Ich werde später auf diesen Punkt noch einmal zu sprechen kommen.

Bei der Berechnung der Wärmeleitungsconstante bestimmten Kundt u. Warburg und Graetz zuerst den Wert einer jeden Abkühlungsconstante für die Temperatur 0° und eliminirten dann durch Subtraction der betreffenden reducirten Werthe die Einflüsse der Wärmestrahlung und Glasleitung. Ich habe dagegen diese Subtraction zuerst vorgenommen und zwar von Grad zu Grad und dann diese Differenz auf 0° reducirt.

Das Resultat ist offenbar in beiden Fällen dasselbe, nur kann man bei meiner Berechnungsweise die oben beschriebenen Erscheinungen erkennen, während dies bei der früheren nicht möglich war. Da nun bei fast allen meinen Versuchen der Temperaturcoefficient dieser Differenz so klein war, dass er sich durch Beobachtungsfehler vollständig erklären liess, so setzte ich denselben in allen diesen Fällen gleich 0 und führte das arithmetische Mittel aus allen Einzelwerthen in die Rechnung ein. Nach der auf p. 85 u. f. ausgeführten Berechnung müsste sich das so gefundene Resultat auf die Temperatur $\vartheta = (\tau_0 + \tau_1)/4$ beziehen, da aber, wie aus vielen Versuchen hervorgeht, die erwartete Zunahme der in Rede stehenden Differenz mit steigender Temperatur nicht durch Beobachtungsfehler verdeckt, sondern durch noch unbekannte Einflüsse aufgehoben zu sein scheint, so setzte ich in diesen Fällen $\vartheta = 0^\circ$.

Anordnung der Versuche.

Nachdem die Apparate bei einer Temperatur von 100° mittels einer Geissler'schen Pumpe mit trockener Luft von dem gewünschten Drucke gefüllt waren, kamen sie in das sehr sorgfältig bereitete Kühlungsbad von der Temperatur 0° . Da es sich hier darum handelt, die Temperatur der Oberfläche eines sich abkühlenden Körpers auf 0° zu erhalten, so muss dafür gesorgt werden, dass in jedem Augenblick neue Eis- und Wassertheilchen von 0° Temperatur mit der Oberfläche des Apparates in Berührung gebracht werden. Um dies zu erreichen stellte ich das Bad aus einem Gemisch von gleichen Volumentheilen Wasser und fein zertheiltem Eis her und umgab den Apparat mit vier vertical stehenden Schaufeln (Fig. 2), welche durch einen Electromotor gedreht wurden. Ich hatte zwei Systeme von Schaufeln in Verwendung, welche sich der verschiedenen Grösse der Hüllen anpassten und welche so gebogen waren, dass bei der Drehung stets das feste, sich nach oben schiebende Eis nach unten gedrängt wurde. Bei dieser Einrichtung darf aber nur *sehr* fein zertheiltes Eis in Anwendung kommen, welches ich mir mit Hilfe einer gewöhnlichen grösseren Mandelreibmaschine herstellte.

Neben die Thermometerscala kam ein langer schmaler

Spiegel zu stehen, welcher zur Vermeidung der Parallaxe beim Ablesen dienen sollte.

In diesem Bade wurde die Abkühlungszeit des Glasapparates um 3 Proc. kleiner gefunden, als im trockenen Eise.

An dieser Stelle will ich auch gleich darauf aufmerksam machen, dass man durchaus nicht von vornherein die Temperatur bestimmen kann, von welcher ab die Beobachtungen beginnen, bez. gelten dürfen; das hängt ganz von der Zeit ab, welche die Hülle braucht, um die Temperatur des Bades anzunehmen. Je nach der Grösse des Wasserwerthes der Hülle und des Thermometers wird sich der Stand des letzteren nach dieser Zeit richten und erst von hier ab können die beobachteten Werthe auf Richtigkeit Anspruch haben. Diese Temperatur des Thermometers τ' lässt sich bei der Berechnung der Abkühlungsconstante v ziemlich deutlich erkennen. Wie auf p. 84 angegeben ist, nimmt nämlich v mit steigenden Temperaturen zu, allein nur bis zur Temperatur τ' ; denn für noch grössere Werte von τ kühlt sich das Thermometer langsamer ab, weil die Hülle noch nicht die Temperatur 0° erreicht hat; es wird also die Abkühlungszeit t zu gross und folglich das nach

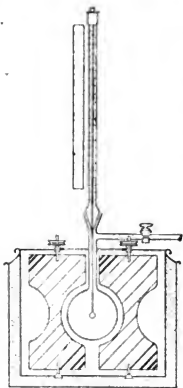


Fig. 2.

Gleich. (2), p. 84 berechnete v zu klein gefunden. Schon im Jahre 1891 machte Hr. Winkelmann darauf aufmerksam, dass bei seinen Beobachtungen immer für die grössten Werthe von τ die Abkühlungsconstante v zu klein gefunden wurde, eine Erscheinung, die sich übrigens auch schon bei seinen früheren Messungen findet. Er suchte jedoch die Ursache hierfür in einem Fehler des Thermometers. Ich habe deshalb zur Begründung meiner Erklärung besondere Versuche angestellt, indem ich die Abkühlungszeit t des Glasapparates im Eis zwischen 18° und 8° gemessen habe, nachdem ich den ganzen Apparat in Bädern von verschiedener Temperatur ϑ erwärmt hatte. Ich erhielt folgende Tabelle:

ϑ	t
100°	195 sec.
70	195
30	195
25	197
22	200

Je grösser ϑ ist, umso mehr Zeit vergeht, bis das Thermometer die Temperatur 18° erreicht und die Messung ihren Anfang nimmt und um so sicherer wird dann die Hülle die Temperatur 0° besitzen. Man sieht daher aus dieser Tabelle deutlich, dass ϑ nicht kleiner, als bis zu einer bestimmten Grenze gewählt werden darf, wenn man für t einen sicheren Werth erhalten will.

Zur Ablesung der Zeiten t wurde mir durch die besondere Güte des Hrn. Prof. Dr. Seeliger von der Kgl. Sternwarte in München ein Hipp'scher Chronograph zur Verfügung gestellt, wofür ich ihm zu grossem Danke verbunden bin. Die Secundencontacte lieferte eine einfache Uhr, welche vor jeder Messung mit einer Normaluhr verglichen wurde.

Versuche mit dem Metallapparat.

Beschreibung des Apparates.

Der bei den Versuchen, welche in diesem Abschnitt beschrieben werden, in Anwendung gebrachte Apparat war im Wesentlichen den von Winkelmann zuletzt benutzten Apparaten nachgebildet und erhielt die in Fig. 3 und Fig. 4 dargestellte Kugelgestalt.

Das Thermometer trug in M und D zwei luftdicht aufgekittete Messinggewinde, wodurch dasselbe einerseits mit der Aluminiumkugel B , andererseits mit der Hülle verbunden werden konnte. Das Verlängerungsglied E diente dazu, auch die kleine Hülle concentrisch zur Kugel B anbringen zu können und war so eingerichtet, dass es auch mit der grossen Hülle verbunden werden konnte, wie in Fig. 4 angegeben ist. Es sollte durch diese Anordnung erreicht werden, dass die Länge des Thermometerstieles im Innern der Hüllen in beiden Fällen gleich gemacht werden konnte. Bei den Versuchen wurden die beiden Hälften der Hüllen, welche innen

vergoldet waren, zusammengesteckt und verlöthet. Dichtungsringe aus Blei stellten den luftdichten Abschluss der Gewinde her. Der Zwischenraum zwischen Thermometergefäß *A* und Aluminiumkugel *B* wurde durch Quecksilber ausgefüllt und durch den Aluminiumzapfen *C* abgeschlossen.

Das Thermometer, welches von der Firma R. Ebermayer in München aus Jenaer Thermometernormalglas mit grosser Sorgfalt hergestellt war, besass in *G* ein mit Glashahn versehenes horizontales Ansatzrohr und in *F* eine kleine Oeffnung; dasselbe diente also zugleich als Zuleitungsrohr für die ge-

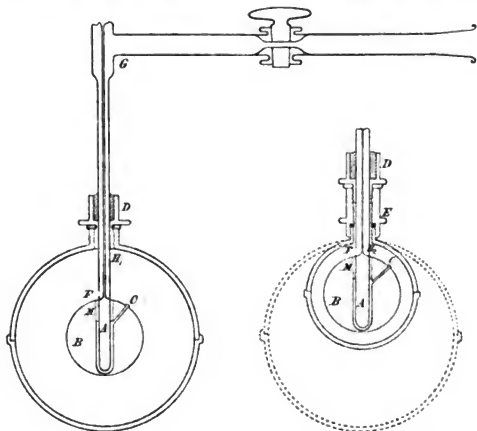


Fig. 3.

Fig. 4.

wünschten Gasarten. Die Thermometerscala war 38 cm lang und von 3° bis 100° in halbe Grade getheilt.

Der Durchmesser des Thermometerstieles innerhalb des Apparates betrug 5 mm.

Das Gewicht des im Thermometer enthaltenen Quecksilbers habe ich bei der Herstellung des Apparates gefunden. Das Gewicht des Glases wurde dann aus dem Volumen des ganzen Thermometergefäßes berechnet. Es konnte somit der Wasserwerth der ganzen Kugel mit grosser Genauigkeit bestimmt werden. Derselbe ergab sich aus folgenden Grössen:

Gewicht des Aluminiums	35,837 g
„ „ gesammten Quecksilbers	5,297 g
„ „ Messinggewindes	0,696 g
„ „ Glases (gerechnet)	0,333 g
Wärmecapacität des Aluminiums	0,2143
„ „ Quecksilbers	0,0333
„ „ Messing	0,086
„ „ Normalglases ¹⁾	0,1988

Aus diesen Grössen findet man den Wasserwerth der Kugel:

$$w = 7,9812.$$

Die genaue Bestimmung der Kugelradien liefert:

Radius der Aluminiumkugel	$r = 1,438$ cm
„ „ grossen Hülle	$R_1 = 3,533$ cm
„ „ kleinen Hülle	$R_2 = 2,012$ cm

Genauere Angaben über diesen Apparat, sowie über die Art und Weise, wie das Centriren der Kugeln vorgenommen wurde, finden sich in der Originalabhandlung.

Wie aus Fig. 4 hervorgeht, nähert sich in H_2 die Hülle dem Thermometerstiel bis auf weniger als 1 mm. Es wird also die Temperatur des Stieles an dieser Stelle während des ganzen Versuches sehr wenig von 0° verschieden sein; in Fig. 3 hat der Stiel im Punkte H_1 sicher die Temperatur 0° . Aus der Betrachtung auf p. 83 und 84 folgt also, dass bei den Versuchen mit dem Metallapparat g' stets zu vernachlässigen ist.

Erste Methode der Untersuchung.

Die auf p. 83 zur Bestimmung von k angegebene Gleichung (1) erhält für den Metallapparat die Form:

$$w \cdot v = k \cdot \frac{4 \pi R r}{R - r} + \sigma 4 \pi r^2 + g.$$

Wie schon in der Einleitung erwähnt wurde, eliminirte Winkelmann die Strahlung, indem er das Thermometer mit Hüllen von verschiedenem Radius umgab und jedesmal die Abkühlungsconstante bestimmte. Um nun mit σ zugleich auch g beseitigen

1) Winkelmann. Wied. Ann. 49. p. 406. 1893.

zu können, verfuhr ich mit meinem Kugelapparat ebenso, wie Winkelmann im Jahre 1891 mit seinem Cylinderapparat, indem ich, wie in Fig. 4 angegeben ist, der kleinen Hülle (R_2) eine zur Aluminiumkugel concentrische, der grossen Hülle (R_1) eine excentrische Lage gab. In diesem letzteren Falle tritt aber als Coefficient von k eine unbekannte Function $f(R_1 r)$ auf, welche schliesslich dadurch eliminirt wird, dass die Versuche, welche mit Luft angestellt wurden, mit einem anderen Gas von der Wärmeleitungsfähigkeit k' wiederholt werden. Es ergeben sich folgende Gleichungen:

$$w \cdot v_1 = k \cdot f(R_1 r) + \sigma 4 \pi r^2 + g$$

$$w \cdot v_2 = k \cdot \frac{4 \pi R_2 r}{R_2 - r} + \sigma 4 \pi r^2 + g$$

$$w \cdot v_1' = k' \cdot f(R_1 r) + \sigma 4 \pi r^2 + g$$

$$w \cdot v_2' = k' \cdot \frac{4 \pi R_2 r}{R_2 - r} + \sigma 4 \pi r^2 + g.$$

Die Bedeutung der Grössen v_1, v_2, v_1', v_2' ist leicht zu ersehen. Aus diesen 4 Gleichungen findet man k in folgender Form:

$$k = \frac{w \cdot (R_2 - r_1)}{4 \pi R_2 r} \cdot \frac{(v_2' - v_2) (v_2 - v_1)}{(v_2' - v_1') - (v_2 - v_1)}.$$

Hier muss noch eine Correction angebracht werden, weil ein Theil der Kugeloberfläche von dem Thermometerstiel eingenommen wird. Bedeutet ε ¹⁾ den Querschnitt desselben, so ist:

$$(4) \quad k = \frac{w \cdot (R_2 - r)}{4 \pi R_2 r - \varepsilon} \cdot \frac{(v_2' - v_2) (v_2 - v_1)}{(v_2' - v_1') - (v_2 - v_1)}.$$

Als zweites Gas diente mir Wasserstoff, welcher aus gewöhnlichem Zink und Salzsäure hergestellt wurde; derselbe war also nicht chemisch rein, was auch bei der Berechnung nicht vorausgesetzt wird.

Die Beobachtungen.

In der folgenden Tabelle sind neben den Temperaturen in den ersten vier Columnen die zugehörigen Abkühlungszeiten mitgetheilt, welche gemessen wurden, wenn der Apparat mit Luft von 10 bis 20 mm Druck und Wasserstoff von 30 bis

1) Vgl. Winkelmann, Wied. Ann. **44**, p. 450. 1891 und **48**, p. 186. 1893.

40 mm Druck gefüllt war. Der immerhin noch grosse Wasserwerth der Aluminiumkugel gestattet es nicht, die Versuche auch auf Kohlensäure auszudehnen; schon für Luft musste aus diesem Grunde das Beobachtungsintervall verkleinert werden. Um aber dennoch einen Ueberblick über die Abnahme von $v \log e$ mit sinkender Temperatur zu gewinnen, habe ich für Luft die Abkühlungszeit zwischen 70° und 50° von Grad zu Grad und dann mit derselben Füllung die Abkühlungszeit von 30° bis 25° in Intervallen von halben Graden gemessen. Für Wasserstoff konnten die Versuche ohne Unterbrechung durchgeführt werden.

Tabelle I.

t	Luft		Wasserstoff		$(v_2 - v_1)$ $\log e$	$(v_2' - v_1')$ $\log e$	$(v_2' - v_2)$ $\log e$
	gr. Hülle (R_1)	kl. Hülle (R_2)	gr. Hülle (R_1)	kl. Hülle (R_2)			
70°	0	0	0	0			
69	38	22	7,5	4,2			
68	75	43,5	15,2	8,4			
67	113	66,5	23,3	13,0			
66	151	89	31,4	17,3			
65	191	110	39,2	21,5	0,000 124	0,000 675	0,001 203
64	231	135,5	47,8	26,2			
63	272	159	56,4	31,1			
62	314	184	65,0	35,6			
61	356	208,5	74,5	40,4			
60	399	233,5	83,5	45,3	0,000 114	0,000 677	0,001 179
59	443	259	93,0	50,4			
58	489	286	102,9	55,7			
57	534	313	112,8	61,0			
56	584	340,5	122,3	66,3			
55	630	369	133,3	71,8	0,000 115	0,000 668	0,001 147
54	682	399	144,4	77,5			
53	734	429	155,6	83,3			
52	785	460	167,7	89,2			
51	840	491	179,6	95,4			
50	895	523	192,0	101,7	0,000 113	0,000 680	0,001 116
49			205,0	108,4			
48			217,3	114,8			
47			231,2	121,5			
46			244,7	128,0			
45			259,7	135,8		0,000 664	

τ	Luft		Wasserstoff		$(r_2 - r_1)$ $\log e$	$(r_2' - r_1')$ $\log e$	$(r_2' - r_2)$ $\log e$
	gr. Hülle (R_1)	kl. Hülle (R_2)	gr. Hülle (R_1)	kl. Hülle (R_2)			
44			274,2	143,0			
43			289,5	150,4			
42			305,0	158,0			
41			320,7	165,7			
40			337,0	173,9		0,000 679	
39			353,4	181,5			
38			370,5	189,9			
37			388,1	198,2			
36			405,3	206,8			
35			425,0	215,2		0,000 742	
34			445,0	224,6			
33			465,7	234,0			
32			486,8	243,9			
31			509,4	254,1			
30	0	0	532,0	264,5		0,000 729	
29,5	46	27	—	270,2			
29	93	56	556,0	275,3			
28,5	141	81	—	280,8			
28	190	110	581,2	286,4			
27,5	239	139	—	292,1			
27	290	168	607,5	298,1			
26,5	342	199	—	304,4			
26	395	230	635,2	310,3			
25,5	449	260	—	316,2			
25	503	291	664,1	322,8	0,000 114	0,000 758	0,001 084

Die in der Tabelle enthaltenen Abkühlungszeiten sind Mittelwerthe aus je zwei bis drei Messungen und sind bis auf 0,2 Proc. genau.

Berechnet man aus diesen Zahlen die Abkühlungs-constante, indem man in Gleichung (3) p. 84 nach der Methode der kleinsten Quadrate v_0 und v_1 bestimmt, so erhält man:

$$v_1 \log e = 0,000 149 + 0,00000036 \tau$$

$$v_2 \log e = 0,000 266 + 0,00000033 \tau$$

$$v_1' \log e = 0,000 454 + 0,00000512 \tau$$

$$v_2' \log e = 0,001 248 + 0,00000313 \tau$$

Um zugleich eine Uebersicht über die Grenzen der Beobachtungsfehler herzustellen, habe ich dieses Resultat in Fig. 5 graphisch dargestellt, indem ich die aus den Abkühlungszeiten

des Apparates von 5 zu 5 Grad gerechneten Abkühlungsconstanten als Ordinaten, die Temperaturen als Abscissen eingetragen habe.

Die sich aus Fig. 5 ergebenden Zahlenwerthe für $(v_2 - v_1) \log e$, $(v_2 - v_1') \log e$ und $(v_2' - v_2) \log e$ sind in den drei letzten Columnen der Tabelle I enthalten.

Man sieht hier deutlich, dass die in Rechnung kommenden Differenzen $(v_2 - v_1) \log e$ und $(v_2' - v_1') \log e$ mit steigender Temperatur nicht zunehmen; $(v_2 - v_1) \log e$ ist als constant zu betrachten, während $(v_2' - v_1') \log e$ mit steigender Temperatur abnimmt. Die Differenz $(v_2' - v_2) \log e$ nimmt dagegen mit

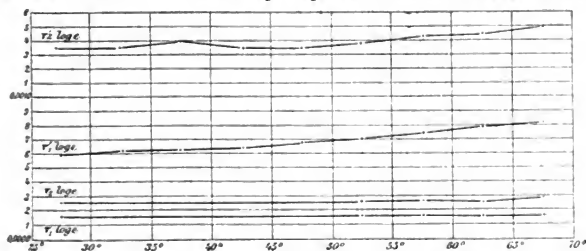


Fig. 5.

steigender Temperatur ziemlich stark zu. Da die Wärmeleitungsconstante des Wasserstoffs ungefähr 7 Mal so gross ist als die der Luft, der Temperaturcoefficient γ der Wärmeleitung, wie er auf p. 85 angegeben ist, für Luft und Wasserstoff nahezu gleich ist, so wäre zu erwarten gewesen, dass die Zunahme von $(v_2' - v_1') \log e$ mit steigender Temperatur positiv und 7 Mal so gross sei als die Zunahme von $(v_2 - v_1) \log e$. Das Verhalten der Grösse $(v_2' - v_2) \log e$ entspricht ungefähr der Erwartung. Was nun die beiden anderen Differenzen betrifft, so möchte ich nicht entscheiden, ob das Verhalten derselben auf Beobachtungsfehler zurückzuführen ist, oder nicht. Es bieten derartige Versuche mit Metallapparaten bei so hohen Temperaturen, namentlich, was das Dichthalten derselben betrifft, sehr grosse Schwierigkeiten und ich konnte stets erst nach mehreren vergeblichen Bemühungen ein paar übereinstimmende Versuchsreihen erhalten. Ich lege deshalb auch meinen Versuchen mit dem Metallapparat nicht die Bedeutung

bei, wie denen mit dem Glasapparat. Bei den Versuchen des Hrn. Winkelmann, welcher seine Beobachtungen bei niedrigen Temperaturen auf ein Intervall von nur wenigen Graden ausdehnte, fiel ein grosser Theil dieser Schwierigkeit weg.

Als Resultat dieser Untersuchungen ist anzugeben, dass ich nach dieser Methode sehr verschiedene Werthe für die Wärmeleitungsconstante k erhalte, je nachdem ich für hohe oder für niedere Temperaturen die Grössen $v \cdot \log e$ bestimme.

Die von Grad zu Grad berechnete Abkühlungsconstante habe ich dazu benutzt, die Abhängigkeit des nach Gleichung (4) bestimmten k von der Temperatur τ zu finden, bei welcher die Beobachtungen liegen. Ich nahm dabei für $(v_2 - v_1) \log e$ den Mittelwerth aus allen Messungen; die Abhängigkeit von $(v_2' - v_1') \log e$ und $(v_2' - v_2) \log e$ von der Temperatur stellte ich durch eine lineare, bez. durch eine quadratische Function dar. Es ergab sich¹⁾:

$$*(v_2 - v_1) \log e = 0,000114$$

$$*(v_2' - v_1') \log e = 0,000781 + 0,00000196 \tau$$

$$*(v_2' - v_2) \log e = 0,001175 - 0,00000603 \tau + 0,0000000905 \tau^2.$$

Aus diesen Werthen und aus den auf p. 93 mitgetheilten Constanten des Apparates findet man:

$$k = 0,000058596 - 0,00000012803 \tau + 0,0000000041403 \tau^2.$$

Obgleich hier der Coefficient von τ negativ ist, so nimmt k doch schon von $15,5^\circ$ an zu.

Dieses Resultat ist mit den letzten Winkelmann'schen Resultaten vergleichbar, wenn ich für τ die mittlere Temperatur setze, bei welcher die Winkelmann'schen Versuche liegen (12°) und diesen Werth mit den nicht auf 0° reducirten Resultaten von Winkelmann zusammenstelle. Es ergibt sich aus meinen Versuchen:

$$k = 0,00005766$$

und aus den Versuchen von Winkelmann:

1891 Cylind. App. II (ber. von Kutta)	$k = 0,00005713$	} 2. Gas H
1891 „ „ IV („ „ „)	$k = 0,00005845$	
1893 Kugelapparat	$k = 0,00005827$	
1893 „ „	$k = 0,00005668$	

1) Hier und im Folgenden bedeutet ein *, dass die Ungenauigkeit im Gange der Uhr berücksichtigt ist.

Da meine Versuche mit dem Metallapparat, wie schon erwähnt, nicht so zuverlässig sind, wie die Winkelmann'schen, so ist der guten Uebereinstimmung dieser Resultate wohl nicht die Bedeutung beizulegen, die man ihr sonst zuschreiben würde.

Zweite Methode der Untersuchung.

Mehr, um zu zeigen, wie gross der Einfluss der Glasleitung auf das Resultat werden kann, als um das von Winkelmann im Jahre 1875 benutzte Verfahren zur Bestimmung der Wärmeleitungsconstante der Luft zu wiederholen, umgab ich, wie in Fig. 3, p. 92 angegeben ist, das Thermometer einmal mit der grossen Hülle (R_1) und dann mit der kleinen Hülle (R_2), jedesmal concentrisch zur Aluminiumkugel und bestimmte in beiden Fällen die Abkühlungsconstante des Apparates. Es ergeben sich dann die Gleichungen:

$$w \cdot v_1 = k \cdot \frac{4 \pi R_1 r}{R_1 - r} + \sigma 4 \pi r^2 + g_1,$$

$$w \cdot v_2 = k \cdot \frac{4 \pi R_2 r}{R_2 - r} + \sigma 4 \pi r^2 + g_2,$$

folglich:

$$w \cdot (v_2 - v_1) = k \cdot \frac{4 \pi r^2 (R_1 - R_2)}{(R_1 - r)(R_2 - r)} + (g_2 - g_1).$$

Will man aus dieser Gleichung k finden, so muss die Grösse $(g_2 - g_1)$ vernachlässigt werden. Man erhält dann:

$$(5) \quad k = \frac{w \cdot (R_1 - r)(R_2 - r)}{4 \pi r^2 (R_1 - R_2)} \cdot (v_2 - v_1).$$

Bei Anwendung der grossen Hülle ist aber das Verbindungsstück der Aluminiumkugel mit der Wandung viermal so läng, als bei Anwendung der kleinen Hülle; es folgt hieraus, dass $(g_2 - g_1)$ eine positive Grösse ist. Durch Vernachlässigung derselben kann also das Resultat nur zu gross ausfallen.

Die Beobachtungen.

Ebenso wie bei den vorigen Versuchen wurden auch hier die Abkühlungszeiten des Thermometers von 70° — 50° von Grad zu Grad und von 30° — 25° in Intervallen von halben Graden gemessen, wenn der Apparat mit Luft von 10 mm bis 20 mm Druck gefüllt war. In Tab. II sind wieder die Mittelwerthe der Abkühlungszeiten aus je zwei Versuchsreihen mit-

getheilt, welche unter sich um 0,2 Proc. von einander abweichen. Die letzte Columnne enthält die von 5 zu 5 Grad gerechneten Differenzen $(v_2 - v_1) \cdot \log e$.

Tabelle II.

τ	gr. Hülle (R_1)	kl. Rülle (R_2)	$(v_2 - v_1) \log e$
70°	0	0	
69	41	22	
68	83	43,5	
67	124	66,5	
66	168	89	
65	211	110	0,000 140
64	256	135,5	
63	302	159	
62	349	184	
61	399	208,5	
60	447	233,5	0,000 133
59	497	259	
58	548	286	
57	601	313	
56	656	340,5	
55	709	369	0,000 135
54	768	399	
53	827	429	
52	888	460	
51	949	491	
50	1013	523	0,000 132
30	0	0	
29,5	53	27	
29	110	56	
28,5	162	81	
28	220	110	
27,5	276	139	
27	335	168	
26,5	395	199	
26	456	230	
25,5	518	260	
25	581	291	0,000 136

Da die Differenz $(v_2 - v_1) \log e$ mit steigender Temperatur weder eine Zu- noch eine Abnahme erkennen lässt, welche die Grenze der Beobachtungsfehler überschreitet, so führte ich für diese Grösse in Gleichung (5) einen Mittelwerth ein, welcher aus dem ganzen zur Verfügung stehenden Zahlenmaterial erhalten wurde. Ich fand:

$$*(v_2 - v_1) \log e = 0,0001334$$

und für die Wärmeleitungsconstante der Luft:

$$k = 0,00007459.$$

Dieses Resultat ist bedeutend grösser als das, welches die Winkelmann'schen Versuche aus dem Jahre 1875 ergaben; damals wurde:

$$k = 0,0000525$$

gefunden. Winkelmann gab jedoch im Jahre 1891 selbst die Mängel an, welche seinen damaligen Versuchen anhaften; besonders der Umstand, dass der Wasserwerth des sich abkühlenden Cylinders damals zu klein angenommen wurde, erklärt hinreichend, dass das Resultat so klein ausfallen musste.

Das von mir gefundene Resultat will ich dazu benutzen, den Werth der vernachlässigten Grösse ($g_2 - g_1$) zu finden. Nehme ich an, dass das Wärmeleitungsvermögen der Luft in Wirklichkeit $k = 0,000056$ ist, so ergibt sich:

$$g_2 - g_1 = 0,0006110.$$

Versuche mit dem Glasapparat.

Beschreibung des Apparates.

Der zweite Apparat, welcher mir zur Bestimmung der Wärmeleitungsconstante der Luft dienen sollte, war vollständig aus Jenaer Thermometernormalglas hergestellt. Derselbe sollte mir gestatten, zur Elimination der Strahlung sowohl die Winkelmann'sche Methode als auch die Methode von Kundt und Warburg in Anwendung bringen zu können und erhielt die in Fig. 6 dargestellte Form.

Das Thermometer, dessen 38 cm lange Scala ebenso getheilt war, wie die des beim Metallapparat benutzten Thermometers, konnte durch einen Glasschliff in jede der beiden Hüllen R_1 und R_2 eingesetzt werden, wobei die Thermometerkugel stets concentrisch zur Hülle zu stehen kam. Der Stiel des Thermometers bestand von der Quecksilberkugel A bis B aus einem ca. 9 cm langen Capillarrohr von 1 mm äusserem Durchmesser und erweiterte sich von hier ab etwas bis zu dem 15 cm über dem Thermometergefäss gelegenen Glasschliff. In C war der Stiel etwas erweitert, sodass später bei den Versuchen nach der Methode von Kundt und Warburg die eine Hülle mit dem Thermometer verschmolzen werden konnte. Der Stiel der

Hüllen hatte 1 cm Durchmesser und besass in *D* ein mit Glashahn versehenes horizontales Ansatzrohr, welches mit der Pumpe durch einen Glasschliff verbunden wurde. Da es ferner zum vollständigen Evacuiren des Apparates nothwendig war, denselben sehr weit zu erhitzen, so besass das Thermometer Stickstofffüllung und ausserdem war das Capillarrohr oben zu einer kleinen Cuvette aufgeblasen, sodass der ganze Apparat auf ungefähr 300° ohne Gefahr erhitzt werden konnte.

Die Firma R. Ebermayer in München, welcher ich die Ausführung dieses Apparates übertrug, hat die ihr gestellte

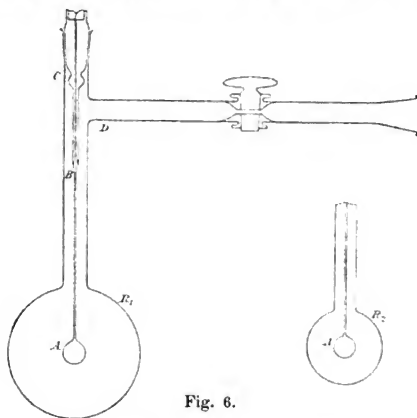


Fig. 6.

Aufgabe, namentlich was die Theilung des Thermometers betrifft, sehr gut gelöst. Eine Prüfung des Thermometers ergab, dass an der Theilung desselben keine Correction nothwendig war.

Bei der Bestimmung des Wasserwerthes des Thermometergefäßes ist es hier von viel grösserer Wichtigkeit als beim Metallapparat, dass die specifische Wärme des Thermometernormalglases durch genaue Untersuchungen von Winkelmann bekannt ist. Nach Zerschneiden des Thermometers ergab sich:

Gewicht des Quecksilbers:	2,190 g,
„ „ Glases:	0,380 g,
Wärmecapazität des Quecksilbers:	0,0333,
„ „ Glases:	0,1988.

Folglich findet man für den Wasserwerth der Kugel:

$$w = 0,1484.$$

Die genaue Bestimmung der in Rechnung kommenden Kugelradien ergab folgende Mittelwerthe:

$$\begin{array}{ll} \text{Radius der grossen Hülle:} & R_1 = 3,243 \text{ cm,} \\ \text{,, „ kleinen Hülle:} & R_2 = 1,693 \text{ cm,} \\ \text{,, „ Thermometerkugel:} & r = 0,457 \text{ cm.} \end{array}$$

Erste Methode der Untersuchung.

Zunächst sollen mit diesem Apparat die Versuche wiederholt werden, welche zuletzt mit dem Metallapparat durchgeführt wurden. Hier gestalten sich die Gleichungen, aus denen k gefunden wird, etwas anders, weil jetzt die Glasleitung eine andere Rolle spielt. Bei allen Versuchen, welche mit dem Glasapparat angestellt werden, kommt die Grösse g' mit in Rechnung, welche von der Wärmemenge abhängt, die der Thermometerstiel durch Strahlung und Leitung der Luft abgibt. Die zur Berechnung von k dienenden Gleichungen heissen:

$$w \cdot v_1 = k \cdot \frac{4 \pi R_1 r}{R_1 - r} + \sigma \cdot 4 \pi r^2 + g_1 + g_1'.$$

$$w \cdot v_2 = k \cdot \frac{4 \pi R_2 r}{R_2 - r} + \sigma \cdot 4 \pi r^2 + g_2 + g_2'.$$

Hieraus folgt:

$$w \cdot (v_2 - v_1) = k \cdot \frac{4 \pi r^2 (R_1 - R_2)}{(R_1 - r)(R_2 - r)} + (g_2 - g_1) + (g_2' - g_1').$$

Wie auf p. 84 angegeben ist, richtet sich der Werth von g nach der Länge des Thermometerstieles. Da derselbe aber beim Glasapparat stets dieselbe Länge behält, so ist hier:

$$g_2 - g_1 = 0.$$

Der Stiel der Hülle R_1 umschliesst den Thermometerstiel auf einer kürzeren Strecke, als der Stiel der Hülle R_2 und daraus folgt:

$$g_2' > g_1'.$$

Vernachlässigt man dennoch die Grösse $(g_2' - g_1')$, so kann auch jetzt das Resultat nur zu gross ausfallen. Als Bestimmungsgleichung für k ergibt sich dann wieder Gleichung (5) p. 99.

Die Beobachtungen.

Da sich der Glasapparat bedeutend schneller abkühlt als der Metallapparat, so konnten die Beobachtungen auf ein grösseres Temperaturintervall ausgedehnt werden. Es wurde die Abkühlungszeit des Thermometers von 60° bis 8° von Grad zu Grad gemessen. Dabei wurde die Luft bei den Drucken 5, 10 und 15 mm untersucht. Die gesammten Abkühlungszeiten wichen jetzt nur um 0,03 Proc. voneinander ab. Die zur Berechnung dienenden Mittelwerthe der gemessenen Zeiten sind in Tab. III enthalten.

Tabelle III.

r	gr. Hülle (R_1)	kl. Hülle (R_2)	$r_1 \log e$	$r_2 \log e$	$(r_2 - r_1) \log e$
60°	0	0			
	3,8	3,2	0,00 195	0,00 228	
	7,5	6,5	0,00 199	0,00 225	
	13,2	9,9	0,00 206	0,00 222	
	14,9	13,2	0,00 205	0,00 226	
55	18,8	16,7	0,00 205	0,00 224	0,000 25
	22,9	20,2	0,00 193	0,00 228	
	26,9	23,9	0,00 201	0,00 219	
	31,2	27,4	0,00 200	0,00 235	
	35,4	31,2	0,00 200	0,00 222	
50	39,7	34,9	0,00 201	0,00 231	0,000 29
	43,9	38,8			
	48,3	42,8			
	52,9	46,7			
	57,6	50,9			
45	62,3	55,1	0,00 202	0,00 226	0,000 24
	66,9	59,4			
	72,0	63,9			
	77,2	68,5			
	82,3	73,1			
40	87,6	77,9	0,00 202	0,00 224	0,000 22
	93,3	83,0			
	99,2	88,2			
	103,3	93,7			
	111,5	99,3			
35	117,9	104,9	0,00 191	0,00 215	0,000 24
	124,3	110,8			
	131,5	116,7			
	137,9	122,9			
	145,2	129,3			
30	152,2	136,1	0,00 195	0,00 214	0,000 19

r	gr. Hülle (R_1)	kl. Hülle (R_2)	$r_1 \log e$	$r_2 \log e$	$(v_2 - v_1) \log e$
25	160,1	142,9	0,00 192	0,00 218	0,000 26
	168,1	149,8			
	176,3	157,1			
	184,7	164,9			
	193,5	172,6			
20	202,7	180,8	0,00 192	0,00 212	0,000 20
	212,0	189,3			
	222,3	198,4			
	233,0	208,1			
	244,0	218,2			
15	255,1	228,3	0,00 189	0,00 211	0,000 22
	268,0	239,3			
	281,3	251,1			
	295,0	263,7			
	310,0	277,4			
10	326,1	291,7	0,00 186	0,00 206	0,000 20
	343,0	307,5			
	362,5	324,4			
	383,0	342,8			
	404,7	363,1			
8	429,7	385,3			
	457,6	410,7			

Aus dieser Tabelle erkennt man auch aus dem Verhalten von $v_1 \log e$, dass bei Beginn des Versuches mit der grossen Hülle dieselbe noch nicht die Temperatur 0° angenommen hatte. Um sicher zu gehen, liess ich die Beobachtungen erst von 45° an gelten.

Auch bei diesen Beobachtungen ändert sich der Werth von $(v_2 - v_1) \log e$ nur innerhalb der Fehlergrenzen. Ich habe deshalb für diese Differenz das arithmetische Mittel aus allen von Grad zu Grad gerechneten Werthen in die Gleichung zur Bestimmung von k eingeführt. Ich fand:

$$*(v_2 - v_1) \log e = 0,0002142$$

und folglich:

$$k = 0,00006196.$$

Trotzdem jede der mitgetheilten Abkühlungszeiten im Mittel auf 0,3 Secunden genau war, so zeigten dennoch die daraus berechneten Abkühlungsconstanten beträchtliche Schwankungen, welche auf das Resultat einen um so grösseren Einfluss ausüben, je weniger v_1 von v_2 verschieden ist. Die Dif-

ferenz $(v_2 - v_1) \log e$ ist nun im vorliegenden Falle sehr klein und ferner sind die in Rechnung kommenden drei Kugelradien Mittelwerthe, deren Ungenauigkeit ebenfalls auf das Resultat wirkt. Aus allen diesen Umständen geht hervor, dass die nach dieser Methode bestimmte Wärmeleitungsconstante keinen grossen Anspruch auf Genauigkeit erheben darf.

Ebenso, wie früher beim Metallapparat, habe ich auch dieses Resultat dazu benutzt, die hier vernachlässigte Grösse $(g_2' - g_1')$ zu berechnen, wenn $k = 0,000\,056$ gesetzt wird. Ich fand:

$$(g_2' - g_1') = 0,000\,007\,052.$$

Man sieht hieraus, dass der Einfluss der Glasleitung bei den letzten Versuchen mit dem Metallapparat etwa 87 Mal so gross war, als beim Glasapparat; oder wenn man die Wärmemengen berechnet, welche in beiden Fällen durch Vernachlässigung der Glasleitung scheinbar zu viel durch die Luft geleitet wurden, wenn das Thermometer um 1° fällt, so findet man:

für den Metallapparat (II. Methode) $w_g = 1,9891$ cal.,

für den Glasapparat (I. Methode) $w_g' = 0,0143$ cal.

Werden diese Zahlen jedesmal von dem betreffenden Wasserwerth des Thermometergefässes subtrahirt und diese Differenzen in die Rechnung eingeführt, so erhält man in beiden Fällen $k = 0,000\,056$. Es ist hier w_g 139 mal so gross als w_g' .

Zweite Methode der Untersuchung.

Nachdem ich auf diese drei verschiedenen Weisen die Winkelmann'sche Methode zur Bestimmung der Wärmeleitungsconstante der Luft benutzt hatte, ohne zu einem zuverlässigen Resultat gelangt zu sein, wandte ich mich dazu, auch die Methode, welche im Jahre 1875 von Kundt und Warburg und im Jahre 1881 von Graetz zur Bestimmung der Wärmeleitungsconstante der Luft verwendet wurde, von Neuem mit möglichster Sorgfalt auszuführen. Die Elimination der durch Strahlung abgegebenen Wärme wird jetzt dadurch erreicht, dass die Abkühlungsconstante des Apparates bestimmt wird, wenn alle Luft, durch welche Wärme von der Thermometerkugel zur Hülle geleitet werden kann, durch Evacuiren des Apparates beseitigt ist. Es dienen dann zur Bestimmung von k folgende zwei Gleichungen:

$$w \cdot v = k \cdot \frac{4 \pi R r}{R - r} + \sigma 4 \pi r^2 + g + g'$$

$$w \cdot v_o = \sigma 4 \pi r^2 + g + g'_o.$$

Die Grösse k findet man dann in folgender Form:

$$(6) \quad k = \frac{w \cdot (R - r)}{4 \pi R r} (v - v_o).$$

Durch Vernachlässigung der Grösse $(g' - g'_o)$ kann auch dieses Resultat nur zu gross ausfallen, denn g' , welches von k und von σ abhängt, ist grösser als g'_o , welches von σ allein abhängt. Dass aber hier diese Vernachlässigung erlaubt ist, zeigt das Resultat, welches nach dieser Methode bedeutend kleiner wird, als das nach der vorigen Methode gefundene.

Nachdem es Hrn. Ebermayer glücklich gelungen war, die grosse Hülle (R_1) mit dem Thermometer zusammen zu schmelzen, bestimmte ich zunächst von Neuem die Abkühlungszeit des Apparates, wenn derselbe mit Luft gefüllt war, und hierauf begann ich mit der Herstellung des Vacuums, welches für diese Versuche mit besonderer Sorgfalt bereitet werden muss.

Die Herstellung des Vacuums.

Durch eine Vorrichtung an der Geissler'schen Pumpe war es mir möglich, eine grosse Anzahl der vorhandenen Glaschliffe von dem Apparate abzuschliessen. Auch der Glashahn, welcher bis jetzt den Abschluss des Apparates hergestellt hatte, wurde entfernt, sodass letzterer nur noch durch Abschmelzen von der Pumpe getrennt werden konnte. Mit dem Apparat zugleich wurde eine Hittorf'sche Röhre evacuirt, damit ich schon während des Auspumpens den erreichten Grad der Verdünnung der Luft beurtheilen konnte. Das Evacuiren nahm nahezu 5 Stunden in Anspruch; während dieser ganzen Zeit befand sich sowohl der Apparat, als auch die Hittorf'sche Röhre in einem Luftbad von der Temperatur 250° bis 300° . Erst nach dieser Zeit traten durch den unteren Hahn der Pumpe keine bemerkbaren Luftmengen mehr aus und auch erst jetzt konnte das Inductorium kein Aufleuchten der Hittorf'schen Röhre mehr hervorbringen. Der Apparat wurde nun abgeschmolzen und seine Abkühlungszeit im Bade von 0° Temperatur von 60° bis 8° von Grad zu Grad gemessen.

Wie Kundt und Warburg gezeigt haben, löst sich in einem solchen Vacuum mit der Zeit von den Glaswänden stets eine geringe Menge von Luft und Wasserdampf ab, und wenn dann nach einigen Stunden der Versuch wiederholt wird, so ergibt sich jedesmal eine bedeutend kleinere Abkühlungszeit. Es wurden deshalb die Versuche unmittelbar nach dem Evacuiren angestellt und dann 15 Stunden später wiederholt.

Für die Rechnung sollte erst das Vacuum für genügend betrachtet werden, in welchem das Thermometer dieselbe Abkühlungszeit ergab, gleichviel ob der Apparat vorher mit Luft, Wasserstoff oder Kohlensäure gefüllt war.

In der folgenden Tabelle sind die Abkühlungszeiten des Apparates von 60° bis 8° mitgetheilt, welche auf die eben beschriebene Weise erhalten wurden:

	Unmittelbar nach dem Auspumpen	15 Stunden später
1. Luftvacuum	1044 sec.	1034 sec.
2. Wasserstoffvacuum	1052	1060
3. Kohlensäurevacuum	1076	1065

Aus der mangelhaften Uebereinstimmung dieser Zahlen geht hervor, dass ich noch kein für die Berechnung brauchbares Vacuum erreicht hatte. Auffällig erscheint es hier, dass die Abkühlungszeit des Thermometers im Wasserstoffvacuum sich nach Verlauf von 15 Stunden gegen jede Erwartung vergrößert hat. Da jedoch dieses Resultat nur aus einem einzigen Versuche gewonnen ist, möchte ich hieraus noch keinen Schluss auf das Verhalten des Wasserstoffs ziehen, bevor nicht weitere Untersuchungen dieses Resultat bestätigt haben.

Nach diesen Erfahrungen sah ich mich genöthigt, diese Versuche noch einmal zu wiederholen, nachdem das Vacuum mit einer Sprengel'schen Pumpe hergestellt war, welche ich für diesen Zweck besonders construiert hatte und bei welcher in dem wirksamen Theil der Pumpe jeder Gashahn und Schliff sorgfältig vermieden war.

Aus dem kleinen Rohre *A* (Fig. 7) läuft das Quecksilber tropfenweise in das 150 cm lange Fallrohr *B* und reisst auf

diesem Wege stets Luft mit sich fort, welche schliesslich mit dem Quecksilber zusammen in das Gefäss *C* gelangt und dort in Form von kleinen Luftblasen austritt. Zur Regulirung der Ausflussgeschwindigkeit des Quecksilbers und zur Einführung der gewünschten Gasarten in den Apparat sind Glashähne nothwendig, welche aber so angebracht wurden, dass durch

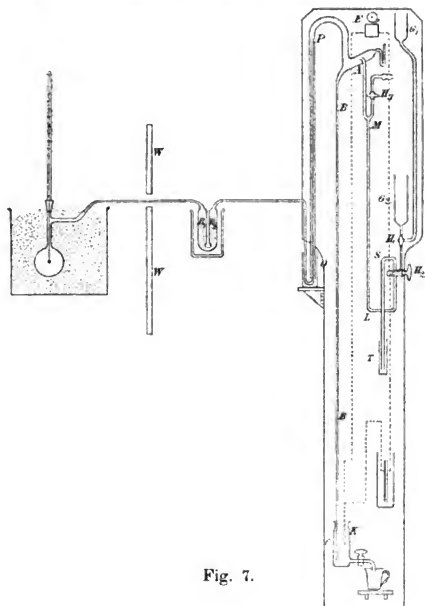


Fig. 7.

eine Undichtigkeit derselben das erreichte Vacuum nicht beeinflusst werden konnte. Das Quecksilber gelangte zunächst aus dem Gefässe G_1 durch die beiden Glashähne H_1 und H_2 , welche doppelte Bohrung besaßen nach L und M , theilte sich hier und trat einerseits durch den Hahn H_3 , welcher dann sofort geschlossen wurde, und andererseits in das Ausflussrohr A . In H_2 wurde die Ausflussgeschwindigkeit regulirt. Das weite Rohr OP war dazu bestimmt, die Verbindung mit

dem Apparate herzustellen, indem in dasselbe, wie in der Zeichnung zu sehen ist, ein an den Apparat angeschmolzenes, enges U-förmig gebogenes Rohr eingeführt und dann die Oeffnung O unter Quecksilber gebracht wurde. Da die Länge der Strecke OP 80 cm, also mehr als die gewöhnliche Barometerhöhe betrug, so war auf diese Weise eine absolut sichere und zugleich eine bewegliche Verbindung des Apparates mit der Pumpe hergestellt. War das Pumpen einige Zeit fortgesetzt worden, so konnte der Hahn H_1 um 90° gedreht werden, und jetzt trat das Quecksilber aus dem tiefer gelegenen Gefäss G_2 aus. Jedesmal wenn Quecksilber in die Gefässe G_1 oder G_2 nachgefüllt werden musste, wurde in K ein electrischer Contact geschlossen, durch welchen die Glocke E eingeschaltet wurde und zu läuten begann. Aber selbst wenn dieses Signal überhört wird, kann keine Luft in die Pumpe eindringen, weil die Länge der Strecke AL 80 cm, also mehr als die Barometerhöhe beträgt. Sollte schliesslich durch H_3 trockene Luft eingelassen werden, so wurde vorher H_2 um 180° gedreht; dadurch wurde die Verbindung LST' hergestellt und das Quecksilber fiel von A bis M .

Ein grosser Vorthail dieser Pumpe besteht auch darin, dass man mit ausserordentlich wenig Quecksilber arbeiten kann. Ich hatte ungefähr 2,5 kg Quecksilber in Verwendung und konnte die Pumpe etwa eine Stunde ohne Aufsicht arbeiten lassen. Ein Nachtheil dieser Pumpe ist, wenigstens in mancher Beziehung, dass sie nur aus einem einzigen Stück besteht und deshalb schwer herzustellen ist; allein die Firma R. Ebermayer in München hat diese technischen Schwierigkeiten mit grosser Gewandtheit überwunden.

Bevor ich die Versuche wieder aufnahm, habe ich nochmals die Abkühlungszeit des Thermometers in dem sechs Wochen früher erzeugten CO_2 -Vakuum bestimmt. Unmittelbar nach dem Auspumpen war damals die Abkühlungszeit von 60° bis 8° gleich 1076 sec. gefunden, jetzt ergab dieselbe nur noch 1005 Sec.

Die Hittorf'sche Röhre wurde bei diesen Versuchen nicht wieder in Anwendung gebracht, weil, wie ich aus anderen Versuchen gesehen habe, die Gase an den Aluminiumelectroden viel fester anhaften, als an den Glaswandungen und deshalb

die Herstellung des Vacuums dadurch nur verzögert werden kann. Dafür versuchte ich den Einfluss der Quecksilber- und Wasserdämpfe auf die Abkühlungszeit möglichst weit zu reduciren, indem ich zwischen Apparat und Pumpe die beiden Röhren R_1 und R_2 einschaltete, von denen R_1 mit trockenem Phosphorsäureanhydrid gefüllt, zur Beseitigung der letzten Spuren von Wasserdampf diente, während sich in R_2 echtes Blattgold befand, welches den Quecksilberdämpfen Gelegenheit zur Amalgambildung geben sollte. Die beiden Röhren R_1 und R_2 erhielt ich während des ganzen Evacuirens durch eine Kältemischung auf der Temperatur -12° bis -15° , um dadurch die Dämpfe zu condensiren und die Amalgambildung zu befördern. Dass diese Vorsichtsmaassregel nicht unbegründet war, zeigte sich nach Beendigung der Versuche; das an der Glaswandung anhaftende Gold war auf einer Fläche von ungefähr 2,5 qcm von Amalgam weiss geworden.

Die Brauchbarkeit des erhaltenen Vacuums wollte ich jetzt an der Aenderung der Abkühlungszeit des Thermometers nach Verlauf einiger Stunden erkennen.

Zunächst stellte ich mir ein CO_2 -Vacuum her. Der Apparat blieb im Ganzen 27 Stunden mit der Pumpe verbunden, welche dabei 12 Stunden in Thätigkeit war. Da sich während dieser Zeit der Apparat in einem Sandbade von 300° Temperatur befand, so musste ich die Kältemischung durch die Wand W aus Asbest schützen. Während der letzten 3 Stunden schien die Pumpe kein Gas mehr fortzuschaffen, dennoch ergaben sich als Abkühlungszeit unmittelbar nach dem Auspumpen 1108 Secunden und 15 Stunden später nur noch 1096 Secunden. Ich stellte mir deshalb genau in derselben Weise ein neues, und zwar jetzt ein H -Vacuum her. Diesmal schien die Pumpe während der letzten 7 Stunden kein Gas mehr beseitigen zu können. Die Messung der Abkühlungszeit zeigte, dass ich jetzt ein für die Berechnung brauchbares Vacuum erhalten hatte. Ich fand:

unmittelbar nach dem Auspumpen	1158 sec.
15 Stunden „ „ „	1160 sec.
48 Stunden „ „ „	1156 sec.

Innerhalb 48 Stunden hatte sich somit die Abkühlungszeit nur innerhalb der Grenze der Beobachtsfehler geändert.

Die Beobachtungen.

Beim Anschmelzen der Hülle an das Thermometer hatte sich an der Schmelzstelle das Capillarrohr des Thermometers etwas erweitert, infolge dessen war das Quecksilber in demselben gefallen und zwar um $7,38^\circ$. Die Beobachtungen wurden deshalb von $52,5^\circ$ bis $0,5^\circ$ angestellt, ein Intervall, welches somit zwischen den Temperaturen $59,88^\circ$ und $7,88^\circ$ liegt. Um wenigstens an einer Stelle ein Beispiel zu geben, um wieviel meine Versuche unter sich voneinander abweichen, habe ich in Tab. IV alle Zahlen mitgetheilt, aus denen schliesslich k berechnet wurde. Die von fünf zu fünf Grad gerechneten

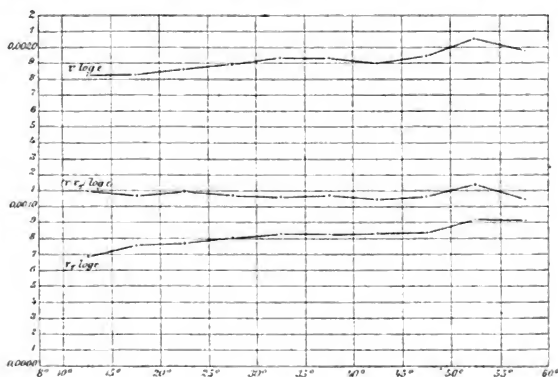


Fig. 8.

Werthe von $v \log e$, $v_0 \log e$ und von $(v - v_0) \log e$ sind ausserdem in Fig. 8 graphisch dargestellt.

Ebenso wie bei den früheren Untersuchungen zeigt sich auch hier, dass die Differenz $(v - v_0) \log e$ mit steigender Temperatur weder eine Zu- noch eine Abnahme erkennen lässt. Ausserdem sieht man auch aus der graphischen Darstellung deutlich, dass $v \log e$ von 60° bis 55° zunimmt, dass also bei Beginn dieser Versuche die Temperatur der Hülle noch nicht 0° erreicht hatte.

Als Mittelwerth für $(v - v_0) \log e$ findet man:

$$* (v - v_0) \log e = 0,00109$$

und für die absolute Wärmeleitungsconstante der Luft ergibt sich:

$$k = 0,00005572.$$

Dieses Resultat zeigt eine ziemlich starke Abweichung von den von Kundt und Warburg und Graetz gefundenen Werthen. Zur Erklärung derselben lässt sich folgendes anführen:

1. Kundt und Warburg sowie Graetz benutzten zur Herstellung des Vacuums eine Geissler'sche Pumpe und liessen die den Apparat erfüllenden Quecksilberdämpfe unbeachtet. Solange sich aber in dem evacuirten Apparate zwischen Thermometer und Hülle noch geringe Mengen von Gasen oder Dämpfen befinden, wird die Abkühlungszeit des Thermometers verkürzt und das Resultat wird zu klein gefunden. Die gute Uebereinstimmung der Resultate von Kundt und Warburg und Graetz spricht nun dafür, dass in beiden Fällen mit der gleichen Sorgfalt die letzten Reste der vorhandenen Gase aus dem Apparat entfernt wurden, soweit dies mit der Geissler'schen Pumpe möglich war, und es erscheint somit wahrscheinlich, dass die vorhandenen *Quecksilberdämpfe* das Resultat merklich beeinflusst haben.

2. Ein weiterer Umstand, welcher die Beobachtungen von Kundt und Warburg und Graetz zu klein werden liess, ist folgender: Bei der Bestimmung des Wasserwerthes des Thermometergefässes benutzte Hr. Graetz nicht nur für seine eigenen Versuche, sondern auch für die von Kundt und Warburg für die spezifische Wärme des Glases einen Werth, welcher im Jahre 1817 von Dulong und Petit bestimmt worden war. Nun übt aber die chemische Zusammensetzung der Gläser einen sehr grossen Einfluss auf die spezifische Wärme derselben aus¹⁾ und es muss daher diese Grösse für jede Glassorte besonders bestimmt werden. Die Apparate, mit denen Kundt und Warburg und Graetz arbeiteten, waren von Geissler in Bonn geliefert und aus Thüringer Glas hergestellt. Bestimmungen der spezifischen Wärme von solchen Glassorten stammen aber erst aus den Jahren 1884 und 1887. A. W. Velten²⁾ gab an, dass die spezifischen Wärme des von ihm untersuchten Glases zwischen den Grenzen 0,2019 und 0,2022 liegen muss; R. Bunsen³⁾ fand für die

1) Vgl. hierüber Winkelmann, Wied. Ann. 49. p. 401. 1893.

2) A. W. Velten. Wied. Ann. Bd. 21, Seite 31. 1884.

3) R. Bunsen. Wied. Ann. Bd. 31, Seite 1. 1887.

Tabelle IV.

τ	$p = 15 \text{ mm}$	$p = 10 \text{ mm}$	$p = 5 \text{ mm}$	Mittel	$p = 0 \text{ mm}$			Mittel	$r \cdot \log e$	$r_n \log e$	$(r - r_n) \log e$
59,88°	0	0	0	0	0	0	0	0			
	3,6	3,6	3,7	3,6	8	8	8	8	0,00 203	0,00 092	0,00 111
	7,5	7,3	7,5	7,4	16	16	16	16	0,00 196	0,00 093	0,00 103
	11,1	10,9	11,2	11,1	24	25	24	24	0,00 204	0,00 095	0,00 109
	14,8	14,9	14,7	14,8	32	33,5	33	33	0,00 208	0,00 087	0,00 121
54,88	18,7	18,8	18,5	18,7	41	42,5	42	42	0,00 202	0,00 087	0,00 115
	22,6	22,4	22,3	22,4	49,5	51	50,5	50	0,00 215	0,00 100	0,00 115
	26,4	26,4	26,3	26,4	58	60	59	59	0,00 203	0,00 090	0,00 113
	30,5	30,3	30,5	30,4	67	69	68,5	68	0,00 207	0,00 092	0,00 115
	34,7	34,3	34,6	34,5	76,5	78,5	77,5	77,5	0,00 206	0,00 089	0,00 117
49,88	39,0	38,7	38,9	38,9	86	88	87,5	87	0,00 196	0,00 091	0,00 105
	43,2	43,1	43,3	43,2	96	98	97,5	97*	0,00 204	0,00 088	0,00 116
	47,5	47,4	47,3	47,4	106	108	107,5	107	0,00 213	0,00 090	0,00 123
	52,2	52,1	52,3	52,2	117	119	118	118	0,00 191	0,00 083	0,00 108
	57,1	56,9	57,0	57,0	—	130	129	129,5	0,00 195	0,00 082	0,00 113
44,88	62,0	62,0	62,2	62,1	139	141,5	140,5	140,5	0,00 187	0,00 087	0,00 100
	67,2	67,2	67,3	67,2	150,5	153	152,5	152	0,00 189	0,00 085	0,00 104
	72,4	72,3	72,5	72,4	162	165	164,5	164	0,00 193	0,00 084	0,00 109
	77,7	77,7	77,7	77,7	174,5	177	176,5	176	0,00 193	0,00 086	0,00 107
	83,1	83,0	83,3	83,1	187	189,5	189	188,5	0,00 195	0,00 084	0,00 111
39,88	88,5	88,4	88,6	88,5	199,5	202,5	201,5	201	0,00 199	0,00 086	0,00 113
	94,2	94,0	94,1	94,1	212,5	215	214	214	0,00 198	0,00 085	0,00 118
	99,7	99,8	99,9	99,8	226	229	228	228	0,00 199	0,00 081	0,00 118
	106,1	105,6	105,8	105,8	240	243	242	242	0,00 194	0,00 083	0,00 111
	111,8	111,9	112,2	112,0	255	257	256	256	0,00 193	0,00 085	0,00 108
4,88	118,4	118,2	118,4	118,3	270	272	271	271	0,00 195	0 00 082	0,00 113

r	$p = 15 \text{ mm}$			$p = 10 \text{ mm}$			$p = 5 \text{ mm}$			Mittel	$p = 0 \text{ mm}$			Mittel	$r \cdot \log e$	$r_0 \log e$	$(e - r_0) \log e$
29,88	124,7	124,8	125,1	124,9	284	286	124,9	284	286	286	286	286	286	286	0,00 192	0,00 085	0,00 107
	131,1	131,4	131,9	131,6	301	302	131,6	301	302	302	302	302	302	302	0,00 195	0,00 082	0,00 113
	138,2	138,2	138,1	138,2	317	318	138,2	317	318	318	318	318	318	318	0,00 204	0,00 084	0,00 120
	145,2	145,1	145,3	145,2	334	335	145,2	334	335	335	335	335	335	335	0,00 197	0,00 082	0,00 115
	153,0	152,7	152,9	152,9	352	353	152,9	352	353	353	353	353	353	353	0,00 186	0,00 080	0,00 106
24,88	160,4	160,8	160,9	160,6	370	372	160,6	370	372	372	372	372	372	372	0,00 191	0,00 079	0,00 112
	168,6	168,3	168,7	168,5	389	391	168,5	389	391	391	391	391	391	391	0,00 194	0,00 081	0,00 113
	176,6	176,4	177,1	176,4	409	410	176,4	409	410	410	410	410	410	410	0,01 200	0,00 084	0,00 116
	185,3	185,2	185,6	185,3	430	432	185,3	430	432	432	432	432	432	432	0,00 186	0,00 078	0,00 108
	194,4	194,1	194,6	194,4	451	453	194,4	451	453	453	453	453	453	453	0,00 189	0,00 078	0,00 111
19,88	203,3	203,3	203,7	203,4	474	475	203,4	474	475	475	475	475	475	475	0,00 198	0,00 081	0,00 117
	213,2	213,2	213,8	213,4	498	499	213,4	498	499	499	499	499	499	499	0,00 186	0,00 077	0,00 109
	223,5	223,5	224,5	223,8	523	525	223,8	523	525	525	525	525	525	525	0,00 187	0,00 075	0,00 112
	234,5	234,5	234,9	234,6	550	552	234,6	550	552	552	552	552	552	552	0,00 188	0,00 075	0,00 113
	243,3	243,8	245,8	245,6	579	580	245,6	579	580	580	580	580	580	580	0,00 194	0,00 076	0,00 118
14,88	257,7	257,7	258,4	257,9	609	611	257,9	609	611	611	611	611	611	611	0,00 182	0,00 072	0,00 110
	270,5	270,4	271,0	270,6	642	643	270,6	642	643	643	643	643	643	643	0,00 186	0,00 074	0,00 112
	283,2	283,7	284,2	283,7	674	675	283,7	674	675	675	675	675	675	675	0,00 191	0,00 078	0,00 113
	297,7	298,0	298,4	298,0	711	712	298,0	711	712	712	712	712	712	712	0,00 185	0,00 072	0,00 113
	313,5	313,3	313,8	313,5	750	751	313,5	750	751	751	751	751	751	751	0,00 183	0,00 073	0,00 110
9,88	329,5	330,0	330,3	329,9	791	793	329,9	791	793	793	793	793	793	793	0,00 184	0,00 072	0,00 112
	347,6	348,0	348,4	348,0	838	840	348,0	838	840	840	840	840	840	840	0,00 179	0,00 069	0,00 110
	366,8	366,6	367,3	366,9	889	890	366,9	889	890	890	890	890	890	890	0,00 186	0,00 070	0,00 116
	386,6	387,3	387,5	387,1	943	943	387,1	943	943	943	943	943	943	943	0,00 185	0,00 072	0,00 113
	409,8	409,9	409,8	409,8	1105	1106	409,8	1105	1106	1106	1106	1106	1106	1106	0,00 185	0,00 067	0,00 118
7,88	435,6	435,9	435,7	435,7	1076	1077	435,7	1076	1077	1077	1077	1077	1077	1077	0,00 179	0,00 065	0,00 114
	465,0	465,1	465,0	465,0	1158	1158	465,0	1158	1158	1158	1158	1158	1158	1158	0,00 176	0,00 064	0,00 112

α^*

specifische Wärme des zu seinen Versuchen dienenden Glases $0,1990 \pm 0,0007$. Die specifische Wärme des Thüringer Glases ist also im Mittel 0,2010, also bedeutend grösser als der von Dulong und Petit angegebene Werth 0,177. Der Wasserwerth der Thermometergefässe wurde also von Hrn. Graetz zu klein angenommen und folglich musste auch das Resultat zu klein werden.

Dass diese hier gegebenen Erklärungen genügen können, sollen folgende Zahlen beweisen:

Nach Einführung der Mittelwerthe für $(v - v_0) \log e$ ergeben die Versuche von Kundt und Warburg: $k = 0,0000491$, die Versuche von Graetz: $k = 0,0000490$. Wird ausserdem noch die specifische Wärme des Thüringer Glases gleich 0,2010 gesetzt, so ergeben die Graetz'schen Versuche $k = 0,00005183$. (Für die Versuche von Kundt und Warburg konnte die entsprechende Rechnung nicht durchgeführt werden, weil mir das Gewicht des im Thermometer enthaltenen Glases und Quecksilbers nicht bekannt war.)

Benutzte ich dagegen zur Berechnung meiner Versuche die Abkühlungszeit des Thermometers in dem besten, mit der Geisslerschen Pumpe erreichten Vacuum, welches also noch Quecksilberdämpfe enthielt, so fand ich: $k = 0,0000524$ und wenn ich dann noch für die specifische Wärme des Glases denselben Werth einführte, den Hr. Graetz benutzt hatte, nämlich 0,177, so ergab sich $k = 0,0000495$, also ein Resultat, welches mit den von Kundt und Warburg und Graetz gefundenen Werthen sehr gut übereinstimmt.

Im Anschluss hieran habe ich ebenso wie bei meinen Versuchen, auch bei denen von Kundt u. Warburg und Graetz die Differenzen $(v - v_0) \log e$ berechnet und gefunden, dass sich auch bei diesen Versuchen ein positiver Temperaturcoefficient dieser Grössen *nicht* nachweisen lässt. Die genaue Berechnung findet sich in der Originalabhandlung.

Zusammenstellung der Resultate.

Zur Erklärung der grossen Abweichung der Resultate von Kundt und Warburg und Graetz von den Winkelmann'schen Resultaten kann ich auf Grund meiner Versuche folgendes angeben:

1. Da meine Versuche mit dem Metallapparat nach der I. Untersuchungsmethode ein Resultat ergeben, welches von der Temperatur, bei welcher die Beobachtungen liegen, abhängig ist, so ist nicht ausgeschlossen, dass die Winkelmänn'schen Resultate, welche in ähnlicher Weise erhalten wurden, vielleicht auch von der Lage des Beobachtungsintervalles beeinflusst sind.

2. Die Versuche von Kundt und Warburg und Graetz ergeben ein zu kleines Resultat, und zwar glaube ich nach meinen Versuchen als Ursache hiefür folgende zwei Umstände anführen zu dürfen: 1. Das von diesen Beobachtern erreichte Vacuum scheint hauptsächlich infolge der noch vorhanden gewesenen Quecksilberdämpfe nicht genügt zu haben und 2. wurde damals der Wasserwerth der Thermometergefässe zu klein angenommen, weil die specifische Wärme des Thüringer Glases erst nach dieser Zeit ermittelt wurde. Soviel ich aus meinen Versuchen ersehen konnte, kann durch die Vernachlässigung dieser beiden Umstände das Resultat um etwa 14 Proc. zu klein gefunden werden.

Die Versuche nach der zweiten Untersuchungsmethode mit dem Metallapparat und die ersten Versuche mit dem Glasapparat haben gezeigt, wie gross unter Umständen der Einfluss der Glasleitung werden kann.

Für die absolute Wärmeleitungsconstante der Luft erhielt ich durch die Versuche mit dem Glasapparat nach der Methode von Kundt und Warburg als Resultat:

$$k = 0,000\,056 \frac{\text{gramm}}{\text{centim. secunde}}.$$

Dieser Werth ist jedoch immer noch aus zwei Gründen unsicher; erstens wurde der Einfluss der Glasleitung nicht vollständig eliminirt, und zweitens können die Glasapparate, welche bei diesen Versuchen in Anwendung kommen, nie in der exacten Form hergestellt werden, wie es eigentlich nothwendig wäre.

Will man auch diese beiden Uebelstände noch beseitigen, so findet man dazu einen Weg, wenn man in der ersten Methode der Untersuchung mit dem Metallapparat auf p. 94 die Grösse $f(R_1, r)$ nicht durch die Versuche mit Wasserstoff

eliminiert, sondern bestimmt. Man findet dann k aus der Gleichung:

$$k = \frac{w(R_2 - r)(v_2 - v_1)}{4\pi R_2 r - (R_2 - r)f(R_1, r)}$$

Da durch meine Versuche die Zahlenwerthe aller auf der rechten Seite der Gleichung stehenden Grössen bekannt sind, so dürfte es sich lohnen, auf diese Weise ein neues Resultat für die Wärmeleitungsconstante der Luft zu finden.

Vorstehende Untersuchungen wurden im physikalischen Institut der Kgl. Universität München ausgeführt und spreche ich den Herren Professoren Dr. v. Lommel und Dr. Graetz für die Anregung zu dieser Arbeit und die Förderung derselben, sowie dem Herrn Professor Dr. Seeliger für die gütige Ueberlassung des Chronographen meinen herzlichsten Dank aus.

München, im Mai 1896.

6. *Nachträge und Bemerkungen zu der Arbeit
über Gefrierpunkte binärer Gemenge;
von Albert Dahms.*

(Hierzu Taf. 1, Fig. 1—3.)

In einer früheren Arbeit¹⁾ habe ich eine Zusammenstellung einer grösseren Anzahl von Gefrierpunkten binärer Gemenge gegeben. Seitdem hat Roloff eine Arbeit²⁾ über einen ähnlichen Gegenstand veröffentlicht und ist darin in speciellen Fällen zu anderen Resultaten gelangt als ich. Durch die Kritik, welche Roloff an meinen Messungen übt, und welche ich nicht als berechtigt anzuerkennen vermag, bin ich zu den folgenden Bemerkungen veranlasst worden.

Bei meinen früheren Bestimmungen der Gefriertemperaturen von Gemengen aus Benzol und Essigsäure war eine etwas wasserhaltige Essigsäure (vom Gefrierpunkt 15,4—15,5°) zur Verwendung gekommen. Durch eine andere (nicht mitgetheilte) Versuchsreihe mit einer Essigsäure von etwas grösserem Wassergehalt war der Einfluss des Wassergehaltes ermittelt worden im wesentlichen als gleichbedeutend mit einer Parallelverschiebung der Curve, welche die Gefriertemperatur als Function des molecularen Procentgehaltes darstellt. So konnte ein Rückschluss gemacht werden auf das kryoskopische Verhalten von solchen Gemengen, welche eine wasserfreie Essigsäure enthalten.

Ich habe nun neue Bestimmungen mit möglichst reinen Substanzen ausgeführt. Benzol wie Essigsäure, beide von C. A. F. Kahlbaum bezogen, wurden durch mehrfach wiederholtes³⁾ fractionirtes Ausfrieren gereinigt; das Benzol besass alsdann einen Gefrierpunkt von 5,53° (Dichte bei 18,80° 0,88026), die Essigsäure einen solchen von 16,53° (Dichte bei

1) A. Dahms, Inaugural-Dissert. Berlin 1894; Wied. Ann. 54. p. 486—519. 1895.

2) Roloff, Ztschr. f. phys. Chem. 17. p. 325—356. 1895.

3) Benzol durch fünfmaliges, Essigsäure durch siebenmaliges.

16,78° 1,05531, bei 29,58° 1,0382). Die nachstehenden Tabellen enthalten die mit diesen Substanzen gewonnenen Resultate.

Gefrierpunktniedrigung durch Essigsäure in Benzol.

Gewichts-Proc. Essigsäure P'	Mol.-Proc. ($C_3H_4O_2$) ₂ p'	Gefrierpunkt t	$T - t$ P'	$\frac{T - t}{p'}$
0	0	$T = 5,53$		(0,68 norm.)
2,17	1,42	4,59	0,43	0,66
3,79	2,50	3,93	0,42	0,64
7,46	4,98	2,43	0,42	0,62
9,64	6,49	+ 1,52	0,42	0,62
17,23	11,92	- 1,49	0,41	0,59
20,60	14,43	- 2,78	0,40	0,58
29,72	21,56	- 6,17	0,39	0,54
33,02	24,27	- 7,42	0,39	0,53
37,67	28,20	- 9,2	0,39	0,52

Gefrierpunktniedrigung durch Benzol in Essigsäure.

Gewichts-Proc. Benzol P	Mol.-Proc. C_6H_6 p	Gefrierpunkt t'	$T' - t'$ P	$\frac{T' - t'}{p}$
0	0	$T' = 16,53$		(0,32 norm.)
1,43	2,26	15,86	0,45	0,30
4,21	6,33	14,66	0,44	0,30
9,77	14,28	12,34	0,43	0,29
15,54	22,06	10,09	0,41	0,29
24,68	33,51	6,94	0,39	0,29
33,76	43,95	3,89	0,37	0,29
39,51	50,12	+ 1,8	0,37	0,29
46,87	57,58	- 0,8	0,37	0,30
55,26	65,52	- 3,9	0,37	0,31
58,86	68,76	- 5,2	0,37	0,32
62,33	71,80	- 6,7	0,37	0,32

Der Gefrierpunkt des eutektischen Gemenges (bei welcher die ganze Masse erstarrte), ergab sich zu

$$- 8,00^\circ.$$

Die Bestimmungen sind in der früher angegebenen Weise ausgeführt worden, mit denselben Thermometern, welche damals benutzt wurden.

In der Taf. I, Fig. 1 u. 2 stellt je der *obere ausgezogene* Curvenzug diese Resultate graphisch dar; in Fig. 1 ist der Massengehalt, in Fig. 2 der Moleculargehalt der Mischung an dem einen oder anderen Bestandtheil die Abscisse; Ordinate ist der Gefrierpunkt. Der *untere ausgezogene* Curvenzug ist

der früher von mir erhaltene; die Curve, längs welcher Essigsäure ausfällt, erweist sich in Fig. 2 meiner früheren Angabe entsprechend mit sehr grosser Annäherung als parallel zur oberen Curve.

Die in Fig. 1 gestrichelt gezeichnete Curve gibt die Roloff'schen Messungen wieder; sie stimmt sehr schlecht zu den meinigen und zeigt bei stärkeren Concentrationen viel grössere Gefrierpunktserniedrigungen der Essigsäure, als von mir beobachtet wurden (Abweichungen bis $1,6^{\circ}$). Der Umstand, dass die Roloff'schen Punkte tiefer liegen als die meinigen, ist nach meiner Ansicht ein Beweis für deren fehlerhafte Bestimmung; Roloff hat jedenfalls nicht wie ich¹⁾ die Temperatur beobachtet, bei welcher eine winzige Menge „Eis“ mit der Lösung im Gleichgewicht ist, sondern nach der gewöhnlichen Gefrierpunktmethode gearbeitet und dadurch die tieferen Gefrierpunkte concentrirterer Lösungen erhalten.

Da beide Curven der Fig. 2 den gleichen Charakter zeigen und die eine wesentlich als eine Parallelverschiebung der anderen sich darstellt, so halte ich die Betrachtungen, durch welche Roloff p. 355 den Charakter meiner früheren Curve auf Verunreinigungen zurückzuführen und im Sinne anderer Beobachtungen zu verwerthen sucht, für vollständig hinfällig und werthlos; meiner Meinung über den Unterschied der beiderseitigen Messungen habe ich bereits Ausdruck gegeben.

In meiner früheren Arbeit habe ich den Parallelismus der beiden Curven der Fig. 2 vorausgesagt und darauf durch graphische Extrapolation eine Berechnung der Daten des eutektischen Gemenges einer wasserfreien Essigsäure gegründet. Ich habe damals geschlossen auf einen Gefrierpunkt von

$$- 8,1^{\circ}$$

und einen Gehalt von

$$25,8 \text{ Mol.-Proc. } (\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2)_2,$$

welchem ein Gehalt von

$$34,8 \text{ Gew.-Proc. Essigsäure}$$

entspricht. Diese von mir vorgenommene Correction findet nun Roloff „viel zu hoch gegriffen“; nach seiner Schätzung

1) A. Dahms, Wied. Ann. 54. p. 494—495. 1895.

kommt dem eutektischen Gemenge ein Gefrierpunkt von $-8,6^{\circ}$ und ein Gehalt von 35,8 Gew.-Proc. Essigsäure zu (aus seinen Versuchen ermittelt er $-8,8^{\circ}$ und 36,1 Proc.). Nunmehr ist von mir mit den reinen Substanzen beobachtet worden ein Gefrierpunkt von

$$-8,00^{\circ},$$

und zu dieser Gefriertemperatur des eutektischen Gemenges ergibt sich aus den Curven übereinstimmend ein Gehalt von

$$25,5 \text{ Mol.-Proc. } (\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2)_2$$

oder

$$34,5 \text{ Gew.-Proc. Essigsäure.}$$

Es zeigt sich also, dass meine frühere Correction noch ein klein wenig zu gering veranschlagt worden ist, aber doch nahezu den Thatsachen entsprochen hat, und die von Roloff an meiner Correction und ihren Grundlagen geübte Kritik erweist sich damit ihrem ganzen Umfange nach als verfehlt.

Nach der Ansicht von Roloff sind die Gefriercurven der Benzol-Essigsäure-Gemische, wenn man die Concentrationen nach *Gewichts-Procenten* aufträgt, gerade Linien (p. 336). Er hält „die geradlinige Gestalt für so ausgeprägt, dass sie kaum auf reinem Zufall beruhen kann“ (p. 339). Ein Blick auf die Tabelle zeigt die Inconstanz der Quotienten $T - t/P$ und $T' - t'/P$ und damit die Unrichtigkeit der Roloff'schen Prämissen.

Ich benutze die Gelegenheit, um die Ergebnisse von Gefrierpunktmessungen mitzutheilen, welche ich bei Gemengen von *Essigsäure* und *Wasser* erhalten habe.

Gefrierpunktserniedrigung durch Essigsäure in Wasser.

Gewichts-Proc. Essigsäure	Gefrierpunkt	Gewichts-Proc. Essigsäure	Gefrierpunkt
0	0°	38,68	- 14,5
0,31	- 0,10	41,57	- 15,9
2,49	- 0,81	48,94	- 19,8
7,82	- 2,59	51,30	- 21,3
15,19	- 5,06	55,48	- 23,9
20,28	- 6,92	57,43	- 25,4
31,67	- 11,47		

Gefrierpunktserniedrigung durch Wasser in Essigsäure.

Gewichts-Proc. Essigsäure	Gefrierpunkt	Gewichts-Proc. Essigsäure	Gefrierpunkt
99,95	16,50	89,26	+ 2,46
99,71	16,06	84,20	— 2,9
98,85	14,54	78,47	— 8,8
97,06	11,81	69,13	— 17,9
93,47	7,21	60,70	— 25,2

Der Gefrierpunkt des eutektischen Gemenges wurde beobachtet zu $-26,55^{\circ}$.

Fig. 3 giebt die graphische Darstellung dieser Resultate. Der Schnittpunkt der beiden Curven liefert die Daten des *eutektischen Gemenges*; die Gefriertemperatur erweist sich als übereinstimmend mit der direct beobachteten,

$$-26,55^{\circ};$$

der Gehalt an Essigsäure findet sich zu

58,98 Gew.-Proc. oder 30,14 Mol.-Proc. $C_2H_4O_2$.

Ueberkühlungen wurden bei den sehr concentrirten Lösungen bis zu -30° beobachtet.

Die gestrichelte Curve der Fig. 3 ist aus Roloff'schen Messungen¹⁾ hergeleitet. Bis zu -15° , entsprechend einem Gehalt von etwa 40 Proc. Essigsäure, ist die Uebereinstimmung eine vortreffliche; von da ab machen sich Unterschiede merklich, die vielleicht auf das von Roloff benutzte Thermometer zurückzuführen sind. Das meinige ist bis zu -30° herab von der physikalisch-technischen Reichsanstalt geprüft und zeigt keine grösseren Abweichungen vom Gasthermometer als $0,03^{\circ}$.

Leipzig, Phys. Inst. d. Univ., Nov. 1896.

1) Roloff, Ztschr. f. phys. Chem. 18. p. 583. 1895.

**7. Ein Versuch, die beiden Bestandtheile
des Cleveitgases durch Diffusion zu trennen;
von Aug. Hagenbach.**

Aus den Arbeiten¹⁾ der Herren Runge und Paschen hatte sich ergeben, dass das Spectrum des Heliums sich zerlegen lässt in zweimal drei Serien, die zwei verschiedenen Elementen angehören müssen. Die Verfasser der genannten Arbeiten hatten selbst versucht, durch Diffusion mit einem Asbestpfropfen die beiden Bestandtheile zu trennen, und sie geben an, dass im Geisslerrohr zuerst die grüne Linie 5016 aufgetreten sei. Später aber anerkannten sie die Ansicht von Hrn. Ramsay, dass nämlich diese Erscheinung bloß auf Druckänderung beruhe. Ein Diffusionsversuch von Hrn. Lockyer²⁾ ergab gerade das entgegengesetzte Resultat. Er hatte Wasserstoff und ein Gemisch von Wasserstoff und Helium unter Atmosphärendruck auf den beiden Seiten eines Diffusionspfropfens und beobachtete, dass im Spectrum des Funkens, der zuerst in reinem Wasserstoff überging, zuerst die starke gelbe Linie D_3 (5876) erschien, und dass also somit dieses Gas der leichtere Bestandtheil wäre.

Es schien mir nun von Interesse, diese Untersuchung nochmals in die Hand zu nehmen und zu gleicher Zeit zu versuchen, die beiden Gase zu trennen.

Als Ausgangsmaterial standen mir ca. 20 g Bröggerit und Cleveit zur Verfügung. Die Mineralien wurden pulverisirt, mit concentrirter Schwefelsäure übergossen und gekocht. Die Luft war vorher durch langes Hindurchleiten von Kohlensäure vollständig verdrängt. Das entwickelte Gas wurde über Kalilauge aufgefangen in einem Gefäß von umstehender Form (Fig. 1), mit zwei eingeschmolzenen Platinelectroden e_1 und e_2 , die 6 mm voneinander abstanden. Um das noch stickstoff- und wasserstoffhaltige Gas zu reinigen, wurde electrolytisch ge-

1) Sitzungsber. d. Berl. Akad. d. Wissensch. Berlin. 1895. p. 639 u. 759; *Astrophysical journal*. January 1896.

2) *Nature*. 53. p. 526. 1896.

wonnener Sauerstoff zugefügt und zwischen den Electroden ein Funkenstrom eines Ruhmkorff'schen Inductors mittlerer Grösse durchgeschickt. Das Glasgefäß wurde vorher calibrirt, sodass man die Abnahme des Gasvolumens beobachten konnte. Es verschwanden z. B. von 117 cm^3 des ursprünglichen Gases 17 cm^3 . Die Reinigung wurde solange fortgesetzt, bis während 24 Stunden keine Abnahme mehr zu beobachten war. Der überschüssige Sauerstoff wurde durch Pyrogallussäure in demselben Gefässe absorbirt. Das so zubereitete Helium zeigte im Geisslerrohr ein reines Spectrum. Ich erhielt aus dem genannten Material 163 cm^3 .

Meine ersten Versuche gingen darauf hinaus, das Helium für das Spectroskop zu trennen, d. h. die beiden Bestandtheile durch Diffusion zu trennen und in Geisslerrohren aufzufangen, um im Spectroskop wenigstens Intensitätsunterschiede zu finden. Leider sind hier die Resultate negativ ausgefallen; vielleicht aber ist es doch gestattet, die Versuche kurz zu beschreiben, da sich Einiges von Interesse ergeben hat.

In Fig. 2 stellt das Gefäß *H* den Behälter des zu untersuchenden Gases vor. Dasselbe war von den beiden Gyps-

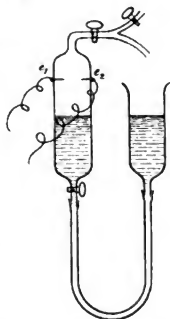


Fig. 1.

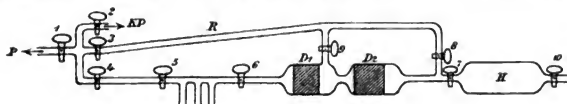


Fig. 2.

pfropfen D_1 und D_2 durch den Hahn 7 abgeschlossen. Die Gypspfpfen wurden einfach durch Mengen von Gyps und mit Wasser dargestellt. Der Gypsbrei wurde in den Glasröhren von etwa 2 cm Durchmesser festgepresst und die Röhren wurden nachher, wie die Figur zeigt, zusammengeschmolzen. Zwischen den Hähnen 5 und 6 befanden sich verschiedene Geisslerrohren mit verschiedenen weiten Capillaren und von verschiedener Construction. Der ganze Raum, ausser

H, musste vollständig vor dem Versuche evacuirt werden, und deshalb musste noch die Röhre *R* mit ihrer Gabelung und den beiden Hähnen 8 und 9 angebracht werden. Der Hahn 1 schloss den Apparat von einer kleinen Töpler-Hagen'schen Pumpe ab, deren Gefäß ca. 60 cm³ betrug. Diese Pumpe diente hauptsächlich als Volummeter und gestattete noch 0,001 mm Druck zu messen; sie war zu gleicher Zeit so eingerichtet, dass man ein eingeleitetes Gas über Quecksilber wieder auffangen konnte. Das dritte Ansatzstück endlich, mit dem Hahn 2, führte zu einer Kahlbaum'schen Pumpe *KP*.

Die Evacuation des Apparates dauerte 10—14 Tage, da der Gyps beständig Wasser abgab. Wie nun der Apparat wirklich luftleer war, so zeigte ein Versuch mit einem Gemisch von Stickstoff und Wasserstoff, dass sich die Gypspfropfen von den Wänden gelöst hatten, dadurch, dass sie sich zu-

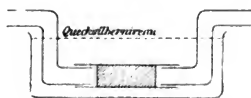


Fig. 3.

sammenzogen. Dasselbe bestätigten auch die Farben dünner Blättchen, welche an der Gypsfläche auftraten. Im Vacuum ist somit Gyps unbrauchbar zu Diffusionszwecken.

Als zweites Diffusionsmittel benutzte ich mit mehr Erfolg gepressten Graphit. Der Pfropfen wurde dadurch hergestellt, dass fein pulverisirter Graphit in einer Messingröhre von ca. 1 mm Wandung mit der hydraulischen Presse so fest als möglich zusammengepresst wurde. Der so gepresste Graphit hatte ein sehr compactes Aussehen, und bildete ein ziemlich hartes, brüchiges Stück, welches sehr fest an der Wandung haftete. Der Pfropfen war 5 cm lang, und hatte einen Querschnitt von etwas mehr wie 1 cm². Der oben beschriebene Apparat wurde wieder benutzt, nur dass an Stelle der zwei Gypstopfen der Graphit kam. Die Messingröhre war auf jeder Seite 2 cm vorstehend, sodass sie über Glasröhren geschoben und mit Siegelack festgekittet werden konnte. Zur Sicherheit, um jedes Eindringen von Luft unmöglich zu machen, wurden die angekitteten Glasröhren nach unten gebogen und die Messingröhre sammt den Kittstellen in ein Gefäß mit Quecksilber eingetaucht, wie es in nebenstehender Fig. 3 angedeutet ist.

Die Evacuation des Apparates dauerte auch hier sehr lange Zeit, da der Graphit sehr lange Luft abgab. In ca. 14 Tagen konnte mit den Versuchen begonnen werden. Ein Gemisch von Wasserstoff und Stickstoff diente dazu, den Apparat zu prüfen. Der Versuch ging folgendermaassen vor sich: Es wurden nach dem Evacuiren die Hähne 1—5, 8 und 9 geschlossen, hierauf 7 geöffnet und wieder geschlossen, sodass der Raum zwischen Graphit und Hahn 7 mit dem Gasmisch angefüllt war. Nun wurde mit einem Spectroskop à vision directe eine der Geissleröhren beobachtet. Wasserstoff war nach etwa 30 Sec. zu sehen, während Stickstoff erst nach etwa 90 Sec. auftrat. Das Gasmisch stand beinahe unter Atmosphärendruck. Selbst bei dem grossen Ueberdruck ergab sich eine bedeutende Differenz. Die Versuche mit dem Cleveitgas wurden ganz analog durchgeführt, nur mit dem Unterschiede, dass das Gas am Anfang nur unter $\frac{1}{3}$ Atmosphäre stand. Der Raum zwischen dem Pfropfen und dem Hahne fasste ca. 10 cm³; da aber das Helium in *H* unter etwas weniger wie $\frac{1}{3}$ Atmosphäre stand, so gingen beim Oeffnen von Hahn 7 ungefähr 3 cm³, bezogen auf Atmosphärendruck, über. Das Gas war vorher über Phosphorsäureanhydrid getrocknet worden.

40—50 Sec. nach Oeffnen des Hahnes 7 tauchte im Spectroskop die gelbe Linie D_3 auf und zu gleicher Zeit die Wasserstofflinien. Erst 20—30 Sec. später erschien auch die grüne Heliumlinie. Wie die grüne Linie kaum noch sichtbar war, leuchtete die gelbe schon relativ hell. Sobald nun die grüne Linie auftrat, wurde der Hahn 6 geschlossen. Hierauf wurde 1, 4 und 5 geöffnet und das diffundirte Gas durch die kleine Quecksilberpumpe abgepumpt und in einem Gefässe über Quecksilber aufgefangen. Die Quantität des so diffundirten Gases war nur sehr gering. Der Druck in den Geissleröhren, im Moment, wo die Diffusion unterbrochen wurde, betrug zwischen 0,01 und 0,1 mm. Die Fluorescenz war jedenfalls meistens noch vorhanden. Darauf wurde auch das nicht diffundirte Gas mit der kleinen Pumpe abgepumpt und aufgefangen; dann wurde die Kahlbaum'sche Pumpe wieder einige Stunden in Bewegung gesetzt, um den Pfropfen gasfrei zu machen. Nach ca. 30 maligem Wiederholen dieses Versuches, wobei jedesmal die gelbe Linie zuerst auftrat, hatte

ich ungefähr $0,2 \text{ cm}^3$ diffundirtes Gas. Hier sei noch bemerkt, dass, wenn ich den Versuch nicht so früh unterbrach, bald das vollkommene Heliumspectrum auftrat, das sich von demjenigen des ursprünglichen Gases nicht unterschied. Die $0,2 \text{ cm}^3$ diffundirtes Gas brachte ich nun an Stelle des Gefässes *H* und liess sie nochmals unter genau denselben Umständen diffundiren. Der Ueberdruck betrug nur ungefähr $\frac{1}{60}$ Atm. Auch bei dieser Diffusion zeigte sich dieselbe Erscheinung. Da der Ueberdruck viel geringer war, dauerte der Versuch bedeutend länger. Im Moment, wo die erste Spur der grünen Linie sich bemerkbar machte, wurden drei von den Geissler-Röhren abgeschmolzen. Zur Sicherheit waren die Heliumlinien zuerst in einer projecirten Scala bestimmt worden, damit man im voraus wusste, wo eine Linie zu erwarten war und damit keine Verwechselung mit falschen Linien vorkommen konnte. Der Druck in diesen drei Röhren wird wenig über $0,01 \text{ mm}$ betragen. Die vierte Röhre wurde weiter der Beobachtung unterzogen und erst abgeschmolzen, wie der Druck auf $0,15 \text{ mm}$ gestiegen war; die grüne Linie war schon ziemlich deutlich, wenn sie auch an Intensität der gelben noch nachstand. Sämmtliche Röhren zeigten nun auch andere fremde Linien. Man braucht sich übrigens nicht zu wundern, dass bei diesen kleinen Gasmengen, den grossen Glasgefässen und der grossen Oberfläche, welche der Diffusionsstopfen repräsentirt, Spuren von Verunreinigungen hineinkamen. Man bedenke auch, dass sich schon $0,001 \text{ Proc.}$ Wasserstoff und $0,01 \text{ Proc.}$ Stickstoff in Helium mit dem Spectroskop nachweisen lassen, wie das die Herren Ramsay und Collie¹⁾ mitgetheilt haben.

Am Anfang hatten die drei zuerst abgeschmolzenen Röhren die grüne Linie nicht gezeigt, aber beim Stromdurchgang änderten sich die Spectren sehr bedeutend, sodass ich zu einer photographischen Aufnahme des Spectrums gezwungen war, um mit Sicherheit nachzuweisen, von welchen Serien Linien vorhanden waren. Die Spectralröhren waren auf der einen Seite mit einer Quarzplatte verschlossen, oder die Capillare war in einem Winkel gebogen und im Knick zu einer kleinen

1) Martin Mugdan, Argon und Helium. p. 182. (Verlag von Ferd. Enke. Stuttgart 1896).

Kugel aufgeblasen, sodass sie auch mit Längsdurchsicht benutzt werden konnten, was bei der grossen Verdünnung und der dadurch bedingten grossen Lichtschwäche nöthig war.

Um das Spectrum zu entwerfen, diente ein Rowland'sches Concavgitter von 120 cm Brennweite, welches nach der Methode von Rowland aufgestellt war. Es wurde in erster Ordnung photographirt und zwar die Röhre mit dem Drucke 0,15 mm. Dieselbe zeigte die grüne Linie schon schwach neben der gelben D_3 . Sie wurde mit einem Ruhmkorff von ca. 10 cm Schlagweite und mit eingeschalteter Leydener Flasche zum Leuchten gebracht und die photographische Platte zwei Stunden exponirt. Diese Platte wurde darauf mit einer vorher aufgenommenen Photographie von ganz reinem Helium verglichen und sie zeigte alle stärkeren Heliumlinien ohne Unterschied, d. h. es waren Linien aus allen Serien vorhanden. Ich nenne hier nur zum Beweis die Hauptlinien

5376* 5016 4922 4713* 4472* 4026* 3965 3889*.

Die mit * bezeichneten Linien gehören dem Helium an, die anderen dem Parhelium, wie Hr. Stoney das zweite Element zu nennen vorgeschlagen hat. Man sieht also, dass im Spectrum noch beide Elemente vertreten sind. Hierauf photographirte ich die noch viel lichtschwächere Röhre, die nur einen Druck von 0,01 mm hatte. Dieselbe liess mit eingeschalteter Leydener Flasche den Strom nicht mehr durch. Sie veränderte während der 2—3 stündigen Expositionszeit ihr Aussehen beständig, wie mit einem kleinen Spectroskop à vision directe während der Aufnahme beobachtet wurde. Auch abgesehen vom Spectrum änderte sie ihr Aussehen, indem sie bald sehr starke Fluorescenz aufwies, bald gar nicht fluorescirte. Die Photographie weist ziemlich genau dasselbe Bild auf, wie die vorhergehende, nur dass die Verunreinigungen im Verhältniss stärker gegen die Heliumlinien hervortreten.

Nach den ersten Diffusionsversuchen schien es mir unzweifelhaft, dass die Serien, die D_3 enthalten, dem leichteren Gase angehören müssten, indem immer zuerst die gelbe Linie auftrat. Weitere Versuche zeigten aber, dass man ungefähr dieselbe Erscheinung erhält, wenn man ein Geisslerrohr, das mit Helium gefüllt ist, bis zu dem entsprechenden Druck aus-

pumpt, in dem auch hier zum Schluss nur noch die gelbe Linie sichtbar ist; somit lässt sich nicht entscheiden, ob die Diffusion überhaupt damit etwas zu thun hat oder ob der geringe Druck die Erscheinung bedingt. Es ist dadurch noch nicht bewiesen, ob das Helium oder das Parhelium der leichtere Bestandtheil ist. Es wäre zwar von Interesse dies zu erfahren, da die beiden Elemente im periodischen System entweder in eine Horizontal- oder in eine Verticalreihe zu stehen kommen, denn es rücken im periodischen System innerhalb jeder Abtheilung mit wachsendem Atomgewicht die Serien nach dem rothen Ende des Spectrums, aber wenn man zu höheren Atomgewichten von Gruppe zu Gruppe geht, so rücken die Serien nach dem violetten Ende.

Jedenfalls muss ich aber entgegen der Beobachtung der Herren Runge und Paschen behaupten, dass die gelbe Linie bei Diffusion zuerst auftritt.

Dichtebestimmungen.

Eine weitere physikalische Eigenschaft, um die Verschiedenheit zweier Gase nachzuweisen, ist die Dichte. Ich unterzog also mein Gas der Diffusion und bestimmte die Dichte des diffundirten, sowie des nichtdiffundirten Gases. Für diese Bestimmung musste ich meinen Apparat umändern. Auch konnte ich das bis jetzt benutzte Diffusionsmittel nicht wählen, da durch Graphit die Diffusion viel zu langsam vor sich ging, um ansehnliche Mengen diffundirten Gases zu erhalten. Es schien auch nothwendig die Methode so umzuändern, dass beständig frisches Gasgemisch an das Diffusionsmittel herausgeführt wurde. Die Construction des Apparates war folgende: Mit einer Töpler-Hagen'schen Pumpe P_1 wurde das Heliumgemisch, welches aus dem Behälter B , in welchem es über Quecksilber stand, nach der Evacuation in den Apparat eingefüllt und in Circulation versetzt. In den Circulationskreis R_1 war eine Röhre D aus unglasirtem Porzellan eingeführt. Ueber dieselbe war ein weiteres Glasrohr A geführt, welches auf der einen Seite mit dem Apparat verschmolzen und auf der andern mit Siegelack festgekittet war. Von demselben führte eine Glasröhre R_2 zu der zweiten kleinen Töpler-Hagen'schen Pumpe P_2 , mit welcher das während der Circulation durch das Porzellanrohr

diffundirte Gas abgesaugt wurde. Der ganze Apparat wurde vorerst wieder mit der Kahlbaum'schen Pumpe *KP* evacuiert. Das Diffusionsrohr hatte eine Länge von 12 cm, einen Durchmesser von 2,5 cm und eine Wandung von 3,0 mm Dicke. Hahn 1 und 2 blieben während des Versuches geschlossen. Das Gefäß *G* wurde eingeschaltet, um das Volumen zu vergrössern und dadurch den Ueberdruck zu verkleinern. Das eingefüllte Heliumgas (150 cm^3) stand anfangs unter einem statischen Druck von ca. 6 cm. Die Diffusion ging ziemlich

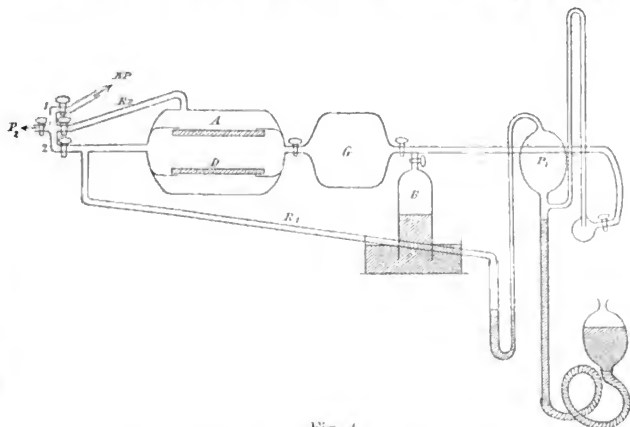


Fig. 4.

rasch vor sich, sodass schon nach $\frac{3}{4}$ Stunden der Versuch beendet war.

Das diffundirte, sowie das nicht diffundirte Gas wurde getrennt über Quecksilber mittels der kleinen Pumpe P_2 aufgefangen.

Die *Dichtebestimmungen* wurden folgendermaassen ausgeführt: das Gas wurde in einem Gefäß mit Phosphorsäureanhydrid getrocknet und dann in einen leergepumpten Ballon von ca. 200 cm^3 Inhalt eingefüllt und gewogen. Von dem Gewichte wurde das des leeren Ballons abgezogen und so erhielt man dasjenige des Gases allein. Beim Ueberfüllen wurden die Verbindungen, die nicht durch Zusammenschmelzen

gemacht werden konnten, mit Siegelack angefertigt. Von den mit Hähnen versehenen Ansätzen des Ballons wurde derselbe durch Erwärmen und mit Alkohol entfernt. Die Waage hatte eine Empfindlichkeit von 2,6 Scalentheilen für 1 mg. Nach der Wägung wurde das Gas über ausgekochtem destillirten Wasser in einer Röhre aufgefangen und die Röhre so gestellt, dass das innere und äussere Niveau gleich war, somit das Gas also unter Atmosphärendruck stand. Die Stelle des Meniskus wurde am Glase markirt. Nach dem Entfernen des Gases wurde die Röhre bis zu dieser Stelle mit Quecksilber gefüllt; das Gewicht des eingefüllten Quecksilbers ergab das Volumen. Das Volumen wurde auf 0° C. und 760 mm Druck reducirt. Vom Barometerstand war noch die Tension des Wasserdampfes bei der betreffenden Temperatur zu subtrahiren, da das Gas über Wasser aufgefangen war.

Auf diese Weise wurde die Dichte des ursprünglichen, des diffundirten und des nicht diffundirten Gases bestimmt. Die folgende Tabelle giebt die gefundenen Werthe.

Gewicht	Volumen (0° 760 mm)	Dichte bezogen auf $H = 1$
20,80 mg	138,20 cm ³	2,315 Gasgemisch
8,20	44,84	2,032 diffundirt
10,07	86,60	2,576 nicht diffundirt

Auffallend ist, dass die Dichte des Ausgangsmaterials so hoch ist. Ich habe selbstverständlich Geissler-Röhren damit gefüllt und mich überzeugt, dass das Spectrum rein war. Während der Operationen sind jedenfalls Spuren von Luft beigemischt worden, vor Allem weil bei den Apparaten sehr grosse Glasoberflächen vorhanden waren, die bei der Evacuation nicht erwärmt werden konnten, doch scheint es mir ausgeschlossen zu sein, alle Differenzen nur auf Verunreinigungen zurückzuführen. Dagegen spricht schon der Umstand, dass die Dichte des diffundirten Gases bedeutend unter dem Mittelwerth der Bestimmungen Anderer liegt. Das Mittel berechnet sich aus den Werthen von Ramsay und Langlet auf 2,133, während ich für das leichteste Gas 2,032 finde.

Aus meinen Resultaten glaube ich schliessen zu dürfen,

dass mir eine theilweise Trennung der beiden Bestandtheile des Cleveitgases gelungen ist.

Wie weit diese Trennung quantitativ vorhanden ist, lässt sich nicht bestimmen, da man absolut keine Anhaltspunkte über das Mischungsverhältniss der beiden Gase hat. Dass die Trennung aber nicht vollkommen ist, ersieht man aus den Spectren.

Als ich meine Arbeit schon abgeschlossen hatte, fand ich die Publication der Herren Ramsay¹⁾ und Collie vor, denen es ebenfalls kürzlich gelungen war, die beiden Bestandtheile des Heliums durch Diffusion zu trennen. Die genauere Versuchsmethode ist in der Notiz nicht angegeben, da sie aber bemerken, als Diffusionsmittel ein Thonrohr benutzt zu haben, vermute ich eine ähnliche Versuchsanordnung. Die beiden Gase haben bei ihnen die Dichten 1,874 und 2,133, also beide leichter wie bei mir. Es zeigte sich überhaupt, dass die Dichten je nach dem Mineral variiren, aus dem das Gas entwickelt worden ist.²⁾

Hr. Ramsay füllte Spectralröhren mit den beiden getrennten Gasen, fand aber keinen Unterschied in den Spectren. Dasselbe fand ich vollkommen bestätigt.

Ich wagte trotz der Arbeit der Hrn. Ramsay und Collie meine experimentellen Resultate zu veröffentlichen, weil ich den Nachweis, dass das Heliumgas in zwei verschieden schwere Gase zu trennen ist, für sehr wichtig halte, und die Thatsache durch meine Arbeit eine Bestätigung findet.

Bonn, Physik. Institut, 20. Nov. 1896.

1) Ramsay, Compt. rend. **123**. p. 214. 1899.

2) Ramsay, Proc. Roy. Soc. **59**. p. 325. 1896.

**8. Ueber die Bestimmung der
Diffusionscoefficienten einiger Gase für Wasser;
von G. Hüfner.**

Seitdem Stefan¹⁾ an dem Beispiele der Diffusion der Kohlensäure in Wasser und in Alkohol gezeigt hat, dass die Annahme Fick's, wonach für die Bewegung eines Salzes durch sein Lösungsmittel die Fourier'sche Theorie der Wärmeleitung gilt, auch auf die Diffusion in Flüssigkeiten gelöster Gase anwendbar ist, sind ausser der Untersuchung Johannes Müller's²⁾ über die Diffusion des Ammoniaks durch Wasser und durch Alkohol eingehende Experimentalarbeiten über die Diffusion der Gase in Flüssigkeiten nicht mehr ausgeführt worden. So darf es nicht Wunder nehmen, dass man bis heute noch nicht die absoluten Werthe der Diffusionscoefficienten kennt, welche den Hauptbestandtheilen unserer Atmosphäre, desgleichen dem Wasserstoffe, dem Chlor und einigen anderen, reinem Wasser als Lösungsmittel gegenüber, zukommen. Was die ersteren Gase betrifft, so begnügt man sich einstweilen mit der allerdings sehr begründeten Vermuthung, dass ihre Fortbewegung im Wasser ganz ausserordentlich langsam von Statten gehen müsse.

Bekanntlich hat zuerst v. Wroblewski³⁾ den Versuch gemacht, das Gesetz, nach welchem sich die Kohlensäure im Wasser verbreitet, durch genaue Messungen festzustellen. Seine Versuche scheiterten daran, dass sich, da er das Gas von oben in die Wassersäule eintreten liess, zunächst die oberen Schichten mit Kohlensäure sättigten, infolge davon schwerer geworden untersanken und so Strömungen im Wasser hervorriefen, die den ruhigen Gang des Diffusionsprocesses störten. Bald darauf zeigte Stefan⁴⁾, dass das Auftreten von Strö-

1) J. Stefan, Wien. Sitzungsber. **77**. II. Abth. p. 371. 1878.

2) J. Müller, Wied. Ann. **43**. p. 554. 1891

3) v. Wroblewski, Wied. Ann. **2**. p. 481. 1877.

4) l. c.

mungen und ihr störender Einfluss von der Weite der Versuchsröhre abhängig und dass er so gut wie ganz zu vermeiden ist, wenn der Querdurchmesser der Röhre möglichst klein, höchstens = 1 mm, gewählt wird. Mit solchen Röhren gelang es ihm in der That, die Richtigkeit des vorausgesetzten Diffusionsgesetzes für die Verbreitung der Kohlensäure in Wasser und in Alkohol zu erweisen, zugleich aber auch die absoluten Werthe ihrer Diffusionscoefficienten für die genannten Lösungsmittel bei einer bestimmten Temperatur festzustellen.

Stefan's Versuche waren von zweierlei Art. Das eine Mal musste die Kohlensäure in eine möglichst lange, der Voraussetzung nach unendlich lange, Flüssigkeitssäule eindringen; das zweite Mal liess man das Gas durch einen kurzen Flüssigkeitsfaden hindurch in die freie Luft austreten.

Zur Berechnung des gesuchten Werthes aus den Beobachtungsdaten diente im ersten Falle die Gleichung

$$V = 2 \alpha \sqrt{\frac{k t}{\pi}},$$

worin V das in die Flüssigkeit eintretende Gasvolumen, gemessen an der Grösse der Verschiebung des Flüssigkeitsfadens, α den für die eingehaltene Temperatur geltenden Absorptionscoefficienten, t die Zeit und k den fraglichen Diffusionscoefficienten, d. h. einen die specifische Geschwindigkeit der betreffenden Gasmoleculé ausdrückenden Factor bedeutet.

Auf die Versuche der zweiten Art, bei denen es auf die Herstellung eines Beharrungszustandes ankam, während dessen die diffundirenden Gasmengen in gleichen Zeiten gleich gross werden, wurde die Formel angewandt:

$$\frac{\partial V}{\partial l} = \frac{\alpha k}{l},$$

worin l die Länge des angewandten Flüssigkeitsfadens bezeichnet.

Letztere Formel sagt also aus, dass das in der Zeiteinheit diffundirende Gasvolumen der Länge der Flüssigkeitssäule umgekehrt proportional ist.

Als Zeiteinheit wählte Stefan den Tag, als Einheit der Länge das Centimeter. Die Versuchstemperatur lag zwischen 16—17°.

Aus den mit Wasser nach dem ersten Verfahren angestellten Versuchen erhielt er für k den Werth 1,36, aus solchen der zweiten Art den Werth 1,41.

Da sich aus Fr. Exner's ¹⁾ Versuchen ergeben hatte, dass die sich austauschenden Volumina zweier durch eine dünne Lamelle wässeriger Seifenlösung getrennter Gase sich direct wie die Absorptionscoefficienten, aber umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Dichten dieser Gase verhalten, so kann man mit Hülfe der Stefan'schen Zahlen einerseits und der bekannten Dichten der Kohlensäure und einer Reihe weiterer Gase andererseits die Diffusionscoefficienten dieser letzteren für Wasser, gültig für die gleiche Temperatur von 16—17°, ohne weiteres berechnen.

Folgende Tabelle giebt eine Zusammenstellung so berechneter Werthe von k mit den zugehörigen Dichten für eine Reihe verschiedener Gase. Der ganzen Berechnung ist das Mittel aus Stefan's beiden Zahlen

$$\frac{1,36 + 1,41}{2} = 1,38,$$

zu Grunde gelegt.

Name des Gases	Dichte	k gefunden	k berechnet
Wasserstoff	0,0692	—	6,47
Sauerstoff	1,1056	—	1,62
Stickstoff	0,9713	—	1,73
Chlorgas	2,4503	—	1,087
Kohlenoxyd	0,9674	—	1,73
Kohlensäure	1,5202	1,38	—
Stickoxydul	1,6140	—	1,34
Ammoniak	0,5896	—	2,22
Cyngas	1,8064	—	1,27
Grubengas	0,5576	—	2,28
Aethylen	0,9852	—	1,71

Um mich zu überzeugen, ob die so berechneten k -Werthe auch mit der Wirklichkeit übereinstimmen und ob sie namentlich noch für den Fall gültig sind, wo die Dicke der Wasserschichten, in denen sich die Gase vorwärts bewegen, nicht bloß von minimaler Grösse ist, wie in den Exner'schen Ver-

1) Fr. Exner, Pogg. Ann. 155. p. 321 u. 443. 1875.

suchen, sondern wo sie mindestens mehrere Centimeter beträgt, habe ich mit einigen der Gase noch besondere Versuche angestellt. Was ich vor allem zu erfahren wünschte, waren die absoluten Werthe der Diffusionscoefficienten des Sauerstoffs, Stickstoffs und Wasserstoffs.

Es ist klar, dass zu Versuchen mit diesen Gasen die Stefan'schen Capillaren wenig geeignet sind. Bei der Kleinheit der bezüglichen Absorptionscoefficienten ist, um eine genau messbare Verminderung des Gasvolumens zu ermöglichen, eine viel zu lange Zeit erforderlich; und wenn es auch gelänge, die Temperatur während einer solchen auf gleicher Höhe zu erhalten, so würden doch besonders in dem Falle, wo man, um den Beharrungszustand herbeizuführen, mit einem kürzeren Flüssigkeitsfaden operiren müsste, grosse Störungen infolge der Verdunstung der Flüssigkeit unvermeidlich sein. Ich habe trotzdem einige Versuche auch mit Capillarröhren ausgeführt; indessen nach dem ersten Verfahren, bei welchem das Gas gezwungen ist, sich in einer möglichst langen Flüssigkeitssäule vorwärts zu bewegen. Von diesen Versuchen wird weiter unten die Rede sein.

Da bei gleichbleibender Temperatur und, wenn die erkältende Verdunstung möglichst vermieden ist, störende Strömungen innerhalb einer aufrecht stehenden Flüssigkeitssäule hauptsächlich nur dann auftreten, wenn sich infolge ungleicher Sättigung mit Gas Schichten von verschiedener Dichtigkeit bilden und dann solche von grösserer über andere von geringerer Dichtigkeit zu liegen kommen, so darf man erwarten, dass die Gasdiffusion auch in Flüssigkeitssäulen von grösserem Querdurchmesser (von 0,5—1,0 cm) ohne wesentliche Störung verlaufen wird, falls es gelingt, jene verkehrte Uebereinanderlagerung ungleich dichter Flüssigkeitsschichten zu verhüten.¹⁾ Bei Versuchen mit Kohlensäure, überhaupt mit Gasen, durch deren Aufnahme das Wasser specifisch schwerer wird, käme es deshalb darauf an, das Gas anstatt durch die obere durch die untere Grenzfläche in die Flüssigkeit eintreten zu lassen.

1) Vgl. auch Stefan, l. c. p. 383. Die Flüssigkeit befand sich in dem hier beschriebenen Versuche *über* dem Kohlensäuregase. Trotzdem die Weite der Röhre 1,7 mm betrug, verlief die Diffusion doch in gesetzmässiger Weise.

Dazu nun, dieser scheinbar kaum zu erfüllenden Bedingung Genüge zu leisten, eignet sich in vorzüglicher Weise der Hydrophan, jenes bekannte opalartige Mineral, auf dessen Brauchbarkeit zu Diffusionsversuchen zuerst Reusch¹⁾ aufmerksam gemacht, und das ich selbst schon vor einer Reihe von Jahren zu solchen benutzt habe.²⁾

Wie sein Name andeuten soll, wird das Mineral, wenn man es in Gestalt dünner Platten in Wasser legt, völlig durchsichtig. Es enthält also eine Menge winziger, für gewöhnlich mit Luft erfüllter, miteinander communicirender Hohlräume, aus denen beim Eintauchen in Wasser die Luft verdrängt und durch Flüssigkeit ersetzt wird. Kommt dagegen eine solche mit Wasser durchtränkte Platte an die Luft, so verdunstet das Wasser sehr rasch und wird sie porzellanartig trüb und undurchsichtig. Kittet man aber eine Platte von 0,05 cm Dicke auf die eben geschliffenen Ränder einer offenen Glasröhre auf, sodass diese dadurch einseitig verschlossen wird, so hält sich eine Wassersäule von 2—3 cm Höhe, die man in die Röhre einbringt und durch die Platte tragen lässt, wochenlang unverändert, — vorausgesetzt, dass man die Verdunstung der Flüssigkeit nicht nur durch das offene Rohr, sondern auch durch die Platte möglichst verhütet. Das Wasser filtrirt also unter so geringem Drucke nicht hindurch; vielmehr ist die Capillaranziehung zwischen Wasser und Mineral offenbar im Stande, dem Drucke der Säule vollkommen das Gleichgewicht zu halten.

Es lag nahe, diese Eigenschaft des Hydrophans für den vorliegenden Zweck zu verwerthen.³⁾

Beschreibung des Apparates. — Zu den Versuchen dient der kleine gläserne Apparat, den beistehende Zeichnung, Fig. 1, wiedergiebt. Derselbe besteht aus einem U-förmig gebogenen Rohre, in das bei *a* ein Hahn mit weiter Bohrung eingeschaltet

1) Reusch, Pogg. Ann. **124**, p. 431. 1865.

2) Hüfner, Wied. Ann. **16**, p. 253. 1882.

3) Ich verdanke einige grössere Stücke des kostbaren Minerals der Güte meines Collegen Koken, der sie mir bereitwilligst aus dem hiesigen mineralogischen Cabinet zur Verfügung stellte. — Das Ausschneiden und Schleifen der Platten ist in der Achatschleiferei von Benedict in Oberstein vorzüglich besorgt worden.

und dessen offener Schenkel bei *b* trichterförmig erweitert ist. An dem andern Schenkel ist seitlich bei *c* ein kurzer, mit einem Kautschukstopfen verschliessbarer, Stutzen und bei *d* ein weiteres, verticales Röhrenstück angeschmolzen, dessen offenes Ende durch die mit Siegelack aufgekittete Hydrophanplatte *e* verschlossen wird. Unmittelbar unterhalb der Platte mündet das horizontale Ansatzröhrchen *f*, das den fein geschliffenen Hahn *g* trägt. Oberhalb des Hydrophans, gleichfalls mit Siegelack auf diesen festgekittet, sitzt das Rohrstück *h*, das mit einer Millimetertheilung versehen ist. Auch auf die engen, ungefähr 7—8 mm weiten, Schenkel des U-Rohres sind solche Millimeterscalen aufgeätzt. Die Scala des geschlossenen Schenkels dient zur Messung des abgesperrten Gasvolumens, die des offenen zur Calibrirung des ganzen Apparates. In dem Röhrenstücke *h* steht während des Versuches die vom Hydrophan getragene Wassersäule, während unterhalb der Platte, durch Quecksilber vom offenen Manometerschenkel und durch den Hahn *g* von aussen abgesperrt, sich das Versuchsgas befindet.

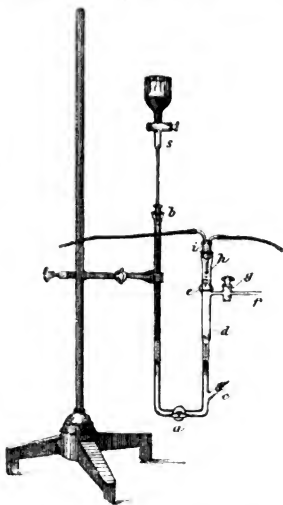


Fig. 1.

Bei *i* wird, wenn es nöthig, möglichst dicht ein Kautschukstopfen eingepresst, durch dessen zwei Bohrungen feine, oberhalb des Stopfens rechtwinkelig umgebogene Röhrchen geführt sind, die zur Zu- und Ableitung von Gasen dienen. Auf den offenen Schenkel des U-Rohres aber ist lose ein langhalsiger mit einem Hahn versehener Scheidetrichter *s* aufgesetzt, aus dem man tropfenweise Quecksilber zufließen lassen kann, um dadurch den Druck im Apparate annähernd constant zu erhalten.

Soll ein Versuch in Gang gesetzt werden, so füllt man

zunächst den ganzen Apparat, bei offenen Hähnen *a* und *g* und bei verschlossenem Stutzen *c*, mit Quecksilber an, soweit, bis dieses durch das horizontale Röhrchen *f* ausfliesst, und sorgt nach Schluss des Hahnes *g* dafür, dass durch einen schwachen Ueberdruck, den man im offenen Schenkel erzeugt, alle noch unter der Hydrophanplatte haftenden Luftbläschen durch diese hindurch und hinausgepresst werden. Ist dies gelungen, so feuchtet man die Platte mit Hülfe einer Pipette mit Wasser an, entfernt so alle Luft aus derselben und schichtet alsdann die Wassersäule von gewünschter Höhe darauf. Das Wasser entnimmt man einem Kölbchen, in dem es vorher ausgekocht worden und dann unter Verschluss erkaltet ist.

Die Beschickung des Apparates mit Gas geschieht nun von dem horizontalen Ansatzröhrchen *f* aus. Dasselbe wird zu dem Zwecke mittels eines kurzen Kautschukschlauches entweder direct mit einem Gasentwickler oder mit einem Quecksilbergasometer verbunden, in dem das Gas vorrätig enthalten ist. Man öffnet nach Verschluss von *a* erst den seitlichen Stutzen *c*, dann den Hahn *g* und lässt das Quecksilber in dem Maasse bei *c* austreten, als Gas von oben hineindringt, solange bis letzteres selbst durch den Stutzen entweicht. Ein grosser Quecksilbertropfen, der sich in diesem befindet, wirkt dabei als abschliessendes Ventil. Nachdem man das Gas etwa 10—15 Minuten lang durch den Apparat hat streichen lassen, entnimmt man davon mittels eines gebogenen Röhrchens, das mit Hülfe eines durchbohrten Stopfens im Stutzen befestigt wird und am andern Ende unter das Quecksilber einer daneben stehenden Wanne taucht, eine genügende Probe zum Zwecke der Analyse.

Nach der Füllung des Apparates wird zunächst der Stand des Quecksilbers in beiden Schenkeln regulirt und zwar so, dass das eingeschlossene Gas unter einem schwachen Ueberdrucke gegenüber dem atmosphärischen steht, und hierauf das Ganze zum Schutze gegen plötzliche Temperaturschwankungen vermittelst eines Stativs in einen grossen Wasserbehälter gesenkt, dessen Wände von parallelen Glasplatten gebildet sind. Neben ihm im Wasser hängt ein in Zehntelgrade getheiltes Thermometer.

Die erste Messung des Gases geschah stets etwa $\frac{1}{2}$ Stunde

nach Beendigung der Aufstellung und zwar, ebenso wie alle späteren Messungen, unter Anwendung des Kathetometers.

Die nöthigen Beobachtungsdaten waren:

1. der Stand des Quecksilbers im geschlossenen Theile des Apparates, abgelesen an der darauf befindlichen Scala;
2. der Unterschied des Quecksilberstandes in beiden Schenkeln, gemessen an der Scala des Kathetometers;
3. die Höhe der vom Hydrophan getragenen Wassersäule;
4. der Kreisdurchmesser derselben;
5. die Temperatur des Wassers im grossen Behälter;
6. der Barometerstand;
7. die Temperatur des Barometers.

Wie man sieht, läuft auch hier die Anordnung des Versuches auf die Herstellung eines Beharrungszustandes hinaus, während dessen in gleichen Zeiten gleiche Gasvolumina die Wassersäule von unten nach oben oder umgekehrt durchdringen sollen.

Versuche mit Kohlensäure.

Um mich von der Brauchbarkeit des Apparates und des ganzen Verfahrens zu überzeugen, stellte ich zunächst einige Versuche mit Kohlensäure an und zwar, wie Stefan, bei einer Temperatur von 16—17°. Waren die gefürchteten Wasserströmungen in der That auch bei meinem Verfahren ausgeschlossen, so durfte ich für k den gleichen Werth erwarten, den Stefan gefunden hatte. Da man nun unmöglich annehmen durfte, dass es für die Geschwindigkeit der Diffusion einerlei sei, ob ein Gas durch eine mit Wasser getränkte Hydrophanplatte, oder ob es bloß durch eine reine Wasserschicht von gleicher Dicke, wie jene Platte, hindurchzugehen habe, so musste vor allem der Widerstand der Platte — so will ich den Einfluss derselben einstweilen bezeichnen — ermittelt und an der Dickeneinheit der Wasserschicht (1 cm) gemessen werden.

Dies geschah in der Weise, dass zwei verschiedene Versuchsreihen nacheinander, die eine mit einer hohen, die andere mit einer niedrigen Wassersäule durchgeführt wurden.

Die Kohlensäure wurde nach Bunsen's Vorschrift mit concentrirter Schwefelsäure aus Kreide bereitet und vor der

Einleitung in den Apparat in einem kaum 3 ccm fassenden Waschfläschchen mit reinem Wasser gewaschen, zu dem Zwecke, sie für die spätere Messung im feuchten Zustande mit Wasserdampf zu sättigen.

Die Analyse einer in der oben angegebenen Weise aufgefangenen Probe ergab folgendes Resultat.

	Volumen	Druck	Temp.	Volumen bei 0° und 1 m Druck
Aufgefangenes Gas	40,48	0,5799	15,0°	22,25
Nach Zusatz von Luft	114,29	0,6541	15,3	70,79
Nach Absorption mit 7 proc. Natronlauge	82,60	0,6255	17,2	48,60

Es waren also

Angewandt	Gefunden
22,25 Vol.	22,19 Vol.

Man durfte demnach das Gas als für den vorliegenden Zweck genügend rein ansehen.

Die Hydrophanplatte war etwa 0,05 cm dick; der Durchmesser ihrer die Wassersäule tragenden Kreisfläche betrug 0,78 cm. Als Zeiteinheit war der Tag gewählt.

Während beider Versuchsreihen wurde aus einem grossen Gasometer mit Wasserdampf gesättigte Luft durch den über der Wassersäule befindlichen Raum geleitet, und zwar in solchem Tempo, dass in der Secunde nur etwa zwei Bläschen durch das hinter den Apparat geschaltete Waschfläschchen strichen.

Ich gebe im Folgenden die Daten beider Versuchsreihen ganz ausführlich. Es bedeuten b' den Barometerstand, τ die Temperatur des Barometers, m den Quecksilberstand im geschlossenen Schenkel des Apparates, u den Niveauunterschied der beiden Quecksilbersäulen, — und zwar erhält der bezügliche Werth ein positives Vorzeichen, wenn das Niveau im offenen Schenkel das höhere ist —, h die Höhe der Wassersäule und t die Temperatur des grossen Wasserbehälters. Ferner sind die bei t herrschende Wasserdampftension mit b'' , der berechnete Druck des Gases mit p , das nicht reducirte, aus der Calibrirtabelle abgelesene und in Cubikcentimetern ausgedrückte Volumen mit $V_{t,p}$, das auf 0° und 760 mm Druck reducirte Volumen mit $V_{0,t}$, und die während eines Tages erfolgende Volumenabnahme mit Δ bezeichnet.

1. Versuchsreihe.

 $h = 0,5 \text{ cm.}$

Beobachtungs- zeit	b'	t	m	u	t	b''	p	V_{tp}	V_{ob}	Δ
8. Oct. 12 ^h	723,1	17,0°	5,0	+ 3,00	16,4°	13,885	710,11	11,314	9,973	0,397
9. „ 12	719,6	17,4	13,6	+ 2,03	16,3	13,797	705,69	10,928	9,576	0,387
10. „ 12	727,3	17,4	25,4	+ 1,10	16,5	13,972	712,30	10,396	9,189	0,398
11. „ 12	735,8	17,7	38,6	+ 2,50	16,3	13,797	722,30	9,802	8,791	
				Mittel	16,4°		712,60			0,394

2. Versuchsreihe.

Auch dieser Versuchsreihe ging wieder eine Analyse des Gases voraus.

	Volumen	Druck	Temp.	Vol. bei 0° u. 1 m Druck
Aufgefangenes Gas	76,4	0,6152	15,3°	44,51
Nach Zusatz von Luft	124,1	0,6620	15,2	77,83
Nach Absorption mit 7 proc. Natronlauge	59,67	0,6032	17,3	33,50
Angewandt		Gefunden		
44,51 Vol.		44,33 Vol.		

Das neue Gas war also ebenso brauchbar wie das vorige.

 $h = 2,0 \text{ cm.}$

Beobachtungs- zeit	b'	t	m	u	t	b''	p	V_{tp}	V_{ob}	Δ
13. Oct. 9 ^h	740,2	17,4°	10,8	+ 2,10	16,2°	13,710	726,4	11,053	9,9733	0,2145
14. „ 9	737,1	17,0	14,8	+ 1,65	16,3	13,797	722,8	10,873	9,7588	0,1948
15. „ 9	736,7	17,4	19,0	+ 0,90	16,5	13,792	721,4	10,684	9,5640	0,1934
16. „ 9	732,9	17,4	23,2	+ 1,82	16,2	13,710	718,8	10,495	9,3706	0,1976
17. „ 9	740,1	17,4	30,2	+ 1,60	16,3	13,842	725,7	10,179	9,1730	
				Mittel	16,3°		722,3			0,2001

Da die Menge des durch eine Flüssigkeit diffundirenden Gases unter anderem vom Grade der Sättigung der Flüssigkeit mit dem Gase, der Grad der Sättigung aber vom Drucke abhängig ist, so würden die Δ -Werthe jeder Versuchsreihe entsprechend grössere geworden sein, wäre der Druck im Innern des Apparates jedesmal ein grösserer gewesen. Der mittlere Druck der ersten Versuchsreihe betrug nur 721,6 mm, derjenige der zweiten 722,3 mm Hg. Berechnet auf den Druck einer ganzen Atmosphäre, so erhöht sich daher das Mittel der Δ -Werthe der ersten Versuchsreihe auf

$$0,394 \cdot \frac{760}{712,6} = 0,4202,$$

und dasjenige der zweiten Versuchsreihe auf

$$0,2001 \cdot \frac{760}{722,3} = 0,2105.$$

Mit Hülfe der beiden letzteren Werthe sowie der zwei verschiedenen Höhen, welche die Wassersäule in den beiden Versuchsreihen besass, erfährt man nun die Grösse des Widerstandes w , den die wasserdurchtränkte Hydrophanplatte dem Durchgange der Kohlensäure entgegensetzte, auf Grund des Satzes, dass die diffundirenden Gasvolumina sich umgekehrt verhalten wie die Dicken der durchlaufenen Schichten. Es gilt also die Gleichung:

$$0,4202(w + 0,5) = 0,2105(w + 2,0),$$

und man erhält daraus

$$w = 1,005 \text{ cm};$$

d. h. also: um die angewandte wasserdurchtränkte Hydrophanplatte von 0,05 cm Dicke zu durchdringen, braucht die Kohlensäure unter sonst gleichen Bedingungen ebenso lange Zeit, wie zum Durchlaufen einer reinen Wasserschicht von gleichem Querschnitt, aber 1,005 cm Dicke.

Welche Vorstellung wir uns daraufhin vom inneren Baue der Platte zu machen und ob wir anzunehmen haben, dass der Werth von w für alle Gase der gleiche oder je nach der Qualität der einzelnen ein verschiedener sei, davon soll weiter unten die Rede sein.

Es bleibt jetzt noch übrig, aus den vorliegenden Versuchsdaten den absoluten Werth von k abzuleiten.

Wendet man dazu die für den Beharrungszustand gültige Formel

$$v = \frac{\alpha k}{l}$$

an, so bedeutet darin v dasjenige auf 0° und 760 mm Druck reducirte Gasvolumen, das während eines Tages (als der Einheit der Zeit) unter dem Drucke einer Atmosphäre (als der Einheit des Druckes) durch eine Wassersäule von l cm Länge und 1 cm² Querschnitt diffundirt ist. In den mitgetheilten Versuchen war der Radius der kreisrunden Wassersäule = 0,39 cm, ihr Querschnitt demnach = 0,4776 cm².

Nehmen wir jetzt zur Berechnung von k die nöthigen Zahlen sogleich aus der ersten Versuchsreihe, so wird zunächst

$$v = \frac{A}{0,4776} \cdot \frac{760}{712,6} = \frac{0,394}{0,4776} \cdot \frac{760}{712,6} = 0,8798.$$

Da ferner $l = w + 0,5 = 1,005 + 0,5 = 1,505$, und da α bei $16,4^\circ = 0,9659$ ¹⁾ ist, so erhält man

$$k = \frac{0,8798 \cdot 1,505}{0,9659} \\ = 1,37.$$

Dieser Werth stimmt, wie man sieht, bis auf weniger als 1 Proc. mit dem Mittelwerthe aus Stefan's beiden Zahlen, = 1,38, überein und zeigt somit, dass bei dem auf die Anwendung des Hydrophans gegründeten Versuchsverfahren der störende Einfluss von Strömungen gleichfalls, und zwar auch in weiteren Röhren, vermieden ist.

Versuche mit Stickoxydul.

Ehe ich dazu überging, Versuche mit den leichten Gasen unserer Atmosphäre oder gar mit Wasserstoff anzustellen, prüfte ich das Verfahren vorher nochmals an dem specifisch schwereren und mit einem bedeutenden Absorptionscoefficienten für Wasser begabten Stickoxydulgas. Es wurde hierfür der gleiche Apparat wie früher benutzt; nur war eine neue, etwas dickere Hydrophanplatte aufgekittet worden, da die erste beim Reinigen des Apparates zersprungen war.

Das Stickoxydulgas wurde aus einem gläsernen Gasometer eingeleitet, worin es nach seiner Bereitung aus salpetersaurem Ammonium über Quecksilber aufgefangen und mehrere Tage aufbewahrt worden war.

Da der Widerstand w der neuen Platte noch unbekannt war, so mussten wiederum zwei verschiedene Versuchsreihen nacheinander ausgeführt und in jeder eine Wassersäule von anderer Höhe angewandt werden.

Folgende Tabellen geben die einzelnen Beobachtungsdaten in vereinfachter Zusammenstellung.

1) Dieser Werth ist durch geradlinige Interpolation aus Bunsen's Tabelle abgeleitet. Vgl. Bunsen, Gasometrische Methoden. II. Aufl. p. 384 ff. 1877.

1. Versuchsreihe.

 $h = 0,5 \text{ cm}$

Beobachtungszeit	t	p	V_{tp}	V_{ob}	Δ
9. Dec. 3 ^h	16,4°	721,0	11,314	10,126	
10. „ 3	16,6	719,9	11,134	9,944	0,182
11. „ 3	16,6	721,9	10,874	9,788	0,206
12. „ 3	16,1	719,0	— ¹⁾	—	0,364
13. „ 3	16,2	712,8	10,587	9,374	
Mittel	16,4°	718,9			0,188

2. Versuchsreihe.

 $h = 1,5 \text{ cm}$

Beobachtungszeit	t	p	V_{tp}	V_{ob}	Δ
14. Dec. 2 ^h	15,90°	711,4	11,224	9,929	
16. „ 2	16,02	709,0	10,954	9,654	0,2750
17. „ 2	16,35	713,2	10,759	9,527	0,1270
18. „ 2	16,40	717,7	10,549	9,398	0,1290
Mittel	16,2°	712,8			0,1327

Berechnet man zunächst wieder, wie gross die Mittel der Δ -Werthe geworden wären, wenn der wirksame Druck in beiden Reihen eine ganze Atmosphäre betragen hätte, so erhält man für das Δ der ersten Versuchsreihe

$$0,188 \cdot \frac{760}{718,9} = 0,199,$$

und für das der zweiten

$$0,1327 \cdot \frac{760}{712,8} = 0,141.$$

Dann wird aber nach der Gleichung

$$0,199(w + 0,5) = 0,141(w + 1,5)$$

$$w = 1,93.$$

Benutzt man schliesslich zur Berechnung von k die Daten der letzten Versuchsreihe, so wird, da $l = 1,93 + 1,5 = 3,43$, und α bei $16,2^\circ = 0,7480^2$,

$$k = \frac{0,141 \cdot 3,43}{0,4776 \cdot 0,7480} = 1,35.$$

Die verlangte Zahl wäre (vgl. oben p. 136) 1,34.

1) Die Ablesung des Volumens musste hier wegen eines feuchten Beschlages, der sich im Innern des Apparates gebildet hatte und die Quecksilberkuppe undeutlich erscheinen liess, unterbleiben.

2) Auch diese Zahl ist durch Interpolation aus Bunsen's Tabelle gewonnen.

Versuche mit specifisch leichteren Gasen.

Hat ein Gas, dessen Diffusionscoefficienten man sucht, einen grossen Absorptionscoefficienten für Wasser, wie Kohlensäure und Stickoxydul, so fallen, wie leicht ersichtlich, die kleinen während der Versuchsdauer auftretenden Druck- und Temperaturschwankungen nur wenig ins Gewicht; jedenfalls vermögen sie den regelmässigen Verlauf des Vorganges kaum wesentlich zu stören, sein charakteristisches Bild nicht zu verwischen. Auch darf hier dreist, wie schon Stefan zeigte, bei der Berechnung der Daten die Gegendiffusion der Luft als zu unbedeutend vernachlässigt werden. Anders ist es bei Gasen wie Sauerstoff, Wasserstoff und Stickstoff, deren Absorptionscoefficient für Wasser 30—50mal kleiner als derjenige der Kohlensäure, und deren Diffusionscoefficient dabei nur wenig, jedenfalls nicht entsprechend, vergrössert ist.

Hier machen sich jene Schwankungen in sehr störender Weise geltend, und die Grösse der Beobachtungsfehler überschreitet, wenn die Zeitintervalle, die zwischen den einzelnen Beobachtungsterminen liegen, nicht grösser als eine Woche und mehr gewählt werden, sehr leicht den Betrag der durch den eigentlichen Vorgang bedingten Veränderung. Deswegen sind denn auch die Hydrophanversuche mit diesen Gasen im allgemeinen nicht so glücklich und glatt verlaufen, wie die oben beschriebenen, haben aber wenigstens theilweise noch sehr befriedigende Resultate geliefert.

Vor allen Dingen muss wegen der langen Versuchszeiten mit der Gegendiffusion gerechnet werden, und um deren unbekannten Betrag zu ermitteln, ist es nöthig, das im Apparate enthaltene Gas vorher und nacher zu analysiren.

Nun ist aber die am Schlusse eines jeden Versuches zu Gebote stehende Gasmenge immer nur klein und die unvermeidlichen Fehler der Analyse machen sich deshalb bei der Berechnung der procentischen Zusammensetzung in verstärktem Maasse geltend.

Zur vorläufigen Probe wurde unter Benutzung des bisherigen Apparates ein Versuch mit Sauerstoff ausgeführt, den man als das specifisch schwerere Gas von unten nach oben gegen gewöhnliche Luft diffundiren liess. Beide Gase, der

Sauerstoff innen, wie der Stickstoff aussen, übten ungefähr den gleichen Druck aus, nämlich etwa $\frac{4}{5}$ des herrschenden Atmosphärendruckes. Die Versuchsdauer betrug 38 Tage, die Temperatur im Durchschnitt 16° . Das Gasvolumen wurde im Ganzen nur zweimal, am ersten und am letzten Versuchstage, abgelesen, Druck und Temperatur dagegen jeden Tag. Nach der letzten Ablesung wurde das Gas in ein Eudiometer übergedrängt und analysirt.

Das Endresultat des Versuches war, dass gegen $0,14 \text{ cm}^3$ Stickstoff, die eingedrungen, $0,42 \text{ cm}^3$ Sauerstoff ausgetreten waren.

Berechnet auf die festgesetzten Einheiten ergab sich

k für Sauerstoff = 1,96 (anstatt 1,62),

k für Stickstoff = 1,33 (anstatt 1,73).

Der Diffusionscoefficient für Sauerstoff war also wesentlich zu hoch, derjenige für Stickstoff zu niedrig gefunden.

Um vor allen Dingen die langen Versuchszeiten abzukürzen, wurde nunmehr ein Apparat von theilweise grösseren Dimensionen angefertigt; namentlich wurde eine Hydrophanplatte von grösserem Kreisdurchmesser gewählt und ein entsprechend weiteres Rohr für die Aufnahme der Wassersäule.

Der innere Durchmesser des letzteren betrug 1,34 cm, der Querschnitt der Wassersäule also $1,41 \text{ cm}^2$; die Dicke der Platte war 0,05 cm.

Der erste Versuch mit diesem Apparate galt der Diffusion des *Wasserstoffs*.

Man durfte den sichersten Erfolg eines solchen Versuches von einer Anordnung erwarten, bei welcher gleichzeitig Kohlensäure von innen nach aussen, bez. von unten nach oben, und Wasserstoff von aussen nach innen, bez. von oben nach unten zu dringen gezwungen war; denn bei dem grossen Absorptionscoefficienten der Kohlensäure und dem voraussichtlich bedeutenden Diffusionscoefficienten des Wasserstoffs musste die Aenderung in der Zusammensetzung des im Innern befindlichen Gasgemenges nicht allein am raschesten eintreten, sondern auch am auffälligsten und einer genauen Analyse am ehesten zugänglich werden, wenn man gerade diese beiden Gase gegeneinander diffundiren liess.

Die Kohlensäure wurde dieses Mal einem Quecksilbergasometer entnommen. Die vor dem Versuche ausgeführte Analyse einer Probe derselben ergab Folgendes:

	Vol.	Druck	Temp.	Vol. bei 0° u. 1 m Druck
Angewandtes Gas	63,68	0,6051	19,6°	35,95
Nach Zusatz von Luft	128,36	0,6700	19,6	80,26
Nach Absorption mit 7 proc. Natronlauge	76,70	0,6269	19,4	44,74
Angewandt	35,95		Gefunden	35,52

Das Gas enthielt demnach nur 98,8 Proc. Kohlensäure.

Der während des Versuches über die Oberfläche der Flüssigkeitssäule hingeleitete Wasserstoff kam aus einem gewöhnlichen grossen Gasometer, getrieben von Wasserdruck; er war also mit Wasserdampf gesättigt.

Nach der Analyse enthielt das Gas 98,3 Proc. reinen Wasserstoff.

	Vol.	Druck	Temp.	Vol. bei 0° u. 1 m Druck
Luft	243,37	0,3944	15,5°	93,07
Nach Zusatz des Gases	277,97	0,4219	15,7	110,90
Nach der Explosion . .	235,81	0,3796	15,75	84,62
Angewandtes Gas	17,83		Gefundener Wasserstoff	17,52 = 98,3 Proc.

Die in der folgenden Tabelle vorkommenden Bezeichnungen haben dieselbe Bedeutung wie in den früheren.

$$h = 0,5 \text{ cm.}$$

Zeit der Beobachtung	b'	r	u	t	b''	p	V_{tp}	V_{ob}	Δ
20 Mai 11 ^h 35'	728,9	17,0°	+ 7,325	16,1°	13,623	720,5	13,682	12,249	0,968 0,173
21. „ 11 —	729,6	16,6	+ 10,580	16,0	13,536	724,5	12,527	11,281	
21. „ 3 —	730,5	17,0	+ 10,930	16,0	13,536	734,7	12,163	11,108	
Mittel	729,7	16,9°		16,0°	13,565	726,6			

Unmittelbar nach der letzten Messung wurde das Gas aus dem Apparate in ein Absorptionsrohr übergedrängt und analysirt.

Die Daten der Analyse sind folgende:

	Vol.	Druck	Temp.	Vol. bei 0° u. 1 m Druck
Aufgefangenes Gas	53,80	0,5983	16,2°	30,39
Nach Zusatz von Luft	97,60	0,6444	14,8	59,66
Nach Absorption mit 7 proc. Natronlauge	52,02	0,6048	15,0	29,82
Angewandtes Gas	30,39		Gefundene Kohlensäure	29,84 = 98,19 Proc.

Die Dauer des ganzen Versuches betrug 1 Tag, 3 Stunden und 25 Minuten, also insgesamt 1655 Minuten; die scheinbare Menge der während dieser Zeit hindusdiffundirten Kohlensäure ist $0,968 + 0,173 = 1,141 \text{ cm}^3$; der mittlere Druck p des im Innern befindlichen Gasgemenges, abzüglich der Tension des Wasserdampfes, war 726,6; der mittlere Druck des aussen über die Wassersäule hinstreichenden Gasgemenges war gleich dem mittleren Atmosphärendrucke weniger der mittleren Tension des Wasserdampfes¹⁾; also $= 727,6 - 13,565 = 714,0$.

Da der Kohlensäuregehalt der Innenluft anfangs 98,8 Proc., am Ende des Versuches aber nur noch 98,2 Proc. betrug, so waren offenbar während der 1655 Minuten 0,6 Proc. Wasserstoff von aussen eingedrungen. Diese entsprechen, berechnet auf den Gesamtgasrest im Betrage von $11,108 \text{ cm}^3$, dem Volumen $0,067 \text{ cm}^3$. Um dieses Volumen erscheint der direct gemessene Kohlensäureverlust zu gering. In Wirklichkeit sind also $1,141 + 0,067 = 1,208 \text{ cm}^3$ Kohlensäure hindusdiffundirt.

Mit Hülfe dieser Beobachtungsdaten und des oben für die Temperatur von rund 16° festgestellten Diffusionscoefficienten k der Kohlensäure lässt sich nun zunächst w , der Widerstand der neuen Hydrophanplatte, ermitteln. Nur gilt es vorher wieder, das eben bestimmte Kohlensäurevolumen umzurechnen auf die Einheiten der Zeit, des Druckes und des Querschnitts.

1. Die an *einem* Tage (= 1440 Minuten) diffundirende Kohlensäure ist, da

$$1655 : 1440 = 1,208 : v,$$

$$v = \frac{1440 \cdot 1,208}{1655}.$$

2. Der im Innern des Apparates herrschende Gasdruck betrug im Mittel 726,6 mm Hg. Nun war aber der Kohlensäuregehalt des dort befindlichen Gemenges im Anfang = 98,8 Proc., am Ende = 98,2 Proc., im Mittel also 98,5 Proc.; folglich war der mittlere Kohlensäuredruck des Gemenges

1) Die Höhe der Wassersäule, deren Druck in der hinter den Apparat geschalteten Waschflasche vom austretenden Gase zu überwinden war, betrug in diesen Versuchen kaum mehr als 1,0–1,5 mm; ihr Druck darf also füglich vernachlässigt werden.

$$p_c = 726,6 \cdot \frac{98,5}{100} \text{ mm.}$$

Diffundirte während eines Tages unter dem Drucke p_c die Menge v , so musste unter dem Drucke von 760 mm diffundiren das Volumen

$$v_b = \frac{760 \cdot v}{p_c} = \frac{760 \cdot 100}{726,6 \cdot 98,5} \cdot \frac{1440 \cdot 1,208}{1655}.$$

3. Ferner bezieht sich die so berechnete Kohlensäuremenge auf den Querschnitt $1,41 \text{ cm}^2$. Reducirt man diesen auf 1 cm^2 , so wird das diffundirende Volumen

$$v_1 = \frac{760 \cdot 100 \cdot 1440 \cdot 1,208}{726,6 \cdot 98,5 \cdot 1655 \cdot 1,41}.$$

Da nun endlich die diffundirenden Gasmengen sich umgekehrt verhalten wie die Längen der Wassersäulen, so wird, wenn wir die Summe aus h und w ¹⁾ mit l bezeichnen, das durch die Längeneinheit ($= 1 \text{ cm}$) hindurchgehende Gasvolumen

$$v_d = \frac{760 \cdot 100 \cdot 1440 \cdot 1,208}{726,6 \cdot 98,5 \cdot 1655 \cdot 1,41} \cdot l \\ = 0,7915 l.$$

Nun ist aber $v_d = k \alpha$. Nehmen wir für k den Werth 1,38, für α bei der Temperatur 16° nach Bunsen die Zahl 0,9753 als richtig an, so erhält man

$$l = \frac{1,38 \cdot 0,9753}{0,7915} = 1,7004.$$

Die Höhe h der im Versuche angewandten Wassersäule war 0,5 cm.

Da

$$l = h + w,$$

so ist

$$w = 1,7004 - 0,5 \\ = 1,2004 \text{ cm.}$$

Es braucht also eine bestimmte Kohlensäuremenge, um die wasserdurchtränkte neue Hydrophanplatte von 0,05 cm Dicke zu durchdringen, ebensoviel Zeit wie zur Durchdringung einer

1) Man könnte den Widerstand w der Platte, da er an der Dicken-einheit der Wasserschicht gemessen wird, auch den „Diffusionswasserwerth“ der Platte nennen.

blossen Wasserschicht von gleich grossem Querschnitt, aber 24 mal grösserer Dicke.

Berechnung des Diffusionscoefficienten des Wasserstoffs. Es wurde bereits oben angegeben, dass der Druck des während des Versuches oberhalb der Wassersäule vorbeistreichenden Gasgemenges = 714,0 mm war. Da nun dieses Gemenge nur 98,3 Proc. reinen Wasserstoff enthielt, so war der mittlere Druck desselben über der Wassersäule

$$= 714 \cdot \frac{98,3}{100} = 701,9.$$

Während des Versuches sammelte sich indessen auch im Innern des Apparates, d. h. unterhalb der Hydrophanplatte, Wasserstoff an, und zwar bis zu 0,60 Proc. des dort befindlichen Gasgemenges. Von dem mittleren Drucke dieses Gemenges, der 726,6 mm betrug, kommen demnach

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{726,6 \cdot 0,60}{100} = 2,2 \text{ mm}$$

auf Rechnung des Wasserstoffs, und diese wirken dem von oben auf die Wassersäule ausgeübten Wasserstoffdrucke entgegen, müssen also von ihm abgezogen werden. Folglich war der mittlere wirksame Druck, unter dem die Menge von 0,067 cm³ Wasserstoff ins Innere diffundirte, 701,9 – 2,2 = 699,7. Reducirt auf die Einheiten der Zeit und des Druckes, ferner des Querschnitts und der Höhe der Wassersäule, wird das diffundirende Wasserstoffvolumen

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{0,067 \cdot 760 \cdot 1440}{699,7 \cdot 1855 \cdot 1,41} \cdot l \\ &= 0,04491 \cdot 1,7004 \\ &= 0,07636 \text{ cm}^3; \end{aligned}$$

und nimmt man α nach Winkler¹⁾ bei 16° = 0,01869 an, so wird

$$k = \frac{0,07636}{0,01869} = 4,09.$$

Der gefundene Werth ist also beträchtlich geringer als der erwartete, welcher 6,47 beträgt.

Die Grösse der Abweichung ist so bedeutend, dass man

1) Winkler, Ztschr. f. phys. Chem. 9. p. 171. 1892.

wohl nach den Ursachen fragen muss, durch die sie bedingt sein mag.

Man kann diese bei der Kleinheit der angewandten Gas-mengen vor allem in Mängeln der Gasanalyse, aber man darf sie auch im ganzen Versuchsverfahren und in den Voraussetzungen suchen, auf welche dieses gegründet ist. Und da erhebt sich namentlich die Frage, ob man berechtigt ist anzunehmen, dass der Werth von w , jener „Diffusionswasserwerth“ der Hydrophanplatte, der für das reine Gas gültig ist, es auch für jedes beliebige andere Gas sei. Die Frage hängt mit den Vorstellungen zusammen, die wir uns vom ganzen Bau der Platte zu machen haben.

Allerdings ist diese ein feines Sieb und insofern bedeutet w zunächst eine Verkleinerung des Querschnitts; aber ferner sind es jedenfalls nicht lauter geradlinige Canäle, die die Platte quer durchsetzen, sondern mannichfach zusammenhängende Hohlräume, die allmählich durchlaufen werden müssen, bis ein auf der einen Seite eintretendes Gas- oder Flüssigkeitstheilchen auf der anderen austreten kann. Die Länge des Weges und die Zeit, die zur Zurücklegung desselben nothwendig ist, ist bedingt durch die Art der Communication der einzelnen Räume, durch die etwaige Schlängelung derselben. So liesse es sich begreifen, dass, wenn diese Räume mit Wasser angefüllt sind, ein einzelnes Gasmolecül ebensoviel Zeit gebraucht, um den Canal einer 0,05 cm dicken Hydrophanplatte zu durchlaufen, wie zum Durchdringen einer blossen Wasserschicht von weit grösserer Dicke. Die Grösse w wird also wahrscheinlich zugleich eine Verkleinerung des Querschnitts und eine Vergrösserung der Weglänge bedeuten. Sie könnte ferner aber noch den Sinn eines specifischen Widerstandes haben, der durch die Reibung der einzelnen Gas-theilchen sowohl an den Theilchen des Wassers, wie an den Wänden der Hohlräume und Canäle, also am Materiale der Platte, erzeugt würde. Man könnte es namentlich noch für möglich halten, dass die Dichtigkeit des Wassers, das jene Räume erfüllt, eine andere als die des freien bei gleicher Temperatur sei und deshalb einen anderen Einfluss auf den Durchgang der einzelnen Gase übe. Letztere Vermuthung ist indessen deswegen unwahrscheinlich, weil jede Aenderung der

Dichtigkeit des Wassers voraussichtlich mit einer Aenderung seines Absorptionsvermögens für Gase verbunden sein würde. Die oben mitgetheilten Versuche über die Diffusion der Kohlensäure haben aber bewiesen, dass der Absorptionscoefficient des im Hydrophan eingeschlossenen Wassers für Kohlensäure der gleiche wie der des freien ist; denn sonst hätte die Berechnung der Versuchsergebnisse nach der Gleichung $k = v/\alpha$, wobei ja für den Absorptionscoefficienten α sein bekannter Werth eingesetzt wurde, für k nicht die gleiche Zahl liefern können, die Stefan nach einem ganz anderen Verfahren, *ohne* Anwendung von Hydrophanplatten, gefunden hatte. Wenn aber die Gase auch innerhalb der Platte in gewöhnlicher Weise vom Wasser absorbirt sind, dann ist auch ein specifischer Widerstand der Substanz der Platte unwahrscheinlich; dann ist w nur als eine räumliche Grösse zu deuten und deren Werth wird für alle Gase der gleiche sein.

Die Abweichung des oben gefundenen vom erwarteten Diffusionscoefficienten des Wasserstoffs ist hiernach von Fehlerquellen abzuleiten, die sich der Einsicht des Experimentators vor der Hand noch leider entziehen.

Um indessen zu prüfen, ob nicht doch vielleicht der dichte Strom der diffundirenden Kohlensäuremoleküle der ruhigen Gegendiffusion der zerstreuten Wasserstoffmoleküle hinderlich gewesen, stellte ich noch zwei Versuchsreihen mit Wasserstoff auf der einen und mit atmosphärischer Luft auf der anderen Seite an. Der Wasserstoff befand sich dieses Mal innen, die Luft aussen.

Die Anordnung war allerdings fehlerhaft, denn sie war derart, dass infolge der Sättigung der unteren Wasserschichten mit Wasserstoff specifisch leichtere Schichten unter schwerere zu liegen kommen, dadurch aufsteigende Strömungen erzeugen und so den Diffusionscoefficienten des Wasserstoffs eher zu gross erscheinen lassen mussten; allein besonders auffallend konnte der Unterschied im Gewichte der übereinanderliegenden Flüssigkeitsschichten bei den geringen absoluten Mengen der einzelnen absorbirten Gase unmöglich werden, und ein etwaiges störendes Gedränge unter den in entgegengesetzter Richtung bewegten Gasmolekülen war jedenfalls vermieden.

Wasserstoff gegen Luft.

Um grösserer Sicherheit willen wurden wieder zwei verschiedene Versuchsreihen nacheinander angestellt, die eine mit einer Wassersäule von 0,5 cm, die andere mit einer solchen von 1,5 cm Höhe. Der in beiden Reihen benutzte Wasserstoff wurde durch Electrolyse entwickelt und direct in oben beschriebener Weise in den Apparat eingeleitet. Eine am Anfang der ersten Versuchsreihe aus dem seitlichen Stutzen desselben geschöpfte Probe ward der Analyse unterworfen.

	Vol.	Druck	Temp.	Vol. bei 0° u. 1 m Druck
Angewandte Luft	270,9	0,4245	22,1°	106,39
Nach Zusatz der Probe	305,8	0,4588	22,0	129,83
Nach der Explosion	252,4	0,4053	21,9	94,70
Angewandtes Gas	Gefundener Wasserstoff			
23,44	23,42 = 99,91 Proc.			

1. Versuchsreihe.

Die Versuchsdauer betrug etwas mehr als $4\frac{1}{2}$ Tage. Die Temperatur war wegen der Sommerszeit 4—5° höher als früher; die Hydrophanplatte war aber die gleiche wie in den letzten Versuchen, der Querschnitt der Wassersäule also 1,41 cm². Die Höhe h derselben = 0,5 cm.

Zeit der Beobachtung	t	p	V_{tp}	V_{ob}	Δ
15. Juni 4 ^h 30' Nm.	19,25°	719,8	13,878	12,279	0,006
16. „ 8 ^h früh	20,75	723,1	13,878	12,273	0,048
17. „ 8 „	21,50	722,1	13,878	12,225	0,018
18. „ 8 „	21,15	724,1	13,804	12,207	0,020
19. „ 8 „	21,55	726,6	13,752	12,187	0,028
20. „ 8 „	20,90	725,2	13,717	12,159	
Mittel 21,20°		723,5			

Der scheinbare Verlust an Wasserstoff war

$$12,279 - 12,159 = 0,120 \text{ cm}^3.$$

Die unmittelbar nach der letzten Messung vorgenommene Analyse des Gasrestes ergab Folgendes:

	Vol.	Druck	Temp.	Vol. bei 0° u. 1 m Druck
Angewandte Luft	292,4	0,4136	22,6°	111,70
Nach Zusatz des Gases	339,5	0,4617	22,5	144,82
Nach der Explosion	266,4	0,3897	22,5	95,92
Angewandtes Gas	Gefundener Wasserstoff			
33,12	32,60 = 98,43 Proc.			

Da das ursprünglich im Apparate vorhandene Gas 99,91 Proc. Wasserstoff enthielt, das rückständige aber nur noch 98,43 Proc., so müssen offenbar $99,9 - 98,4 = 1,5$ Proc. Luft von aussen eingedrungen sein. Das macht, berechnet auf $12,158 \text{ cm}^3$ rückständiges Gas, $0,182 \text{ cm}^3$.

Die Gesamtmenge des Wasserstoffs, die hindusdiffundirte, ist also $0,120 + 0,182 = 0,302 \text{ cm}^3$. Der mittlere Wasserstoffdruck, unter dem dies geschah, betrug

$$723,5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{99,9 + 98,4}{100} = 717,3 \text{ mm,}$$

und die Gesamtversuchsdauer 6690 Minuten.

Unter dem Drucke einer vollen Atmosphäre wäre demnach an einem Tage und durch die Einheit des Querschnitts diffundirt die Menge

$$v_1 = \frac{0,302 \cdot 1440 \cdot 760}{1,41 \cdot 6690 \cdot 717,3} = 0,04884 \text{ cm}^3.$$

2. Versuchsreihe.

$h = 1,5 \text{ cm.}$

Zeit der Beobachtung	t	p	V_{tp}	V_{ob}	Δ
20. Juni 4 ^h N. M.	20,7 ^o	722,5	13,735	12,138	
22. „ 8 35' früh	20,4	723,1	13,710	12,137	0,001
23. „ 8 35 „	19,65	722,2	13,647	12,098	0,039
24. „ 8 35 „	21,10	722,0	13,700	12,082	0,016
25. „ 8 35 „	21,20	718,3	13,749	12,059	0,023
26. „ 8 35 „	21,00	719,7	13,668	12,020	0,039
27. „ 8 35 „	20,70	719,8	13,605	11,978	0,042
Mittel 20,8		721,1			

Analyse des zurückgebliebenen Gasgemenges:

	Vol.	Druck	Temp.	Vol bei 0 ^o u. 1 m Druck
Luft	285,25	0,4337	20,2 ^o	115,20
Nach Zusatz des Gases	328,15	0,4781	20,1	146,14
Nach Explosion	260,92	0,4119	19,8	100,20
Angewandtes Gas	30,94			
		Gefundener Wasserstoff		
		30,63 = 98,98 Proc.		

Die Menge der Luft, welche eingetreten ist, entspricht hiernach $99,90 - 98,98 = 0,92$ Proc. vom Ganzen, ist daher berechnet auf den Gesamtrest $11,978 = 0,110 \text{ cm}^3$. Der scheinbare Verlust an Wasserstoff war $12,138 - 11,978 = 0,160 \text{ cm}^3$.

der Gesamtverlust also $0,160 + 0,110 = 0,270 \text{ cm}^3$. Der Mitteldruck des Gasgemenges war 721,1 mm, der Mitteldruck des Wasserstoffs

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{99,90 - 98,98}{100} \cdot 721,1 = 717,1 \text{ mm},$$

und die Gesamtversuchszeit 9635 Minuten.

Somit wäre das Wasserstoffvolumen, das an *einem* Tage unter vollem Atmosphärendrucke durch Platte und Wassersäule von 1 cm^2 Querschnitt gedrungen sein würde,

$$v_1 = \frac{0,270 \cdot 760 \cdot 1440}{1,41 \cdot 717,1 \cdot 9635} = 0,03033 \text{ cm}^3.$$

Die so durch die beiden Versuchsreihen gelieferten Zahlen können zunächst wieder dazu dienen, nochmals den Werth von w der angewandten Platte direct festzustellen.

Aus der Gleichung

$$4884(w + 0,5) = 3033(w + 1,5)$$

ergiebt sich derselbe als

$$w = 1,14 \text{ cm}.$$

Die Uebereinstimmung dieser mit der für dieselbe Platte weiter oben, unter ganz anderen Versuchsbedingungen, ermittelten Zahl 1,20 darf als eine ziemlich gute bezeichnet werden, wenn man erwägt, dass die auf einen ganzen Tag bezügliche Differenz der gefundenen Weglängen nur 0,6 mm beträgt.

Bezogen endlich auf die Dickeneinheit der Wasserschicht wird das durch die erste Versuchsreihe festgestellte und bereits auf die anderen Einheiten reducirte Wasserstoffvolumen

$$v_d = 0,04884 \cdot (1,14 + 0,5) = 0,08010,$$

und wenn wir diese Zahl durch 0,0180, d. h. den Absorptionscoefficienten des Wasserstoffs für $21,0^\circ$ ¹⁾, als Mitteltemperatur beider Versuchsreihen, dividiren, so erhalten wir schliesslich

$$k = \frac{0,0801}{0,0180} = 4,45.$$

Also auch dieser Versuch hat trotz der höheren Temperatur und trotz anderen Bedingungen, welche einer Be-

1) Winkler, l. c.

schleunigung der Diffusion günstig waren, für den Diffusionscoefficienten des Wasserstoffs einen Werth ergeben, der zwar etwas grösser als der vorige ist, allein hinter dem geforderten noch immer um etwa 30 Proc. zurückbleibt.

Versuche mit Sauerstoff gegen Stickstoff.

Der *Sauerstoff* der folgenden Versuchsreihe war aus chlor-saurem Kalium bereitet und vorrätig in einem kleinen Gasometer über Quecksilber aufgefangen. Als das schwerere Gas musste er von unten in die Flüssigkeit eintreten und wurde deshalb in das Innere des Apparates eingeleitet.

Die Analyse einer genügend grossen Probe zeigte, dass er rein war.

	Vol.	Druck	Temp.	Vol. bei 0° u. 1 m Druck
Electrolyt. Wasserstoff	335,8	0,4482	24,5°	138,10
Nach Zusatz des Sauer- stoffs	386,2	0,4984	24,5	176,64
Nach der Explosion	207,2	0,3199	24,4	60,85
Angewandtes Gas	38,54	Gefundener Sauerstoff		
		38,50		

Der *Stickstoff* wurde durch Erhitzen einer Mischung von salpetrigsaurem Ammonium mit dichromsaurem Kalium dargestellt und in einem grossen Gasometer über Wasser aufgesammelt.

Analyse einer dem letzteren entnommenen Probe.

	Vol.	Druck	Temp.	Vol. bei 0° u. 1 m Druck
Angewandtes Gas	259,0	0,3976	23,0°	94,98
Nach Zusatz von Wasser- stoff	304,2	0,4403	23,1	123,52
Nach der Explosion	302,5	0,4360	23,1	131,61

Das Gas bestand daher aus:

Sauerstoff	0,67 Proc.
Stickstoff	99,33 ..
	100,00 Proc.

Der Stickstoff strich während der ganzen Versuchszeit so langsam oberhalb der Wassersäule hin, dass in der Secunde höchstens ein Bläschen durch die hinter den Apparat geschaltete Waschflasche ging. Die Höhe der dort zu überwindenden Wassersäule betrug im Durchschnitt 0,7 cm und entsprach somit einer Quecksilbersäule von 0,5 mm.

Nur im Anfange des Versuches, während der ersten 20 Minuten, liess man das Gas in raschem Strome vorüberstreichen, zu dem Zwecke, den kleinen über der Wassersäule befindlichen Raum so bald und so vollkommen wie möglich von fremdem Gase zu reinigen.

Querschnitt der Wassersäule = 1,41 cm².

Höhe derselben $h = 0,50$ cm.

Zeit der Beobachtung	b'	τ	u	t	b''	p	V_{tp}	V_{ob}	d
9. Juli 11 ^h 30'	736,3 23,4°	+	4,7	22,40°	20,143	717,6	13,8815	12,1142	0,0002
10. „ 11 30	736,1 24,6	+	7,7	22,65	20,452	720,2	13,8430	12,1140	0,016
11. „ 11 30	737,7 24,4	+	8,1	23,50	21,528	721,1	13,8465	12,0980	0,017
12. „ 11 30	738,5 24,4	+	4,9	21,80	19,423	720,9	13,7520	12,0810	0,033
13. „ 11 30	738,7 23,8	+	2,7	20,70	18,159	720,3	13,6750	12,0478	0,015
14. „ 11 30	737,2 23,0	+	3,8	19,90	17,285	720,8	13,6120	12,0333	0,002
15. „ 11 30	733,6 23,2	+	10,8	21,50	19,069	722,4	13,6540	12,0317	0,059
17. „ 11 30	735,8 23,6	+	9,6	21,50	19,069	723,3	13,5700	11,9727	
Mittel	736,7 23,8°			21,74°	19,391	720,8			

Analyse des Gasrestes

	Vol.	Druck	Temp.	Vol. bei 0° u. 1 m Druck
Electrolyt. Wasserstoff	317,50	0,4314	23,4°	126,165
Nach Zusatz des Gases	359,00	0,4732	23,4	156,478
Nach der Explosion	217,76	0,3328	23,4	66,754

Angewandt

Gefunden

30,313

Sauerstoff 29,908

Stickstoff 0,405

30,313

Es waren scheinbar hinaus diffundirt

$$12,1142 - 11,9727 = 0,1415 \text{ cm}^3 \text{ Sauerstoff.}$$

Der im Apparate verbliebene Gasrest von 11,9727 enthielt

$$\frac{11,9727 \cdot 0,405}{30,313} = 0,1599 \text{ cm}^3 \text{ Stickstoff;}$$

diese Menge war von oben hereindiffundirt. In Wirklichkeit waren hinausdiffundirt

$$0,1415 + 0,1599 = 0,3014 \text{ cm}^3 \text{ Sauerstoff.}$$

Die Versuchsdauer betrug acht Tage. Die mittlere Tem-

peratur während derselben war $21,74^{\circ}$, der mittlere Gasdruck *innen* 720,8 mm, der mittlere Gasdruck *aussen* 714,9 mm ¹⁾.

Von dem im Innern des Apparates herrschenden Mittel-
drucke kommen am Ende des Versuchs

$$\frac{720,8 \cdot 0,1599}{11,9727} = 9,63 \text{ mm}$$

auf Rechnung des Stickstoffs. Der mittlere Druck, den wäh-
rend der ganzen Versuchsdauer der Sauerstoff allein ausübte,
war demnach

$$720,8 - \frac{9,63}{2} = 716,0 \text{ mm.}$$

Da aber das über die Oberfläche der Flüssigkeit geleitete Gas
selbst nicht völlig frei von Sauerstoff war, sondern davon
0,67 Proc. enthielt; da folglich auch von dem äusseren Gas-
drucke, der, wie wir sahen, im Mittel 714,9 mm gleichkam,
auf diese 0,67 Proc. der Antheil

$$\frac{714,9 \cdot 0,67}{100} = 4,8 \text{ mm}$$

entfiel, so blieb im Innern ein mittlerer Sauerstoffdruck wirk-
sam, der nur noch $716,0 - 4,8 = 711,2$ mm betrug.

Die mitgetheilten Daten genügen jetzt zur Umrechnung
des Versuchsergebnisses, soweit es den *Sauerstoff* betrifft, auf
die Einheiten der Zeit, des Druckes und des Querschnitts der
Wassersäule.

Es wird dann nämlich

$$v_1 = \frac{0,3014 \cdot 760}{8 \cdot 711,2 \cdot 1,41} = 0,02855 \text{ cm}^3.$$

Reduciren wir es noch auf die Dickeneinheit der Wasserschicht,
und zwar indem wir wieder, wie im Versuche mit Wasserstoff
und Kohlensäure, $w = 1,2$ annehmen, so erhalten wir

$$v_a = 0,02855 (1,2 + 0,5) = 0,048535 \text{ cm}^3;$$

und setzen wir endlich den Absorptionscoefficienten des Sauer-
stoffs, α , bei $21,7^{\circ} = 0,030$ ²⁾, so wird für den *Sauerstoff*

$$k = \frac{0,048535}{0,030} = 1,62.$$

1) Diese Zahl ist berechnet aus den Mittelwerthen von b' , τ , b'' und
unter Berücksichtigung des in dem Waschfläschchen herrschenden Wasser-
druckes = 0,5 mm Hg.

2) Durch Interpolation aus Winkler's Tabelle (vgl. I. c.) abgeleitet.

Dieser Werth stimmt in der That genau überein mit dem für 16—17° geforderten. Würde k mit wachsender Temperatur wachsen und zwar wie die Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur, so wäre der für 22° geforderte Werth = 1,64.

Der gleiche Versuch liefert auch die nöthigen Daten für die Berechnung des Diffusionscoefficienten des Stickstoffs.

Der von oben auf die Wassersäule ausgeübte mittlere Gasdruck betrug, abzüglich der Tension des Wasserdampfes, 714,9 mm. Davon kommen 4,8 mm auf den Sauerstoff und 710,1 mm auf den Stickstoff.

Während des Versuches sammelte sich aber auch im Innern des Apparates allmählich Stickgas an, und zwar bis zu 0,1599 cm³. Dessen mittlerer Druck entsprach, wie oben gezeigt wurde,

$$\frac{9,6}{2} = 4,8 \text{ mm.}$$

Der mittlere wirksame Druck, unter dem der Stickstoff von aussen nach innen diffundirte, war demnach

$$710,1 - 4,8 = 705,3 \text{ mm.}$$

Wir erhalten also das auf die üblichen Einheiten berechnete Stickstoffvolumen aus der Gleichung:

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{0,1599 \cdot 760}{8 \cdot 705,3 \cdot 1,41} \cdot l \\ &= 0,01527 \cdot (1,2 + 0,5) \\ &= 0,025979 \text{ cm}^3, \end{aligned}$$

und endlich, da α für Stickstoff bei 21,7° = 0,015 gesetzt werden darf¹⁾,

$$k = \frac{0,025979}{0,015} = 1,73.$$

Auch dieser Werth stimmt mit dem von der Theorie geforderten genau überein.

Versuche mit Capillaren.

Der Umstand, dass es nicht gelingen wollte, nach dem hier angewandten Verfahren auch für den Wasserstoff eine mit der Theorie übereinstimmende Zahl zu erhalten, ver-

1) Vgl. Winkler, l. c.

anlasste mich, mit diesem Gase noch einen Versuch nach der Stefan'schen Methode anzustellen, und zwar in der Form, bei welcher das Gas gezwungen ist, allmählich in eine möglichst lange Wassersäule vorzudringen.

Wenngleich eine vorläufige Rechnung voraussehen liess, dass, um auch nur eine Verschiebung des Wasserfadens in der Capillare um 4 mm zu erreichen, der Versuch bereits auf 2 Monate ausgedehnt werden müsse, habe ich dennoch einen solchen in Gang gesetzt. Die angewandte Capillare besass einen inneren Durchmesser von ungefähr 1,0 mm und war mit einer aufgeätzten Millimetertheilung versehen.

Der Wasserstoff wurde in einem Bunsen'schen Apparate durch Electrolyse entwickelt und direct in die Capillare eingeleitet, während deren anderes Ende unter Wasser mündete. Da die Röhre an zwei, den beiden Enden nahen, Stellen verjüngt war, so konnte sie dort leicht, nachdem das Durchleiten des Gases etwa 10 Minuten gedauert hatte, mit einer Stichflamme abgeschmolzen werden. Um den Versuch beliebig wiederholen zu können, füllt man zweckmässig sogleich mehrere solcher Capillaren mit dem Versuchsgase an.

Nun trat aber eine besondere Schwierigkeit ein.

Stefan, der mit Kohlensäure arbeitete, einem Gase, dessen Absorptionscoefficient für Wasser bei Zimmertemperatur ungefähr 30 mal grösser als der des Sauerstoffs und etwa 60 mal grösser als der des Stickstoffs ist, durfte seine Röhren dreist unter unausgekochtem und offen an freier Luft stehenden Wasser öffnen und liegen lassen, ohne befürchten zu müssen, dass die Gegendiffusion der atmosphärischen Gase das Endergebniss seiner Versuche merklich stören würde. Anders beim Wasserstoff. Sein Absorptionscoefficient für Wasser ist beinahe nur halb so gross, wie derjenige des Sauerstoffs, und nur um ein wenig grösser als der des Stickstoffs; sein muthmaasslicher Diffusionscoefficient aber kaum viermal so gross wie derjenige beider. Hier spielen daher die bei der Gegendiffusion in Betracht kommenden Grössen eine sehr bedeutende Rolle und können den sichtbaren Effect der Wasserstoffdiffusion, der ja geringfügig genug ist, bis zur Unkenntlichkeit vermindern.

Es musste deshalb vor allen Dingen die Gegendiffusion unmöglich gemacht oder wenigstens so weit abgeschwächt

werden, dass ihre Wirkung auch nach längerer Dauer unmerklich bleibt.

Dies gelingt, wenn man ausgekochtes, völlig luftfreies, Wasser verwendet, das sich in einem etwa 200 cm³ fassenden Kölbchen befindet, an dessen einer Seite (vgl. Fig. 2) ein mehrfach gebogenes, am Ende zu einer Spitze ausgezogenes und zugeschmolzenes Röhrchen angesetzt ist. Dieses letztere ist im Ganzen etwa 60 cm lang und hat einen inneren Durchmesser von höchstens 2,5 mm; die Länge des senkrechten, unmittelbar an den Bauch des Kölbchens angeschmolzenen

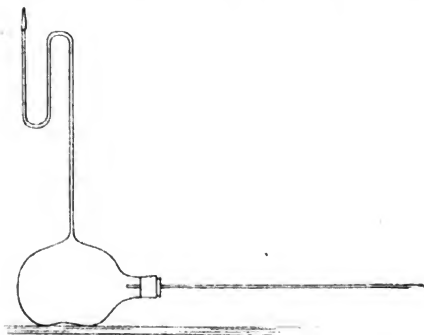


Fig. 2.

Stückes misst ungefähr 30 cm. Gegenüber diesem Röhrchen ist der Bauch des Kölbchens plattgedrückt, sodass dieser nunmehr einen ebenen Boden bildet, mit Hülfe dessen sich das Ganze auf eine Unterlage aufsetzen lässt. In den weiten, horizontal liegenden, Hals wird mittels eines durchbohrten Kautschukstopfens die mit dem Gase gefüllte, etwa 30 cm lange Capillare eingepresst, nachdem ihr zuvor in einer Schale siedenden Wassers die eine Spitze abgebrochen und nach dem Austreiben einiger Gasbläschen ein mehrere Centimeter langer Wasserfaden als Verschluss beigebracht worden ist. Im Augenblicke des Einpressens des Stopfens wird ferner noch die Spitze des angeschmolzenen Rohres abgebrochen, damit das durch den Stopfen verdrängte Wasser nach oben ausweichen kann.

Der so vorgerichtete Apparat wird am Ende ebenso wie der andere in einen grossen, aus parallelen Glaswänden gebildeten Wasserbehälter eingesenkt, so tief, dass nur das verticale Rohr um einige Centimeter aus dem Wasser herausragt, und nun Sorge getragen, dass dessen Temperatur möglichst auf der Höhe von 16° verbleibt.

Es lässt sich zeigen, dass eine ziemlich lange Reihe von Jahren vergehen müsste, ehe sich das luftfreie Wasser des Kölbchens durch Aufnahme von Luft von der Spitze des engen angeschmolzenen Rohres aus so weit mit solcher gesättigt hätte, dass dadurch die Gefahr einer bemerkbaren Gegendiffusion in der Capillare gegeben wäre, vorausgesetzt natürlich immer, dass während dieser langen Zeit jegliche Strömung innerhalb des Wassers vermieden bliebe. Aber wiewohl auch letztere Bedingung aus leicht begreiflichen Gründen nicht erfüllbar ist, bleibt trotzdem die Erwartung berechtigt, dass auch nur die halbe Sättigung der 200 cm^3 Wasser mit Luft von dem langen und engen Rohre aus einen Zeitraum beanspruchen wird, der die Dauer eines brauchbaren Diffusionsversuches mit der Capillare um ein sehr Vielfaches übertrifft.

Der Gedanke, durch derartige Versuche und zwar speciell durch an bestimmten, vorausberechneten Terminen vorgenommene Beobachtungen des Wasserstandes die Gültigkeit der Fourier'schen Regel für die Diffusion des Wasserstoffs zu prüfen, ist freilich bei der Kleinheit der Verschiebungen von vornherein ausgeschlossen. Man darf zufrieden sein, wenn es überhaupt gelingt, auf Grund der Voraussetzung von der Gültigkeit jener Regel aus den nach mehrmonatlicher Beobachtungsfrist erlangten Zahlenwerthen die Grösse k mit Hülfe der Gleichung

$$v_d = 2\alpha \sqrt{\frac{k t}{\pi}}$$

auch nur annähernd zu berechnen.

Folgende kleine Tabelle giebt eine Zusammenstellung der Beobachtungsdaten eines solchen Versuches.

Die Versuchsdauer betrug 75 Tage.

Die Temperatur wurde jeden Tag, dagegen der Stand des Wasserfadens in der Capillare, desgleichen der Barometerstand, die Temperatur des Barometers und die Höhe der Wassersäule h im Ansatzrohre des Kölbchens nur am Anfang und

am Schlusse des Versuches abgelesen. Als Einheit der auf die Capillare geätzten Scala gilt das Centimeter.

Zeit der Beobachtung	b'	r	t	h in mm	p	V_{tp}	V_{ob}	d
4. Aug.	732,9	20,0°	17,7°	320	738,9	24,00	21,915	0,485
18. Oct.	724,3	12,0	16,3	305	731,6	23,59	21,430	

Nehmen wir — allerdings etwas willkürlich, da der Druck überhaupt nur zweimal bestimmt wurde — an, der mittlere Druck des in der Capillare enthaltenen Wasserstoffs sei

$$= \frac{738,9 + 731,6}{2} = 735,3 \text{ mm}$$

gewesen, so würden unter dem Drucke einer Atmosphäre

$$\frac{0,485 \cdot 760}{753,3} = 0,501 \text{ Vol.}$$

in das Wasser eingedrungen sein.

Da die Mitteltemperatur der langen Versuchszeit in der That rund 16° war, bei dieser aber α nach Winkler¹⁾ den Werth 0,01869 hat, und da endlich der ganze Versuch 75 Tage dauerte, so wird, wenn

$$v = 2\alpha \sqrt{\frac{kt}{\pi}},$$

$$k = \left[\frac{0,501}{0,03738} \right]^2 \cdot \frac{3,14}{75}$$

$$= 7,53.$$

Bedenkt man die mancherlei uncontrolirbaren Schwankungen des Druckes und der Temperatur, die während des Zeitraumes von 75 Tagen vorgekommen sein mögen, desgleichen auch die möglichen Ungleichheiten im Caliber der Capillare, so wird man bei der erstaunlichen Kleinheit der absoluten Werthe, um die es sich hier handelt, über die Grösse der Abweichung der gefundenen von der geforderten Zahl (6.47) sich nicht verwundern dürfen.

Ich habe endlich noch einen kurzen Versuch über die Diffusion des *Chlors* in Wasser und zwar mit einem langen Flüssigkeitsfaden in einer Capillare angestellt. Bei dem grossen

¹⁾ Winkler, l. c.

Absorptionscoefficienten dieses Gases für Wasser war es möglich, in kürzeren Zeiträumen zu beobachten und in derselben Weise, wie es Stefan mit der Kohlensäure gethan, an den zu berechneten Zeitpunkten gemessenen Verschiebungen des Flüssigkeitsfadens die Richtigkeit der Theorie zu prüfen.

Das Chlor war in bekannter Weise aus einem Gemische von Kochsalz, Braunstein und Schwefelsäure gewonnen. Der ganze Versuch wurde im Dunkeln ausgeführt. Die in der folgenden Tabelle geltende Längeneinheit ist wieder das Centimeter. Als Einheit der Zeit dienten 6 Stunden.

Wachsthum der Zeiten	Ablesungstermine	t	p	V_{tp}	V_{ob}	A
1.6 = 6	26. Juni Abends 6 ^h	16,1°	726,1	18,79	16,953	1,384
4.6 = 24	27. „ Mittags 12	16,0	728,2	17,20	15,569	1,305
9.6 = 54	28. „ Abends 6	16,6	727,8	15,80	14,264	1,365
16.6 = 96	30. „ Mittags 12	16,4	731,8	14,20	12,899	1,351
	Mittel	16,3°	728,5			

Die mittlere Temperatur des Versuches war 16,3°; der mittlere Druck 728,5 mm; die gesammte Volumenabnahme, die während 90 Stunden (= 3,75 Tagen) erfolgte, = 16,953 – 12,899 = 4,054 oder, berechnet auf den Druck 760,

$$= \frac{4,054 \cdot 760}{728,5} = 4,229.$$

Nehmen wir α für die Temperatur 16° nach Schönfeld¹⁾ = 2,3253, so wird, wenn wir k wieder auf den Tag als Einheit beziehen,

$$4,229 = 2 \cdot 2,3253 \sqrt{\frac{k \cdot 3,75}{\pi}}$$

und

$$k = 1,098 \text{ cm.}$$

Wie dieser Versuch lehrt, folgt das diffundirende Chlor nicht allein dem Gesetze, dass die durch die Oberfläche in die Flüssigkeit eindringenden Gasmengen sich verhalten wie die Quadratwurzeln aus den vom Beginne des Versuches an gerechneten Zeiten, sondern fügt es sich auch der weiteren Regel, dass die Diffusionscoefficienten sich umgekehrt verhalten

1) Schönfeld, Lieb. Ann. 96. p. 8. 1855.

wie die Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten; denn der danach berechnete Werth von k ist gleich 1,087, fällt also mit dem gefundenen nahe zusammen. Wie aus anderen Beobachtungen, so darf man auch aus dieser schliessen, dass das Chlor, wofür seine Lösung nur bei einer über 10^0 liegenden Temperatur gehalten wird, nicht ohne weiteres mit dem Wasser ein complicirtes Hydrat bildet¹⁾, sondern sich, wie die indifferenten Gase, zunächst nur in Gestalt von gewöhnlichen Moleculen im Wasser verbreitet.

Nach F. Kohlrausch's Untersuchungen über die Leitfähigkeit der Electrolyte²⁾ ist die Beweglichkeit der Wasserstoffionen etwa fünfmal so gross wie diejenige der Chlorionen. Ein ähnliches Verhältniss besteht, wie man sieht, zwischen den Diffusionscoefficienten der bezüglichen Gase für Wasser. Soll man daraus schliessen, dass die Moleculé beider Gasarten in ihrer wässerigen Lösung dissociirt sind? Oder unterscheidet sich die Beweglichkeit der ganzen Moleculé in gleicher Weise wie diejenige der einzelnen Atome?

Ueber den Einfluss der Temperatur auf die Grösse der einzelnen Diffusionscoefficienten Versuche anzustellen, habe ich zunächst unterlassen. Nach J. Müller's mit Ammoniak und Wasser ausgeführten Versuchen³⁾ scheint der Diffusionscoefficient der Wurzel aus der absoluten Temperatur proportional zu sein.

Es sei übrigens bemerkt, dass das Ammoniak nach den Versuchen desselben Autors der allgemeinen Regel, wonach sich die Diffusionscoefficienten umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten verhalten sollen, nicht zu gehorchen scheint. Hr. Müller fand die in einer Minute durch eine Wasserschicht von 1 cm² Querschnitt und 1 cm Dicke unter dem Drucke einer Atmosphäre bei 15^0 diffundirende Ammoniakmenge im Mittel = 8,06 cm³. Bezogen auf einen Tag wächst diese Menge auf 11 606 cm³. Nimmt man

1) Vgl. auch Goodwin, Berl. chem. Ber. 15. p. 3039. 1882.

2) F. Kohlrausch, Gött. Nachr. 1876. p. 213.

3) J. Müller, l. c. p. 563.

mit Hrn. Müller den Absorptionscoefficienten des Ammoniaks bei 15° zu 727 an, so erhält man für diese Temperatur

$$k = \frac{11606}{727} = 15,96.$$

Der von obiger Regel geforderte Werth beträgt für 16° nur 2,216.

Ich gebe zum Schlusse eine Zusammenstellung der berechneten mit den gefundenen k -Werthen derjenigen Gase, über deren Diffusion im Wasser überhaupt bis jetzt Untersuchungen angestellt worden sind. Als bezügliche Temperatur darf allgemein diejenige von 16° gelten. Als Zeiteinheit gilt der Tag und als Längeneinheit das Centimeter.

Name des Gases	k		Bemerkungen
	ber.	gef.	
Kohlensäure	—	$\left. \begin{array}{l} 1,41 \\ 1,36 \\ 1,37 \end{array} \right\} 1,38$	Capillarversuche von Stefan.
Wasserstoff	6,47	4,09	Hydrophanversuch.
		4,45	Hydrophanversuche $\left\{ \begin{array}{l} \text{von Kohlensäure} \\ \text{mit Gegendiffusion} \end{array} \right\}$
		7,53	Capillarversuch <i>ohne</i> Gegendiffusion.
Sauerstoff	1,62	1,82	Hydrophanversuche.
Stickstoff	1,73	1,73	
Stickoxydul	1,34	1,35	
Chlorgas	1,087	1,098	Capillarversuch.
Ammoniak	2,22	15,96	J. Müller.

Tübingen, im October 1896.

9. Ueber correspondirende Temperaturen (bei gleichen Dampfdrucken); von J. A. Groshans.

Wenn die Fachgelehrten der Meinung sind, dass des Verfassers System der Densitätszahlen erst in späterer Zeit von Nutzen werden kann, so bin ich damit einverstanden.

Unter den Folgerungen des Systems finden sich jedoch solche, welche von demselben getrennt und (mindestens theilweise) experimentell bewiesen werden können. Zu diesen gehört das Gesetz der correspondirenden Temperaturen. Es sei dem Verfasser erlaubt, hier an eine historische Thatsache zu erinnern: Im Jahre 1849 machte der Verfasser dieses Gesetz in Poggendorff's Annalen bekannt, und Clausius bezeichnete kurz darauf eben daselbst dieses Gesetz als höchst wahrscheinlich, obgleich er von dem Wege, auf welchem der Verfasser zur Aufstellung des Gesetzes in Form einer bestimmten Gleichung gelangt war, keine Kenntniss nahm.

Das Gesetz vergleicht die Eigenschaften der chemischen Körper mit denen des Wassers; es betrachtet zwei Drucke, den unbestimmten Druck p mm oder Atm. und den bestimmten Druck von 1 Atm. oder 760 mm. Der betreffende chemische Körper wird in den Formeln Corpus genannt und mit cps bezeichnet, während das Wasser die Bezeichnung aq (aqua) erhält. T bezeichnet den Siedepunkt in absoluter Temperatur.

Das Gesetz wird durch folgende Gleichung ausgedrückt:

$$\frac{T p (\text{cps})}{T p (\text{aq})} = \frac{T 760 (\text{cps})}{T p 760 (\text{aq})} = \text{const.}$$

Es ergibt also mittels einer einzigen Beobachtung bei niederem Druck (etwa bei 10 oder 20 mm) den Siedepunkt des Körpers bei gewöhnlichem Druck.

Wenn aber der in dieser Weise berechnete Siedepunkt nicht genau mit dem bei 760 mm wirklich beobachteten über-

einstimmt, so muss nach der unbekannten Ursache des Unterschiedes (unvollkommene chemische Reinheit der Präparate oder Zersetzungen der zu prüfenden Verbindungen beim Erwärmen etc.) gesucht werden.

Hier wird es vorläufig genügen, eine Anzahl von Beispielen beizubringen, welche zeigen, dass mindestens in einigen Fällen das Gesetz wirklich genau zutrifft.

Der Methylalkohol, CH_4O , liefert ein Musterbeispiel, welches in der folgenden Tabelle enthalten ist.

Aus der oben erwähnten Formel folgt:

$$T760(\text{cps}) = T760(\text{aq}) \times \frac{T_{p\text{ mm}}(\text{cps})}{T_{p\text{ mm}}(\text{aq})}.$$

Das Verhältniss $Tp(\text{cps})/Tp(\text{aq})$ bildet also eine jeder Substanz eigenthümliche Constante, welche mit 373 (dem absoluten Siedepunkte des Wassers) multiplicirt den Siedepunkt der Substanz bei gewöhnlichem Druck ergiebt.

Tabelle 1.

Beobachtungen von Regnault.

Die Temperaturen $tp(\text{aq}) = Tp(\text{aq}) - 273$ in der vierten Columnne sind der bekannten Broch'schen Tafel entnommen.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
t°	Corpus	p Atm.	aqua t°	Verhältniss $\frac{T(\text{cps})}{T(\text{aq})}$	Siedepunkt des Methyl- alkohols bei 760 mm
	p mm				
-10	13,47		16,0	0,9101	66,5
+10	50,13		38,3	0,9091	66,1
30	149,99		60,1	0,9095	66,2
50	381,68		81,8	0,9103	66,5
65	707,33		98,8	0,9091	66,1
70	857,10	1,11	103,4	0,9112	66,9
80	1238,47	1,63	114,2	0,9116	67,0
90	1741,67	2,29	125,0	0,9104	66,6
100	2405,15	3,16	135,7	0,9127	67,4
110	3259,60	4,29	146,5	0,9130	67,6
120	4341,77	5,71	157,3	0,9133	67,7
130	5691,30	7,49	168,1	0,9136	67,7
140	7337,10	9,65	178,8	0,9140	68,8
150	9361,35	12,32	189,6	0,9141	67,0

Aus dieser Tabelle folgt offenbar, dass der Siedepunkt des Methylalkohols zwischen 66 und 67° liegt.

Man erinnert sich vielleicht, dass ein sehr bekannter (jetzt verstorbener) Forscher behauptete, dass der wahre (theoretische) Siedepunkt dieses Körpers bei 58° liegen müsste; auch der Verfasser war (aus ganz anderen Gründen) früher derselben irrigen Meinung.

Nach der (jetzt veralteten) Dalton'schen Regel wäre:

$$tp(aq) - tp(cps) = \text{const.}$$

Obige Tabelle zeigt aber, dass diese Differenz beständig mit zunehmenden Drucken wächst; sie beträgt für Methylalkohol 26° bei 13 mm und 39,6° bei 12 Atm. Indessen gab die Dalton'sche Regel ohne Zweifel in vielen Fällen angenäherte Resultate und sie konnte demnach bei dem damaligen Stande der Wissenschaft als eine nützliche Hypothese gelten.

Die zweite Tabelle enthält 24 aliphatische und aromatische Körper; alle Beobachtungen sind von Prof. Anschütz. Für jeden Körper ist der Siedepunkt bei 12 mm und der bei 760 mm angegeben; die correspondirenden Temperaturen für Wasser sind bez. 14,2 und 100°. Die beiden berechneten Verhältnisse

$$\frac{T_{12 \text{ mm (cps)}}}{T_{12 \text{ mm (aq)}}} \quad \text{und} \quad \frac{T_{760 \text{ (cps)}}}{373}$$

sind in der vierten Columnne zusammengestellt.

Die 24 Substanzen der Tabelle sind aus der etwa 245 betragenden Gesamtzahl, die von Anschütz untersucht wurde, nach dem Princip der kleinsten Differenzen zwischen den beiden Zahlen der vierten Spalte ausgewählt.

Das Verhältniss (Columnne 4) bei 12 mm mit 373 multiplicirt, liefert den berechneten Siedepunkt bei 760 mm (Columnne 5). Die Differenz zwischen dem so berechneten Siedepunkt und dem von Anschütz beobachteten (Columnne 3) findet sich in der letzten Columnne der Tabelle.

Tabelle 2.

Beobachtungen von Anschütz.

1. Nr.	2. Substanz	3. Corpus t 12 mm t 760 mm	4. T(cps)/T(aq) 12 mm 760 mm	5. berechn. Siedep. von cps.	6. Differenz ber.-beob.
1	Essigsäure-Anhydrid $C_4H_6O_3$	39,3 138,0	1,088 1,102	132,7	- 5,3
2	Acetamid C_2H_5ON	109,0 222,0	1,330 1,327	223,3	+ 1,3
3	Monochloressigs. Aethyl $C_4H_7ClO_2$	47,3 143,5	1,116 1,117	143,1	- 0,4
4	n-Capronsäure $C_6H_{12}O_2$	95,1 205,8	1,282 1,281	205,3	- 0,5
5	α -Dichlorhydrin $C_2H_4Cl_2O$	68,5 176,0	1,189 1,204	170,7	- 5,3
6	Oxalsäures Diäethyl $C_6H_{10}O_4$	75,9 186,0	1,215 1,230	180,3	- 5,7
7	Oxalsäures Dipropyl $C_9H_{14}O_4$	97,5 210,0	1,290 1,295	208,4	- 1,6
8	Malonsäures Aethyl $C_7H_{12}O_4$	87,1 197,9	1,254 1,262	194,9	- 3,0
9	Bernsteinsäure-Anhydrid $C_4H_4O_3$	132,6 256,0	1,413 1,418	254,0	- 2,0
10	R. weinsaures Methyl $C_6H_{10}O_6$	151,7 280,0	1,479 1,483	278,9	- 1,1
11	R. weinsaures Aethyl $C_8H_{14}O_6$	151,5 280,0	1,478 1,483	278,5	- 1,5
12	m-Phenylendiamin $C_6H_8N_2$	150,5 277,0	1,475 1,474	277,3	+ 0,3
13	Phenol C_6H_6O	76,5 181,5	1,217 1,218	181,1	- 0,4
14	p-Monochlorphenol C_6H_5ClO	99,7 216,0	1,297 1,311	211,0	- 5,0
15	Amidoanisol C_7H_9ON	104,8 216,0	1,316 1,311	217,8	+ 1,8
16	o-Amidophenetol $C_8H_{11}ON$	112,2 228,0	1,353 1,343	231,7	+ 3,7
17	o-Kresol C_7H_5O	79,8 185,5	1,229 1,229	185,5	0,0
18	p-Kresol C_7H_5O	89,6 199,0	1,263 1,265	198,1	- 0,9

1.	2.	3.	4.	5.	6.
Nr.	Substanz	Corpus t 12 mm t 760 mm	$T(\text{cps})/T(\text{aq})$ 12 mm 760 mm	berechn. Siedep. von cps	Differenz ber.-beob.
19	<i>p</i> -Isobutylphenol $\text{C}_{10}\text{H}_{14}\text{O}$	119,1 237,0	1,366 1,367	236,4	-0,6
20	Diacetylresorcin $\text{C}_{10}\text{H}_{10}\text{O}_4$	149,5 278,0	1,472 1,472	275,9	-2,1
21	Benzylalkohol $\text{C}_7\text{H}_8\text{O}$	94,6 207,0	1,280 1,287	203,8	-3,2
22	Phenyllessigsäure $\text{C}_8\text{H}_8\text{O}_2$	144,5 265,5	1,454 1,444	269,4	+3,9
23	Hydrozimmtsäure $\text{C}_9\text{H}_{10}\text{O}_2$	152,2 280,0	1,481 1,483	279,4	-0,6
24	Eugensäure $\text{C}_{10}\text{H}_{12}\text{O}_2$	126,6 247,5	1,392 1,395	246,2	-1,3

Wenn später von den Verbindungen der Tab. 2 auch die Siedepunkte für Drucke, die zwischen 12 mm und 760 mm liegen, gemessen worden sind, so steht (mit einiger Gewissheit) zu erwarten, dass die berechneten Siedepunkte innerhalb derselben engen Grenzen wie in der Tab. 2 von den beobachteten abweichen werden.

10. *Theoretische Untersuchungen über elastische Körper und Licht; von Paul Glan.*

XI. Von den Krystallen bei Gestaltsänderungen.

Es sollen jetzt die Zunahmen der Vektoren der elastischen Kräfte $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, also die Vektoren $\Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2, \Delta \alpha_3$ für eine unendlich kleine Zustandsänderung eines beliebigen *krystallischen* oder nichtkrystallischen Stoffes und die Beziehungen der in ihnen enthaltenen elastischen Constanten bestimmt werden. Die unendlich kleine Zustandsänderung finde bei constanter Temperatur statt. Die nach der früheren theoretischen Untersuchung mögliche Abhängigkeit der vector Factoren $\mu'_1, \dots, \mu'_{1,2}, \dots, \mu'_{1,3}, \dots$ von $D_t t, D_t^2 t, \dots, D_t m_1, \dots, D_t n_3, D_t^2 m_1, \dots, D_t^2 n_3, \dots$ soll auch hier nicht berücksichtigt werden, sodass sie nur als veränderlich mit der Temperatur im Folgenden betrachtet werden sollen. Sie haben dann für alle Zustandsänderungen bei gleicher Temperatur denselben Werth und können aus einer beliebigen solchen bestimmt werden. Die Abhängigkeit dieser vector Factoren von der Temperatur t soll, wie früher, nur in Betreff ihrer Grösse angenommen werden, sodass der Versor dieser vector Factoren als unabhängig von der Temperatur dann zu betrachten ist.

Wir denken uns jetzt eine unendlich kleine Gestaltsänderung eines sehr kleinen Theilchens des betrachteten krystallischen oder nichtkrystallischen Stoffes, welches ohne Einwirkung äusserer Kräfte die Gestalt eines Würfels haben soll, dessen Kantenvektoren $x \omega_1, y \omega_2, z \omega_3$ sein mögen. Die Drehung um ω_1 von ω_2 nach ω_3 soll positiv oder rechtläufig sein und die Kanten den Richtungen der drei zu einander rechtwinkligen Krystallaxen parallel sein, wenn der Stoff krystallisch ist. Dieser Würfel mag die unendlich kleine Gestaltsänderung dm_1, dm_2, dm_3 erfahren, die so langsam vor sich gehen soll, dass die höheren Theilableitungen von m_1, m_2, m_3 nach der Zeit t unberücksichtigt bleiben können. Es soll $dm_2 = w'_2 dm_1$ und $dm_3 = w'_3 dm_1$ sein; w'_2 und w'_3 bezeichnen wie früher das Dehnungsverhältniss von 2 bez. 3

zu 1, wenn nur auf die Endflächen des Würfels senkrecht zur Kante $x \omega_1$ eine normale Kraft wirkt. In diesem Falle sind $\Delta \alpha_2$ und $\Delta \alpha_3$ Null, $\Delta \alpha_1$ gleich $-e_1 d m_1 U d q_{\omega_1}$, und es ergeben sich für μ'_1, \dots, μ'''_1 die früher ermittelten Werthe. Es mag jetzt zweitens derselbe Würfel wieder dieser Gestaltsänderung $d m_1, d m_2, d m_3$, wie soeben, unterworfen werden, aber nun in einer solchen Weise, dass auch in den Ausdrücken für $\Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2, \Delta \alpha_3$ die Glieder mit den Factoren $D^2_1 m_1 dt, D^2_2 m_2 dt, D^2_3 m_3 dt$ in Betracht gezogen werden müssen. Diese früher mit $\Delta' \alpha_1, \Delta' \alpha_2$ und $\Delta' \alpha_3$ bezeichneten Glieder, die nun zu den vorigen Ausdrücken für die vector Zunahmen der elastischen Kräfte hinzutreten, sollen wieder von gleicher Richtung mit den entsprechenden vorigen Zunahmen, die früher $\Delta' \alpha_1, \Delta' \alpha_2, \Delta' \alpha_3$ genannt wurden, angenommen werden. Jetzt soll aber, was bisher nicht geschehen ist, auch für die Zunahmen $\Delta'' \alpha_2$ und $\Delta'' \alpha_3$ angenommen werden, dass sie Null sind, und $\Delta'' \alpha_1$ soll zunächst gleich $e'_{1,2} D^2_1 m_1 U d q_{\omega_1}$ genommen werden, dann ergibt sich:

$$\Delta' \alpha_1 + \Delta'' \alpha_1 = [-e_1 d m_1 + e'_{1,2} D^2_1 m_1 dt] U d q_{\omega_1},$$

$$\Delta'' \alpha_2 = 0,$$

$$\Delta'' \alpha_3 = 0.$$

Da diese Gleichungen für beliebige, unendlich kleine Werthe von $d m_1, D^2_1 m_1 dt$ gelten müssen, folgt aus ihnen

$$\Delta' \alpha_1 = -e_1 d m_1 U d q_{\omega_1},$$

$$\Delta' \alpha_2 = 0 = \Delta' \alpha_3,$$

und daraus die früher bestimmten Werthe von μ'_1, \dots, μ'''_1 , und ferner:

$$\mu'_{1,2} + w'_2 \mu'_{1,2} + w'_3 \mu'_{1,2} = e'_{1,2} U d q_{\omega_1},$$

$$\mu'_{2,2} + w'_2 \mu'_{2,2} + w'_3 \mu'_{2,2} = 0,$$

$$\mu'_{3,2} + w'_2 \mu'_{3,2} + w'_3 \mu'_{3,2} = 0.$$

Durch entsprechende äussere Einwirkung auf die Seitenflächen des Würfels senkrecht zu den Kanten $y \omega_2$ und $z \omega_3$ ergibt sich weiter:

$$\mu'_{1,2} w''_1 + \mu'_{1,2} + \mu'_{1,2} w''_3 = 0,$$

$$\mu'_{2,2} w''_1 + \mu'_{2,2} + \mu'_{2,2} w''_3 = e'_{2,2} U d q_{\omega_2},$$

$$\mu'_{3,2} w''_1 + \mu'_{3,2} + \mu'_{3,2} w''_3 = 0,$$

und

$$\mu'_{1,2} w_1''' + \mu''_{1,2} w_2''' + \mu'''_{1,2} = 0,$$

$$\mu'_{2,2} w_1''' + \mu''_{2,2} w_2''' + \mu'''_{2,2} w = 0,$$

$$\mu'_{3,2} w_1''' + \mu''_{3,2} w_2''' + \mu'''_{3,2} = e'_{3,2} U d q_{\omega_3}.$$

Aus diesen letzten neun Gleichungen folgt dann:

$$\mu'_{1,2} = e'_{1,2} (1 - w_2'' w_3'') \frac{U d q_{\omega_1}}{r},$$

$$\mu''_{1,2} = -e'_{1,2} (w_1'' - w_3'' w_1''') \frac{U d q_{\omega_1}}{r},$$

$$\mu'''_{1,2} = -e'_{1,2} (w_1''' - w_2'' w_1'') \frac{U d q_{\omega_1}}{r};$$

$$\mu'_{2,2} = -e'_{2,2} (w_2' - w_3' w_2'') \frac{U d q_{\omega_2}}{r},$$

$$\mu''_{2,2} = e'_{2,2} (1 - w_3' w_1''') \frac{U d q_{\omega_2}}{r},$$

$$\mu'''_{2,2} = -e'_{2,2} (w_2''' - w_1'' w_2'') \frac{U d q_{\omega_2}}{r};$$

$$\mu'_{3,2} = -e'_{3,2} (w_3' - w_2' w_3'') \frac{U d q_{\omega_3}}{r},$$

$$\mu''_{3,2} = -e'_{3,2} (w_3'' - w_1'' w_3') \frac{U d q_{\omega_3}}{r},$$

$$\mu'''_{3,2} = e'_{3,2} (1 - w_1' w_2') \frac{U d q_{\omega_3}}{r}.$$

In diesen Gleichungen ist, wie vorher,

$$r = 1 - w_1'' w_2' - w_2'' w_3' - w_3' w_1'' + w_1' w_2'' w_3' + w_3'' w_2' w_1'.$$

In entsprechender Weise würden sich die Vektoren $\mu'_{1,3}, \dots, \mu'''_{3,3}, \dots$ ergeben und man erhielte sie danach aus den letzten Gleichungen allein durch Aenderung des unteren Index von $e'_{1,2}$ oder $e'_{2,2}$ oder $e'_{3,2}$, der übereinstimmend mit demjenigen des zu bestimmenden Vectors $\mu'_{1,i}, \dots, \mu'''_{3,i}$ zu wählen ist.

Denken wir uns jetzt an dem Würfel eine Gestaltsänderung bei constanter Temperatur erzeugt, bei der nur dn_1 , $D_1^2 n_1 dt$, $D_1^3 n_1 dt, \dots$, bez. dn_2 , $D_1^2 n_2 dt, \dots$, oder dn_3 , $D_1^2 n_3 dt, \dots$ als Aenderungen der Gestaltsvariablen zu berücksichtigen sind, welche also nur aus einer unendlich kleinen Verdrehung besteht, und nehmen wir, wie früher,

zunächst an, dass die durch Berücksichtigung der höheren Theilableitungen der Verdrehungsvariablen nach der Zeit hinzutretenden vector Glieder nur die Grösse, doch nicht die Richtung von $\Delta \alpha_1$, bez. $\Delta \alpha_2$ oder $\Delta \alpha_3$ ändern, und beachten, dass die für die soeben erwähnten unendlich kleinen Verdrehungen sich aus der allgemeinen Form für $\Delta \alpha_1$, $\Delta \alpha_2$, $\Delta \alpha_3$ ergebenden Werthe der letzteren Vektoren für beliebige Werthsysteme, $d n_1$, $D_t^1 n_1 dt$, ..., $d n_2$, $D_t^1 n_2 dt$, ..., $d n_3$, $D_t^1 n_3 dt$, ... mit den nur von der Temperatur hier abhängenden Vektoren v'_1 , ..., v'''_3 gelten müssen, so ergibt sich ausser den früher hergeleiteten Werthen von v'_1 , ..., v'''_3 :

$$\begin{aligned} v'_{1,2} &= -v'_{1,2} U d\varphi_{\omega_1}, & v'_{2,2} &= -v'_{2,2} U d\varphi_{\omega_1}, & v'_{3,2} &= 0, \\ v''_{1,2} &= 0, & v''_{2,2} &= -v''_{2,2} U d\varphi_{\omega_1}, & v''_{3,2} &= -v''_{3,2} U d\varphi_{\omega_1}, \\ v'''_{1,2} &= -v'''_{1,2} U d\varphi_{\omega_1}, & v'''_{2,2} &= 0, & v'''_{3,2} &= -v'''_{3,2} U d\varphi_{\omega_1}; \end{aligned}$$

und entsprechende Gleichungen für die weiteren Vektoren $v'_{1,i}$, ..., $v'''_{3,i}$ sind hier anzuschliessen. Die Scalare $v'_{1,i}$, ..., $v'''_{3,i}$ können positiv oder negativ sein.

Daraus, dass kein Zuwachs der elastischen Kräfte eintritt, wenn sich ein Körper bei constanten äusseren Kräften in seiner Temperatur ändert, ergibt sich wie früher:

$$\Delta'_1 \alpha_1 + \Delta''_1 \alpha_1 + \Delta'''_1 \alpha_1 + \dots = -\Delta' \alpha_1 - \Delta' \alpha_2 - \Delta'' \alpha_3 - \dots$$

mit entsprechenden Gleichungen für $\Delta'_1 \alpha_2 + \dots$ und $\Delta'_1 \alpha_3 + \dots$; in $\Delta' \alpha_1$, ... ist bez. $d m_1$, $D_t^1 m_1 dt$, ..., $d n_3$, $D_t^1 n_3 dt$, ... durch $d_t m_1$, $D_t(d_t m_1)$, ..., $d_t n_3$, $D_t(d_t n_3)$, ... zu ersetzen.

Aus der Bedingungsgleichung für die Vektoren der elastischen Kräfte:

$$V(\Delta \alpha_1 d\varphi_{\omega_1} + \Delta \alpha_2 d\varphi_{\omega_1} + \Delta \alpha_3 d\varphi_{\omega_1}) = 0,$$

die für beliebige Werthe der unendlich kleinen Scalare $d n_1$, $d_t n_1$, ..., $D_t^1 n_1$, $D_t(d_t n_1)$, ... gelten muss, folgt, wie zuvor:

$$\begin{aligned} v'_{1,2} &= v'_{2,2}, & v''_{2,2} &= v''_{3,2}, & v'''_{3,2} &= v'''_{1,2}, \\ v'_{1,3} &= v'_{2,3}, & v''_{2,3} &= v''_{3,3}, & v'''_{3,3} &= v'''_{1,3}, \dots \end{aligned}$$

Wenn zwei *krystallographische Axen* physikalisch gleichwerthig sind, z. B. die Axen 1 und 2, so ergeben sich ersichtlich ausser den Beziehungen zwischen den in $\Delta' \alpha_1$, $\Delta' \alpha_2$,

$\Delta' \alpha_3$ auftretenden elastischen Constanten, welcher früher angegeben sind, die folgenden:

$$e'_{1,2} = e'_{2,2}, \quad v''_{2,2} = v''_{1,2},$$

$$e'_{1,3} = e'_{2,3}, \quad v''_{3,2} = v''_{1,3},$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

Ist die *krystallographische Axe 3* eine *Hauptaxe* in dem Sinne, dass alle durch sie gehenden Ebenen physikalisch gleichwerthig sind, müssen sich alle Würfel, deren eine Kante jener Hauptaxe parallel ist, gleich verhalten. Ein Vector parallel jener Axe sei der Einheitsvector ω_3 , senkrecht zu ihm und zu einander seien die Einheitsvectoren ω_2 und ω_1 , und ferner ω'_2 und ω'_1 ; die Drehung um ω_3 von ω_2 nach ω_1 , oder von ω'_2 nach ω'_1 sei rechtsläufig oder positiv. Der Krystall erleide bei constanter Temperatur die Gestaltsänderung:

$$\varphi \omega = \omega - a \omega'_1 S \omega'_1 \omega - b \omega'_2 S \omega'_2 \omega - c \omega_3 S \omega_3 \omega.$$

Dann werden die Gestaltsvariabeln $m'_1 = a$, $m'_2 = b$, $m'_3 = c$, $n'_1 = n'_2 = n'_3 = 0$. Die Scalare a , b , c können unendlich klein beliebiger Ordnung gewählt werden. Es wird in diesem Falle $m'_2 : m'_1 = b : a = w'_2$, und $m'_3 : m'_1 = c : a = w'_3$. Dann ist, nach dem Vorigen

$$\alpha'_1 = -e_1 m'_1 \omega'_1 + e'_{1,2} D_1 m'_1 \omega'_1 + e'_{1,3} D_1 m'_1 \omega'_1 + \dots$$

$$\alpha'_2 = 0 = \alpha'_3,$$

wenn α'_1 , α'_2 , α'_3 in Bezug auf den Würfel mit den Kanten parallel ω'_1 , ω'_2 , ω_3 die entsprechende Bedeutung haben, wie die Vektoren der elastischen Kräfte α_1 , α_2 , α_3 in Beziehung zum Würfel mit den Kanten parallel ω_1 , ω_2 , ω_3 . Für diesen letzteren Würfel werden nun die Gestaltsvariabeln bei der hier betrachteten Gestaltsänderung:

$$m_1 = a (S \omega_1 \omega_1'^2 + w'_2 S \omega_1 \omega_2'^2),$$

$$m_2 = a (S \omega_2 \omega_1'^2 + w'_3 S \omega_2 \omega_2'^2),$$

$$m_3 = a w'_3,$$

$$n_1 = 2 a (1 - w'_2) S \omega_1 \omega'_1 S \omega_2 \omega'_1,$$

$$n_2 = n_3 = 0.$$

Wir haben nach Früherem:

$$\begin{aligned} -\alpha_1 &= \alpha'_1 S \omega'_1 U V d \varphi_{\omega_2} d \varphi_{\omega_1}, \\ -\alpha_2 &= \alpha'_1 S \omega'_1 U V d \varphi_{\omega_3} d \varphi_{\omega_1}, \\ -\alpha_3 &= \alpha'_1 S \omega'_1 U V d \varphi_{\omega_1} d \varphi_{\omega_3}, \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= a e_1 \omega'_1 S \omega_1 \omega'_1 - e'_{1,2} D_t a \omega'_1 S \omega_1 \omega'_1 - \dots, \\ \alpha_2 &= a e_1 \omega'_1 S \omega_3 \omega'_1 - e'_{1,2} D_t a \omega'_1 S \omega_2 \omega'_1 - \dots, \\ \alpha_3 &= 0; \end{aligned}$$

hierbei sind die in Bezug auf a , b , c unendlich kleinen Grössen zweiter Ordnung nicht berücksichtigt. Da jedoch a , b , c unendlich klein beliebiger Ordnung gewählt werden können, gelten die im Folgenden hergeleiteten Beziehungen für jeden Grad der Annäherung; denn die hier vernachlässigten Werthe können immer kleiner angenommen werden, als die in einer besonderen Rechnung noch zu berücksichtigenden. Nun ist

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \mu'_1 a (S \omega_1 \omega_1'^2 + w_2 S \omega_1 \omega_2'^2) + \mu''_1 a (S \omega_2 \omega_1'^2 + w_2 S \omega_2 \omega_2'^2) \\ &\quad + \mu'''_1 a w_3 + v'_1 2 a (1 - w_2) S \omega_1 \omega'_1 S \omega_2 \omega'_1 + \mu'_{1,2} D_t a (S \omega_1 \omega_1'^2 \\ &\quad + w_2 S \omega_1 \omega_2'^2) + \dots, \\ \alpha_2 &= \mu'_2 a (S \omega_1 \omega_1'^2 + w_2 S \omega_1 \omega_2'^2) + \mu''_2 a (S \omega_2 \omega_1'^2 + w_2 S \omega_3 \omega_2'^2) \\ &\quad + \mu'''_2 a w_3 + v'_2 2 a (1 - w_2) S \omega_1 \omega'_1 S \omega_2 \omega'_1 + \mu'_{2,2} D_t a (S \omega_1 \omega_1'^2 \\ &\quad + w_2 S \omega_1 \omega_2'^2) + \dots, \\ \alpha_3 &= \mu'_3 a (S \omega_1 \omega_1'^2 + w_2 S \omega_1 \omega_2'^2) + \mu''_3 a (S \omega_2 \omega_1'^2 + w_2 S \omega_3 \omega_2'^2) \\ &\quad + \mu'''_3 a w_3 + \mu'_{3,2} D_t a (S \omega_1 \omega_1'^2 + w_2 S \omega_1 \omega_2'^2) + \dots \end{aligned}$$

Durch Gleichsetzung der zuletzt erhaltenen je zwei Ausdrücke für α_1 , bez. α_2 oder α_3 und mit Berücksichtigung, dass die so erhaltenen Gleichungen für beliebige Werthe von a , $D_t a$, $S \omega_1 \omega'_1$, $S \omega_2 \omega'_1$, ... gelten müssen, folgen aus ihnen, da die Gleichungen mit dem Factor $D_t^{(i)} a$ sich von denen mit dem Factor a nur dadurch unterscheiden, dass $e'_{1,i+1}$ an Stelle von e_1 tritt und $v'_{1,i+1}$ an Stelle von v'_1 , in entsprechender Weise, wie früher entwickelt wurde, die *Beziehungen*:

$$w_2 = 1 - e_1 : 2 v'_1 = 1 + e'_{1,2} : v'_{1,2} = 1 + e'_{1,3} : v'_{1,3} = \dots$$

Aus ihnen folgt weiter:

$$e_1 : v'_1 = - e'_{1,2} : v'_{1,2} = - e'_{1,3} : v'_{1,3} = \dots = 2 (1 - w_2).$$

Diese Beziehungen treten zu denen hinzu, wenn nur zwei krystallographische Axen, hier die Axen 1 und 2, physikalisch gleichwerthig sind.

Bei den *cubeischen Krystallen* haben wir ausser den früher hergeleiteten Beziehungen der elastischen scalar Constanten in $\mathcal{A}'\alpha_1, \mathcal{A}'\alpha_2, \mathcal{A}'\alpha_3$ nach dem Vorigen, da bei ihnen die drei Ebenen durch je zwei krystallographische Axen physikalisch gleichwerthig sind, ersichtlich die weiteren:

$$e'_{1,2} = e'_{2,2} = e'_{3,2} = \text{sagen wir } e_{(2)},$$

$$e'_{1,3} = e'_{2,3} = e'_{3,3} = \text{sagen wir } e_{(3)},$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

ferner

$$v'_{1,2} = v''_{2,2} = v'''_{3,2} = \text{wie wir schreiben wollen } v_{(2)},$$

$$v'_{1,3} = v''_{2,3} = v'''_{3,3} = \text{wie wir schreiben wollen } v_{(3)},$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

Für einen *Nichtkrystall*, bei dem jede Ebene physikalisch gleichwerthig ist, treten zu den vorigen deshalb noch die Gleichungen:

$$w = 1 - e : 2v = 1 + e_{(2)} : 2v_{(2)} = 1 + e_{(3)} : 2v_{(3)} = \dots$$

hinzu.

Wir werden jetzt die *Werthe der thermischen Ausdehnungs-indicis für eine beliebige Richtung von einem Punkte eines Krystalles aus nach einer Gestaltsänderung desselben* bestimmen. Die Gestaltsänderung eines unendlich kleinen, den betrachteten Punkt umgebenden Theilchens des Krystalles ist durch die betreffenden Gestaltsvariabeln bestimmt. Es kann unbeeinflusst von äusseren Kräften als ein unendlich kleiner Würfel betrachtet werden, dessen Kanten den drei zu einander rechtwinkligen Krystallaxen parallel sein sollen und auf sie bezogen seien die Werthe der Gestaltsvariabeln $m_1, m_2, m_3, n_1, n_2, n_3$.

Ich werde hier die Gleichungen hinzufügen zur Bestimmung der Gestaltsvariabeln derselben Gestaltsänderung in Bezug auf ein neues Axensystem $\omega'_1, \omega'_2, \omega'_3$, dreier zu einander recht-

winkliger Axen, in dem die Drehung um ω'_1 von ω'_2 nach ω'_3 rechtsläufig oder positiv ist. Die gegebene Gestaltsänderung φ habe in Bezug auf das Axensystem $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ die Gestaltsvariablen m_1, \dots, n_3 und in Bezug auf das neue Axensystem $\omega'_1, \omega'_2, \omega'_3$, die Gestaltsvariablen m'_1, \dots, n'_3 . Nun ist:

$$\omega'_1 = -\omega_1 S \omega'_1 \omega_1 - \omega_2 S \omega'_1 \omega_2 - \omega_3 S \omega'_1 \omega_3,$$

$$d\varphi_{\omega'_1} = -S \omega'_1 \omega_1 d\varphi_{\omega_1} - S \omega'_1 \omega_2 d\varphi_{\omega_2} - S \omega'_1 \omega_3 d\varphi_{\omega_3};$$

und entsprechende Ausdrücke ergeben sich für $d\varphi_{\omega'_2}$, $d\varphi_{\omega'_3}$ durch Ersetzung von ω'_1 durch ω'_2 , bez. ω'_3 in der letzten Gleichung. Danach ergibt sich:

$$\begin{aligned} d\varphi_{\omega'_1}^2 &= S \omega'_1 \omega_1^2 d\varphi_{\omega_1}^2 + S \omega'_1 \omega_2^2 d\varphi_{\omega_2}^2 + S \omega'_1 \omega_3^2 d\varphi_{\omega_3}^2 \\ &\quad - 2 S \omega'_1 \omega_1 S \omega'_1 \omega_2 n_1 - 2 S \omega'_1 \omega_1 S \omega'_1 \omega_3 n_3 \\ &\quad - 2 S \omega'_1 \omega_2 S \omega'_1 \omega_3 n_2, \end{aligned}$$

wenn nur kleine Grössen erster Ordnung berücksichtigt werden. Es ist jedoch

$$\begin{aligned} d\varphi_{\omega'_1}^2 &= -T d\varphi_{\omega'_1}^2, \quad T d\varphi_{\omega'_1}^2 - 1 = (T d\varphi_{\omega'_1}^2 - 1)(T d\varphi_{\omega'_1}^2 + 1), \\ 1 &= S \omega'_1 \omega_1^2 + S \omega'_1 \omega_2^2 + S \omega'_1 \omega_3^2 = m'_1(2 + m'_1), \\ &= 2 m'_1; \end{aligned}$$

und demnach folgt aus der Gleichung für $d\varphi_{\omega'_1}^2$:

$$\begin{aligned} m'_1 &= m_1 S \omega'_1 \omega_1^2 + m_2 S \omega'_1 \omega_2^2 + m_3 S \omega'_1 \omega_3^2 + n_1 S \omega'_1 \omega_1 S \omega'_1 \omega_2 \\ &\quad + n_2 S \omega'_1 \omega_2 S \omega'_1 \omega_3 + n_3 S \omega'_1 \omega_3 S \omega'_1 \omega_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m'_2 &= m_1 S \omega'_2 \omega_1^2 + m_2 S \omega'_2 \omega_2^2 + m_3 S \omega'_2 \omega_3^2 + n_1 S \omega'_2 \omega_1 S \omega'_2 \omega_2 \\ &\quad + n_2 S \omega'_2 \omega_2 S \omega'_2 \omega_3 + n_3 S \omega'_2 \omega_3 S \omega'_2 \omega_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m'_3 &= m_1 S \omega'_3 \omega_1^2 + m_2 S \omega'_3 \omega_2^2 + m_3 S \omega'_3 \omega_3^2 + n_1 S \omega'_3 \omega_1 S \omega'_3 \omega_2 \\ &\quad + n_2 S \omega'_3 \omega_2 S \omega'_3 \omega_3 + n_3 S \omega'_3 \omega_3 S \omega'_3 \omega_1, \end{aligned}$$

und es ergibt sich weiter:

$$\begin{aligned} n'_1 &= 2 S \omega'_1 \omega_1 S \omega'_2 \omega_1 m_1 + 2 S \omega'_1 \omega_2 S \omega'_2 \omega_2 m_2 + 2 S \omega'_1 \omega_3 S \omega'_2 \omega_3 m_3 \\ &\quad + (S \omega'_1 \omega_2 S \omega'_2 \omega_1 + S \omega'_1 \omega_1 S \omega'_3 \omega_2) \cdot n_1 + (S \omega'_1 \omega_3 S \omega'_2 \omega_2 \\ &\quad + S \omega'_1 \omega_2 S \omega'_3 \omega_3) n_2 + (S \omega'_1 \omega_3 \cdot S \omega'_2 \omega_1 + S \omega'_1 \omega_1 S \omega'_3 \omega_3) n_3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n'_2 &= 2 S \omega'_2 \omega_1 S \omega'_3 \omega_1 m_1 + 2 S \omega'_2 \omega_2 S \omega'_3 \omega_2 m_2 + 2 S \omega'_2 \omega_3 S \omega'_3 \omega_3 m_3 \\ &\quad + (S \omega'_2 \omega_1 S \omega'_3 \omega_2 + S \omega'_2 \omega_2 S \omega'_3 \omega_1) n_1 + (S \omega'_2 \omega_3 S \omega'_3 \omega_3 \\ &\quad + S \omega'_2 \omega_3 S \omega'_3 \omega_3) n_2 + (S \omega'_2 \omega_3 S \omega'_3 \omega_1 + S \omega'_2 \omega_1 S \omega'_3 \omega_3) n_3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n'_3 = & 2S\omega'_3\omega_1S\omega'_1\omega_1m_1 + 2S\omega'_3\omega_2S\omega'_1\omega_2m_2 + 2S\omega'_3\omega_3S\omega'_1\omega_3m_3 \\
& + (S\omega'_3\omega_1S\omega'_1\omega_2 + S\omega'_3\omega_2S\omega'_1\omega_1)n_1 + (S\omega'_3\omega_2S\omega'_1\omega_3 \\
& + S\omega'_3\omega_3S\omega'_1\omega_2)n_2 + (S\omega'_3\omega_3S\omega'_1\omega_1 + S\omega'_3\omega_1S\omega'_1\omega_3)n_3.
\end{aligned}$$

Vernachlässigt sind in diesen Gleichungen die Glieder mit höheren Potenzen der Gestaltsvariablen als der ersten.

Wenn von einem Punkte eines Krystalles, der ohne Gestaltsänderung ist, sodass er keine elastischen Kräfte ausübt, ein Vector ω'_0 gezogen ist, so kommt der Linie seines Stoffes, die durch ihn dargestellt werden kann, ein bestimmter thermischer Ausdehnungsindex $a_{\omega'_0}$ zu, der nach früher gegebenen Gleichungen aus seinen thermischen Ausdehnungsindices a_1, a_2, a_3 , welche seinen Krystallaxen zugehören, hergeleitet werden kann. Wenn nun der Krystall eine Gestaltsänderung m_1, \dots, n_3 erfährt, ändert sich erfahrungsmässig der thermische Ausdehnungsindex einer materiellen Linie des Krystalles, die dabei im allgemeinen eine Drehung erleidet, und zwar je nach der Art der Gestaltsänderung in besonderer Weise. Der thermische Ausdehnungsindex $a_{\omega'}$ einer materiellen Linie des Krystalles, deren Vector vor der Gestaltsänderung ω'_0 ist, wird also eine Function des Anfangswerthes ω'_0 von ω' und der Gestaltsvariablen m_1, \dots, n_3 sein und es kann gesetzt werden:

$$a_{\omega'} = f(\omega'_0, m_1, m_2, m_3, n_1, n_2, n_3).$$

Nach der Erfahrung ist diese Function als stetig, eindeutig und, überhaupt nur klein, verhältnissmässig wenig veränderlich mit den Gestaltsvariablen zu betrachten. Dann können aber die ersten Theildifferentiale dieser Function nicht als unendlich gross betrachtet werden und sie ist nach der von mir hergeleiteten Mac Laurin'schen Reihe für Quaternionen dann bis zu den Gliedern mit jenen ersten Theildifferentiale entwickelt in der Gleichung:

$$\begin{aligned}
a_{\omega'} = & a_{\omega'_0} + a'_{m_1, \omega'_0} m_1 + a'_{m_2, \omega'_0} m_2 + a'_{m_3, \omega'_0} m_3 \\
& + a'_{n_1, \omega'_0} n_1 + a'_{n_2, \omega'_0} n_2 + a'_{n_3, \omega'_0} n_3.
\end{aligned}$$

Die Coefficienten $a'_{m_1, \omega'_0}, \dots, a'_{n_3, \omega'_0}$ sind nur Functionen des Werthes ω'_0 des Vectors ω' vor Beginn der Gestaltsänderung und der Temperatur.

In entsprechender Weise ergibt sich die *Leitfähigkeit für Wärme* für dieselbe materielle Linie nach der Gestaltsänderung, da auch diese eine stetige, eindeutige und nur mässig veränderliche Function der Gestaltsvariablen ist, durch die Gleichung:

$$k_{\omega'} = k_{\omega'_0} + k'_{\omega'_0, m_1} m_1 + k'_{\omega'_0, m_2} m_2 + k'_{\omega'_0, m_3} m_3 \\ + k'_{\omega'_0, n_1} n_1 + k'_{\omega'_0, n_2} n_2 + k'_{\omega'_0, n_3} n_3.$$

In ihr ist $k_{\omega'_0}$ die Leitfähigkeit dieser materiellen Linie vor der Gestaltsänderung und die Coefficienten $k'_{\omega'_0, m_1}, \dots, k'_{\omega'_0, n_3}$ sind allein Functionen von ω'_0 und der Temperatur.

Allgemeiner wären die Coefficienten $k'_{\omega'_0, m_1}, \dots, k'_{\omega'_0, n_3}, \dots$ auch abhängig von den ersten und höheren Theilableitungen der Gestaltsvariablen und der Temperatur nach der Zeit anzusehen.

Der Vector ϱ eines Punktes des Krystalles während einer in ihm stattfindenden Bewegung sei gegeben durch die Gleichung:

$$\varrho = \omega + \varphi(S\omega\gamma, t);$$

in ihr ist ω der Vector dieses Punktes in der Anfangslage und $\varphi(S\omega\gamma, t)$ eine beliebige Vector-Function von $S\omega\gamma$ und der Zeit t . Der Vector γ sei ein Einheitsvector; es ist demnach für alle Punkte einer Ebene senkrecht zum Vector γ

$$S\omega\gamma = \text{const.} = C$$

die Verschiebung stets dieselbe. Bezeichnen wir abkürzend den Scalar $S\omega\gamma$ mit g , wird

$$d\varrho_{\omega_1} = \omega_1 + d_{\omega}\varphi(S\omega\gamma, t)_{\omega_1};$$

da nun

$$d_{\omega}\varphi(S\omega\gamma, t)_{\omega_1} = d_{S\omega\gamma}\varphi(S\omega\gamma, t)_{d_{\omega}S\omega\gamma_{\omega_1}} = d_g\varphi(g, t)_{S\omega_1\gamma} \\ = S\omega_1\gamma d_g\varphi(g, t)_{+1} = S\omega_1\gamma D_g\varphi$$

ist, und entsprechende Ableitungen für $d_{\omega}\varphi_{\omega_2}$ und $d_{\omega}\varphi_{\omega_3}$ gelten, folgt:

$$d\varrho_{\omega_1} = \omega_1 + S\omega_1\gamma D_g\varphi, \quad d\varrho_{\omega_2} = \omega_2 + S\omega_2\gamma D_g\varphi, \\ d\varrho_{\omega_3} = \omega_3 + S\omega_3\gamma D_g\varphi.$$

Danach ergeben sich die Gestaltsvariablen in den Formen, wenn der Werth von φ als klein angesehen wird und kleine

Werthe höherer Ordnung als er selber nicht in Betracht gezogen werden,

$$\begin{aligned} m_1 &= -S \omega_1 \gamma S \omega_1 D_8 \varphi, & m_2 &= -S \omega_2 \gamma S \omega_2 D_8 \varphi, \\ m_3 &= -S \omega_3 \gamma S \omega_3 D_8 \varphi, & n_1 &= -S [\omega_1 S \omega_2 \gamma + \omega_2 S \omega_1 \gamma] D_8 \varphi, \\ & & n_2 &= -S [\omega_2 S \omega_3 \gamma + \omega_3 S \omega_2 \gamma] D_8 \varphi, \\ & & n_3 &= -S [\omega_3 S \omega_1 \gamma + \omega_1 S \omega_3 \gamma] D_8 \varphi. \end{aligned}$$

Für die *Vectoren der elastischen Kräfte* $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ergeben sich nach dem Vorigen folgende Ausdrücke. Es wird:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \left\{ \left[-e_1 \left(m_1 - \int_0^t d_t m_1 \right) + e'_{1,2} D_t \left(m_1 - \int_0^t d_t m_1 \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + e'_{1,3} D_t^2 \left(m_1 - \int_0^t d_t m_1 \right) + \dots \right] (1 - w_2'' w_3'') + \left[e_1 \left(m_2 - \int_0^t d_t m_2 \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - e'_{1,2} D_t \left(m_2 - \int_0^t d_t m_2 \right) - e'_{1,3} D_t^2 \left(m_2 - \int_0^t d_t m_2 \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \dots \right] (w_1'' - w_3'' w_1''') + \left[e_1 \left(m_3 - \int_0^t d_t m_3 \right) - e'_{1,2} D_t \left(m_3 - \int_0^t d_t m_3 \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - e'_{1,3} D_t^2 \left(m_3 - \int_0^t d_t m_3 \right) - \dots \right] (w_1''' - w_2''' w_1'') \right\} r^{-1} U d \rho_{\omega_1} \\ &\quad - \left[v_1' \left(n_1 - \int_0^t d_t n_1 \right) + v'_{1,2} D_t \left(n_1 - \int_0^t d_t n_1 \right) \right. \\ &\quad \left. + v'_{1,3} D_t^2 \left(n_1 - \int_0^t d_t n_1 \right) + \dots \right] U d \rho_{\omega_2} \\ &\quad - \left[v_1''' \left(n_3 - \int_0^t d_t n_3 \right) + v'_{1,2} \left(n_3 - \int_0^t d_t n_3 \right) \right. \\ &\quad \left. + v'_{1,3} D_t^2 \left(n_3 - \int_0^t d_t n_3 \right) + \dots \right] U d \rho_{\omega_3} + \alpha_{1,0}, \\ \alpha_2 &= - \left[v_2' \left(n_1 - \int_0^t d_t n_1 \right) + v'_{2,2} D_t \left(n_1 - \int_0^t d_t n_1 \right) + v'_{2,3} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot D_t^2 \left(n_1 - \int_0^t d_t n_1 \right) + \dots \Big] U d \varrho_{\omega_1} + \dots \Big\{ \left[e_2 \left(m_2 - \int_0^t d_t m_1 \right) \right. \right. \\
& - e'_{2,2} D_t \left(m_1 - \int_0^t d_t m_1 \right) - e'_{2,3} D_t^2 \left(m_1 - \int_0^t d_t m_1 \right) - \dots \Big] \\
& \cdot \left(w'_2 - w'_3 w''_2 \right) + \left[- e_2 \left(m_2 - \int_0^t d_t m_2 \right) \right. \\
& + e'_{2,2} D_t \left(m_2 - \int_0^t d_t m_2 \right) + e'_{2,3} D_t^2 \left(m_2 - \int_0^t d_t m_2 \right) \\
& + \dots \Big] \left(1 - w'_3 w''_1 \right) + \left[e_2 \left(m_3 - \int_0^t d_t m_3 \right) - e'_{2,2} D_t \left(m_3 - \int_0^t d_t m_3 \right) \right. \\
& - e'_{2,3} D_t^2 \left(m_3 - \int_0^t d_t m_3 \right) - \dots \Big] \left(w''_2 - w'_1 w''_2 \right) \Big\} r^{-1} U d \varrho_{\omega_1} \\
& - \left[v''_2 \cdot \left(n_2 - \int_0^t d_t n_2 \right) + v'_{2,2} D_t \left(n_2 - \int_0^t d_t n_2 \right) \right. \\
& + v'_{2,3} D_t^2 \left(n_2 - \int_0^t d_t n_2 \right) + \dots \Big] U d \varrho_{\omega_1} + \alpha_{2,1} \cdot \\
a_3 = & - \left[v'''_3 \left(n_3 - \int_0^t d_t n_3 \right) + v'_{3,2} D_t \left(n_3 - \int_0^t d_t n_3 \right) \right. \\
& + v'_{3,3} D_t^2 \left(n_3 - \int_0^t d_t n_3 \right) + \dots \Big] U d \varrho_{\omega_1} - \left[v'_3 \left(n_2 - \int_0^t d_t n_2 \right) \right. \\
& + v'_{3,2} D_t \left(n_2 - \int_0^t d_t n_2 \right) + v'_{3,3} D_t^2 \left(n_2 - \int_0^t d_t n_2 \right) + \dots \Big] U d \varrho_{\omega_1} \\
& + \left\{ \left[e_3 \left(m_1 - \int_0^t d_t m_1 \right) - e'_{3,2} D_t \left(m_1 - \int_0^t d_t m_1 \right) \right. \right. \\
& - e'_{3,3} D_t^2 \left(m_1 - \int_0^t d_t m_1 \right) - \dots \Big] \left(w'_3 - w'_2 w'_3 \right) \\
& + \left[e_3 \left(m_2 - \int_0^t d_t m_2 \right) - e'_{3,2} D_t \left(m_2 - \int_0^t d_t m_2 \right) \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - e'_{3,3} D_t^2 \left(m_3 - \int_0^t dt m_3 \right) - \dots \left(w_3'' - w_1'' w_3' \right) \\
& + \left[- e_3 \left(m_3 - \int_0^t dt m_3 \right) + e'_{3,2} D_t \left(m_3 - \int_0^t dt m_3 \right) \right. \\
& \left. + e'_{3,3} D_t^2 \left(m_3 - \int_0^t dt m_3 \right) + \dots \right] (1 - w_1'' w_2') \left\} r^{-1} \cdot U d \rho_{\omega_3} + \alpha_{3,0}.
\end{aligned}$$

Die Vektoren $\alpha_{1,0}$, $\alpha_{2,0}$, $\alpha_{3,0}$ stellen den Werth der Vektoren der elastischen Kräfte zur Zeit Null dar und können in besonderen Fällen Nullvektoren sein.

Da der Krystall vor Eintritt der Wellenbewegung überall dieselbe Temperatur haben mag und deren Veränderung nur durch die in ihm fortschreitenden ebenen Wellen erzeugt wird, ist die Temperatur beim Beginn der Wärmeleitung in einer Ebene parallel den Wellenebenen constant und ändert sich nur von einer solchen Ebene zur anderen; sie wird dann durch die Wärmeleitung in der Art dieser Gleichmässigkeit in Ebenen parallel den Wellenebenen nicht geändert werden und sie wird sich deshalb als Function des Abstandes — $So\gamma$ und der Zeit t betrachten lassen in der Form:

$$t = f(q, t).$$

Der Wärmeverbrauch für eine unendlich kleine Zustandsänderung, bei der sich die Temperatur um dt und die Gestaltsvariablen um dm_1, \dots, dn_3 ändern und auch die Theilableitungen der Gestaltsvariablen und der Temperatur nach der Zeit ist gerechnet für die Volumeneinheit nach Früherem

$$\begin{aligned}
dw_{\varphi} + s c_{\varphi} dt &= \frac{\mathfrak{T}}{\alpha} D_t S \{ \alpha_1 U d \rho_{\omega_1} dm_1 + \alpha_2 U d \rho_{\omega_2} dm_2 \\
&+ \alpha_3 U d \rho_{\omega_3} dm_3 + \alpha_1 U d \rho_{\omega_2} dn_1 \\
&+ \alpha_2 U d \rho_{\omega_3} dn_2 + \alpha_3 U d \rho_{\omega_1} dn_3 \}.
\end{aligned}$$

Danach ist die *specifische Wärme* c dieser unendlich kleinen Zustandsänderung:

$$\begin{aligned}
c &= c_{\varphi} - \frac{\mathfrak{T}}{s \alpha dt} D_t \{ \alpha_1 U d \rho_{\omega_1} dm_1 + \alpha_2 U d \rho_{\omega_2} dm_2 \\
&+ \alpha_3 U d \rho_{\omega_3} dm_3 + \alpha_1 U d \rho_{\omega_2} dn_1 + \alpha_2 U d \rho_{\omega_3} dn_2 \\
&+ \alpha_3 U d \rho_{\omega_1} dn_3 \}.
\end{aligned}$$

Hierin kann nach Früherem c_g durch c_v ersetzt werden bei Nichtberücksichtigung von Gliedern, welche die Producte dreier kleiner Grössen als Factor enthalten.

Die Gleichung zur Bestimmung der Temperatur wird danach in diesem Falle die folgende:

$$\begin{aligned} D_t \mathfrak{T} = & \mathfrak{T} (s c_v a)^{-1} D_t \{ \alpha_1 U d \varrho_{\omega_1} D_t m_1 + \alpha_2 U d \varrho_{\omega_2} D_t m_2 \\ & + \alpha_3 U d \varrho_{\omega_3} D_t m_3 + \alpha_1 U d \varrho_{\omega_1} D_t n_1 + \alpha_2 U d \varrho_{\omega_2} D_t n_2 \\ & + \alpha_3 U d \varrho_{\omega_3} D_t n_3 \} + k_\gamma (s c_v)^{-1} D_0^2 \mathfrak{T}; \end{aligned}$$

in ihr ist

$$\begin{aligned} k_\gamma = & k_1 S \omega_1 \gamma^2 + k_2 S \omega_2 \gamma^2 + k_3 S \omega_3 \gamma^2 + k'_{\gamma, m_1} m_1 \\ & + \dots + k'_{\gamma, n_3} n_3. \end{aligned}$$

Da in der Gleichung zur Bestimmung der Temperatur α_1 , α_2 , α_3 mit den kleinen Theilableitungen der Gestaltsvariablen multiplicirt vorkommen, brauchen die Ausdrücke für diese Vektoren nur bis zu den kleinen Werthen erster Ordnung entwickelt zu werden, um zu einer Entwicklung dieser Gleichung bis zu den kleinen Werthen zweiter Ordnung zu führen. Es brauchen also die in diesen Vektoren vorkommenden Summen oder Integrale

$$\int_0^t d_t m_1, \dots, \int_0^t d_t n_3$$

nur bis zu kleinen Werthen erster Ordnung in Rechnung gestellt zu werden. Nun ist

$$\int_0^t d_t m_1 = a_1 (t - t_0) + \int_0^t a'_{\omega_1, m_1} m_1 dt + \dots + \int_0^t a'_{\omega_1, n_3} n_3 dt.$$

Ich habe früher angeführt, dass die Coefficienten der Gestaltsvariablen in den Ausdrücken für die thermischen Ausdehnungsindices als kleine Grössen betrachtet werden können, dann können wir auch die hier auftretenden Coefficienten $a'_{\omega_1, m_1}, \dots, a'_{\omega_1, n_3}$ als solche ansehen und die Integrale der letzten Gleichung auf deren rechter Seite können als kleine Grössen zweiter Ordnung angesehen werden, also hier fortfallen. Die Temperatur zu Beginn der Zeitrechnung ist t_0 . Dann wird also in diesem Falle:

$$\int_0^t d_1 m_1 = a_1 (t - t_0), \quad \int_0^t d_1 m_2 = a_2 (t - t_0),$$

$$\int_0^t d_1 m_3 = a_3 (t - t_0).$$

Es ergibt sich dann aber weiter $d_1 n_1$, $d_1 n_2$, $d_1 n_3$ durch folgende Betrachtung. Die Drehung, welche eine materielle Linie der Substanz eines Krystalles bei einer Temperaturveränderung dt erleidet, wenn er unter dem Einflusse constanter äusserer Kräfte steht, mithin eine Gestaltsänderung $m_1, \dots n_3$ erlitten hat, hängt ab von der Lage dieser Linie im Krystall vor seiner Gestaltsänderung — diese mag durch den Einheitsvector ω'_0 bestimmt sein —, ferner von der Gestalts- und der Temperaturänderung. Sie ist erfahrungsmässig klein und kann durch einen kleinen Vector ι dargestellt werden, der die Sehne dieses Winkels ist. Dann wäre

$$\iota = \varphi(\omega'_0, m_1, \dots n_3, dt).$$

Wenn auf diese stetige, eindeutige und kleine Function die Mac Laurin'sche Reihe für Quaternionen angewandt wird und zwar bis zu den ersten Theildifferentiale der Gestaltsvariablen, was geschehen kann, da sie mit den Gestaltsvariablen verhältnissmässig wenig veränderlich ist, so ergibt sich

$$\iota = \iota_{\omega'_0} + \iota_{m_1, \omega'_0} m_1 + \dots + \iota_{n_3, \omega'_0} n_3$$

und in dieser Entwicklung sind die Vektoren nur Functionen von ω'_0 und dt . Wenn man sie nach der letzteren Grösse, mit der sie sich nur mässig ändern, nach der Mac Laurin'schen Reihe für Quaternionen entwickelt, bis zu den ersten Theilableitungen, und beachtet, dass sie mit dt verschwinden, wird:

$$\iota = (\iota_{\omega'_0} + \iota_{m_1, \omega'_0} m_1 + \dots + \iota_{n_3, \omega'_0} n_3) dt.$$

Die neuen Vektoren der rechten Seite sind jetzt nur noch Functionen von ω'_0 . Der Vector $\iota_{\omega'_0}$ stellt die Drehung der betrachteten materiellen Linie dar vor der Gestaltsänderung des Krystalles, wenn er seine Temperatur ändert; diese Drehung verschwindet für die Krystallaxen. Es ist also $\iota_{\omega'_0}$ ein Nullvector, wenn ω'_0 die Richtung einer Krystallaxe hat. Da nun die materiellen Linien des Krystalles von einem seiner Punkte

aus, denen nach seiner Gestaltsänderung die Vektoren $d\rho_{\omega_1}$, $d\rho_{\omega_2}$, $d\rho_{\omega_3}$ zugehören, die Richtung der Krystallaxen haben, wird aus ihnen bei einer Temperaturänderung um dt bez.

$$d\rho_{\omega_1} + T d\rho_{\omega_1} (\iota'_{m_1, \omega_1} m_1 + \dots + \iota'_{n_3, \omega_1} n_3) dt,$$

$$d\rho_{\omega_2} + T d\rho_{\omega_2} (\iota''_{m_1, \omega_2} m_1 + \dots + \iota''_{n_3, \omega_2} n_3) dt,$$

$$d\rho_{\omega_3} + T d\rho_{\omega_3} (\iota'''_{m_1, \omega_3} m_1 + \dots + \iota'''_{n_3, \omega_3} n_3) dt.$$

Daraus ergibt sich, bei Anwendung der Ausdrücke für die Gestaltsvariablen, wie

$$n_1 = -S d\rho_{\omega_1} d\rho_{\omega_2} \cdot T d\rho_{\omega_1} T d\rho_{\omega_2}^{-1},$$

$$d_1 n_1 = -S (\iota'_{m_1, \omega_1} m_1 + \dots + \iota'_{n_3, \omega_1} n_3) dt U d\rho_{\omega_2} \\ - S (\iota''_{m_1, \omega_2} m_1 + \dots + \iota''_{n_3, \omega_2} n_3) dt U d\rho_{\omega_1},$$

$$d_1 n_2 = -S (\iota''_{m_1, \omega_2} m_1 + \dots + \iota''_{n_3, \omega_2} n_3) dt U d\rho_{\omega_3} \\ - S (\iota'''_{m_1, \omega_3} m_1 + \dots + \iota'''_{n_3, \omega_3} n_3) dt U d\rho_{\omega_2},$$

$$d_1 n_3 = -S (\iota'''_{m_1, \omega_3} m_1 + \dots + \iota'''_{n_3, \omega_3} n_3) dt U d\rho_{\omega_1} \\ - S (\iota'_{m_1, \omega_1} m_1 + \dots + \iota'_{n_3, \omega_1} n_3) dt U d\rho_{\omega_3}.$$

Nicht berücksichtigt sind Glieder, welche von höherer als der zweiten Ordnung in Bezug auf die Gestaltsvariablen und dt sind.

An gespannten Metalldrähten fand Dahlander, dass sich die Wirkung der Wärmevermehrung oder der Entziehung von Wärme in doppelter Weise äussert, einmal findet eine Gestaltsänderung statt, wie sie bei der betreffenden Aenderung der Temperatur dem Stoffe unbeeinflusst von äusseren Kräften zukommt und zweitens tritt zu dieser bei unveränderter Einwirkung der im Anfangszustande der Temperaturänderung auf ihn einwirkenden äusseren Kräfte eine weitere Gestaltsänderung hinzu, welche durch die Aenderung der elastischen Constanten mit der Temperatur bedingt ist. Es mögen hier die Ausdrücke für $d_1 m_1 \dots d_1 n_3$ bei der Annahme folgen, diese Art der Wirkung der Temperatursteigerung finde auch bei anderen Stoffen statt.

Es möge ein Körper einer in allen seinen Theilen gleichen Gestaltsänderung $m_1, \dots n_3$ bei der constanten Temperatur t unter dem Einflusse gegebener äusserer Kräfte unterworfen werden, unter dem er sich dann im Gleichgewichte befindet;

darauf soll er bei der constanten Temperatur $t + dt$ unter der Einwirkung derselben Kräfte die Gestaltsänderung

$$m_1 + \Delta m_1, \dots n_3 + \Delta n_3$$

erfahren, bei welcher er sich bei der veränderten Temperatur auch bei denselben äusseren Kräften im Gleichgewichte erhält. In beiden Endzuständen, in denen der Körper jedesmal in allen seinen Theilen gleiche Gestaltsänderung erfahren haben soll, verschwinden dann die Theilableitungen der Gestaltsvariablen nach der Zeit und die Vektoren der elastischen Kräfte müssen in beiden Gleichgewichtszuständen dieselben sein. Setzt man die nach den vorigen Ausdrücken für beide Zustände erhaltenen Werthe von $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ einander gleich, und lässt die Glieder mit den Producten von dt und $\Delta m_1, \dots$ fort, folgt:

$$\begin{aligned} 0 = & \left[-D_t(e_1(1 - w_2'' w_3'').r^{-1})dt m_1 - e_1(1 - w_2'' w_3'').r^{-1}\Delta m_1 \right. \\ & + D_t(e_1(w_1'' - w_3'' w_1'').r^{-1})dt m_2 + e_1(w_1'' \\ & - w_3'' w_1'').r^{-1}\Delta m_2 + D_t(e_1(w_1''' - w_2'' w_1'').r^{-1})dt m_3 \\ & \left. + e_1(w_1''' - w_2'' w_1'').r^{-1}\Delta m_3 \right] Ud\rho_{\omega_1} - (b_{v_1} v_{1,0}' dt n_1 \\ & + v_1' \Delta n_1) Ud\rho_{\omega_1} - (b_{v_1} v_{1,0}'' dt n_3 + v_1'' \Delta n_3) Ud\rho_{\omega_1}, \\ 0 = & - (b_{v_1} v_{2,0}' dt n_1 + v_2' \Delta n_1) Ud\rho_{\omega_1} \\ & + \left[D_t(e_2(w_2' - w_3' w_2'').r^{-1})dt m_1 + e_2(w_2' - w_3' w_2'') \right. \\ & \cdot r^{-1}\Delta m_1 - D_t(e_2(1 - w_3' w_1'').r^{-1})dt m_2 - e_2(1 - w_3' w_1'') \\ & \cdot r^{-1}\Delta m_2 + D_t(e_2(w_2''' - w_1''' w_2'').r^{-1})dt m_3 \\ & \left. + e_2(w_2''' - w_1''' w_2'').r^{-1}\Delta m_3 \right] Ud\rho_{\omega_1} + (b_{v_2} v_{2,0}' dt n_3 \\ & + v_2' \Delta n_3) Ud\rho_{\omega_1}, \\ 0 = & - (b_{v_2} v_{3,0}''' dt n_3 + v_3''' \Delta n_3) Ud\rho_{\omega_1} - (b_{v_2} v_{3,0}'' dt n_2 \\ & + v_3'' \Delta n_2) Ud\rho_{\omega_1} + \left[D_t(e_3(w_3' - w_2' w_3'').r^{-1})dt m_1 \right. \\ & + e_3(w_3' - w_2' w_3'').r^{-1}\Delta m_1 + D_t(e_3(w_3'' - w_1'' w_3'').r^{-1})dt m_2 \\ & + e_3(w_3'' - w_1'' w_3'').r^{-1}\Delta m_2 - D_t(e_3(1 - w_1' w_2'').r^{-1}) \\ & \left. \cdot dt m_3 - e_3(1 - w_1' w_2'').r^{-1}\Delta m_3 \right] Ud\rho_{\omega_1}. \end{aligned}$$

Es bezeichnet, wie früher, b den Temperaturcoefficienten eines Verdrehungsindex und zwar des dem b als unterer Index angefügten, also $b_{v_1} = D_t v_1' \cdot v_1'^{-1}$; die Temperaturcoefficienten der elastischen Constanten sind meistens als sehr kleine Grössen ermittelt worden; die in den letzten drei Gleichungen fortgelassenen Glieder enthalten danach das Product dreier kleiner Scalare als Factor. Zu Beginn der hier betrachteten Zustandsänderungen soll der Körper ohne Gestaltsänderung und unbeeinflusst von äusseren Kräften in Ruhe sein. Dann sind die Anfangswerthe der Vektoren der elastischen Kräfte, nämlich $\alpha_{1,0}$, $\alpha_{2,0}$, $\alpha_{3,0}$ nach der früheren Bezeichnung gleich Null.

Da die Vektoren $U d\rho_{\omega_1}$, $U d\rho_{\omega_2}$, $U d\rho_{\omega_3}$ diplanar sind, folgt aus den drei letzten Gleichungen, dass die Koeffizienten dieser Vektoren in jeder dieser Gleichungen verschwinden müssen. Das ergibt einmal, indem wir den Coefficienten von $U d\rho_{\omega_1}$ in der ersten, den von $U d\rho_{\omega_2}$ in der zweiten und den von $U d\rho_{\omega_3}$ in der dritten gleich Null setzen:

$$0 = -D_t(e_1(1 - w_2'' w_3'') \cdot r^{-1}) dt m_1 + D_t(e_1(w_1'' - w_3'' w_1'') \cdot r^{-1}) dt m_3 + D_t(e_1(w_1''' - w_2'' w_1') \cdot r^{-1}) dt m_3 - e_1(1 - w_2'' w_3'') \cdot r^{-1} \Delta m_1 + e_1(w_1'' - w_3'' w_1'') \cdot r^{-1} \Delta m_2 + e_1(w_1''' - w_2'' w_1') \cdot r^{-1} \Delta m_3,$$

$$D_t(e_2(w_2' - w_3' w_2'') \cdot r^{-1}) dt m_1 - D_t(e_2(1 - w_3' w_1'') \cdot r^{-1}) dt m_2 + D_t(e_2(w_2''' - w_1'' w_2') \cdot r^{-1}) dt m_3 = -e_2(w_2' - w_3' w_2'') \cdot r^{-1} \Delta m_1 + e_2(1 - w_3' w_1'') \cdot r^{-1} \Delta m_2 - e_2(w_2''' - w_1'' w_2') \cdot r^{-1} \Delta m_3,$$

$$D_t(e_3(w_3' - w_2' w_3'') \cdot r^{-1}) dt m_1 + D_t(e_3(w_3'' - w_1'' w_3') \cdot r^{-1}) dt m_2 - D_t(e_3(1 - w_1'' w_2') \cdot r^{-1}) dt m_3 = -e_3(w_3' - w_2' w_3'') \cdot r^{-1} \Delta m_1 - e_3(w_3'' - w_1'' w_3') \cdot r^{-1} \Delta m_2 + e_3(1 - w_1'' w_2') \cdot r^{-1} \Delta m_3.$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich ersichtlich, dass Δm_1 , Δm_2 , Δm_3 nur homogene, lineare Functionen von m_1 , m_2 , m_3 sind, welche dt proportional sind. Es ist aber die Zunahme der Dehnung von $d\rho_{\omega_1}$, welche infolge einer Temperaturänderung dt eintritt, oder $d_1 m_1$ dann wie $d_1 m_2$ und $d_1 m_3$ bestimmt durch die Gleichungen:

$$d_1 m_1 = a_1 dt + \Delta m_1, \quad d_1 m_2 = a_2 dt + \Delta m_2, \\ d_1 m_3 = a_3 dt + \Delta m_3.$$

Wenn man weiter beachtet, dass $v'_1 = v'_2$, $v''_2 = v''_3$, $v'''_1 = v'''_3$ ist, und dass eine Temperaturänderung eines krystallischen Würfels, dessen Kanten den Krystallaxen parallel sind und der nicht von äusseren Kräften beeinflusst wird, keine Verdrehung desselben erzeugt, dass mithin im vorliegenden Falle sich die Aenderung der Verdrehungen bei einer Temperaturänderung nur aus den soeben betrachteten ergibt, die nur eine Folge der Veränderung der elastischen Constanten mit der Temperatur ist, so ergibt sich durch Verschwindenmachen der Coefficienten von $U d\rho_{\omega_1}$, $U d\rho_{\omega_2}$ in der ersten, von $U d\rho_{\omega_1}$, $U d\rho_{\omega_2}$ in der zweiten und von $U d\rho_{\omega_1}$, $U d\rho_{\omega_3}$ in der dritten der vorigen Bestimmungsgleichungen für Δm_1 , . . . Δn_3 ,

$$d_1 n_1 = -b_{v_1'} v'_{1,0} n_1 dt \cdot v_1'^{-1},$$

$$d_1 n_2 = -b_{v_2''} v''_{2,0} n_2 dt \cdot v_2''^{-1},$$

$$d_1 n_3 = -b_{v_1'''} v'''_{1,0} n_3 dt \cdot v_1'''^{-1}.$$

Berlin, den 17. September 1896.

Berichtigung.

Bd. 58. (G. Schwalbe) p. 508 in der Tabelle muss es v. o. heissen:

I. Trockene Platte		II. Trockene Platte	
Ausschlag	Volt	Ausschlag	Volt
mm		mm	
296,0	10,1	286,0	9,7
156,0	5,3	156,0	5,3
86,0	2,9	86,0	2,9
55,9	1,9	46,7	1,6
41,0	1,4	18,0	0,6
etc.		etc.	

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND 60.

1. *Ueber das Ausströmen der Electricität aus einem Leiter in die Luft und über den Einfluss, welchen eine Temperaturerhöhung des Leiters auf diesen Vorgang ausübt; von A. Oberbeck.*¹⁾

1.

Aus den bisherigen Versuchen über das Verhalten der Luft gegen Electricität geht hervor, dass dieselbe bei Atmosphärendruck und gewöhnlicher Temperatur als ein sehr vollkommener Isolator anzusehen ist. Sie verliert indess ihre Isolationsfähigkeit unter verschiedenen Umständen, von denen hier die folgenden angegeben werden sollen.

a) Uebersteigt die Dichtigkeit der freien Electricität an der Grenze eines geladenen Leiters gegen Luft einen gewissen Werth, so geht Electricität an, bez. durch die Luft. Man muss annehmen, dass dieselbe durch starke electricische Kräfte eine Modification erleidet, bei welcher sie Electricität fortpflanzen kann. Ausser den gewöhnlichen Entladungserscheinungen in Form von Funken, Glimmen, Büscheln wollen wir hier noch die sogenannten Transversalentladungen anführen, welche Hittorf²⁾ und Andere untersucht haben, sowie die entladende Wirkung einer Funkenstrecke (Naccari)³⁾ auf einen benachbarten geladenen Leiter.

b) Wird ein geladener Leiter von Lichtstrahlen getroffen, so wird in vielen Fällen durch dieselben eine Entladung bewirkt. Dieselbe hängt von mannichfaltigen Umständen, hauptsächlich von der Beschaffenheit der Oberfläche des Leiters und von der Natur der Lichtstrahlen ab.

1) Im Auszug veröffentlicht: Sitzungsber. der Berliner Akad. 17. p. 313. 1895.

2) Hittorf, Wied. Ann. 7. p. 614. 1879.

3) Naccari, Beibl. 13. p. 421. 1889; 14. p. 665. 1890.

Jedoch scheint hierbei ausschliesslich die negative Electricität entladen zu werden.¹⁾

Zur Erklärung dieser Erscheinung kann die Thatsache dienen, dass die wirksamen Oberflächen bei Berührung mit der Luft durch Bestrahlung positiv electrisch werden und dass auf diese Weise die negative Ladung vernichtet wird.

Auch die Entladung durch die X-Strahlen gehört wohl hierher. Doch tritt dabei kein durchgreifender, polarer Unterschied der beiden Electricitäten ein.

c) Eine erhebliche Temperaturerhöhung (bis zur Rothgluth) macht die Gase leitend.

Eine hiermit verwandte, in mancher Beziehung aber doch davon verschiedene Erscheinung ist die Entladung eines isolirten Leiters, wenn in der Nähe desselben ein abgeleiteter Conductor bis zur Rothgluth erhitzt wird. Doch tritt hierbei wieder ein polarer Unterschied in dem Verhalten der beiden Electricitäten auf.

Während bei Rothgluth des abgeleiteten Conductors die *negative* Electricität schnell und vollständig *entladen* wird, findet dies bei einem positiv geladenen Leiter nicht statt. Bei letzterem beginnt die Entladung erst dann, wenn die Temperatur des erhitzten Leiters bis zur Weissgluth gesteigert wird.²⁾

Nach Elster und Geitel ist diese Erscheinung durch die Thatsache zu erklären, dass die Luft in Berührung mit einem *rothglühenden* Körper *positiv* electrisch wird und dass dann electrisirte Lufttheilchen, durch den negativ geladenen Leiter angezogen, die Entladung desselben bewirken. Ein positiv geladener Leiter kann daher durch diesen Vorgang nicht entladen werden.

Bei Berührung der Luft mit einem weissglühenden Leiter füllt sich dieselbe mit *positiv* und mit *negativ* geladenen

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. **57**. p. 24. 1896.

2) Literatur über diese und verwandte Erscheinungen: Guthrie, Chem. News **45**. p. 116; Beibl. **6**. p. 686. 1882; J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. **19**. p. 588. 1883; **26**. p. 1. 1885; **31**. p. 109. 1887; **37**. p. 315. 1889; **38**. p. 27. 1889; Sitzungsber. der Wien. Akad. (2) **97**. p. 1175. 1889; K. Wesendonek, Wied. Ann. **30**. p. 1. 1887; R. Koch, Wied. Ann. **33**. p. 454. 1888; Branly, Compt. rend. **114**. p. 831. 1892; p. 1531. 1892.

Theilchen, sodass dann auch die Entladung der positiven Electricität erfolgen kann.

Dieselbe Erscheinung tritt bei vielen anderen Gasen und Dämpfen ein. Dagegen zeigen Wasserstoff und die Zersetzungsproducte von Fettdämpfen das entgegengesetzte Verhalten. Dieselben werden bei Berührung mit einem glühenden Leiter negativ electrisch. Dementsprechend wird in ihnen ein glühender, positiv geladener Leiter leichter entladen, als ein negativ geladener.

Die zuvor angeführten Untersuchungen beziehen sich auf das Verhalten *glühender Drähte*.

Die Electricitätserregung der Gase bei Berührung mit Leitern, deren *Temperatur unter der Rothgluth* liegt, hat vor kurzem G. Vincentini¹⁾ studirt, indem er das Potential beobachtete, bis zu welchem ein isolirter Platindraht geladen wurde, wenn in seiner Nähe durch einen zweiten Draht ein Strom geleitet wurde, welcher denselben auf verschiedene Temperaturen erwärmte. Ferner war es hierdurch möglich, dem erwärmten Draht je nach der Anordnung ein positives oder negatives Potential von einigen Volt zu ertheilen.

Die Hauptresultate waren hierbei die folgenden²⁾:

„Ein zwischen 200 und 600° erhitzter Platindraht electrirt die ihn umgebende Luft sehr schwach und verleiht ihr ein positives Potential von einigen Hundertstel Volt. Ueber 600° nimmt die Electrisirung langsam zu und erreicht ein Maximum bei 1000°. Wenn der Platindraht ein positives Potential von + 4 Volt besitzt, so ertheilt er dem isolirten Draht bei einer Temperatur von 200—600° nur eine Ladung von + 0,2 Volt. Oberhalb 650° wächst die Electrisirung schnell und erreicht bei 750° dasselbe Potential wie der glühende Draht. Ist das Potential des erhitzten Drahtes — 4 Volt, so bewirkt er bei Temperaturen unter 650° eine schwache negative Ladung des isolirten Drahtes. Von 650—900° wächst dieselbe langsam, von 900—1050° schnell, wobei der isolirte Draht dasselbe Potential aufweist, wie der glühende.“

1) G. Vincentini, Beibl. 18. p. 876. 1894; 19. p. 521. 1895; Naturw. Rundschau 11. p. 468. 1896.

2) Vgl. Naturw. Rundschau p. 468.

Hiernach erfolgt also die positive Electrification der Luft schon bei verhältnissmässig niedrigeren Temperaturen und ist der Uebergang der positiven Electricität bevorzugt. Man könnte daher erwarten, dass sich die oben erwähnten bei Rothgluth *stark* auftretenden Entladungserscheinungen negativer Electricität (infolge leichteren Ueberganges der positiven Electricität) auch schon bei niedrigeren Temperaturen nachweisen liessen und dass eine Temperatursteigerung überhaupt den Ausfluss der positiven Electricität begünstigen müsse, auch in dem Falle, wo die Hauptursache desselben eine andere ist.

Versuche, welche ich hierüber anstellte, führten von selbst auf die allgemeinere Frage nach den Bedingungen, unter welchen Electricität infolge grossen Potentialgefälles von einem Leiter an die Luft übergeht, insbesondere aber nach dem Einfluss, welchen die Temperaturerhöhung des Leiters hierauf ausübt.

Trotz einer grossen Zahl von Untersuchungen über die Glimm- und Büschelentladungen ist es bis jetzt nicht gelungen, für dieselben quantitative Gesetze von grösserer Allgemeinheit aufzustellen. Nur soviel weiss man, dass zum Beginn des Ausströmens ein gewisser Grenzwert der Dichtigkeit oder des Potentialgefälles überschritten sein muss.

Dieser Grenzwert scheint unter sonst gleichen Umständen von dem Vorzeichen der sich entladenden Electricität abzuhängen. Bei dem Ausströmen aus einer Spitze ist gewöhnlich die zum Beginn der Entladung erforderliche Dichtigkeit geringer, wenn die Ladung eine negative ist. Doch kommen auch Ausnahmen von dieser Regel vor.¹⁾

Nach A. Heydweiller²⁾ soll ein Unterschied der Dichtigkeiten positiver und negativer Electricität, welche zum Beginn der Entladung aus einer Kugel von 0,5 cm Durchmesser erforderlich sind, nicht vorhanden sein.

G. Jaumann³⁾ findet das Potentialgefälle für die Entladung aus dünnen Drähten grösser, wenn die Ladung negativ, als wenn sie positiv ist.

Eine allgemeine Regel, wonach die eine Electricitätsart sich leichter entladet als die andere, scheint hiernach nicht zu existiren.

1) J. Precht, Wied. Ann. 49. p. 168. 1893.

2) Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 110. 1893.

3) G. Jaumann, Sitzungsber. d. Wien. Akad. (2) 97. p. 1587. 1889.

Es entsteht nun die Frage, welchen Einfluss hierauf eine Temperaturerhöhung des Leiters ausübt. Diese Temperaturerhöhung sollte bis zum Glühen gesteigert werden, um festzustellen, in welchem Zusammenhang die sich dabei etwa ergebenden polaren Unterschiede mit den zuvor besprochenen Erscheinungen der unipolaren Leitung stehen.

2.

Zur Beantwortung dieser Fragen wurde die folgende Versuchsanordnung benutzt.

Ein leitender Körper wird von einer Hartgummisäule getragen. Derselbe ist mit der inneren Belegung einer kleinen Leydener Flasche und mit einem Braun'schen Electrometer verbunden, an welchem der Potentialwerth des geladenen Systems abgelesen werden kann.

Die Theilung des Electrometers war mit Hülfe einer electrostatischen Waage geprüft worden. Sie hatte sich als richtig erwiesen. Nur betrug der absolute Werth eines jeden Theilstriches, welcher von dem Verfertiger zu 1000 Volt angegeben war, 1124 Volt.

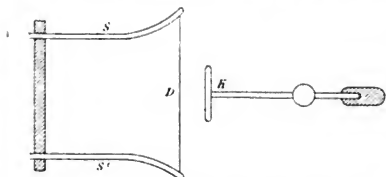
Dem oben erwähnten Leiter wird ein mit der Erde verbundener Conductor genähert, auf welchem durch Influenz eine Ladung von messbarer Dichtigkeit hervorgerufen wird. Ausserdem sollte die Temperatur desselben in weiten Grenzen verändert und auch gemessen werden. Demgemäss wurden hierzu Platindrähte gewählt, welche durch electriche Ströme leicht auf höhere Temperaturen gebracht werden konnten. Das eine Ende derselben war stets zur Erde abgeleitet, sodass die durch den Strom hervorgebrachte electriche Spannung sehr klein ist und im Vergleich zu den erheblichen Potentialwerthen des electriche Kraftfeldes, in welchem sich der Draht befindet, zu vernachlässigen ist.

Der Draht ist zwischen zwei schmalen Streifen von Kupferblech ausgespannt, welche an einer Hartgummiplatte befestigt sind. Diese ist auf einer Theilmaschine derart angebracht, dass sie durch die Mikrometerschraube derselben verschoben und bis auf Hundertstel Millimeter genau eingestellt werden kann.

Die ganze Anordnung ist aus nachstehender Figur zu sehen. Als isolirter Leiter dient hier eine Kupferplatte *K*, welcher der Draht *D* gegenübersteht. Derselbe kann parallel mit sich selbst verschoben werden. Durch die Kupferblechstreifen *S* und *S'* wird demselben der electriche Strom zugeführt.

Bei Annäherung des Drahtes an den geladenen Leiter wird ersterer durch Influenz electricirt. Erreicht die Dichtigkeit der Electricität an derjenigen Stelle des Drahtes, wo das Kraftfeld am grössten ist, einen gewissen Grenzwert, so geht die Electricität aus dem Draht in die Luft über und fliesst nach dem isolirten Conductor, dessen Potential zu sinken beginnt. Die entsprechenden Potentialwerthe werden jedesmal für bestimmte Entfernungen des Drahtes abgelesen.

Durch Benutzung der Mikrometerschraube wird erreicht,



dass während der ganzen Versuchsreihe der Zustand des electricchen Kraftfeldes nur sehr wenig vom Gleichgewicht verschieden ist. Hierdurch wird die Beobachtung des Entladungspotentials vereinfacht.

Es hat sich nämlich bei früheren Versuchen (von Röntgen¹⁾ und Precht²⁾) gezeigt, dass, wenn bei der Entladung der Electricität aus feinen Spitzen grössere Mengen an die umgebende Luft übergegangen sind, dieselbe derartig verändert worden ist, dass die Entladung bei einem höheren Potential beginnt und bei einem niedrigeren Potential aufhört, dass man also zwischen einem *Anfangspotential* und einem *Endpotential* oder *Minimumpotential* zu unterscheiden hat.

Dies ist bei der von mir getroffenen Versuchsanordnung nicht erforderlich. Bei Annäherung des Drahtes aus grosser Entfernung bleibt zuerst das Potential des geladenen Leiters constant. Von einer bestimmten Lage an sinkt dasselbe und

1) W. Röntgen, Gött. Nachr. 1878. p. 390.

2) J. Precht, Wied. Ann. 49. p. 150. 1893.

geht bei weiterer Annäherung mehr und mehr zurück. Dabei entspricht aber jeder Entfernung des Drahtes von dem Conductor ein gewisser Potentialwerth, welcher an dem Electrometer abgelesen wird.

Die Bedeutung desselben für den Vorgang der Entladung geht aus der folgenden Beobachtung hervor. Der Ausfluss der Electricität aus dem Draht erfolgt jedenfalls zuerst an der Stelle, wo die Dichtigkeit oder das Potentialgefälle am grössten ist. Bei der getroffenen Versuchsanordnung können diese Grössen berechnet werden.

Befindet sich ein abgeleiteter geradliniger Draht von sehr kleinem Durchmesser in einem electrischen Kraftfelde, welches für einen Theil des Drahtes nahezu constant ist und dort dem Potential V_1 entspricht, so ist die Dichtigkeit der freien Electricität an der betreffenden Stelle der Drahtoberfläche:

$$\delta = - \frac{V_1}{4 \pi \varrho \log \frac{l}{\varrho}},$$

das Potentialgefälle:

$$G = - \frac{V_1}{\varrho \log \frac{l}{\varrho}},$$

wenn l die Länge, ϱ der Radius des Drahtes ist.

Ist der Werth des Potentials auf dem isolirten Conductor bekannt — derselbe mag mit V_0 bezeichnet werden —, so kann man V_1 nach den Regeln der Potentialtheorie berechnen, wenn der Conductor gewisse einfache Formen hat.

Ausser für die Kugel gestaltet sich diese Rechnung für ein Ellipsoid sehr einfach. Insbesondere kann auch eine dünne, kreisförmige Platte als besonderer Fall eines abgeplatteten Rotationsellipsoids angesehen werden.

Demnach wurden als isolirte Conductoren eine Kugel und eine kreisförmige Platte benutzt. Im ersteren Falle ist:

$$V_1 = \frac{V_0 R}{r},$$

wenn R der Radius der Kugel, r die Entfernung des betreffenden Punktes vom Mittelpunkt ist.

Im zweiten Falle ist für einen Punkt der Axe:

$$V_1 = V_0 \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \arctg \frac{x}{R} \right\},$$

wenn x die Entfernung des Punktes von der Scheibe, R deren Radius ist.

Ich lasse zunächst eine Versuchsreihe als Beispiel folgen. Bei derselben war vor einer Kupferplatte von 64 mm Durchmesser ein Platindraht von 200 mm Länge und von 0,056 mm Durchmesser ausgespannt. Unter V_0 stehen die beobachteten Potentialwerthe für die Entfernungen x , unter V_1 die nach der letzten Formel daraus berechneten Werthe.

Tabelle I.

x mm	V_0	V_1
40	11260	5050
35	10130	4973
30	9010	4842
25	7995	4768
20	6980	4618
15	6080	4473
10	5180	4242

3.

Die Abnahme von V_1 bei Annäherung des Drahtes ist eine verhältnissmässig geringe. Ja man kann sich die Frage vorlegen, ob dieselbe nicht bloß eine scheinbare ist, infolge der mangelhaften Berechnung des ganzen Vorganges und ob dieselbe nicht darauf zurückgeführt werden kann, dass durch den abgeleiteten Draht eine merkliche Rückwirkung durch Influenz auf den Condensator ausgeübt wird, gross genug um die Abnahme des Potentials bei grösserer Annäherung zu erklären. Eine exacte Behandlung dieses Vorganges ist mit grossen analytischen Schwierigkeiten verbunden. Auf die folgende Weise kann man aber eine Correction erhalten, welche bei grösseren Entfernungen jedenfalls zutreffend ist. Nach den früheren Auseinandersetzungen handelt es sich dann um das folgende Problem. Der isolirte Condensator ist durch einen längeren Draht mit der inneren Belegung einer Leydener Flasche verbunden, deren Capacität gross ist im Vergleich zu derjenigen des Leiters. Wird letzterem ein zweiter, abgeleiteter

Conductor genähert, so wird derselbe entgegengesetzt electricisch und wirkt influenzirend auf den ersten Conductor zurück. Hierdurch wird die ursprüngliche Ladung desselben vergrößert, während die entgegengesetzte Electricität an die entfernte Leydener Flasche abfließt. In erster Annäherung kann man sich die neue Ladung auf dem Conductor so ausgebreitet denken, als ob sie für sich im Gleichgewicht wäre. Sie wird also auch die Fernwirkung des Conductors verstärken und zwar um so mehr, je näher der abgeleitete Conductor herandrückt.

Die ursprüngliche Ladung des ersten Conductors bei dem Potential V_0 sei E , seine Capacität C . Dann ist:

$$E = C V_0.$$

Ist die Entfernung der beiden Leiter gross im Vergleich zu ihren Dimensionen, dann ist der Werth des Potentials von E in der Gegend des zweiten Conductors:

$$\frac{E}{r},$$

wo r eine gewisse, mittlere Entfernung der beiden Leiter ist.

Ist e die auf dem zweiten Leiter durch Influenz angesammelte Menge, c die Capacität desselben, so ist das Potential auf demselben

$$\frac{E}{r} + \frac{e}{c} = 0,$$

weil derselbe abgeleitet ist. Also:

$$e = - \frac{E c}{r}.$$

Das Potential von e auf dem ersten Conductor ist wieder in erster Annäherung:

$$\frac{e}{r}.$$

Also tritt an Stelle der früheren Gleichung:

$$V_0 = \frac{E}{C}.$$

die neue Gleichung:

$$V_0 = \frac{E}{C} + \frac{e}{r} = \frac{E}{C} \left\{ 1 - \frac{e C}{r^2} \right\}.$$

Diese Schlussfolgerungen werden auch dann noch gelten, wenn eine grössere Anzahl kleiner, abgeleiteter Conductoren vorhanden sind. Es ist dann:

$$V_0 = \frac{E}{C} \left\{ 1 - C \sum \frac{e}{r^2} \right\},$$

wobei die Summe über die Capacitäten bez. die Entfernungen der einzelnen Condensatoren zu nehmen ist. Handelt es sich dabei um die aneinander gereihten Elemente eines sehr langen, geradlinigen Drahtes und ist c_1 die Capacität der Längeneinheit, so ist:

$$V_0 = \frac{E}{C} \left\{ 1 - C c_1 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \varrho^2} \right\},$$

$$V_0 = \frac{E}{C} \left\{ 1 - \frac{C c_1 \pi}{x} \right\}.$$

Für einen Draht von der Länge l (welche gross ist im Vergleich zum Radius) und dem Radius ϱ ist:

$$c_1 = \frac{1}{2 \log \frac{l}{\varrho}}.$$

Ist der primäre Leiter eine Kugel vom Radius R , so ist:

$$C = R.$$

Besteht derselbe aus einer Kreisscheibe mit dem Radius R , so ist:

$$C = \frac{2 R}{\pi}.$$

Im Fall der Kugel ist V_0 aus der Formel:

$$V_1 = \frac{E}{x} = \frac{R V_0}{x \left(1 - \frac{\pi R}{2 x \log \frac{l}{\varrho}} \right)}$$

zu berechnen, wo x die Entfernung des Kugelmittelpunktes vom Drahte ist.

Für die Kreisscheibe kann man in erster Annäherung schreiben:

$$V_1 = \frac{V_0 \left(1 - \frac{2}{\pi} \arctg \frac{x}{R} \right)}{1 - \frac{l}{x \log \frac{l}{\varphi}}}.$$

Hier ist x die Entfernung des Mittelpunktes der Platte vom Drahte. Man übersieht, dass man dadurch besonders für kleinere Entfernungen etwas übercorrigirte Werthe von V_1 , d. h. etwas zu grosse Werthe erhält. Jedenfalls kommen dieselben aber den wahren Werthen näher, als die nicht corrigirten, sodass ich in den später mitzutheilenden Tabellen stets die eben besprochenen Correcturen angebracht habe.

4.

Wie früher besprochen, wurde die Temperatur des Drahtes durch Hindurchleiten electrischer Ströme verändert. Um aus den Intensitäten derselben auf die Temperatur schliessen zu können, waren die Verhältnisse der Widerstände der Platin-drähte bei verschiedenen starken Strömen zu dem Widerstand bei Benutzung eines schwachen Stromes festgestellt worden.

Ausserdem waren die Drähte bis zu bekannten Temperaturen erwärmt und die denselben entsprechenden Widerstände bestimmt worden. Doch erstreckten sich diese Messungen nur auf Temperaturen bis etwa 300°. Sehr willkommen war mir daher die Veröffentlichung einer Untersuchung von L. Holborn und W. Wien¹⁾, welche die Veränderungen des Widerstandes von reinem Platin bis zu Temperaturen von 1500° gemessen haben. Sie haben dabei für zwei verschiedene Platin-drähte bis 1000° Uebereinstimmung gefunden. Ich habe daher die von ihnen gefundenen Zahlenverhältnisse auch für die Widerstandsänderungen meiner Drähte von reinem Platin benutzt. Die hiernach berechneten Temperaturen der Platindrähte sind in den folgenden Tabellen unter t angegeben.

Ferner stehen neben den Entfernungen y des Drahtes von der Kugelfläche (also: $x = y + R$) die nach der oben angegebenen Formel corrigirten Werthe von V_1 in Volt, bei positiver bez. negativer Ladung des Conductors.

1) L. Holborn u. W. Wien, Wied. Ann. 56. p. 360. 1896.

Tabelle II.

Kugel von 11,5 mm Radius. Platindraht von 0,1 mm Durchmesser.

t	20°		140°		320°		430°		560°	
y mm	—	+	—	+	—	+	—	+	—	+
20					3090	2600	2780	2160		2120
16					3220	2610	2860	2200	1)	2100
12	4860	4920	4130	4010	3220	2670	2920	2160		2130
10	4880	5000	4090	3950	3160	2500	2770	2170		
Mittel	4870	4960	4110	3980	3172	2595	2832	2172		2117

Aus dieser Tabelle geht zunächst hervor, dass die Potentialwerthe von der Entfernung unabhängig sind, mit anderen Worten, dass die Entladung aus dem Draht und damit diejenige des isolirten Systems in jedem besonderen Falle bis zu einem grösseren Grenzwerte des Potentialgefälles fortschreitet, und dass man also aus den Einzelwerthen jeder Verticalreihe das Mittel nehmen kann. Dementsprechend sollen in den folgenden Tabellen nur diese Mittelwerthe mitgetheilt werden.

Tabelle III.

Kugel von 11,5 mm Radius. Platindraht von 0,05 mm Durchmesser.

t	—	+
20°	4280	4280
110	3810	3550
260	3290	2920
450	2810	2330
570	2)	2060
680		1910

Tabelle IV.

Kupferplatte von 64 mm Durchmesser.

Platindraht von 0,1 mm

„

t	—	+
20°	6170	6030
110	5190	5120
220	4350	3860
320	3790	3230
380	3510	2880
450	3)	2730
500	4)	2450
560		2380

1) Vollständige Entladung.

2) Vollständige Entladung.

3) Sehr langsame, aber andauernde Entladung.

4) Schnellere, vollständige Entladung.

Tabelle V.

Kupferscheibe von 64 mm Durchmesser.
 Platindraht von 0,05 mm „

t	-	+
20°	5540	5610
70	4850	4850
180	4290	4020
260	3810	3530
450	3320	2630
570	1)	2350
680		2280

Aus den mitgetheilten Beobachtungen ergibt sich Folgendes:

a) Die Entladungspotentiale sind bei gewöhnlicher Temperatur von den Durchmessern der Drähte abhängig. Je dünner der Draht, um so niedriger liegen dieselben. Zu demselben Resultat ist bereits G. Jaumann ²⁾ gelangt. Die von demselben nach einer wesentlich verschiedenen Methode gefundenen Entladungspotentiale für Drähte von 0,05 und 0,1 mm Durchmesser betragen in runder Zahl für positive Electricität: 3700 und 4700 Volt, für negative: 3800 und 5000 Volt, sind also von derselben Grössenordnung wie diejenigen Werthe, welche aus den mitgetheilten Tabellen folgen.

b) Bei Benutzung des kugelförmigen Conductors sind die Entladungspotentiale kleiner wie bei der Kreisscheibe. Es scheint daher nicht allein auf den Maximalwerth des Kraftfeldes, sondern auch auf den ganzen Verlauf der Kraftlinien anzukommen.

c) Bei gewöhnlicher Temperatur sind die Potentiale für die beiden Electricitäten wenig voneinander verschieden. Bei einer Versuchsreihe (Tab. III) sind sie einander gleich, bei zwei anderen ist das Potential bei positiver Ladung des Conductors das grössere, bei einer Reihe ergibt sich das umgekehrte Resultat. Es scheint sich dabei um einen Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit des Drahtes zu handeln, für welchen ich bis jetzt noch eine Gesetzmässigkeit nicht habe auffinden können.

1) Vollständige Entladung.

2) G. Jaumann, Sitzungsber. d. Wien. Akad. d. Wissensch. (2) 97. p. 1587. 1896.

d) Die Temperaturerhöhung des Drahtes bewirkt zweierlei; einmal eine Herabsetzung des Entladungspotentials für beide Electricitäten, zweitens einen sich immer mehr und mehr ausprägenden, polaren Unterschied derselben; und zwar ist stets das Entladungspotential für positive Ladung kleiner, als dasjenige für negative Ladung. Mit anderen Worten: Bei erhöhter Temperatur fließt aus einem dünnen Draht infolge des electricischen Potentialgefälles negative Electricität leichter aus als positive.

Es findet demnach eigentlich das Gegentheil von dem statt, was man vielleicht aus den Erscheinungen der unipolaren Leitung hätte schliessen können, indem man daraus folgert, dass die positive Electricität leichter an die Luft übergeht.

Nach den mitgetheilten Beobachtungen hat man es mit zwei verschiedenen Erscheinungen zu thun, von denen die eine: Herabsetzung des Entladungspotentials durch Temperaturerhöhung schon bei geringer Erwärmung beginnt und dann immer weiter zunimmt, während die andere erst zwischen 450—500° merklich wird, dann aber fortwährend andauert und schliesslich zu einer vollständigen Entladung des negativ geladenen Conductors führt.

5.

Die beschriebenen Erscheinungen lassen sich auch in verdünnter Luft nachweisen. Jedoch lassen sich hier die Beobachtungen nicht mit derselben Präcision ausführen.

Es wurde die folgende Anordnung benutzt. Ein Luftpumpenteller war doppelt durchbohrt; in die Durchbohrungen waren isolirte Leitungen eingesetzt, welche in Klemmschrauben endeten. Dieselben trugen verticale Kupferträger, zwischen denen der Platindraht ausgedehnt wurde.

Die Glocke des Recipienten war ebenfalls durchbohrt und war an der isolirten Zuleitung eine Kupferplatte befestigt, welcher parallel der Draht in einer Entfernung von 10 mm verlief. Mit der isolirten Platte stand das Electrometer in Verbindung. Es zeigte sich, dass dasselbe bei Ladung mit Electricität einen gewissen Grenzwert des Potentials annahm, während der Ueberschuss durch den abgeleiteten Platindraht abfloss.

Da es nicht möglich war, die Entfernung zwischen Draht und Platte zu verändern, so wurde zuerst die eben besprochene

Ladung ertheilt, während der Platindraht kalt war und das Potential derselben am Electroden abgelesen. Hierauf wurde ein Strom durch den Draht geleitet und das — jetzt geringere — Potential von neuem bestimmt.

Derartige Versuche wurden angestellt, einmal bei verschiedenem Druck der Luft, ferner für positive und negative Electricität.

Die Temperaturbestimmungen des Drahtes wurden hierbei ziemlich unsicher, da durch die stärkeren Ströme der ganze Recipient sich erwärmte und dann die Wärmeabgaben des Drahtes unter veränderten Verhältnissen stattfanden.

Ich theile daher bei den folgenden Angaben die Stärken der hindurchgeleiteten Ströme in Ampère mit. und gebe die Potentiale einfach in Scalentheilen des Electrometers, von denen jeder etwas mehr als 1000 Volt repräsentirt. Dieselben sind also nicht identisch mit den früheren Werthen der Entladungspotentiale V_1 , sind denselben aber proportional, da eine Veränderung der relativen Lage der beiden Leiter nicht stattfand.

Hiernach dürften die folgenden Tabellen verständlich sein:

Tabelle VI.

$p = 730 \text{ mm}$			$p = 490 \text{ mm}$		
i	—	+	i	—	+
0	7,0	7,0	0	5,9	5,9
0,8	6,0	5,6	0,8	5,0	4,3
1,0	5,3	4,9	1,2	4,1	3,8
1,2	4,7	4,3	1,4	3,6*	3,0
1,4	4,3*	3,0			
$p = 380 \text{ mm}$			$p = 120 \text{ mm}$		
i	—	+	i	—	+
0	4,1	4,1	0	2,7	2,5
0,8	3,5	3,0	0,8	2,5	1,4
1,2	2,9*	2,4	1,2	2,2*	1,3
$p = 50 \text{ mm}$					
i	—	+			
0	1,8	1,3			
0,8	1,7	0,8			
1,0	1,5*	0,5			

Die (*) in den einzelnen Reihen bedeuten, dass der Draht deutlich rothglühend war und dass eine weitere vollständige Entladung stattfand. Hierzu möchte ich bemerken, dass diese Entladung überhaupt viel langsamer von statten ging als bei der Beobachtung in der freien Luft. Während bei Stromschluss ziemlich schnell der in den Tabellen bezeichnete Abfall des Potentials von dem Werthe für $i = 0$ sich vollzog und dann die Electrometernadel bei positiver Electricität und bei niedrigeren Temperaturen des Drahtes auch für negative Electricität eine constante Stellung einnahm, folgte bei den durch ein Kreuz bezeichneten Beobachtungen noch ein weiterer, langsamer, aber lange andauernder Rückgang.

Im ganzen zeigen die zuletzt mitgetheilten Beobachtungen, dass die Verhältnisse sich auch bei verdünnter Luft nicht wesentlich verändert haben. Man übersieht zunächst, dass durch die Verdünnung allein — wie bekannt — die Potentialwerthe sinken, zunächst gleichmässig für + und — Electricität, bei geringem Druck etwas stärker für eine positive Ladung. Dann tritt noch der Einfluss der erhöhten Temperatur des Drahtes hinzu, durch welchen ein weiteres Sinken des Potentials bewirkt wird und zwar stets bedeutender für positive, als für negative Electricität, sodass auch hier der Satz, dass der Ausfluss der negativen Electricität (aus dem Draht) bei erhöhter Temperatur leichter erfolgt als derjenige der positiven seine Gültigkeit behält.

Tübingen, den 16. November 1896.

**2. Beobachtungen über die Potentiale,
bei denen die Spitzenentladung in Luft und
Wasserstoff beginnt; von K. Wesendonck.**

In einer früheren Untersuchung¹⁾ hatte sich gezeigt, dass einige Gase eine je nach dem Vorzeichen specifisch verschiedene Durchlässigkeit für electriche Spitzenentladungen besitzen. Stellt man zwischen einer durch ein Galvanometer abgeleiteten Platte und einer Spitze solche Potentialdifferenzen her, dass z. B. in Luft und Stickstoff von demselben Druck und derselben Temperatur gleiche positive Electricitätsmengen übergehen, so ist solches nicht auch für negative Ladungen der Fall. Der Stickstoff lässt erheblich mehr negative Electricität hindurchgehen, als cet. par. Luft, und es wurde daraus geschlossen, dass der Sauerstoff den Widerstand gegen die negative Strömung nicht unbedeutend erhöhe. Noch mehr bevorzugt als in Stickstoff erschien diese bei Wasserstoff, wenigstens unter den relativ kleinen Spannungen, welche hierbei mit der Influenzmaschine zu erreichen waren. Versuche mit Inductor- und Teslaentladungen haben seitdem zu obigem Befunde interessante Ergänzungen und Bestätigungen geliefert. Hochgespannte und sehr schnell alternirende Ströme zu einer Spitze geführt, laden eine ihr gegenüberstehende isolirte Platte in Luft und Sauerstoff positiv, statt wie zu erwarten, negativ. In Stickstoff und Wasserstoff tritt letztere dagegen in der That ein, sodass sich also der Sauerstoff wie bei meinen Versuchen als ein Hinderniss für das Ausströmen negativer Electricität erweist. Zum Vergleich wurden von den Entdeckern dieser Erscheinungen²⁾ Inductorentladungen untersucht, indem sie die Enden der secundären Rolle direct mit der Spitze verbanden unter sonst denselben Bedingungen, welche bei den Teslaentladungen vorhanden waren. Die englischen Forscher fanden hierbei in Wasserstoff stets negative Ladungen der Platte, auch wenn

1) Wesendonck, Wied. Ann. 39. p. 577 ff. 1890.

2) Harvey und Hird, Phil. Mag. 36. p. 45. 1893; Himstedt, Wied. Ann. 52. p. 473. 1894.

der Oeffnungsstrom die Spitze positiv lud, nur flatterten in diesem Falle die Goldblättchen des die Electrisirung anzeigenden Electroskopes hin und her. Wie nach meinen Versuchen nicht zu verwundern, vermochte also der Schliessungsstrom bereits mehr negative Electricität zu entladen, als der relativ bedeutend höhere Spannungen aufweisende Oeffnungsstrom. Sauerstoff gab dagegen stets positive oder negative Ladungen, übereinstimmend mit dem Vorzeichen, das der Oeffnungsstrom an der Spitze zur Geltung brachte, doch waren die positiven Ladungen stärker. Hr. Himstedt fand jedoch stets einen Wechsel im Vorzeichen beim Commutiren des primären Stromes im Inductor und in allen Gasen traten grössere negative Ladungen auf (auch im Sauerstoff). Ordnete man die Grösse der Ausschläge bei den Teslaversuchen mit positiv in Luft beginnend und zu negativ übergehend, in der Richtung also des negativer Werdens, wenn man so sagen darf, in eine Reihe, so fand sich eine ebensolche wieder, wenn die Gase nach der zunehmenden Begünstigung negativer Entladungen zusammengestellt wurden, wie sie den Inductorentladungen entsprachen.¹⁾ Auffallend gering ist dabei die Wirkung des Wasserstoffes, die kleiner ausfiel als die des Stickstoffes²⁾, während man nach den Versuchen der Engländer und meinen es umgekehrt erwarten würde. Jene geben übrigens an, man müsse thunlichst grosse Entladungsräume anwenden und das Gas diese, während es der electricen Einwirkung unterliegt, beständig durchströmen lassen, damit es selbst möglichst wenig Ladung annehme. Es mag wohl sein, dass nur Verschiedenheiten der Versuchsanordnung die Unterschiede in den Resultaten des Hrn. Himstedt und der englischen Beobachter bedingen, und erscheinen weitere aufklärende Versuche über das vorliegende Gebiet erwünscht. Immerhin sprechen die vorhandenen Untersuchungen deutlich für eine je nach dem Vorzeichen specifisch verschiedene Durchlässigkeit der Gase für electriche Entladungen.

Dass die Teslaentladungen in Luft keine negativen, sondern positive Electrisirungen der Platte ergeben, ist aber kaum

1) Himstedt, l. c. p. 484.

2) *H* gab + 1000 Volt — 2000 Volt, + = 0,5,
N gab + 1500 Volt — 3500 Volt, - = 0,429.

eine Folge des hohen Potentials, wie J. J. Thomson¹⁾ andeutet, sondern lediglich der Schnelligkeit der Alternationen.²⁾ Bei Versuchen, welche Hr. Nichols³⁾ beschrieben, mit einem Inductorium ohne Condensator, dessen primäre Spule von einem Wechselstrom mit 14 000 Oscillationen in der Minute erregt wurde, fand zwischen Spitze und Kugel der Uebergang leichter statt, wenn jene negativ, diese also positiv geladen wurde, als im umgekehrten Falle, d. h. ganz das Verhalten der gewöhnlichen Büschel-, Glimm- und verwandten Leuchterscheinungen⁴⁾ zeigt sich hier und im Gegensatze zum Bogenlicht wurde auch die Kathode heisser als die Anode.

J. J. Thomson⁵⁾ weist auf eine bereits von Hrn. Schuster⁶⁾ angedeutete Vermuthung hin, es vermöchten die negativ geladenen Theilchen schneller durch ein Gas diffundiren, als die positiv electricischen, und so eher zum auffangenden Körper zu gelangen. was dann die grössere Durchlässigkeit für negative Ausströmungen, wie man sie gewöhnlich beobachtet, erklären könnte. In demselben Sinne würde ferner auch der von Lord Kelvin⁷⁾ mitgetheilte Umstand wirken, dass die negativen Partikel sich leichter neutralisiren als die

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. 40. p. 511. 1895.

2) Wesendonck, Naturw. Rundschau 10. p. 401. 1895. Sollte bei negativer Electricität die Verzögerung der Entladung grösser sein, als bei positiver, so könnte dieser Umstand vielleicht bei sehr schnellem Wechsel des Vorzeichens das Entstehen negativer Ausströmung verhindern oder diese doch herabsetzen.

3) Nichols, Phil. Mag. 31. p. 123. 1891.

4) Dabei schlug im Falle positiver Spitze die Electricität einen längeren Weg ein als im anderen, wie mit dem rotirenden Spiegel constatirt werden konnte. Verfasser hat früher (Wied. Ann. 30. p. 40) darauf hingewiesen, dass bei der *cet. par.* polar verschiedenen grossen übergehenden Electricitätsmenge die verschiedene Form der Entladungen vielleicht eine Rolle spiele. Die positive Electricität verzweigt und zersplittert sich mehr und schlägt anscheinend weitere Wege ein, als die anscheinend mehr in einem compacten Strahle von der Spitze ausgehende negative, die dadurch wohl auch im Stande ist, sich das Entladungsfeld mehr zu verbessern als die positive Ausströmung, die dazu noch meist unruhiger und hin- und herspringend erscheint.

5) J. J. Thomson l. c.

6) Schuster, Proc. Roy. Soc. 47. p. 526. 1890.

7) Lord Kelvin u. Maclean, Nature 50. p. 280. 1894.

positiven. Auch könnten die positiven Theilchen, weil in der Nähe der Spitze verbleibend, sich eventuell zum Theil rückwärts entladen. Letztere Bemerkung dürfte allenfalls bei Inductorentladungen und ähnlichen Verhältnissen zutreffen, nicht aber bei Ausströmen unter möglichst constanter Spannung. Bei Verfassers oben erwähnten Versuchen befand sich die Spitze in einer sie so gut wie vollständig umgebenden abgeleiteten Metallhülle, es musste also jede Electricitätsmenge, die überhaupt in deren Inneres eintrat, eine so gut wie gleich grosse Quantität durch das Galvanometer senden.¹⁾ Die langsame Ladung der Nadel allein bewirkt nur einen fast verschwindenden Strom, aber sobald eine merkliche Ausströmung in das umgebende Gas stattfindet, muss das Galvanometer solches angeben, gleichgültig ob die geladenen Gastheilchen ihre Electricität an die Metallhülle übertragen oder nicht. Wenn also bei gleichem Potential der negative Strom grösser ist als der positive, so zeigt das an, dass in der That mehr negative Electricität die Spitze verlässt als positive.

Waren nun die oben erwähnten Versuche des Verf. wohl geeignet, Angaben über die *cet. par.* entladenen Electricitätsmengen zu liefern, so liess sich denselben doch nichts Genaueres entnehmen über das Verhältniss der positiven zu den negativen Potentialen, bei denen eben die Entladung beginnt, dazu genügte die Aichung des dort verwendeten Electrometers nicht. Es hatte sich nur ausnahmslos gezeigt, dass der negative Werth kleiner war. Es scheint aber von Interesse, zu wissen, ob bei Gasen, welche die negative Ausströmung besonders begünstigen, wie der Wasserstoff, auch ein relativ besonders niedriges negatives Enladungspotential vorhanden sei.

Einige neuere Versuche²⁾ hatten ergeben, dass das nicht der Fall, sondern während das Verhältniss des negativen Werthes zum positiven bei Luft = $2050/2750 = 0,745$, bei Stickstoff = $3000/2600 = 0,76$ beträgt, findet es sich bei Wasserstoff zu $1550/2125 = 0,73$. Die grössere Durchlässigkeit des letzteren für electricische Entladungen macht sich wohl durch

1) Es wurde speciell constatirt, dass die Platte in den betreffenden Versuchen fast alle Electricität auffing und nur minimale Quantitäten zur seitlichen Cylinderwand übergingen.

2) Precht, Wied. Ann. 49, p. 172. 1893.

kleinere Potentiale gegenüber Luft und Stickstoff geltend, aber die specielle Begünstigung der negativen Electricität tritt keineswegs stark hervor. Angesichts des obengenannten Resultates der englischen Forscher und der mannichfachen Schwierigkeiten solcher Versuche, stellte ich selbst einige Beobachtungen über den Beginn der Entladungen in Luft und Wasserstoff an, worüber ich mir in dem Folgenden zu berichten erlaube.

Als Entladungsgefäß diente ein Messingbecher, dessen oberer Theil (*A B C D*, Fig. 1) cylinderförmig von 12 cm Durch-

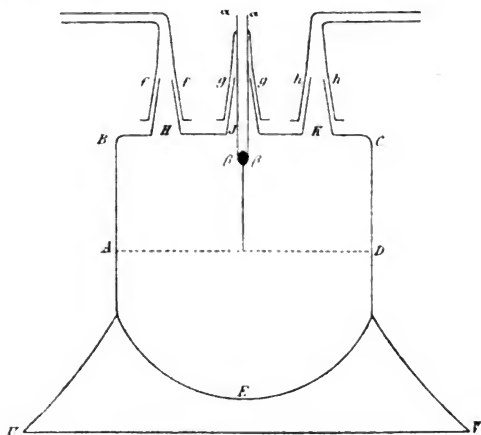


Fig. 1.

messer, dessen unterer dagegen eine Halbkugel ebenfalls von 12 cm Diameter *A E D* bildet. Das Ganze ist aus einem Stück getrieben und steht auf einem Messingfuss *U V*, der in einen Paraffinklotz, welcher zur Isolirung dient, theilweise angeschmolzen sich befand. Luftdicht ist ein Messingdeckel *B C*, und zwar nur von aussen her, aufgelöthet, dem drei durchbohrte ca. 6 cm lange Stahlconusse ebenfalls hermetisch schliessend aufgelöthet sind (*H*, *J* und *K*, Fig. 1). Das Gefäß wurde vor dem Aufbringen des Deckels sorgfältig mit feinem Schmirgelpapier blank gerieben und dann sorgfältig mit reiner, nicht fasernder Leinwand abgewischt, um so eine möglichst

von Fett, Staub und sonstigen Anhaftungen freie Metalloberfläche zu erzielen unter Vermeidung von Alkohol, Aether und anderen leicht adsorbirbaren Substanzen. Absolute Reinheit ist ja wohl auch nicht annähernd zu erreichen, Oberflächenschichten bilden sich wahrscheinlich stets, immerhin dürften erhebliche Störungen von dem so behandelten Metall nicht ausgehen. Ueber die unteren Theile der Stahlconusse wurden Gummischeiben geschoben (wie *a*, Fig. 2 zeigt), auf welche Glaszylinder (wie *bb*, *cc*, Fig. 2) passen, zur Aufnahme von Quecksilber bestimmt, das dazu diente, die über die Conusse zu schiebenden, diesen genau aufgeschliffenen Glashülsen (*f'gh*, Fig. 1) ohne Anwendung von Fett zu dichten. Von diesen stand zunächst *f'* mit einem Hahn und weiterhin mit Trocken- und Waschapparaten in Verbindung, welche das einzuleitende Gas zu durchströmen hatte, *h* communicirte durch einen Hahn

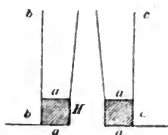


Fig. 2.

mit einem Heberbarometer und einem Schwefelsäureventil, das durch zwei Glashähne nach aussen abgeschlossen war. Durch diese konnte das ganze System bei Bedarf ausgepumpt werden. In den Röhrensatz von *g* war ein Glasröhrchen *αβ* eingeschmolzen, dessen unteres Ende *β* verschlossen, aber von einem

eingeschmolzenen Platindraht durchsetzt wurde, an dem eine feine, vorn vergoldete Nähnadel mittels Aluminium angelöthet sich befand, und zwar so, dass die Spitze fast genau das Centrum der Halbkugel im unteren Theile des Entladungsgefäßes einnahm. Wie man sieht, befand sich die Nadel in einer fast vollständig geschlossenen Metallhülle; war diese mit der Erde verbunden, so musste also hier jede *Electricitätsmenge*, die in das Entladungsgefäß eintrat, eine so gut wie gleich grosse durch die Ableitung hindurchtreiben. In diese, die zunächst aus einem an dem Messingfusse *UV* angelötheten Drahte und weiterhin aus einem ebenso an der Wasserleitung angebrachten bestand, war ein Wiedemann'sches, mit vielen Windungen eines feinen Drahtes versehenes Galvanometer, wie solche für physiologische Zwecke dienen, eingeschaltet. Die Benutzung eines derartigen Instrumentes ohne besonders gut voneinander isolirte Windungen ist in diesem Falle unbedenklich, da es

sich hier nur um eine Stromanzeige, nicht genauere Messung handelte. Die Nadel wurde erst dann durch den Conus in das Innere des Entladungsgefässes eingeführt, nachdem sie eine Zeit lang in Petroläther verweilt hatte und dann nach dem Herausnehmen wieder aller Aether merklich verflogen war. Es sollte hierdurch möglichst alles etwa zufällig anhaftende Fett entfernt werden, da solches die Entladungspotentiale nachweisbar beeinflusst. Bei einem Vorversuche mit zufällig fettgewordener Spitze trat die negative Entladung insbesondere viel schwerer ein. In die Röhre $\alpha\beta$ wurde etwas Quecksilber gegossen, in dieses tauchte das freie Ende eines mit Guttapercha überzogenen Drahtes, dessen anderes Ende zu einer ebenfalls Quecksilber enthaltenden gut isolirt aufgestellten U-Röhre führte. In den anderen Schenkel dieser tauchte ein von einer aus vier grösseren Flaschen¹⁾ zusammengestellten Batterie kommender²⁾ überzogener Draht; entfernte man diesen aus der U-Röhre und steckte ihn in eine daneben befindliche Glashülse, so war also die Nadel und das Entladungsgefäss ausgeschaltet. Der Batterie wurde Electricität zugeführt von Seiten einer kleinen Voss'schen Influenzmaschine, welche in einem abgeleiteten Blechkasten stand, möglichst weit entfernt von den Messapparaten. An die Pole waren überzogene Drähte angelöthet, die durch Glasröhren noch isolirt die eine Blechwand durchsetzten und dann zu zwei Quecksilber enthaltenden U-Röhren führten, beide in Paraffin gut isolirt. Die eine derselben nahm in ihrem zweiten Schenkel einen zur Wasserleitung führenden Draht auf. Die andere U-Röhre war dreischenklig, in das Quecksilber des einen tauchte der zweite, von der Maschine kommende Draht, in den anderen einen zur Batterie führenden Draht, in den dritten ein Leinenband, das mittels Klemme an dem eben genannten, mit der Batterie verbundenen Draht befestigt war.

1) Die äusseren Belegungen hatten eine Höhe von ca. 36 cm und einen Umfang von ca. 43 cm.

2) Der Draht war an geeigneter Stelle angelöthet, ebenso wie die die Knöpfe der Flaschen verbindenden Metalldrähte. Jene standen in einem Blechkasten, der zur Wasserleitung abgeleitet war. Die Güte der Contacte und Verbindungen auch speciell zwischen dem Hg in $\alpha\beta$ und der Nadel, wurde mit einem Daniell geprüft und waren dieselben auch nach Abschluss der Versuche noch tadelloso.

Hob man diesen an einem isolirenden Griffe aus dem Quecksilber heraus, so geschah die Zuleitung der Electricität zur Batterie nur noch durch das Band¹⁾, dessen Länge nach Bedarf geändert werden konnte. Von der Batterie, wie alle von dieser und der Maschine ausgehenden Leitungen durch Verlöthen befestigt, führte ein mit Guttapercha überzogener, von Seidenband frei schwebend getragener Draht zu einem Braun'schen, bis auf 4000 Volt geaichtem Electrometer, das auf einem mit drei Stellschrauben versehenen Metalltischchen stehend, mit einer Dosenlibelle justirt wurde. Da man mit diesem Instrumente nur Ablesungen von 500 zu 500 Volt vornehmen kann, so diente zu genaueren Messungen ein Thomson'sches Quadrant-electrometer, das nach Mac Farlane's Vorgang durch Influenz seine Ladung erhielt. Von dem Braun'schen Electrometer

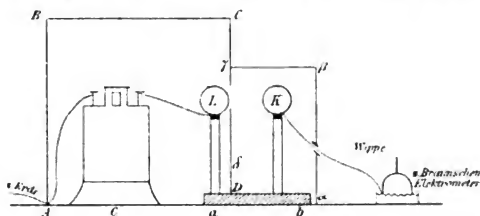


Fig. 3.

führte ein mit Guttapercha überzogener Draht zu einer isolirten Wippe, sodass bei deren einer Lage Verbindung mit einer isolirten Messingkugel *K* (Fig. 3) eintrat, bei der anderen aber diese wie das Braun'sche Instrument abgeleitet waren.²⁾ Die Kugel *K* (von 6 cm Durchmesser) befand sich auf einem Ebonitpfropfen, der in dem obersten Theile einer längeren verticalen Glasröhre steckte und auf einer Schlittenvorrichtung montirt, sich einer zweiten gleich grossen und ebenso isolirten Messingkugel *L* nähern oder von ihr entfernen liess. Diese stand mit dem einen Quadranten des Thomson'schen

1) Dieses wurde mit einem Holzpflockchen in seinem Schenkel der U-Röhre festgehalten, sodass es stets auf einer längeren Strecke in das Quecksilber eintauchen musste und ein guter Contact gesichert war.

2) Die Hülle des Braun'schen Electrometers war natürlich auch abgeleitet.

Electrometers in Verbindung, dessen anderer Quadrant abgeleitet stets verblieb. Wurde nun die Batterie und das damit verbundene System geladen, so trat infolge Influenz von K auf L eine Ablenkung der Nadel des Thomson'schen Instrumentes ein, deren Grösse durch Verschiebung vorn passend eingerichtet wurde. Das ganze Electrometer stand übrigens in einem abgeleiteten Blechkasten $ABCD$, der einen Spalt zum Durchlassen des von dem kleinen beweglichen Spiegel reflectirten Lichtes in der einen Wand besitzt und ausserdem gegenüber von Kugel L ein nicht ganz 6 cm weites rundes Loch. Ein kleines angehängtes Blechgehäuse $\alpha\beta\gamma\delta$ umgab auch noch Kugel K , ein abnehmbarer Deckel bei $\beta\gamma$ machte dessen Inneres, ein seitlicher Schieber in der Wand das des grossen Kastens¹⁾ zugänglich. Zur Ablesung der Ablenkungen diente die dem Thomson'schen Electrometer beigegebene Scala, welche ihrem Krümmungsradius entsprechend ca. 101 cm von dem beweglichen Spiegel entfernt fest aufgestellt sich befand. Eine Linse projecirte mittels Reflex über besagten Spiegel das Bild eines hell erleuchteten feinen Spaltes auf die Scala, ein verschiebbarer Zeiger gestattete dessen Einstellung zu fixiren. Die Ablesung der Lage des Zeigers konnte dann in Ruhe und bei geeigneter Beleuchtung geschehen. Die Beobachtungen geschahen meist Abends oder im verdunkelten Zimmer, da hierbei am besten etwa auftretende störende Funken oder Ausströmungen zu bemerken sind. Zunächst wurde das Thomson'sche Electrometer mit dem Braun'schen verglichen, indem, während ein Gehülfe die Influenzmaschine in geeignetem Tempo drehte, ein Beobachter das Braun'sche Instrument beobachtete, ein anderer die Stellung der Reflexbilder mittels des bereits erwähnten Zeigers markirte, sobald der Zeiger²⁾ des Braun'schen Electrometers eine bestimmte Spannung,

1) Die direct geladene Kugel war mit einem abgeleiteten, am metallenen Träger der Glasstütze befestigten, mit dieser sich verschiebenden Blechschirm versehen, der eine Influenz etwaiger Ladung der Isolatoren verhinderte. Der Zuleitungsdraht von der Wippe zur Kugel ging natürlich wohl isolirt durch die Blechwand des kleinen Kastens.

2) Die Stellung des Zeigers beim Braun'schen Electrometer wurde so beobachtet, dass man ihn mit seinem Spiegelbilde in der hinteren, vom Beobachter abgewendeten Glasscheibe zur Deckung brachte. Eine Reflectorlampe lieferte die hierzu nöthige Beleuchtung.

z. B. 2000 oder 3000 Volt, angab. Es fand sich aber keine genügende Uebereinstimmung in dem Gange der beiden Instrumente, solange Electrometer und Maschine in rein metallischer Verbindung standen, trotz der ziemlich bedeutenden Capacität der Batterie im Vergleich zur Grösse der Influenzmaschine. Es wurde daher zwischen Batterie und Maschine das bereits erwähnte Leinenband eingeschaltet. Hiermit gelang es, bessere Uebereinstimmung zu erzielen, die Bewegungen des Zeigers im Braun'schen Instrumente und des Reflexbildes auf der Scala zeigten zusammen Verzögerung und Beschleunigung, Stillstand und Umkehr, aber es trat nun der Uebelstand ein, dass nach Entladung¹⁾ des ganzen Systems das Reflexbild nicht in die frühere Nulllage zurückkehrte, was wohl bedingt ist durch Ladungen, welche die Isolatoren am Thomson'schen Electrometer und an der Kugel annehmen bei längerer Dauer der Influenzwirkung. Sehr vermindern lässt sich dieser Uebelstand, wenn man die betreffenden Isolatoren gut staubfrei und trocken erhält. Dies geschah, indem man mittels Gummigebläses Luft durch eine stark erhitzte Glasröhre gegen die besagten Isolatoren blies, worauf, für eine gewisse Zeit wenigstens, eine gute Isolation erzielt wurde. Um ausserdem die Ladezeit möglichst abzukürzen, wurde, nachdem vorläufig das zu erreichende Potential annähernd ermittelt, mit metallischer Leitung so weit gearbeitet, bis dass das Braun'sche Electrometer ungefähr 500 Volt weniger zeigte, als der zu erreichende Werth betrug; dann tauchte der die Influenzmaschine bedienende Gehülfe den früher erwähnten Draht an seinem isolirenden Griff aus und in eine leere isolirte Glashülse ein, sodass nunmehr nur noch das Band zur Zufuhr von Electricität diente. So gelang es, eine hinreichende Constanz des Nullpunktes und einen genügend übereinstimmenden Gang²⁾ der beiden Electrometer zu erzielen, die übrig bleibenden

1) Dies geschah zur Schonung besonders des Braun'schen Electrometers nicht plötzlich, sondern durch Auflegen einer feuchten Schnur auf die Batterie und dann erst erfolgte Umlegen der Wippe.

2) Die Angaben des Braun'schen Electrometers sind hierbei als richtig angenommen, es scheint aber, dass sie einer Correctur bedürfen. Warburg fand bei einem Instrument, das bis auf 10,000 Volt gesaicht war, Multiplication mit 1,2 nöthig, eine ähnliche Differenz scheint auch bei Instrumenten wie bei dem von mir benutzten vorhanden. An den

Differenzen erwiesen sich als nicht mehr abhängig von der innerhalb gewisser Grenzen gehaltenen Geschwindigkeit des Ansteigens der Spannung.¹⁾ Zahlreiche vergleichende Versuche sollten eine möglichst genaue Aichung liefern, ergaben indessen nicht ein völlig befriedigendes Resultat. Es gelang nicht für 3000 Volt, z. B. am Braun'schen Electrometer, ganz constante Ausschläge des Lichtreflexes zu verzeichnen, bei öfter wiederholten Versuchen nehmen dieselben meist etwas ab. Bei derjenigen Einstellung, welche zu den Messungen über Entladungen benutzt werden, würde die Unsicherheit in der Bestimmung des Werthes von 3000 Volt allein nach den Messungen am Thomson'schen Electrometer unter 150 Volt betragen. Bedenkt man, dass die (stets etwas grösseren *et. par.*) negativen Ausschläge immer zugleich mit den positiven zu- bez. abnehmen²⁾, so sieht man, dass in den relativen Werthen die Genauigkeit eine bessere, und diese sind es ja, auf die es

wesentlichen Resultaten dieser Arbeit ändert das nichts, die Potentiale sind nur mit einem bestimmten Factor zu multipliciren, sobald Genaueres bekannt, werde ich darauf zurückkommen.

1) Durch Zuleitung der Electricität mittels des Bandes zur Batterie dürften auch die Schwankungen der Polspannungen der Maschine sehr gedämpft werden in ihrer Wirkung auf das Leitersystem und also wohl auch der Jaumanneffect möglichst wenig zur Geltung kommen. Die Existenz eines solchen habe ich keineswegs bestritten, was schon daraus hervorgeht, dass ich (Wied. Ann. 38. p. 225. 1889) erkläre, die schnellen Potentialschwankungen könnten wohl befähigt sein, den Uebergangswiderstand von der Electrode zum Dielectricum leichter zu überwinden, als langsam ansteigende Spannungen. Erstere können in der That besonders geeignet sein, die anliegenden Schichten zu zerbrechen, wie auch etwa die Molecüle in Ionen zu zerspalten. Hr. Paschen schrieb (Wied. Ann. 37. p. 81, 82, 87. 1889) die höheren Potentialwerthe, die er früheren Beobachtern gegenüber für Funkenentladungen erhalten, der von ihm angewandten grösseren Capacität des Leitersystems zu. Diese Bemerkung veranlasste mich zu den (Wied. Ann. 39. p. 608. 1890) beschriebenen Versuchen mit einer grossen Batterie, deren Einschaltung aber keinen nennenswerthen Einfluss auf die Resultate ausübten, sodass ich glaube, mich gegen eine Ueberschätzung der Wirkung des Jaumanneffectes aussprechen zu sollen.

2) Fast immer, wenn über Entladungen beobachtet wurde, bestimmte man den Ausschlag an der Thomson'schen Scala für die Angabe 3000 Volt am Braun'schen Electrometer und zwar sowohl für positiv wie für negativ. Die Ladung des Thomson'schen Instrumentes wurde mittels replenisher natürlich constant gehalten.

hier am meisten ankommt. Vor wie nach der ganzen Untersuchung wurde übrigens nachgewiesen, dass die Ausschläge des Thomson'schen Electrometers mit völlig genügender Genauigkeit der angelegten Potentialdifferenz (von beiden Vorzeichen) proportional waren. Es geschah dies mit einer kleinen Zink-Kupfer-Wasserbatterie, indem, wenn n Elemente einen Ausschlag von α Scalentheilen, m Elemente einen solchen von β Scalentheilen ergeben, den $n + m$ Elementen einer von $\gamma = \alpha + \beta$ entsprechen musste. Es stimmte dies bis auf einen Scalentheil genau.

Bei den Beobachtungen über das Eintreten der Entladungen wurde ähnlich verfahren, nur dass man jetzt die bei den Aichungsversuchen ausgeschaltete Nadel mit der Batterie in Verbindung brachte. Ein Beobachter wandte nun dem Thomson'schen Electrometer seine Aufmerksamkeit zu, der andere verfolgte mittels Fernrohr und Scala (in ca. 3,4 m Entfernung voneinander aufgestellt) das Verhalten des Galvanometers, während wieder ein Gehülfe die Influenzmaschine bediente. Im Momente¹⁾ des Eintrittes der Entladung erhält die Scala einen je nachdem sehr verschieden starken, aber fast immer recht merklichen Stoss, der sich von etwa vorhandenen kleinen Bewegungen infolge unvermeidlicher Erschütterungen deutlich abhebt. Die Ausströmung beginnt daher plötzlich und in relativ bedeutender Stärke, die Verwendung eines noch viel empfindlicheren Galvanometers dürfte infolge dessen kaum merklich andere Resultate ergeben. Bisweilen treten Zuckungen auf, bevor noch die eigentliche Entladung anhebt, entsprechend einem sporadischen Aufleuchten der Spitze, wie man es auch sonst beobachtet. Um sich zu überzeugen, dass bereits wirklich die richtige Ausströmung vorhanden, wurde nicht sofort mit dem Drehen der Maschine eingehalten, sondern die Spannung noch etwas weiter ansteigen gelassen, um zu sehen, ob der Galvanometerausschlag dabei dauernd zunahm oder etwa wieder schwand. Eine Bewegung des Lichtzeigers über wenige Scalentheile des Thomson'schen Instrumentes genügte hierbei fast

1) Die Glasröhre $\alpha\beta$, soweit sie aus dem Entladungsgefäß hervorragte, wurde eventuell durch Anblasen mit heisser Luft gut isolirend erhalten.

stets, um den gewünschten Nachweis zu liefern, bisweilen erfolgte erst ein schwacher Stoss und zunehmende Galvanometerablenkung, dann aber ein zweiter stärkerer Stoss, als ob erst jetzt recht eigentlich die Entladung einsetzte. Es wurde stets darauf gesehen, so wenig wie möglich Electricität ausströmen zu lassen, um die Spitze thunlichst vor Corrosion zu bewahren und so die Vergleichbarkeit der Versuche, soweit das zu erreichen, nicht zu beeinträchtigen.

Einige Bemerkungen über das Einfüllen des Entladungsgefäßes mit Luft und Wasserstoff seien hier noch angeführt.

Der Waschapparat bestand zunächst aus einer vertical stehenden weiteren, feuchten Natronkalk enthaltenden Glasröhre, von der aus das Gas in eine mit etwas Wasser beschickte Glaskugel trat. Dann folgte ein Glashahn, eine

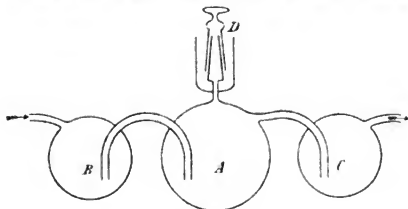


Fig. 4.

Wasseröhre, eine lange U-Röhre mit Glasperlen und Schwefelsäure, dann zwei Kugeln mit gesättigter Kaliumpermanganatlösung, eine Kugel mit Kalilösung, zwei Kugeln mit chemisch reiner Schwefelsäure und eine Phosphorsäureanhydrid enthaltende weitere Glasröhre. Auf diese folgte ein Schliff, dessen Conus an eine Kundt'sche Feder geschmolzen, welche in ihrer Fortsetzung einen Glashahn trug, mit dem die Hülse des Conus H des Entladungsgefäßes verbunden war. Bei allen Verbindungen waren Kautschukschläuche u. dgl. völlig ausgeschlossen worden, nur Anschmelzen und Schliffe kamen zur Anwendung und Kundt'sche Federn, wo etwas Beweglichkeit sich als wünschenswerth erwies. Die mit den Waschflüssigkeiten beschickten Kugeln befanden sich je zwischen zwei Auffangkugeln B und C (Fig. 4), um überspritzende, ebenso wie zurücktretende Flüssigkeit aufnehmen zu können, und so

Mischung verschiedener Lösungen zu verhindern. Sie trugen oben einen Kahlbaum'schen Schliff *D*, der zum Einfüllen bez. Aussaugen des Inhaltes diente. Alle diese Schliffe und Hähne wurden ohne Fett verwendet, nur mit Quecksilberdichtung nach Kahlbaum's Einrichtung. Der Abschluss der durch Hähne voneinander geschiedenen Apparatheile war so allerdings kein ganz hermetischer, der langsame Ausgleich vorhandener Dichteunterschiede schadete aber in unserem Falle nicht. Auf der am Anfang befindlichen Natronkalkröhre befand sich ein grösserer Kahlbaum'scher Schliff, dessen Hülse sich in eine Glasröhre fortsetzte. War diese zugeschmolzen oder sonstwie gut verschlossen, so hatte die äussere Luft gar keinen Zutritt zu dem ganzen Systeme und konnte man alsdann durch Evacuiren und sich Selbstüberlassen desselben prüfen, ob alle Verschlüsse, Löthstellen etc. luftdicht seien. Mit dem Conus *K* stand in Verbindung ebenfalls vermittelt Kahlbaum'schem Schliff und Kundt'scher Feder des bereits früher erwähnte Heberbarometers kürzerer Schenkel, welches auf einem mit drei Stellschrauben versehenen Fuss montirt, so mittels Dosenlibelle immer wieder dieselbe Stellung zu bringen möglich war und das dazu diente, die Entladungen stets unter bestimmtem Druck beobachten zu können, unabhängig von dem gerade herrschenden Barometerstande. An einem bestimmten Tage wurde, nachdem sich in dem Beobachtungsraume eine gleichmässige und constante, länger anhaltende Temperatur¹⁾ hergestellt hatte (21,5° C.), das Barometer mit der äusseren Atmosphäre in Verbindung gebracht, das Herausziehen des Conus aus seinem Schliffe war mit Hülfe der nachgiebigen Kundt'schen Feder leicht zu bewerkstelligen. Als dann das Quecksilber einen ruhigen Stand angenommen, wurden die Einstellungen der Kuppen mittels Papierstreifen markirt, hierauf aber der Stöpsel wieder in die Schliffhülse eingeschoben. Nach gütiger Mittheilung seitens des meteorologischen Institutes war der Baro-

1) Aenderte sich die Temperatur während der Beobachtungen, so war dies nicht zu fürchten, da man es ja mit einer abgeschlossenen Gasmenge zu thun hatte. Bei grossen Differenzen zwischen dem Druck im Innern und dem aussen herrschenden bei recht niederem Barometerstand kann allerdings Gas austreten, falls in Schliffen und Hähnen zu kleine Quecksilbersäulen vorhanden.

meterstand zur Zeit, da solches geschah, auf 0^0 reducirt in einer Seehöhe von $51,2 \text{ m}^1$), über dem mittleren Meeresniveau = $759,4 \text{ mm}$. Wurden nun Wasch- und Trockenapparate und Entladungsgefäß stets soweit mit Gas gefüllt, dass bei oben angegebener Temperatur das Barometer auf den Marken einstand, so beobachtete man also stets die Entladungen unter sehr nahe derselben Gasdichte, was wohl dringend wünschenswerth erscheint bei derartigen Untersuchungen. Die Füllung mit Luft geschah nun so, dass man zunächst, wie bereits erwähnt, durch ein Schwefelsäureventil hindurch mittels Wasser- oder Quecksilberpumpe das ganze System möglichst weit entleerte. War die Hülse vom Schliffe auf dem Natronkalkrohr entfernt, so trat langsames Einströmen äusserer Luft auch bei verschlossenen Hähnen auf und spülte, während das Auspumpen noch im Gange, die Apparate mit gereinigter Luft aus. Wurde dann das Evacuiren sistirt, so erfolgte auf eben diese Weise das Einfüllen der Luft bis zu einem gewissen Drucke, von wo an dann durch langsames Aufdrehen der Hähne nachgeholfen werden musste. Die Geschwindigkeit des Luftstromes liess man nicht grösser werden, als eine Blase in dem Wasser-ventil unterhalb der Natronkalkröhre in je 4 Secunden, meist war sie geringer. Wenn das freiwillige Einströmen aufhörte, bevor der markirte Stand am Barometer erreicht, so geschah das weitere Einfüllen mittels eines Druckapparates, bestehend aus einer höher stehenden, Wasser enthaltenden Flasche mit seitlichem Tubulus und Ausflussrohr, durch welches Schlauchverbindung mit einer zweiten Glasflasche statthatte, aus der die Luft langsam ausgetrieben und durch das Ansatzrohr am Schliff der Kalkröhre in den Waschapparat eingeführt wurde. Eingeschaltete Hähne dienten zur Regulirung. War eine Füllung vollendet, so wurde dieselbe wiederholt mit dem ganzen Systeme oder auch nur das Entladungsgefäß aus-gepumpt und neu gefüllt.

Wasserstoff wurde in einem eigens construirten Entwicklungsapparat²⁾ aus (von Schering bezogenem) reinstem granu-

1) Etwa $42,50 \text{ m}$ Seehöhe hatte das hier gebrauchte Barometer.

2) Derselbe konnte evacuirt werden und gestattete so eine möglichst luftfreie Gasentwicklung. Sollte der Apparat sich dauernd bewähren, so mag er bei geeigneter Gelegenheit beschrieben werden.

lirten Zink und chemisch reiner Schwefelsäure mit etwa sechs Theilen reinem destillirten Wasser verdünnt. Der Gas wurde in Wasser gewaschen und dann direct in das entleerte Wasch- und Trockensystem eingeleitet, welches bereits bei Luft benutzt worden war.

Das Verhalten der Luft wurde nun bei drei verschiedenen Füllungen etwas näher untersucht. Bei der zuerst beobachteten (sie sei im Folgenden mit I bezeichnet) ergaben sich die grössten und kleinsten Potentialwerthe unter verschiedenen Umständen beobachtet, wie folgt in Tabelle A zusammengestellt. Hierbei bedeutet z , dass mit der betreffenden Electricität Versuche angestellt wurden, ohne dass einige Stunden zuvor andere Entladungen durch das Gas gingen. nn (nach negativ) oder np (nach positiv) bedeuten, dass unmittelbar zuvor negative bez. positive Ausströmung stattgefunden hatte. znP giebt an, zuerst nach einer ca. halbstündigen Pause zwischen verschiedenen Versuchsreihen seien die betreffenden Entladungen hervorgerufen worden.

A.

(Luftfüllung I.)

Negativ		Positiv	
z		z	
Grösster Werth	2340,7	Grösster Werth	2573,2
Kleinster „	1740,8	Kleinster „	2557,2
znP		znP	
Grösster Werth	2426	Grösster Werth	2531,1
Kleinster „	2252	Kleinster „	2492
np		nn	
Grösster Werth	2484,9	Grösster Werth	2653,7
Kleinster „	2309	Kleinster „	2512

Wie man sieht ist das grösste und kleinste negative Entladungspotential (dem Beginn der Ausströmung entsprechend) ziemlich verschieden, es trat allmählich im Laufe der Tage, über die sich die Beobachtung erstreckte, eine Vergrösserung der negativen Werthe ein, die aber dann nicht weiter zu wachsen schienen. Bei znP ist der Unterschied geringer, aber solche Beobachtungen wurden nicht am Anfange, sondern erst im Laufe der Zeit angestellt, nachdem die Luft schon öfters electricisirt worden. Bei den positiven Werthen sind die Unterschiede viel geringer und trat keine markirte Aende-

rung mit der Zeit ein wie beim entgegengesetzten Vorzeichen. Auffallen könnte ferner, dass die Werthe np und nn durchaus nicht merklich kleiner sind als die übrigen, im Gegentheil gerade die grössten Angaben finden sich hier. Nach Beobachtungen in Lord Kelvin's Laboratorium verliert die Luft nur schwer eine einmal angenommene Ladung, besonders wenn sie positiv ist, man könnte also erwarten, das Gas verbliebe in dem Entladungsgefässe eine Zeit lang electricisch, und begünstigte dann das Ausströmen der entgegengesetzten Ladung, bez. erschwerte das der gleichartigen. Aus Hrn. Nahrwoldt's Versuchen scheint aber hervorzugehen, dass unter Umständen Luft recht wenig geeignet ist Ladungen zurückzuhalten und Aehnliches dürfte auch bei den vorliegenden Beobachtungen gelten. Bei II (neueingefüllte Luft nach Evacuiren des ganzen Systems) finden sich nur verhältnissmässig geringe Schwankungen der negativen Werthe, auch hier ist nicht der kleinste Werth np .

B.

(Luftfüllung II.)

Negativ		Positiv	
z		$z n P$	
Grösster Werth	1972	Grösster Werth	2403,2
Kleinsten „	1904,3	Kleinsten „	2383,2
$z n P$		nn	
Grösster Werth	1951	Grösster Werth	2489,2
Kleinsten „	1832	Kleinsten „	2332,7
np			
Grösster Werth	1928		
Kleinsten „	1916		

Bei positiv liegen sehr viele Beobachtungen nn vor, es findet sich darunter der grösste und der kleinste Werth, welche bei II vorkommen, die meisten Potentiale liegen zwischen 2340 und 2391.

Luft III (nach II gewonnen durch Evacuiren des Entladungsgefässes allein) zeigt bei Negativ entschieden etwas grössere Werthe als bei II, ohne indessen besonders grosse Schwankungen aufzuweisen; die positiven Spannungen sind denen von II nahe und etwas kleiner als bei I. Man gewinnt den Eindruck, als ob die negative Electricität unbestimmtere Entladungspotentiale besässe eventuell Verzögerungsstände sich unregelmässiger geltend machen.

C.

(Luftfüllung III.)

Negativ		Positiv	
z		z	
Grösster Werth	2155,4	Grösster Werth	2501,3
Kleinster „	2009,4	Kleinster „	2380,7
$z n P$		$n n$	
Grösster Werth	2292	Grösster Werth	2495,1
Kleinster „	2081,1	Kleinster „	2376,7
$n p$			
Grösster Werth	2152		
Kleinster „	2068		

Wovon die Verschiedenheiten im Verhalten der drei untersuchten Luftfüllungen, besonders das starke Ansteigen der negativen Potentiale bei I herrühren, weiss ich nicht näher anzugeben. Uebrigens sind bei I die bei den ersten drei Versuchsreihen (an drei aufeinander folgenden Tagen angestellt) erhaltenen Zahlen zwischen 1808,6 — 2076,6, 1784,8 bis 2124 und 1740,8 — 2072,5 gelegen, also nicht so weit abliegend von den Werthen bei II und III. Die Angabe 1740,8 entspricht nur einer Vorzuckung, die eigentliche Entladung begann erst bei 1912,6 Volt. Auch die Mehrzahl der Potentiale negativ z lagen übrigens zwischen 2036,6 und 2124, doch sind bei den späteren Versuchsreihen hohe Spannungen häufig.

Als eine sehr wahrscheinlich zutreffende Regel ist noch auch den vorliegenden Beobachtungen zu entnehmen, dass bei niederen Entladungspotentialen die Ablenkung des Galvanometers klein ist gegenüber solchen bei höheren Spannungen, sind diese besonders gross, so machen sie sich oft durch starke stossweise Bewegung der Scala bemerklich. Das ist leicht begreiflich, wenn man annimmt, dass es bislang nicht näher definirbare und unberechenbare Widerstände¹⁾ bez. Aus-

1) Auf solche deutet schon die länger bekannte mangelhafte Saugwirkung der Spitzen hin. (Vergl. Lehmann, Wied. Ann. 56 p. 316 1895.) Von dem Gedanken ausgehend, dass vielleicht zufällig gebildete Ueberzüge dies veranlassten, versuchte ich ein Exner'sches Electrometer durch einen direct zuvor stark ausgeglühten und wieder erkalteten ganz feinen Platindraht zu entladen, der durch eine Mikrometerschraube einer mit dem Electroskop verbundenen Platte so weit als möglich genähert wurde, jedoch ohne Erfolg.

lösungen sind, welche den Eintritt der Entladung bedingen und nicht etwa Schwankungen in der Leitfähigkeit der Gasmasse überhaupt. Kann sich die Electricität erst bei höheren Potentialen Bahn brechen, so strömt eben, nachdem der Eintritt in das Gas frei geworden, eine entsprechend grössere Electricitätsmenge aus.

Bildet man die Verhältnisse des grössten negativen zu dem kleinsten positiven Potential und ebenso des kleinsten negativen zu dem grössten positiven, so erhält man für II:

$$\frac{2333}{1972} = 0,845 \quad \text{und} \quad \frac{1832}{2489} = 0,736$$

und ferner für III:

$$\frac{2292}{2376,7} = 0,964 \quad \text{und} \quad \frac{2009,4}{2501,3} = 0,8.$$

Für I ist der erste Werth fast genau = 1; der zweite, wenn man vom Potential 1740,8, als einer Vorzuckung entsprechend absieht und den nächst kleinsten nimmt, nämlich 1784,8,

$$\text{der Werth: } \frac{1784,8}{2653,7} = 0,67.$$

Hervorgehoben sei hier noch, dass die positiven Potentiale bei I von Anfang an relativ hoch sind, nicht erst es werden wie die negativen.

Die erste Füllung mit Wasserstoff gab nun bei vorläufigen Beobachtungen lediglich mit dem Braun'schen Electrometer das überraschende Resultat, dass zwar die negative Ausströmung ganz erheblich stärker ausfiel als die positive, die Scala fliegt im ersteren Falle förmlich durch das Gesichtsfeld, während sie im zweiten nur eine mässige Bewegung (30 Scalentheile sind schon viel) ausführt, dass dabei aber das negative Entladungspotential keineswegs sich besonders niedrig ergab im Vergleich zum positiven. Es rückte im Gegentheil, wie besonders weitere Beobachtungen darthaten, häufig bis nahe an das letztere heran und übertraf es sogar des öfteren. Schätzungsweise ergaben die ersten Versuche das Eintreten der Entladung einerseits bei —1500 bis —1800 Volt und andererseits bei ca. +1750 bis gegen +2000 Volt. Eine eingehendere Beobachtungsreihe mit Hülfe des Thomson'schen Electrometers lieferte folgende Entladungspotentiale:

D.

(Wasserstoff, erste Fällung.)

Negativ	Positiv
α	$n n$
1238 (Vorziehung)	1632,6
1642	1596,1
1706	1624,5
1678	
1398	$\alpha n P$
1512	1636,6
	1721,7
$n p$	1612,3
1522	1604,2
1650	
1618	

Nach zwei Tagen gab dann derselbe Wasserstoff nach Schätzung am Braun'schen Instrument positive Ausströmung bei ca. 1700 Volt, dann negative bei ca. 1400 bis ca. 1800 Volt. Der grösseren Durchlässigkeit des Wasserstoffes für electriche Entladungen entsprechen auch hier kleinere Anfangspotentiale für beide Vorzeichen, aber andererseits zeigt sich auf das Deutlichste die Unabhängigkeit der Widerstände, welche den Beginn der Entladung hindern vor der Leitfähigkeit. *Die positive Ausströmung kann selbst bei kleinerem Potential beginnen als die negative, die der Spitze entströmenden Electricitätsmengen bleiben stets weit hinter denen vom entgegengesetzten Vorzeichen zurück.* Förmlich explosionsartig bricht die negative Ladung hervor, und in so grosser Menge, dass der Zeiger am Braun'schen Electrometer um etwa 1000 Volt herunterschwankt und ganz ähnlich stark ist die Bewegung des Lichtreflexes auf der Skala des Thomson'schen Instrumentes. Man vermöchte auf diese Weise den Eintritt der negativen Entladung sofort mit Sicherheit zu erkennen, ohne überhaupt das Galvanometer zu Rathe zu ziehen. Die ruhige Einstellung der Instrumente nach Beginn der Entladung wurde indessen nicht abgewartet, um die Nadelspitze vor der Einwirkung länger andauernder starker Ausströmungen zu bewahren, ich kann daher nicht angeben, wie gross die in der Batterie noch verbleibenden Restspannungen ausgefallen. Die Annahme, dass die negative Ausströmung in Funkenform stattgefunden, ist wohl nicht berechtigt, da keinerlei knallendes Geräusch wie es Funken eigen ist, in dem Entladungsgefässe wahrzunehmen gewesen.

Auch ist nach dem früher Bemerkten wohl nicht daran zu denken, die im Vergleich so sehr viel grösseren negativen Electricitätsmengen, welche das Galvanometer durchfliessen, als lediglich oder auch nur hauptsächlich durch schnellere Diffusion der negativen Atome bedingt anzusehen. Zwischen den letzten Versuchen mit Luft und denen mit Wasserstoff war die Nadel nicht aus dem Gefässe entfernt worden, es wurde lediglich erstere ausgepumpt und dafür das andere Gas eintreten gelassen, ein Ueberzug der Spitze mit einer fremden Substanz konnte sich nicht gebildet haben. Nahe liegt es allerdings an Occlusion zu denken, und dadurch bewirkte Bildung einer Oberflächenschicht, wenigstens für die Zeit, da die Nadel im Wasserstoff verweilte. Zu beachten ist allerdings, dass die Entladungen im Dunkeln stattfanden und daher vielleicht Verzögerungen eine bedeutende Rolle spielen. Es kann daher wohl sein, dass die Resultate anders ausfallen würden, wenn man nicht nur mit langsam steigender Spannung den Beginn des Auströmens zu erreichen suchte, sondern gewisse Potentiale eine Zeit lang anhalten liesse.

Auspumpen des Entladungsgefässes und Neufüllung mit Wasserstoff änderte nichts wesentliches an dem Verhalten. Negative Entladungen in das bisher noch nicht electricisirte Gas fanden statt bei ca. 1800 — 1900 Volt, positive darauf bei ca. 1600 — 1750 Volt. Am folgenden Tage erhielt man positives Ausströmen (ohne dass kurz zuvor andere Entladungen übergegangen) bei ca. 1500 — 1600 Volt, darauf negatives bei ca. 1400 — 1500 Volt und dann wieder positives bei ca. 1700 Volt. Eine etwas eingehendere Beobachtungsreihe sei hier noch mitgetheilt denselben Wasserstoff betreffend:

E.	
Negativ	Positiv
z	nn
1616,7	1757,3 bei 1631,8 Vorzuckung
1195,8	1610,9
1733,3	1627,6
1645,7	
np	
1429,2	
1312,5	

Wieder machte sich beim Wasserstoff die Regel geltend, dass den niederen Entladungspotentialen (z. B. 1195,8 und 1398) geringere entladene Electricitätsmengen entsprachen, vereinzelt traten auch Vorzuckungen auf.

Merkwürdig erschien das Verhalten von Gemengen von Luft und Wasserstoff. Allmählich wurde immer mehr Luft (durch Einströmenlassen nach erfolgtem theilweisen Evakuiren, bez. Eintreiben mit Druckapparat ohne Auspumpen vorher) hinzugefügt und wiederholt mit dem Braun'schen Electrometer beobachtet, wann das Ausströmen begann. Nur sehr langsam rückte die Spannung in die Höhe, das Verhalten war wesentlich (auch bei überwiegender Luftmenge) immer noch das des reinen Wasserstoffes, nur nimmt die Menge der entladenen negativen Electricität bald merklich ab. Dabei bleiben die negativen Werthe relativ hoch wie in dem reinen Gase, welches Verhalten geradezu mit einer gewissen Hartnäckigkeit bestehen bleibt. *Die Gegenwart von Wasserstoff scheint daher wesentlich die Einleitung der Entladung zu bestimmen*, aber entsprechend der geringeren Menge solchen vorhandenen Gases nehmen die übergehenden Quantitäten ab, bis schliesslich zu wenig Wasserstoff zugegen ist, um noch seinen Einfluss bemerkbar zu machen. Dann erst gelangt man wieder zu Potentialen, wie sie der Luft entsprechen. Ob eine im reinen Gase entstandene Oberflächenschicht, die nicht sobald wieder vergeht, dabei mit zur Geltung kommt, wäre noch zu untersuchen, wie denn überhaupt noch das Verhalten der Gemenge einer eingehenderen Prüfung bedarf. Für jetzt mögen diese wenigen Bemerkungen genügen.

**3. Ueber die Unentbehrlichkeit
der Atomistik in der Naturwissenschaft;
von Ludwig Boltzmann.**

(Aus den Sitzungsber. der k. Akad. d. Wissensch. in Wien. Mathem.-
naturw. Klasse; Bd. CV. Abth. IIa. November 1896.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 5. Nov. 1896.)

Ausser der Atomistik in ihrer heutigen Form ist noch eine zweite Methode in der theoretischen Physik üblich, nämlich die Darstellung eines möglichst eng begrenzten That-sachengebietes durch Differentialgleichungen. Wir wollen sie die Phänomenologie auf mathematisch-physikalischer Grundlage nennen. Da dieselbe ein neues Bild der That-sachen giebt und es selbstverständlich vortheilhaft ist, möglichst viele Bilder zu besitzen, so ist sie natürlich neben der Atomistik in deren heutiger Gestalt von hohem Werthe. Eine andere Phänomenologie, welche ich die energetische nennen möchte, wird später zur Sprache kommen. Man hat nun oft die Ansicht ausgesprochen, dass die nach der phänomenologischen Methode erhaltenen Bilder aus inneren Gründen den Vorzug vor denen der Atomistik verdienen.

Ich pflege solchen allgemein philosophischen Fragen aus dem Wege zu gehen, solange sie keine praktischen Consequenzen haben, da sie nicht so scharf gefasst werden können wie Specialfragen und daher ihre Beantwortung mehr Geschmackssache ist. Doch scheint es mir, als ob gegenwärtig die Atomistik aus dem oben angeführten, kaum stichhaltigen Grunde praktisch zurückgesetzt würde, und da glaubte ich, das Meine thun zu sollen, um den Schaden zu verhüten, der meines Erachtens der Wissenschaft daraus erwachsen könnte, wenn nun die Phänomenologie, wie früher die Atomistik, zum Dogma erhoben würde.

Um Missverständnisse zu vermeiden, will ich gleich zu Anfang die Beantwortung ganz bestimmter Fragen als den Zweck der folgenden Betrachtungen bezeichnen. Da der Nutzen, welchen die Atomistik in ihrer Entwicklung der

Wissenschaft geleistet hat, von keinem unbefangenen Kenner der Geschichte der Wissenschaft bezweifelt wird, so können wir die Fragen so formuliren: Hat die Atomistik in ihrer gegenwärtigen Form nicht auch hohe Vorzüge vor der heute üblichen Phänomenologie? Ist irgend eine Wahrscheinlichkeit vorhanden, dass sich in absehbarer Zeit aus der Phänomenologie eine Theorie entwickeln könne, welche diese, gerade der Atomistik eigenthümlichen Vorzüge ebenfalls besitzt? Besteht nicht neben der Möglichkeit, dass die heutige Atomistik einmal verlassen werden wird, auch die, dass in ihr die Phänomenologie mehr und mehr aufgehen wird? Endlich wäre es nicht ein Schaden für die Wissenschaft, wenn man nicht noch heute die gegenwärtigen Anschauungen der Atomistik mit gleichem Eifer pflegte, wie die der Phänomenologie? Die Beantwortung dieser Fragen in dem der Atomistik günstigen Sinne bezeichne ich schon hier als das Resultat der folgenden Betrachtungen.

Die Differentialgleichungen der mathematisch-physikalischen Phänomenologie sind offenbar nichts als Regeln für die Bildung und Verbindung von Zahlen und geometrischen Begriffen, diese aber sind wieder nichts anderes als Gedankenbilder, aus denen die Erscheinungen vorhergesagt werden können.¹⁾ Genau dasselbe gilt auch von den Vorstellungen der Atomistik, sodass ich in dieser Beziehung nicht den mindesten Unterschied zu erkennen vermag. Ueberhaupt scheint mir von einem umfassenden That Sachengebiete niemals eine directe Beschreibung, stets nur ein Gedankenbild möglich. Man darf daher nicht mit Ostwald sagen, du sollst dir kein Bild machen, sondern nur, du sollst in dasselbe möglichst wenig willkürliches aufnehmen.

Die mathematisch-physikalische Phänomenologie verbindet manchesmal die Voranstellung der Gleichungen mit einer gewissen Geringschätzung der Atomistik. Ich glaube nun, dass die Behauptung, Differentialgleichungen gingen weniger über die That sachen hinaus, als die allgemeinste Form atomistischer Ansichten, auf einem Zirkelschlusse beruhen würde. Wenn man schon von vornherein der Ansicht ist, dass unsere Wahr-

1) Vgl. Principien der Wärmelehre (Leipzig, bei J. A. Barth, p. 363, 1896) von Mach, dessen einschlägige Schriften wesentlich zur Klärung meiner eigenen Weltanschauung beitrugen.

nehmungen durch das Bild eines Continuum dargestellt werden, dann gehen allerdings nicht die Differentialgleichungen, wohl aber die Atomistik über die vorgefasste Ansicht hinaus. Ganz anders, wenn man atomistisch zu denken gewohnt ist; dann kehrt sich die Sache um und die Vorstellung des Continuum scheint über die Thatsachen hinauszugehen.

Analysiren wir z. B. einmal die Bedeutung der hierbei classischen Fourier'schen Wärmeleitungsgleichung! Dieselbe drückt nichts anderes aus, als eine ans zwei Theilen bestehende Regel:

1. Man denke sich im Innern des Körpers (oder noch allgemeiner regelmässig angeordnet in einer entsprechend begrenzten dreidimensionalen Mannichfaltigkeit) zahlreiche kleine Dinge (nennen wir sie Elementarkörperchen oder besser Elemente oder Atome im allgemeinsten Sinne), deren jedes zu Anfang eine beliebige Temperatur hat. Nach Verlauf einer sehr kleinen Zeit (bez. bei einem kleinen Zuwachse einer vierten Variabeln) sei die Temperatur jedes Körperchens das arithmetische Mittel der Temperaturen, welche vorher die dasselbe unmittelbar umgebenden Körperchen hatten.¹⁾ Nach einer zweiten gleich grossen Zeit hat man diesen Process zu wiederholen etc.

2. Man denke sich sowohl die Elementarkörperchen als auch die Zeittheilchen immer kleiner und kleiner, ihre Anzahl im entsprechenden Verhältnisse immer grösser und grösser und bleibe bei jenen Temperaturwerthen stehen, wo die weitere Verkleinerung das Resultat nicht mehr merkbar beeinflusst.

Ebenso können bestimmte Integrale, welche die Lösung der Differentialgleichung darstellen, im allgemeinen nur durch mechanische Quadraturen berechnet werden, erfordern also wieder zuerst eine Zerlegung in eine endliche Anzahl von Theilen.

Man glaube doch nicht, dass man sich durch das Wort Continuum oder das Hinschreiben einer Differentialgleichung auch einen klaren Begriff des Continuum verschafft habe! Bei näherem Zusehen ist die Differentialgleichung nur der Ausdruck dafür, dass man sich zuerst eine endliche Zahl zu

1) Maxwell, Treatise on electricity, 1873, vol. I, art. 29; Mach, l. c. p. 118.

denken hat; dies ist die erste Vorbedingung, dann erst muss die Zahl wachsen, bis ihr weiteres Wachsthum nicht mehr von Einfluss ist. Was nützt es, die Forderung, sich eine grosse Zahl von Einzelwesen zu denken, jetzt zu verschweigen, wenn man bei Erklärung der Differentialgleichung den durch dieselbe ausgedrückten Werth durch jene Forderung definirt hat? Man verzeihe den etwas banalen Ausdruck, wenn ich sage, dass derjenige, welcher die Atomistik durch Differentialgleichungen losgeworden zu sein glaubt, den Wald vor Bäumen nicht sieht. Eine Erklärung der Differentialgleichung durch complicirtere, geometrische oder andere physikalische Begriffe würde aber erst recht die Wärmeleitungsgleichung im Lichte einer Analogie, statt einer directen Beschreibung erscheinen lassen. Wir vermögen in Wirklichkeit die benachbarten Theile nicht zu unterscheiden. Ein Bild aber, in welchem wir von allem Anfange her die benachbarten Theile nicht unterscheiden, wäre verschwommen; wir könnten daran die vorgeschriebenen Rechnungsoperationen nicht vornehmen.

Erkläre ich also die Differentialgleichung oder eine Formel, welche bestimmte Integrale enthält, für das zweckmässigste Bild, so gebe ich mich einer Illusion hin, wenn ich glaube, damit die atomistische Vorstellung aus meinem Gedankenbilde entfernt zu haben, ohne welche der Limitenbegriff sinnlos ist; ich mache dann vielmehr blos die weitere Behauptung, dass, wie sehr auch die Beobachtungsmittel verfeinert werden mögen, niemals Unterschiede zwischen den Thatsachen und den Limitenwerthen beobachtbar sein werden.

Geht da nicht das Bild, welches eine sehr grosse, aber endliche Zahl von Elementarkörperchen voraussetzt, weniger über die Thatsachen hinaus? Hat sich nicht die Sache umgekehrt? Während früher die Annahme einer bestimmten Grösse der Atome als eine rohe, willkürlich über die Thatsachen hinausgehende Vorstellung galt, so erscheint sie jetzt gerade als die natürlichere, und die Behauptung, dass niemals Unterschiede zwischen den Thatsachen und den Limitenwerthen entdeckt werden könnten, weil solche bis heute (vielleicht nicht einmal in allen Fällen) noch nicht entdeckt wurden, fügt dem Bilde etwas Neues, Unerwiesenes bei. Warum durch diese hinterher angeflickte Behauptung das Bild klarer,

einfacher oder wahrscheinlicher werden sollte, ist mir unbegreiflich.¹⁾ Die Atomistik scheint vom Begriffe des Continuum's untrennbar. Offenbar gingen Laplace, Poisson, Cauchy etc. deshalb von atomistischen Betrachtungen aus, weil man sich damals noch klarer hewusst war, dass Differentialgleichungen nur Symbole für atomistische Vorstellungen sind und daher auch noch lebhafter das Bedürfniss empfand, letztere einfach zu gestalten. Die ersten Formen der Atomistik möchte ich mit den complicirten Umschweiften vergleichen, welche die alten Physiker machten, statt mit benannten Grössen zu rechnen, während die Gewöhnung an die Symbolik der Integralrechnung der an Ausdrücke wie $\text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}$ gleicht. Die dadurch erzielte Bequemlichkeit kann aber zu manchen Fehlschlüssen führen, wenn man die Bedeutung vergisst, die man der Division durch eine Secunde willkürlich beilegte.

Wie die Wärmeleitungsgleichung, so können auch die Grundgleichungen der Elasticität allgemein nur gelöst werden, indem man sich zuerst eine endliche Zahl von Elementarkörperchen denkt, welche nach gewissen einfachen Gesetzen aufeinander wirken und dann wieder die Limite bei Vermehrung der Zahl derselben sucht. Diese Limite ist also wieder die eigentliche Definition der Grundgleichungen, und das Bild, welches von vornherein eine grosse, aber endliche Zahl annimmt, erscheint abermals einfacher.

Wir können so, indem wir den betreffenden Atomen nur gerade so viele Eigenschaften beilegen, als nothwendig sind, um ein kleines Thatsachegebiet in der einfachsten Weise zu beschreiben, für jedes solche Thatsachegebiet eine besondere Atomistik erhalten²⁾, welche zwar, wie mir scheint, ebenso

1) Die Gesichtswahrnehmungen entsprechen der Erregung einer endlichen Zahl von Nervenfasern, werden also wahrscheinlich durch ein Mosaik besser dargestellt, als durch eine continuirliche Fläche. Aehnliches gilt auch von den übrigen Sinnesempfindungen. Ist es da nicht wahrscheinlich, dass auch die Modelle für Complexe von Wahrnehmungen besser aus discreten Theilen zusammengesetzt werden?

2) Wenn wir ehrlich sind, so können wir der Behauptung von Hertz, dass ein gewisses System von Differentialgleichungen seine Theorie der electromagnetischen Erscheinungen ausmache, nur den Sinn beilegen, dass er sich diese Erscheinungen durch das Bild von zweierlei, den Raum dicht erfüllenden Gedankendingen darstellt, welche beide den

wenig als das, was man gewöhnlich Atomistik nennt, eine directe Beschreibung, aber doch ein von Willkür möglichst freies Bild ist.

Charakter von Vektoren haben und deren zeitliche Aenderung, die sich aber jetzt auf Intensität und Richtung bezieht, wie bei der Wärmeleitung nur durch die unmittelbare Umgebung bedingt ist, aber in complicirterer, leicht anzugebender Weise davon abhängt. Hierdurch ist eine atomistische Theorie des Electromagnetismus gegeben, die möglichst wenig Willkürliches enthält. Die Forderung, diesen mechanisch zu erklären, fällt mit dem Bedürfnisse nach Beseitigung der Complicirtheit dieses Bildes und dessen Inhomogenität mit den in den übrigen Thatsachegebieten verwendeten Bildern zusammen, welche demjenigen freilich nicht auffällt, der blos den Anblick der Differentialgleichungen vergleicht. Dieser Inhomogenität und der Wahrscheinlichkeit, dass es einfachere Bilder giebt, will man offenbar Ausdruck geben, wenn man sagt, man weiss nicht, was Electricität ist. Die Phänomenologie von heute ist also wieder ganz auf den Standpunkt Lemery's (Ostwald, Lehrb. d. allg. Chem. 2. II. 2. Aufl. p. 5 und 103) zurückgekehrt, welcher sich ebenfalls nicht scheute, sobald sich dadurch nur eine Erklärung der ihm bekannten Thatfachen bot, den Atomen die complicirtesten Eigenschaften beizulegen; nur dass wir dies nicht gewahr werden, weil wir den Kopf in Differentialgleichungen wie der Vogel Strauss ins Gebüsch verstecken.

Die gewöhnlichen Gleichungen der Elasticitätslehre stellen, sobald darin noch die Verschiebungen u , v , w und die elastischen Kräfte X_x , X_y . . . enthalten sind, wenn man sich der Bedeutung des Limitenbegriffes entsinnt, ziemlich complicirte Regeln für die Veränderung der Coordinaten $x + u$, $y + v$, $z + w$ von gewöhnlichen Punkten und gleichzeitige Aenderung von Vectoratomen dar. Auch die durch Elimination der elastischen Kräfte entstehenden Gleichungen bedürfen noch einiger Reductionen, um das übliche atomistische Bild der elastischen Erscheinungen zu liefern. Um letzteres zu erhalten, hat man also an den Gleichungen oder an den mit den Gleichungen identischen Bildern gewisse Zusammensetzungen und Zerlegungen vorgenommen, gerade wie man in der Mechanik die Kräfte zusammensetzt und zerlegt, um eine möglichst einfache Beschreibung zu erhalten.

Auch die Differentialquotienten nach der Zeit sprechen natürlich die Forderung aus, dass man in dem Bilde der Natur die Zeit zunächst in sehr kleine, endliche Zeittheile (Zeitatome) zerlegt denken muss. Lasse ich also die Vorstellung, dass niemals eine Abweichung von der Limite entdeckt werden könne, der sich das Bild bei immer kleiner werdenden Zeitatomen nähert, als durch die Erfahrung noch nicht erwiesen, fallen, so müsste ich mir vorstellen, dass schon die Gesetze der Mechanik des materiellen Punktes nur angenähert richtig sind. Blos um eine Abnung zu geben, wie verschiedenartig die Bilder gewählt werden können, will ich hier ein speciellcs Bild erwähnen. Man denkt sich im Raume (besser in einer dreidimensionalen Mannichfaltigkeit) sehr

Die Phänomenologie versucht nun, alle diese speciellen Atomistiken ohne vorhergehende Vereinfachung derselben zu combiniren, um die wirklichen Thatsachen darzustellen, d. h. ihnen alle in diesen Atomistiken enthaltenen Vorstellungen anzupassen; allein da sie eine Unzahl von Begriffen, die je einem kleinen Erscheinungsgebiete entnommen sind und wenig zu einander passen, sowie eine Unzahl von Differentialgleichungen mitbringt, von denen jede, trotz mannichfaltiger Analogien, doch wieder viele Besonderheiten hat, so ist von vornherein zu erwarten, dass sich die Darstellung sehr complicirt gestalten muss. In der That zeigt sich, dass schon ganz unübersichtliche und enorm complicirte Gleichungen nothwendig sind, wenn die Phänomenologie auch nur das Ineinandergreifen einiger weniger Erscheinungsgebiete bei noch immer nahe stationären Vorgängen darstellen will (elastische Deformation mit Erwärmung und Magnetisirung etc.). Auch muss man (z. B. wenn man die Dissociation der Gase nach Gibbs, die der Electrolyte nach Planck darstellen will) doch wieder Hypothesisches, also über die Thatsachen Hinausgehendes einführen.

Dazu kommt noch der Umstand, dass alle Begriffe der Phänomenologie nahe stationären Erscheinungen entlehnt sind

viele sich berührende Kugeln. Die Anordnung derselben wechselt nach einem zu suchenden Gesetze A von einem Zeitatome zum anderen sehr wenig, aber um endliches. Die verschieden gestalteten Lücken zwischen den Kugeln treten an Stelle der Atome des alten Bildes, das Gesetz A ist so zu wählen, dass die zeitliche Aenderung der Lücken ein Weltbild liefert. Wäre es möglich, ein solches Bild zu finden, welches umfassendere Uebereinstimmung zeigt, als die gewöhnliche Atomistik, so wäre damit auch dessen Berechtigung erwiesen. Die Auffassung der Atome als materieller Punkte und der Kräfte als Functionen ihrer Entfernung ist also wohl eine provisorische, die aber in Ermangelung einer besseren heute noch beizubehalten ist.

Freilich lehrt die einfachste Ueberlegung sowie die Erfahrung übereinstimmend, dass es hoffnungslos schwierig ist, durch blosses Rathen ins Blaue hinein gleich auf richtige Weltbilder zu verfallen, dass sich solche vielmehr immer nur langsam aus einzelnen glücklichen Ideen durch Anpassung bilden. Gegen das Treiben der vielen leichtsinnigen Hypothesenschmiede, welche hoffen mit geringer Mühe eine die ganze Natur erklärende Hypothese zu finden, sowie gegen die metaphysische und dogmatische Begründung der Atomistik wendet sich daher die Erkenntnisstheorie mit Recht.

und bei turbulenter Bewegung nicht mehr Stich halten. So können wir die Temperatur eines ruhenden Körpers mittels eines eingesenkten Thermometers definiren. Wenn sich der Körper als Ganzes bewegt, mag sich das Thermometer mitbewegen. Hat aber jedes Volumenelement des Körpers eine verschiedene Bewegung, so wird die Definition gegenstandslos, und es ist wahrscheinlich oder doch möglich, dass sich dann die verschiedenen Energieformen (was Wärme, was sichtbare Bewegung ist etc.) nicht mehr scharf scheiden lassen.

Bedenkt man dies, sowie die Complication, welche die phänomenologischen Gleichungen schon in den wenigen Fällen annehmen, wo man das Ineinandergreifen mehrerer Erscheinungsgebiete darstellte, so wird man eine Ahnung von den Schwierigkeiten erhalten, beliebige turbulente, auch mit chemischen Umsetzungen verbundene Erscheinungen nach dieser Methode zu beschreiben, also ohne vorher die den einzelnen Thatsachengebieten entsprechenden Atomistiken durch freilich willkürliche Vereinfachungen in bessere Uebereinstimmung zu bringen. In Vergleich mit den Eigenschaften, die man zu diesem Zwecke den Elementarkörperchen beilegen müsste, wären Lemery-Molecüle wahre Muster der Einfachheit.

Eine specielle Phänomenologie, welche ich die energetische (im weitesten Sinne) nennen will, hofft durch weitere Verfolgung des allen Erscheinungsgebieten Gemeinsamen die verschiedenen, den einzelnen Erscheinungsgebieten entsprechenden Atomistiken einander näher zu bringen. Zwei Gattungen solcher gemeinsamer Züge sind bekannt. Der ersten Gattung gehören gewisse allgemeine Sätze an, wie das Energie-, Entropieprincip etc., ich möchte sagen allgemeine Integralsätze, welche in allen Erscheinungsgebieten gelten. Die zweite Gattung besteht in Analogien, welche sich durch die verschiedensten Erscheinungsgebiete durchziehen können. Die letzteren haben ihren Grund oft nur in der Gleichheit der Form, welche gewisse Gleichungen bei einem gewissen Grade der Annäherung immer annehmen müssen, während in den feineren Details die Analogien oft aufzuhören scheinen. (Angenäherte Proportionalität kleiner Aenderungen der Function mit denen des Argumentes, Uebrigbleiben der ersten oder zweiten Differentialquotienten mit annähernd constanten Coeffi-

cienten, Linearität bezüglich kleiner Grössen und daher Superposition. Auch die Analogien im Verhalten der verschiedenen Energieformen scheinen theilweise solche rein algebraische Gründe zu haben). Allein trotz der enormen Wichtigkeit der Integralsätze wegen ihrer allgemeinen Gültigkeit und der daraus entspringenden hohen Sicherheit und der Analogien wegen der vielfachen Rechnungsvorteile und neuen Gesichtspunkte, welche sie bieten, liefern sowohl die Integralsätze als auch die Analogien doch immer nur einen kleinen Theil des gesammten Thatenzusammenhanges, man musste daher selbst zur genauen Darstellung jedes einzelnen Erscheinungsgebietes noch so viele specielle Bilder hinzunehmen (Naturgeschichte des betreffenden Erscheinungsgebietes), dass, wie ich andern Orts nachgewiesen zu haben glaube, bisher nicht einmal die eindeutige und umfassende Beschreibung eines einzigen Gebietes stationärer Erscheinungen nach dieser Methode gelang, geschweige denn eine Uebersicht aller, sogar auch der turbulenten Phänomene. Die Frage, ob einmal auf diesem Wege umfassende Naturbilder gelingen, hat daher vorläufig nur einen rein akademischen Werth.

Um dem letzteren Ziele näher zu kommen, sucht die heutige Atomistik schon die Fundamente der verschiedenen phänomenologischen Atomistiken einander anzupassen, indem sie die Eigenschaften der für die verschiedenen Thatenzgebiete erforderlichen Atome willkürlich so ergänzt und ändert, dass sie zur gleichzeitigen Darstellung vieler Gebiete taugen.¹⁾ Sie zerlegt gewissermaassen die Eigenschaften der für ein einzelnes Thatenzgebiet erforderlichen Atome so in Componenten (vgl. drei Seiten vorher in der Anmerkung), dass dieselben auf mehrere Thatenzgebiete passen. Dies

1) Obige Darstellung will natürlich nicht sagen, dass die phänomenologischen Gleichungen immer zeitlich den Fortschritten der heutigen Atomistik vorangegangen seien. Die meisten phänomenologischen Gleichungen wurden vielmehr selbst durch Betrachtungen an specialisirten, einem anderen Erscheinungsgebiete (der Mechanik) entnommenen Atomen gewonnen und erhielten erst später durch Loslösung von diesen Betrachtungen den Charakter phänomenologischer Gleichungen. Dieser Umstand kann uns nicht wundern, da wir erkannt haben, dass der Sinn dieser Gleichungen in Wahrheit immer die Forderung atomistischer Bilder ist und er wird nur noch mehr zu Gunsten der Atomistik sprechen.

ist selbstverständlich gerade so, wie die Zerlegung der Kräfte in Componenten nicht ohne eine gewisse, über die Thatsachen hinausgehende Willkürlichkeit möglich.¹⁾ Allein sie erreicht dafür den Vortheil, dass sie ein einfaches und übersichtliches Bild einer weit grösseren Summe von Thatsachen zu geben vermag.

Während die Phänomenologie schon für die Mechanik der Schwerpunktsbewegungen und der starren Körper, für die Elasticität, Hydrodynamik etc. separate unter sich wenig zusammenhängende Bilder braucht, ist die heutige Atomistik ein vollkommen zutreffendes Bild aller mechanischen Erscheinungen und es ist bei der Abgeschlossenheit dieses Gebietes kaum zu erwarten, dass auf demselben noch Erscheinungen entdeckt werden könnten, welche sich nicht in den Rahmen des Bildes fügen. Dieses umfasst ferner auch die Wärmeerscheinungen. Dass der letztere Umstand nicht so sicher nachgewiesen werden kann, liegt lediglich in der Schwierigkeit, welche die Berechnung der Molekularbewegung bietet. Jedenfalls finden sich alle wesentlichen Thatsachen in den Zügen unseres Bildes wieder. Dieses erwies sich auch zur Darstellung der krystallographischen Thatsachen, der constanten Propor-

1) Ein derartiger, dem Bilde der Atome willkürlich beigelegter Zug ist deren Unveränderlichkeit. Der Vorwurf, dass hier eine unberechtigte Verallgemeinerung der beobachteten, nur begrenzte Zeit dauernden Unveränderlichkeit der festen Körper vorliege, wäre sicher gerechtfertigt, sobald man, wie es wohl ehemals geschah, die Unveränderlichkeit der Atome a priori zu beweisen suchte. Wir nehmen sie aber blos deshalb in unser Bild auf, damit dasselbe den Inbegriff möglichst vieler Erscheinungen darzustellen vermag, wie man den ersten Differentialquotienten nach der Zeit und die zweiten nach den Coordinaten deshalb in die Wärmeleitungsgleichung aufnimmt, damit sie auf die Thatsachen passt. Wir sind bereit, die Unveränderlichkeit in jenen Fällen fallen zu lassen, wo eine andere Annahme die Erscheinungen besser darstellen würde. So wären in der That die fünf Seiten vorher in der Anmerkung erwähnten Vectoratome des Aethers nicht mit der Zeit unveränderlich.

Die Unveränderlichkeit der Atome gehört also zu jenen Vorstellungen welche sich als sehr brauchbar erwiesen, obwohl die metaphysischen Betrachtungen, durch welche man dazu gelangte, einer vorurtheilslosen Kritik nicht Stand halten. Gerade wegen dieser vielfachen Brauchbarkeit muss man aber doch eine gewisse Wahrscheinlichkeit, dass sich die sogenannte strahlende Energie durch ähnliche Bilder wie die Materie darstellen lasse (dass der Lichtäther ein Stoff sei), zugeben.

tionen der Massen bei chemischen Verbindungen ¹⁾, der chemischen Isomerien und der Beziehungen zwischen der Drehung der Polarisationssebene und der chemischen Constitution etc. äusserst nützlich.

Die Atomistik ist dabei noch grosser Weiterentwicklung fähig. Man kann sich unter den Atomen complicirtere, mit beliebigen Eigenschaften begabte Individuen denken, wie z. B. die Vectoratome, von denen wir sechs Seiten vorher in der Anmerkung sahen, dass sie momentan die einfachste Beschreibung der electromagnetischen Erscheinungen liefern. ²⁾

Den der Phänomenologie noch ganz unzugänglichen turbulenten Erscheinungen tritt nun die heutige Atomistik freilich mit bestimmten vorgefassten Meinungen entgegen; allein sie besitzt dafür werthvolle Fingerzeige, wie jene Erscheinungen wohl darstellbar sein dürften, ja kann sie in manchen Fällen geradezu voraussagen. So vermag die Gastheorie den Verlauf aller mechanischen und thermischen Erscheinungen in Gasen auch bei turbulenter Bewegung vorauszusagen und giebt so

1) Keine chemische Verbindung entsteht momentan, jede pflanzt sich mit endlicher, wenn auch grosser Geschwindigkeit im Raume fort. Macht man daher von der obigen Analyse des Continuitätsbegriffes Gebrauch, so würde das Mach-Ostwald'sche Bild des Chemismus (Mach, l. c. p. 359) aussagen, dass immer *a* Elementarkörperchen des einen, *b* des anderen Stoffes verschwinden und dafür *c* eines neuen Stoffes zum Vorschein kommen. Der Unterschied zwischen dieser und den landläufigen Anschauungen der Chemie ist offenbar nicht mehr wesentlich. Daran würde nichts wesentliches geändert, wenn erst die in bekannter Weise zu findende Limite die Thatsachen darstellen würde.

2) Wenn man unter einer mechanischen Naturerklärung eine solche versteht, welche auf den Gesetzen der heutigen Mechanik beruht, so muss es als durchaus unsicher bezeichnet werden, dass die Atomistik der Zukunft eine mechanische Naturerklärung sein werde. Nur insofern, als sie immer möglichst einfache Gesetze für die zeitliche Veränderung zahlreicher, in einer Mannigfaltigkeit von wohl drei Dimensionen vertheilter Einzeldinge wird angeben müssen, kann man sie jedenfalls im übertragenen Sinne als eine mechanische Theorie bezeichnen.

Sollte z. B. wirklich keine einfachere Beschreibung der electromagnetischen Erscheinungen gefunden werden, so müsste man die oben im Texte besprochenen Vectoratome beibehalten. Ob man nun die Gesetze, nach denen sich diese mit der Zeit verändern, als mechanische bezeichnen will oder nicht, das dürfte vollkommen von unserem Belieben abhängen.

Anhaltspunkte, wie für diese Erscheinungen die Temperatur, der Druck etc. zu definiren sein werden. Gerade das aber ist die Hauptaufgabe der Wissenschaft, die zur Darstellung einer Reihe von Thatsachen dienenden Bilder so zu gestalten, dass daraus der Verlauf anderer ähnlicher vorhergesagt werden kann. Es versteht sich freilich, dass die Vorhersagung noch durch das Experiment geprüft werden muss. Wahrscheinlich wird sie sich nur theilweise bestätigen. Es ist dann Hoffnung vorhanden, die Bilder so abzuändern und zu vervollständigen, dass sie auch den neuen Thatsachen entsprechen. (Wir erfahren Neues über die Beschaffenheit der Atome).

Natürlich ist die Forderung berechtigt, dass man dem Bilde nicht mehr willkürliches (das möglichst allgemein zu halten ist) hinzufüge, als zur Beschreibung grösserer Erscheinungsgebiete unumgänglich nothwendig ist, dass man stets bereit sei, das Bild abzuändern, ja die Möglichkeit im Auge behalte, einmal zu erkennen, dass an Stelle des Bildes besser ein ganz neues, grundverschiedenes treten müsse. Schon deshalb, weil dann die Construction des neuen Bildes auf Grund der unberührt gebliebenen Specialbilder der Phänomenologie geschehen müsste, sind auch diese neben der Atomistik sorgfältig zu pflegen.

Zum Schlusse möchte ich noch weiter gehend, mich fast bis zur Behauptung versteigen, dass es in der Natur des Bildes liege, dass dasselbe gewisse willkürliche Züge behufs der Abbildung beifügen muss und dass man strenge genommen jedesmal über die Erfahrung hinausgehe, sobald man aus einem gewissen Thatsachen angepassten Bilde auch nur auf eine einzige neue Thatsache schliesst. Ist es mathematisch gewiss, dass man nicht, um alle Thatsachen darzustellen, an Stelle der Fourier'schen Wärmeleitungsgleichung eine ganz andere setzen müsste, die sich gerade nur in den bisher beobachteten Fällen auf die Fourier'sche reducirt, so dass man bei der nächstbesten neuen Beobachtung sofort das Bild und infolge dessen auch die Vorstellung über den Wärmeaustausch der kleinsten Theilchen total ändern müsste? Es könnten z. B. alle bisher untersuchten Körper zufällig gerade gewisse Regelmässigkeiten zeigen, bei deren Wegfall die Fourier'sche Gleichung falsch wird.

Aehnlich wie Fourier das Gesetz der specifischen Wärme und die Proportionalität des Wärmeaustausches zwischen zwei sich berührenden Körpern mit der Temperaturdifferenz, so überträgt die Gastheorie die allgemeinen Gesetze der Mechanik und die Thatsache, dass die Körper sich bei der Berührung verdrängen, in etwas grösserer Entfernung aber nicht mehr aneinander wirken, auf die kleinsten Theilchen, die man, wie wir sahen, gar nicht entbehren kann, wenn man ausgedehnte Körper darstellen soll. Auch die Annahme, dass ein- und dieselben kleinsten Theilchen zur Darstellung des tropfbaren und gasförmigen Aggregatzustandes genügen, scheint mir bei der Continuität beider Aggregatzustände wohl begründet und entspricht allein der Forderung nach Einfachheit der Naturbeschreibung. Die Berechtigung der beiden letzteren Annahmen zugegeben, können wir aber der Consequenz gar nicht entgehen, dass die kleinsten Theile in eine dem Auge unsichtbare relative Bewegung gerathen, welche sichtbare, lebendige Kraft verschluckt und deren Wahrnehmbarkeit durch gewisse Nerven sicher nicht unwahrscheinlich ist (speciell mechanische Wärmetheorie), sowie dass sie in sehr verdünnten Körpern meist nahe gerade Bahnen beschreiben (kinetische Gastheorie). Das Bild, durch welches wir die mechanischen Erscheinungen darstellen, würde durch Weglassen dieser Folgerungen nur complicirter, wenn nicht widersprechend. Die weitere Annahme, dass die Molecularbewegungen nicht aufhören, während erregte, sichtbare Bewegungen allmählich in Molecularbewegungen übergehen, ist ebenfalls den anerkannten mechanischen Gesetzen vollkommen conform.

Sämmtliche Folgerungen der speciellen mechanischen Wärmetheorie, sie mochten den disparatesten Gebieten angehören, wurden durch die Erfahrung bestätigt, ja ich möchte sagen, sie stimmten bis in ihre feinsten Nuancen merkwürdig mit dem Pulsschlage der Natur.¹⁾

1) Unter vielem erwähne ich da nur die Erklärung der drei Aggregatzustände und deren Uebergänge ineinander, ferner die Uebereinstimmung des Entropiebegriffes mit dem mathematischen Ausdrucke der Wahrscheinlichkeit oder Ungeordnetheit einer Bewegung. Die Behauptung, ein bewegtes System sehr vieler Körperchen strebe, von unbeobachtbar wenigen Ausnahmen abgesehen, einem Zustande zu, für den ein ange-

Freilich sind die Fourier'schen Annahmen über die Wärmeleitung so ausserordentlich einfach und die Thatsachen, welche man aus denselben noch berechnen könnte, den schon durch die Beobachtung geprüften so conform, dass die Behauptung, Fourier's Annahme und seine Gleichung wären (als erste Annäherung) nicht absolut gewiss, vielleicht als Haarspalterei erscheint. Ich aber finde es nicht verwunderlich, dass man mit recht einfachen plausiblen Annahmen auskommt, sobald man das Thatsachengebiet so willkürlich beschränkt und dass dann auch bald die von den bestätigten Fällen wesentlich verschiedenen ausgehen.

Sollte es je gelingen, eine ebenso umfassende Theorie, wie die heutige Atomistik zu construiren, welche auf ebenso klarer und unanfechtbarer Grundlage beruht, wie die Fourier'sche Wärmeleitungstheorie, so wäre dies natürlich ein Ideal. Ob dies eher durch nachherige Vereinigung der vorher unvereinfachten phänomenologischen Gleichung oder dadurch möglich sein wird, dass die Anschauungen der heutigen Atomistik durch fortwährende Anpassung und stete Bestätigung durch die Erfahrung endlich der Evidenz der Fourier'schen Theorie sich asymptotisch nähern, scheint mir heute noch völlig unentschieden.¹⁾ Denn wenn man auch die schon vor-

barer mathematischer, die Wahrscheinlichkeit des Zustandes messender Ausdruck ein Maximum wird, scheint mir doch über den fast tautologischen, es strebe dem stabilsten Zustande zu, hinauszugehen. Uebrigens vermuthet Mach (l. c. p. 381) mit Recht, dass ich bei Abfassung einer populären Rede über dieses Thema die von ihm citirten, das Streben nach Stabilität behandelnden Schriften nicht kannte, von denen alle bis auf eine erst Jahre nach meiner Rede, alle nach Publication derjenigen Abhandlungen erschienen sind, von denen jene Rede nur eine populäre Darstellung giebt.

Wenn das Energieprincip die einzige Begründung der speciellen mechanischen Wärmelehre und die Erklärung desselben ihr einziger Zweck wäre, dann wäre sie freilich nach der allgemeinen Erkenntniss desselben überflüssig. Wir sahen aber, dass noch viele andere Gründe für sie sprechen und dass sie auch von zahlreichen anderen Erscheinungen ein Bild liefert.

Die Theorie der electricischen Fluida war von vornherein in ganz anderer Weise unnatürlich und wurde von zahlreichen Forschern seit jeher als eine provisorische erkannt.

1) Bedeutende Ausgestaltungen und weitere Anpassungen (vgl. Mach, l. c. S. 380) werden aber bei beiden Theorien nothwendig sein

liegenden Beobachtungen, wobei eine Molecularbewegung in tropfbaren Flüssigkeiten und Gasen direct beobachtet worden zu sein scheint, für nicht beweisend hält, so kann doch die Möglichkeit künftiger beweisender (d. h. die Wahrscheinlichkeit bis zu beliebigem Grad steigernder) Beobachtungen nicht gelegnet werden. Ganz verfehlt scheint es mir daher, wenn man sicher behauptet, dass Bilder, wie die specielle mechanische Wärmetheorie oder die Atomtheorie des Chemismus und der Krystallisation, einmal aus der Wissenschaft verschwinden müssten. Es kann nur gefragt werden, ob die Uebereilung, welche in der Cultivirung solcher Bilder liegt, oder die zu grosse Vorsicht, welche empfiehlt, sich derselben zu enthalten, für die Wissenschaft unvortheilhafter wäre.

Wieviel die Vorstellungen der Atomistik durch Förderung der Anschaulichkeit und Uebersicht der Physik, Chemie und Krystallographie genützt haben, ist bekannt; dass sie besonders zur Zeit, als sie noch den Erscheinungen viel weniger als jetzt angepasst waren und mehr von metaphysischen Gesichtspunkten betrachtet wurden, auch hemmend wirkten und daher in einigen Fällen wie ein unnützer Ballast erscheinen, soll nicht geleugnet werden. Man wird, ohne die Uebersicht aufzugeben, nichts von der Sicherheit verlieren, wenn man die Phänomenologie der möglichst sichergestellten Resultate strenge von den zur Zusammenfassung dienenden Hypothesen der

Die Fourier'sche Wärmeleitungsgleichung

$$\frac{du}{dt} = k \Delta u$$

ist bei constantem k entschieden falsch. Dass sie bei veränderlichem k die Form

$$h \frac{du}{dt} = \frac{d}{dx} \left(k \frac{du}{dx} \right) + \frac{d}{dy} \left(k \frac{du}{dy} \right) + \frac{d}{dz} \left(k \frac{du}{dz} \right)$$

annehmen müsse, ist kaum durch die Erfahrung genügend bestätigt. Die Rückwirkung der von der nicht stationären Wärmeleitung untrennbaren Compressionen und Dilatationen auf die Wärmevertheilung, die directe Wirkung der heissen Volumelemente auf andere entfernte durch Wärmestrahlung in einem diathermanen Körper (und wer weiss, ob nicht alle Körper für gewisse, natürlich auch Energie, also Wärme übertragende Strahlen diatherman sind) stellt sie gar nicht dar. Man sagt freilich, diese gehören nicht zur reinen Wärmeleitung; allein eine solche reine Wärmeleitung wäre wieder ein metaphysischer, hypostasirter Begriff.

Atomistik trennt und beide als gleich unentbehrlich mit gleichem Eifer fortentwickelt, aber nicht unter blosser einseitiger Beachtung der Vorzüge der Phänomenologie behauptet, dass diese jedenfalls einmal die heutige Atomistik verdrängen werde.

Wenn auch die Möglichkeit, die Bilder der Phänomenologie auf einem anderen Wege, als dem der heutigen Atomistik zu einer umfassenden Theorie zu vereinen besteht, so ist doch folgendes sicher:

1. Diese Theorie kann kein Inventar in dem Sinne sein, dass jede einzelne Thatsache mit einem besonderen Zeichen bezeichnet wäre; es wäre ja dann ebenso umständlich sich darin zurecht zu finden, als die Thatsachen alle zu erleben. Sie kann also, wie die heutige Atomistik, bloss eine Anweisung sein, sich ein Weltbild zu construiren.

2. Will man sich keiner Illusion über die Bedeutung einer Differentialgleichung oder überhaupt einer continuirlich ausgedehnten Grösse hingeben, so kann man nicht in Zweifel sein, dass dieses Weltbild in seinem Wesen wieder ein atomistisches sein muss, d. h. eine Vorschrift, sich die zeitlichen Veränderungen einer überaus grossen Anzahl von in einer Mannichfaltigkeit von wohl drei Dimensionen angeordneten Dingen nach bestimmten Regeln zu denken. Die Dinge können natürlich gleichartig oder von verschiedener Art, unveränderlich oder veränderlich sein. Das Bild könnte bei der Annahme einer grossen endlichen Zahl, oder es könnte dessen Limite bei stets wachsender Zahl alle Erscheinungen richtig darstellen.

Denkt man sich ein allumfassendes Weltbild, in dem jeder Zug die Evidenz der Fourier'schen Wärmeleitungstheorie hat, möglich, so ist es noch unentschieden, ob es nach der phänomenologischen Methode oder durch stete Weiterbildung und erfahrungsmässige Bestätigung der Bilder der heutigen Atomistik leichter zu erreichen ist. Man könnte sich dann ebenso gut auch denken, dass es mehrere Weltbilder geben könnte, die alle die gleiche ideale Eigenschaft besässen.

Anmerkung 1. Aus den Principien dieses Aufsatzes folgt zweifellos, dass auch continuirliche geometrische Figuren, z. B. der Kreis, nur den Sinn haben, dass man sich dieselben zuerst, aus einer endlichen Punktezah bestehend zu denken hat und erst dann diese Zahl beliebig wachsen lassen muss. Die

Limite, der sich der Umfang des ein und umschriebenen n -Ecks mit wachsendem n nähert, ist eben die Definition der Zahl π . Doch wird man sich den Kreis (als geometrischen Begriff) nicht aus einer grossen endlichen Atomzahl gebildet denken, da er nicht, wie der Begriff eines Grammes Wasser von 4° C. unter dem Atmosphärendruck ein Gedankensymbol für einen einzigen gleichbleibenden Complex ist, sondern wie der Zahlbegriff auf die verschiedensten Complexe mit den verschiedensten (natürlich immer sehr grossen) Atomzahlen anwendbar sein soll.

Anmerkung 2. Man kann natürlich dem, was wir auf der dritten Seite dieser Abhandlung „Elementarkörperchen“ oder „Atome im allgemeinsten Sinne“ oder „Elemente“ nannten, beliebige andere Namen geben, z. B. „Vorstellungseinheiten“ oder „Etwase“. Von dem Namen „Volumenelemente“ aber möchte ich abrathen. 1. bringt derselbe viele Vorstellungen mit sich, die gerade zu vermeiden sind, damit das Bild ungetrübt bleibe, z. B. die einer bestimmten, etwa parallelepipedischen Gestalt, oder die, dass jedes Element noch aus kleineren Theilchen besteht, welche die betreffende Eigenschaft wieder in verschiedenem Grade (also bei der Wärmeleitung wieder verschiedene Temperaturen) haben. Das ist aber gerade die confuseste Annahme, die bei mechanischer Auswerthung der bestimmten Integrale oder der durch Differentialgleichungen definirten Werthe niemals gemacht werden kann, dass in den Elementen selbst Wärmeleitung stattfindet. 2. ist der Begriff Volumenelement in anderer Beziehung zu enge. Wie könnte man den Vectoratomen der Anmerkung auf der fünften Seite dieser Abhandlung den Namen „Volumenelemente“ geben?

4. *Ueber die oscillatorische Ladung von Condensatoren; von Hj. Tallqvist.*

(Hierzu Taf. II Fig. 1–3.)

Die Ladung eines Condensators durch eine, eine Drahtspule enthaltende Strombahn ist bekanntlich oscillatorisch, wenn der Widerstand der Bahn eine durch die Selbstinduction der Spule und die Capacität des Condensators bestimmte Grenze nicht überschreitet. Eine qualitative Untersuchung des oscillatorischen Ladungsvorganges unternahm Hr. W. L. Robb¹⁾, eine genaue quantitative Untersuchung fehlte meines Wissens bisher.

Die vorliegende Arbeit, welche ich in diesem Jahre in dem physikalischen Laboratorium des eidg. Polytechnikums zu Zürich ausgeführt habe, hat den Zweck: 1. die Form und die quantitativen Verhältnisse der Schwingungen bei der Ladung von Condensatoren experimentell zu bestimmen, und 2. die gefundene Uebereinstimmung zwischen Erfahrung und Theorie weiter zu verwerthen.

Es ist mir gelungen, sehr vollständige und regelmässige Schwingungscurven aufzunehmen und die Abhängigkeit zwischen Schwingungsdauer und Dämpfung der Oscillationen einerseits, die Constanten der Strombahn andererseits innerhalb gewisser Grenzen zu verfolgen. Ferner ergibt sich eine Methode, durch die Messung der Schwingungsdauer der Ladungsoscillationen Selbstinductionscoefficienten und Capacitäten zu vergleichen.

Ich beabsichtige die Gesamtergebnisse der Untersuchung bei einer anderen Gelegenheit zu veröffentlichen und beschränke mich nun auf die Beschreibung der angewandten Methode und die Angabe einiger Hauptergebnisse eines Theiles der Untersuchung.

Für die Anregung und wohlwollende Unterstützung, welche mir bei der vorliegenden Arbeit von Prof. H. F. Weber zu Theil geworden ist, ist es mir eine angenehme Pflicht, meinen besten Dank auszusprechen.

1) W. L. Robb, Phil. Mag. **34**, p. 389. 1892; deutsch: Phys. Rev. **2**, p. 726. 1892.

Die Formeln für die oscillatorische Ladung.

Zum Verständniss des Folgenden stelle ich unten einige Formeln für die oscillatorische Ladung eines Condensators, welche ja nicht neu sind, zusammen.

Es sei: p_0 das Potential der Erde und des negativen, mit der Erde verbundenen Poles einer Accumulatoren-Batterie A (Fig. 1), P das Potential des positiven Poles und $E = P - p_0$ die electromotorische Kraft dieser Batterie. Ferner bezeichne W den Ohm'schen Widerstand einer Strombahn, welche von dem positiven Pole der Batterie durch die Spule S zu der einen Belegung des Condensators C führt, dessen andere Belegung mit der Erde verbunden ist. Die Capacität des Condensators sei C , der Selbstinductionscoefficient der Spule L . Nach Ablauf einer Ladungszeit t , welche mittels des Pendelunterbrechers B in später genauer zu beschreibender Weise hergestellt wird, möge die augenblickliche Stromstärke i , und das Potential der nach der Spule gekehrten Condensatorbelegung p sein.

Alsdann geben die Gleichungen

$$Wi = P - p - L \frac{di}{dt} = E - (p - p_0) - L \frac{di}{dt},$$

$$i = C \frac{d(p - p_0)}{dt}$$

für den Verlauf der Ladung die Differentialgleichung

$$(1) \quad \frac{d^2(p - p_0)}{dt^2} + \frac{W}{L} \frac{d(p - p_0)}{dt} + \frac{1}{LC} (p - p_0) = \frac{E}{LC}.$$

Die Ladung ist oscillatorisch unter der Bedingung

$$(2) \quad \frac{1}{LC} > \left(\frac{W}{2L}\right)^2 \text{ oder } W < 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Mit den Anfangswerthen für $t = 0$, $i = 0$ und $p - p_0 = 0$, ergibt die Integration der Differentialgleichung (1)

$$(3) \quad p - p_0 = E \left\{ 1 - e^{-\frac{W}{2L}t} \left(\cos \beta t + \frac{W}{2L\beta} \sin \beta t \right) \right\},$$

$$(4) \quad i = \frac{E}{L\beta} e^{-\frac{W}{2L}t} \sin \beta t,$$

wobei

$$(5) \quad \beta = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{W}{2L}\right)^2} = \frac{\sqrt{1 - \frac{CW^2}{4L}}}{\sqrt{LC}}$$

gesetzt worden ist.

Bezeichnet man mit q die im Condensator zur Zeit t enthaltene Electricitätsmenge, mit Q den Grenzwert dieser Menge für $t = \infty$, welche ich die normale Ladung nennen will, so hat man ferner

$$Q = CE$$

und

$$(6) \quad q = C(p - p_0) = Q \left\{ 1 - e^{-\frac{W}{2L}t} \left(\cos \beta t + \frac{W}{2L\beta} \sin \beta t \right) \right\},$$

wodurch die Ladung als Function der Ladungszeit dargestellt ist. Die Gleichung (6) lässt sich mit den Bezeichnungen

$$(7) \quad T = \frac{2\pi}{\beta} = 2\pi \frac{\sqrt{LC}}{\sqrt{1 - \frac{CW^2}{4L}}}$$

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{WT}{4\pi L} = \frac{W}{2L\beta}$$

in der Form

$$(8) \quad q = Q \left\{ 1 - \frac{1}{\beta \sqrt{LC}} e^{-\frac{W}{2L}t} \cos \left(2\pi \frac{t}{T} - \omega \right) \right\}$$

schreiben, und stellt eine oscillirende Welle dar mit der vollständigen Periode T und dem Dämpfungsverhältniss (Verhältniss einer Amplitude zur nächstfolgenden, absolut genommen)

$$(9) \quad k = e^{\frac{WT}{4L}} = e^{\frac{\pi}{2} W \sqrt{\frac{C}{L}} \sqrt{1 - \frac{CW^2}{4L}}}.$$

Die Ladung oscillirt hin und her um den Grenzwert Q , welcher theoretisch erst nach unendlich langer, praktisch aber nach sehr kurzer Zeit erreicht wird.

Unter der Voraussetzung, dass $(W/2L)^2$ klein ist im Verhältniss zu $1/CL$, wenn also die Strombahn relativ kleinen Widerstand und grosse Selbstinduction besitzt, vereinfachen sich die Formeln (8), (7) und (9) zu

$$(10) \quad q = Q \left\{ 1 - e^{-\frac{W}{2L}T} \cos 2\pi \frac{t}{T} \right\},$$

$$(11) \quad T = 2\pi \sqrt{LC},$$

$$(12) \quad k = e^{\frac{W}{4L}T} = e^{\frac{\pi}{2} \frac{W}{L} \sqrt{\frac{C}{L}}}.$$

Die beigelegte, experimentell aufgenommene Schwingungscurve giebt eine Veranschaulichung der durch die obigen Gleichungen dargestellten Abhängigkeitsverhältnisse zwischen Ladungszeit und Ladung des Condensators.

Bei der Integration der Differentialgleichung (1) wurde vorausgesetzt, dass die Capacität des Condensators von der Zeit unabhängig ist, was bekanntlich nicht zutrifft. Ein bemerkbarer Einfluss des zeitlichen Verlaufes der Capacität auf die Schwingungen bei der Ladung wird auch aus dem Folgenden ersichtlich sein.

Die bei der *Entladung* eines Condensators auftretenden Schwingungen haben bisher weit mehr Beachtung gefunden, wie die Schwingungen bei der *Ladung*. Abgesehen von Constanten, sind die Formeln für beide dieselben; in einigen Beziehungen aber, wie z. B. in Bezug auf Funkenbildung in der Strombahn, sind die ersteren weniger vortheilhaft für die Beobachtung.

Die Apparate.

Ausser der Accumulatorenbatterie *A*, dem Pendelunterbrecher *B*, der Spule *S* und dem Condensator *C* zeigt das schematische Bild der Versuchsanordnung (Fig. 1) ein Galvanometer *G* und die beiden nebeneinanderstehenden, mit Quecksilber gefüllten Glasnäpfchen *D* und *E*. *D* ist eingeschaltet in die Strombahn zwischen Spule und Condensator; von *E* führt ein Leitungsdraht zu dem einen Pol des Galvanometers, dessen anderer Pol mit der Erde verbunden ist. Das in *D* eintauchende Ende des Stückes *H* der Strombahn ist mit einer Ebonithandhabe versehen und kann fast momentan nach *E* herüber gebracht werden. Dabei entladet sich eine etwa im Condensator vorhandene Ladung durch das Galvanometer und lässt sich aus dem ersten Ausschlage bestimmen. Für eine gute Isolation war gesorgt, sämtliche Leitungsdrähte waren über-

sponnen und an Porzellanknöpfen befestigt; die Näpfchen *D* und *E* standen auf Paraffinunterlagen.

Werfen wir nunmehr den Blick auf die einzelnen Apparate.

1. Die Accumulatorenatterie.

Die Accumulatoren waren grössten Theils von Huber in Hamburg und hatten sehr kleinen inneren Widerstand, etwa jeder 0,005 Ohm. Auf einmal kamen höchstens zehn nacheinander geschaltete Accumulatoren zur Verwendung. Da immer nur sehr kurze Ladungszeiten benutzt wurden, so hielt sich die Spannung sehr constant, jedenfalls während der für die Aufnahme einer einzelnen Ladungcurve erforderlichen Zeit.

2. Der Pendelunterbrecher.

Der von L. Zimmermann in Heidelberg angefertigte grosse Pendelunterbrecher war an einer Wand des Beobachtungszimmers montirt. Fig. 2 zeigt schematisch die Anordnung des die Contacte tragenden Theiles desselben. Der links in der Figur ersichtliche Contact *LN* ist längs der horizontalen, in Millimeter eingetheilten Scala *SS* verschiebbar, wird durch die Schraube *L* festgeklemmt und trägt einen Nonius für zehntel Millimeter. Es konnte damit bis auf $\frac{1}{30}$ mm eingestellt werden. Rechts befindet sich ein feststehender Contact. *P* bezeichnet das eigentliche Pendel und *Q* ist ein dazu gehörender Querstab, welcher bei der Schwingung des Pendels die Contacte trifft und öffnet.

Zu dem festen Contacte gehören hauptsächlich folgende, auf einer Ebonitplatte montirten Theile: die Klemmschraube *A*, wo der Strom von der Batterie ankommt, der Hebel *H* mit dem Gelenk *C* und der Schraube *F*, welche mit einer Platinspitze versehen ist, die unten drehbare Stütze *D*, auf welcher der Hebel längs einer scharfen Schneide anliegt, das mit Quecksilber gefüllte Ebonitnäpfchen *G* nebst der Klemmschraube *K*, welche mit dem Quecksilber leitend verbunden ist. Der Hebel kann zwei Stellungen einnehmen, eine obere (aus der Figur ersichtlich) bei stehender Stütze *D*, und eine untere bei heruntergeschlagener Stütze. In der oberen Lage ist die Strombahn *ACHFGK* zwischen *F* und *G* offen, in der unteren taucht

die Spitze F in das Quecksilber ein, und die Bahn von A nach K ist ununterbrochen.

Von K führt ein kurzer, biegsamer Leitungsdraht nach der Klemmschraube N des verstellbaren Contactes. Der kleine, unten drehbare Stahlstab R ist mit N leitend verbunden und wird durch eine Feder gegen das mit der Klemmschraube M versehene Stück T gepresst. Eine Ebonitplatte trägt N, R, T und M . In der in der Figur gezeigten Lage von R ist die Strombahn von N nach M ununterbrochen, indem aber R von dem schwingenden Pendel heruntergeschlagen wird, öffnet sich die Bahn zwischen R und T .

Von M führt die Leitung weiter nach der Spule S (Fig. 1). Nach dem oben Beschriebenen ist es leicht einzusehen, wie die Contacte einzurichten sind, um eine dauernd ununterbrochene oder dauernd unterbrochene Strombahn von A nach M zu erhalten. Um eine genau bestimmbare kurze Ladungszeit herzustellen, werden die Contacte so eingestellt, wie Fig. 2 es zeigt, d. h. dass AK offen und NM geschlossen ist. Wenn das Pendel nun aus einer bestimmten Anfangslage, welche bei allen Versuchen dieselbe blieb, schwingt, trifft der Stab Q die Stütze D , der Hebel H fällt und die Bahn schliesst sich solange, bis Q bei seinem Anschlag gegen R dieselbe wieder öffnet. Durch einen Vorversuch wird die Nulllage des beweglichen Contactes, bei welcher also der Strom in demselben Momente geschlossen und geöffnet wird, ermittelt. Die Ladungszeit hängt ab von der Einstellung des verstellbaren Contactes, von dessen Nulllage, von der Amplitude und der Schwingungszeit des Pendels, und bekanntlich ist der strenge Ausdruck dieser Abhängigkeit durch elliptische Functionen gegeben. Es wurde mit Anwendung derselben eine von Millimeter zu Millimeter an der Pendelscala fortschreitende, 200 Werthe enthaltende Tabelle ausgerechnet, welche nebst einer dazu gehörenden Proportionaltablelle eine bequeme Berechnung der jedesmaligen Ladungszeit gestattet. Die Schwingungszeit des Pendels wurde vor und nach der gesammten Beobachtungsreihe bestimmt. Es zeigte sich hierbei, dass dieselbe in der einige Monate umfassenden Zwischenzeit leider um ungefähr 1 Proc. zugenommen hatte, was aus verschiedenen Ursachen erklärlich ist. Die Tabelle wurde mit dem mittleren, auf unendlich kleine

Schwingungsbogen reducirten Werthe $T = 0,96335$ Sec. berechnet. Der Zeitwerth eines Millimeters der Pendelscala lag zwischen 0,000987 Sec. und 0,001123 Sec., je nach dessen Ort in der Scala.

Bei einem Pendelunterbrecher, wie dem oben beschriebenen, ist noch zu beachten, dass in den Gelenken, durch welche der Strom zu gehen hat, keine Widerstände vorkommen dürfen, während dieselben in mechanischer Hinsicht gut arbeiten müssen. Dies wurde erreicht durch Hinzufügung von zwei kleinen biegsamen Spiralen, welche die Leitung besorgen, während die Gelenke geölt werden können. Mit dieser kleinen Verbesserung arbeitete der Pendelunterbrecher zur Befriedigung.

3. Die Inductionsspulen.

Zur Verfügung standen zwei gleichgrosse, in der Werkstätte des Laboratoriums angefertigte Inductionsspulen aus 4 mm dickem Kupferdraht. Jede Spule ist auf einer 50 cm langen, starken Holzrolle gewickelt und hat einen Canaldurchmesser von 10 cm. Die Länge der Wickelung beträgt 45 cm, ihr äusserer Durchmesser 40 cm und der innere 14 cm. Jede Spule hat drei Abtheilungen mit folgender Anzahl von Windungen:

Spule Nr. I.		Spule Nr. II	
Ser. 1	719	Ser. 1	722
„ 2	891	„ 2	899
„ 3	892	„ 3	895

Diese Serien wurden bei den Versuchen in sechs verschiedenen Arten miteinander combinirt. Ich bezeichne die Combinationen der Grösse des Selbstinductionscoefficienten nach mit $L_1, L_2 \dots L_6$.

Die Selbstinductionscoefficienten sind sowohl mittels Wechselstrom von drei verschiedenen Wechselzahlen, als mittels Gleichstrom nach derjenigen bekannten Brückenmethode gemessen worden, durch welche das Verhältniss zwischen Inductionscoefficient und Widerstand direct gefunden wird. Jede von den mit Wechselstrom erhaltenen Zahlen unten ist das Mittel aus vier, jede von den mit Gleichstrom erhaltenen das Mittel aus acht verschiedenen Bestimmungsreihen. Die Einheit ist 10^9 cm.

Perioden- zahl	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
	Ser.	Ser.	Ser.	Ser.	Ser.	Ser.
	2_{II}	$1_{II} + 2_{II}$	$1_{II} + 2_{II}$ $+ 1_I + 2_I$	$1_{II} + 2_{II}$ $+ 3_{II}$	$1_{II} + 2_{II}$ $+ 3_{II} + 1_I$ $+ 3_I$	$1_{II} + 2_{II}$ $+ 3_{II} + 1_I$ $+ 2_I + 3_I$
Mittels Wechselstrom.						
20	0,008905	0,1905	0,3851	0,5940	0,8391	1,1851
60	0,008835	0,1944	0,3835	0,5931	0,8429	1,1875
90	0,008883	0,1927	0,3844	0,5926	0,8410	1,1838
Mittel	0,008874	0,1925	0,3843	0,5932	0,8410	1,1855

Mittels Gleichstrom.

0,008789 | 0,1923 | 0,3844 | 0,5817 | 0,8355 | 1,1655

Die mit Wechselstrom gefundenen Werthe stimmen gut miteinander überein. Eine Abnahme des Selbstinductions-coefficienten mit wachsender Wechselzahl ist nicht bestimmt erkennbar; deshalb ist aus den drei Werthen jeder Abtheilung einfach das Mittel genommen. Von den mit Gleichstrom gefundenen Werthen sind einige erheblich kleiner als die entsprechenden für Wechselstrom, was wohl wenigstens theilweise in der Complicirtheit der Messungsmethode der Gleichstromwerthe liegen mag.

Mit kleinem Widerstande hatten die Spulen, wie aus Obigem ersichtlich ist, einen sehr grossen Selbstinductions-coefficienten, und waren folglich besonders geeignet zur Erzeugung langdauernder electricischer Oscillationen.

Zur Vermehrung des Widerstandes der Strombahn ohne Abänderung der Selbstinduction derselben dienten zwei Rheostaten, mit je acht Abtheilungen, aus in Holzrahmen parallel aufgespannten Nickelindrähten.

4. Die Condensatoren.

Es wurden die beiden Normalcondensatoren des Laboratoriums, welche Glimmer als Dielectricum und je 1 Mikrof. Capacität haben, benutzt. Der eine, von Latimer Clark, hat die Abtheilungen 0,4, 0,3, 0,2 und 0,1 Mikrof., der andere, von Carpentier, die Abtheilungen 0,5, 0,2, 0,2 und 0,1 Mikrof. Bei den Versuchen kamen fünf Combinationen zum Gebrauch, die ich der Grösse der Capacität nach mit $C_1, C_2 \dots C_5$ bezeichne.

Die Condensatoren waren sehr vorzüglich; der Rückstand betrug etwa 0,2 bis 0,3 Proc. eine Minute nach der Entladung, wenn die Ladung 4 Sec. gedauert hatte, welche Zeit genügend gefunden wurde, um die Ladung auf ihr Maximum zu bringen. Ich habe directe Ladungscurven aufgenommen für die verschiedenen Combinationen und bei verschiedenen, der erwähnten Accumulatorenatterie entnommenen Ladungspotentialen. Die Curven zeigen, dass die Ladung nach Ablauf einer tausendstel Secunde durchschnittlich nur um 0,6 bis 0,7 Proc. kleiner, wie die maximale Ladung ist.

Der genaue Werth der Summe der Capacitäten beider Condensatoren ist von Hrn. A. Leumann ¹⁾ gleich 2,0229 Mikrof. gefunden worden, und zwar bei 12,5° C, einem ladenden Potentiale von 60 Volt und für die ersten Momente der Entladung gültig. Dieser Werth wurde auch meinen Versuchen zu Grunde gelegt. Die Capacitäten der verschiedenen Combinationen erhielt ich durch Vergleichung, vermittelst Entladung durch das Galvanometer *G*, der electricen Mengen, welche die Condensatorabtheilungen bei der Ladung zu demselben Potential aufnehmen. Demnach sind die Werthe in Mikrof. für

C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
Die Abth. 0,2 des Cond. Clark	Die Abth. 0,2 u. 0,3 des Cond. Clark	Der Cond. Clark im Ganzen	Der Cond. Clark im Ganzen und die Abth. 0,5 des Cond. Carpentier	Beide Cond. im Ganzen zusammen
0,2033	0,5071	1,0119	1,5182	2,0229

Die Combination C_3 kommt auch beim Hrn. Leumann vor mit dem Werthe 1,0122 Mikrof.

5. Das Galvanometer.

Das Galvanometer *G* war ein ballistisches, System Deprez-d'Arsonval, von Carpentier, und hatte etwa 200 Ohm Widerstand. Die Ausschläge wurden mittels Fernrohr, Spiegel und Scala beobachtet. Um zu grosse Ausschläge zu reduciren, diente ein Nebenschluss, in welchem Widerstände von etwa

1) Der absolute Werth der Normalcondensatoren von Carpentier und Latimer Clark des eidg. physikalischen Instituts. Inaug.-Dissertation. Zürich 1893.

140 bis über 4000 Ohm in Verwendung kamen. Für die benutzte Aufstellung des Galvanometers wurden diejenigen von der Inhomogenität des Feldes, der variablen Dämpfung u. s. w. abhängenden Correctionen des ersten Ausschlages bestimmt, welche nach angebrachter Correction auf den Sinus des halben Ablenkungswinkels übrig bleiben, und zwar für verschiedene Widerstände im Nebenschluss. Die so erhaltenen Correctionen wurden graphisch vervollständigt, miteinander ausgeglichen und in eine Tabelle mit doppeltem Eingang zusammengebracht.

Um aus den corrigirten Ausschlägen die durch das Galvanometer geflossene Electricitätsmenge in absolutem Maasse berechnen zu können, wurde das Galvanometer calibriert, indem man die ladenden Potentiale vermittelt eines Weston'schen Voltmeters direct maass, und zwar für verschiedene Widerstände im Nebenschluss.

Die Aufnahme der Ladungscurven.

Der Verlauf eines einzelnen Versuches bei der Aufnahme der Curven der oscillatorischen Ladung ist folgender: Es wird zunächst der Pendelunterbrecher für eine bestimmte Ladungszeit eingerichtet, danach kehrt der Beobachter zu seinem Platz am Fernrohr zurück, lässt das Pendel schwingen, was ihm durch eine specielle Vorrichtung möglich ist ohne seinen Platz zu verlassen, schaltet möglichst rasch nach Ablauf der Ladungszeit das Leitungsstück *H* (Fig. 1) von *D* in *E* über, und beobachtet den ersten Ausschlag des Galvanometers bei der stattgefundenen Entladung des Condensators. Während der Ladungszeit oscillirt die Ladung in der Strombahn und im Condensator; die bei der Stromunterbrechung vorhandene Ladung berechnet sich aus dem beobachteten Ausschlage. Indem man dasselbe Verfahren für verschiedene Ladungszeiten wiederholt, bekommt man die Daten für die Construction der Schwingungcurve.

Die oscillatorische Ladung geht allmählich in die normale Ladung über. Jene wird ermittelt, indem man den Condensator direct, bei geschlossener Strombahn im Pendelunterbrecher, ladet, und durch das Galvanometer entladet. Es wurde die normale Ladung beim Beginn, am Ende und zwei-

oder dreimal während der Aufnahme einer einzelnen Ladungscurve bestimmt. Da die hierbei erhaltenen Galvanometerausschläge, welche je das Mittel aus sechs Beobachtungen sind, sich gewöhnlich nur um einige hundertstel Millimeter der Scala voneinander unterschieden, wurde die normale Ladung als constant angesehen und einfach aus deren Mittel berechnet.

Die Ladungscurve hat zweierlei Scheitelpunkte, an den Wellenbergern, mit einer maximalen Ladung, und in den Wellenthälern, mit einer minimalen Ladung des Condensators. Wie die Fig. 3 zeigt, fängt die Curve mit einem Wellenthal an. Der Scheitelpunkt entspricht der Nulleinstellung des verstellbaren Contactes, und in demselben berührt die Axe der Abscissen die Curve. Eine Discontinuität, welche einen Funken veranlassen könnte, ist somit hier nicht vorhanden. Da aber dieser Scheitelpunkt nicht scharf bestimmt sein kann, so empfiehlt er sich nicht als Anfangspunkt für die Messung der Abscissen. Einen guten Anfangspunkt liefert der erste Schnittpunkt der Schwingungscurve mit der Geraden $q = Q$, welche die normale Ladung darstellt. Derselbe ist ein Wendepunkt der Curve; ich will ihn künftig Nullpunkt der Abscissen nennen. Die Lage des Nullpunktes kann bis auf hundertstel Millimeter der Pendelscala (ungefähr $= 1.10^{-5}$ Sec.) aus einer einzelnen Beobachtung in dessen Nähe interpolirt worden, indem man das betreffende Stück der Curve als eine Gerade betrachtet und durch eine vorläufige Untersuchung die Variation des Galvanometerauschlages für eine kleine Variation in der Einstellung des verstellbaren Pendelcontactes ermittelt. Gleich genau ergeben sich dann die Abscissen selbst.

Die Nullpunktslage bleibt nicht unveränderlich, sondern ändert sich langsam, bisweilen auch sprungweise, was jedoch durch geschickte Handhabung des Pendels meistens vermieden werden kann. Die Veränderung hängt von mehreren Umständen, wie der Beschaffenheit der Gelenke, der Temperaturänderung u. a. ab. Folglich muss der Nullpunkt öfters neu ermittelt werden. Ich habe ihn für jeden Punkt der Schwingungscurve viermal genommen und dabei die Abscisse des Punktes als Mittel aus drei Beobachtungen erhalten. Die Ordinaten sind Mittel aus sechs Beobachtungen. Für einen einzelnen Curvenpunkt sieht das Protocoll demnach etwa so aus:

27,50	41,5	235
		228
27,47	41,45	231,5
		244
27,52	41,5	235,5
		248
27,49		
<hr/>		
$x = 13,988$		
$y = 237,0$		

Die Zahlen links bezeichnen Abscissen-Nullpunkte an der Pendelscala, die mittleren Zahlen Einstellungen an derselben Scala und die Zahlen rechts Galvanometerausschläge. Ferner sind x und y die noch unreducirten Mittelwerthe für die Abscisse und Ordinate des Curvenpunktes. Bei den Ordinaten wurden wegen der Verschiedenheit der einzelnen Beobachtungen meistens nur ganze und halbe Millimeter genommen; eine Ausnahme bilden nur Werthe von besonderer Bedeutung und eine Minderzahl von Curven.

Für jede Ladungscurve sind etwa 90 bis 110 einzelne Punkte in der eben beschriebenen Weise bestimmt, und damit zehn vollständige Wellen erhalten worden. Bei denjenigen Curven, welche innerhalb der Scala des Pendelunterbrechers noch nicht zu stark gedämpft waren, hätte man ohne Schwierigkeit die Curve der ganzen Scala entlang verfolgen können. Allenfalls erforderte die Aufnahme von zehn Wellen einer Curve, als ich schon grosse Uebung hatte, mindestens 14 Stunden Zeit.

Discussion der Form der Ladungscurven.

Um zu untersuchen, ob die Curve der oscillatorischen Ladung eine regelmässig gedämpfte Sinuscurve ist, wie die Theorie erfordert, berechne ich zunächst aus den aufgenommenen zehn Wellen die Oscillationsdauer und das Dämpfungsverhältniss. Durch Abänderung der Grösse des ladenden Potentials habe ich mich überzeugt, dass unter sonst gleichen Umständen die Dauer und Dämpfung der Schwingungen völlig unabhängig von der Grösse der normalen Ladung sind.

Man erhält die Coordinaten t und q eines Punktes der Ladungscurve, indem man die aus den Beobachtungen sich

ergebende Abscisse x in Zeit und die Ordinate y in Electritätsmenge reducirt.

1. Die Schwingungsdauer.

Um die Schwingungsdauer T zu berechnen, nehme ich diejenigen Schnittpunkte der Curve mit der Geraden $q = Q$, welche durch eine ganze Anzahl vollständiger Wellen von dem ersten Wendepunkt der Curve entfernt sind, und finde durch Division mit der Anzahl der Wellen zehn Werthe der gesuchten Grösse. Zwar haben diese Werthe nicht alle gleiches Gewicht, sondern nimmt die Genauigkeit zu mit der Anzahl der Wellen, wenigstens solange die Schwingungen noch nicht zu stark gedämpft sind, um eine scharfe Bestimmung des Schnittpunktes zwischen der Curve und der Geraden der normalen Ladung zu gestatten; doch habe ich einfach aus den zehn Werthen das Mittel genommen. Bei der Ausführung wurde nicht die Curve im Ganzen, sondern jedesmal nur ein angemessenes Stück in der Nähe des betreffenden Schnittpunktes gezeichnet und zwar in der Scala der Abscissen $1 \text{ cm} = 0,0001 \text{ Sec.}$ Als Beispiel gebe ich hier die Werthe der Schwingungszeit für eine Ladungcurve, welche den Combinationen C_3, L_4 (p. 254 und 255) und einem auf 18° C. reducirten Widerstande $W = 3.146 \text{ Ohm}$ entspricht. Die Zeiteinheit ist die Millisecunde.

4,859	4,840
4,837	4,841
4,847	4,837
4,834	4,833
4,835	4,832

Mittel: 4,840 Millisec.

Wie diese Werthe zeigen, genügt es, wenn man nur die Schwingungsdauer, nicht die ganze Curve zu haben wünscht, ein kleines Curvenstück in der Umgebung eines Wendepunktes aufzunehmen, welcher nicht zu den ersten zählen darf. Auch wenn man zwei solche Bestimmungen für verschiedene Wendepunkte macht, kann man somit die Schwingungszeit mit wenig Zeit und Mühe messen.

Die theoretische Berechnung nach der Formel (11) ergibt in obigem Falle $T = 4,821 \text{ Millisec.}$ oder $T = 4,868 \text{ Millisec.}$, je nachdem man den mittels Gleichstrom oder mittels Wechselstrom gefundenen Werth des Selbstinductionscoefficienten

(p. 255) anwendet. Von dem Mittelwerthe 4,845 Millisec. weicht der aus der Ladungscurve gefundene Werth mit etwa 1 pro Mille ab. In Bezug auf die Schwingungsdauer stimmen somit Theorie und Erfahrung überein.

2. Die Dämpfung.

Um die Dämpfung der Schwingungen möglichst genau zu ermitteln, habe ich die Scheitelpunkte der Ladungscurve speciell für sich beobachtet. Nehmen wir an, dass es sich um den Scheitelpunkt eines Wellenberges handelt. Man überzeugt sich durch Einstellung des beweglichen Pendelcontactes auf beiden Seiten des betrachteten Punktes, dass ein Ladungsmaximum in demselben vorhanden ist, und kann mit einiger Uebung so genau auf das Maximum selbst einstellen, dass die einzelnen Ausschläge sich nur um einige zehntel Millimeter voneinander unterscheiden. Gewöhnlich wurden sechs Beobachtungen gemacht.

Ich darf hier noch bemerken, dass bei den verwendeten Potentialen Funken in der Leitung nicht sichtbar waren; eine schwache Schwärzung am beweglichen Pendelcontact würde doch auf ganz geringfügige Funken bei der Stromunterbrechung deuten. Jedenfalls werden die Ladungsmaxima und -Minima hierdurch nicht beeinflusst, denn zur Zeit derselben befindet sich die ganze Energie im Condensator, während die Leitung stromlos ist.

Aus den corrigirten Ausschlägen, welche der normalen Ladung und den Scheitelpunkten der Schwingungscurve entsprechen, lässt sich die Dämpfung der Schwingungen berechnen. Jeder Scheitelpunkt der Curve giebt eine Bestimmung des Dämpfungsverhältnisses, vorausgesetzt, dass dasselbe wirklich constant bleibt. Ich bezeichne die unteren Scheitelpunkte der Ordnung nach mit 0, 2, 4...20, die oberen mit 1, 3, 5...19 und den absoluten Werth der Amplitude des n -ten Scheitelpunktes mit A_n . Alsdann ergiebt die Formel (10), indem $t = n(T/2)$ gesetzt wird,

$$A_n = |q - Q| = Q e^{-\frac{w}{4L} n T},$$

woraus für das gesuchte Dämpfungsverhältniss folgt

$$(13) \quad k = \sqrt[n]{\frac{Q}{A_n}}.$$

Statt der Ladungen selbst kann man auch die corrigirten Ausschläge anwenden. Ich gebe unten die somit gefundenen Werthe des Dämpfungsverhältnisses für die p. 260 erwähnte Ladungcurve an, welche einer normalen Ladung von 20,06 Mikrocoulomb entspricht. Die Werthe links folgen aus den Ladungsmaxima, die Werthe rechts aus den Ladungsminima.

(1)	1,1026	(2)	1,0536
(3)	1,0739	(4)	1,0527
(5)	1,0610	(6)	1,0529
(7)	1,0575	(8)	1,0526
(9)	1,0561	(10)	1,0525
(11)	1,0547	(12)	1,0521
(13)	1,0545	(14)	1,0526
(15)	1,0536	(16)	1,0523
(17)	1,0528	(18)	1,0524
(19)	1,0530	(20)	1,0524
Mittel: 1,0526			

Zufolge dieser Zahlen sind die aus den Ladungsminima ermittelten Werthe des Decrementes sehr constant, während die aus den Maxima berechneten Werthe der Curve entlang abnehmen und erst allmählich sich den ersteren annähern. Die Ursache dieser Erscheinung liegt grösstentheils in dem zeitlichen Verlaufe der Capacität des Condensators. Die Zeit, während welcher die Ladung von ihrem Minimum zu ihrem Maximum ansteigt, ist ungenügend für die vollständige Polarisirung des Dielectricums, und die Maximalladung fällt folglich zu klein aus. Ein relativ kleiner Unterschied in dem Werthe der maximalen Ladung bewirkt aber bei den ersten Maxima einen bedeutenden Fehler des Dämpfungsverhältnisses. Am besten wird es deshalb sein, die Dämpfung nur durch die Ladungsminima zu bestimmen, und zwar genügt die Beobachtung von zwei oder drei Scheitelpunkten, welche nicht zu den ersten zählen dürfen.

Nach der theoretischen Formel (12) ergibt sich für das Dämpfungsverhältniss der hier betrachteten Schwingungen der Werth 1,0065, welcher bedeutend kleiner als der experimentell bestimmte Werth 1,0526 ist. In Bezug auf die Dämpfung stimmt folglich die Erfahrung mit der elementaren Theorie der Schwingungen nicht überein. Die Hauptursache hiervon ist wahrscheinlich die Leitungsfähigkeit des Dielectricums im

Condensator und der isolirenden Schichten der Spulen.¹⁾ Auch ist der Widerstand der Strombahn, besonders bei dicken Drähten, wie hier in den Spulen, für Schwingungen grösser als der Ohm'sche. Eine genauere experimentelle Untersuchung dieser verschiedenen Umstände wäre jedenfalls bedingt.

3. Die Wellenform.

Nachdem nunmehr die Oscillationsdauer und die Dämpfung einer Ladungcurve experimentell und theoretisch bestimmt worden sind, erübrigt es noch zu untersuchen, ob die experimentell erhaltene Form der Wellen der theoretischen Form entspricht. Zu dem Zwecke nehme ich eine beliebige vollständige Welle der oben untersuchten Ladungcurve heraus, berechne nach der aus den Gleichungen (10) und (12) sich ergebenden Formel

$$(14) \quad q - Q = -Q k^{-2 \frac{t}{T}} \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

eine Anzahl Ordinaten, wobei die aus den Beobachtungen gefundenen Werthe von k und T zu gebrauchen sind, und vergleiche diese Ordinaten mit den entsprechenden der experimentell aufgenommenen Ladungcurve.

Es ergibt sich mit $Q = 20,06$ Mikrocoulomb, $k = 1,0526$ und $T = 4,840 \times 10^{-3}$ Sec. für die siebente Welle der Curve folgende Tabelle:

$\frac{t}{T}$	$q - Q$		$\frac{t}{T}$	$q - Q$	
	ber.	beob.		ber.	beob.
6	— 10,84	— 10,78	$6^9/_{16}$	9,45	9,27
$6^{11}/_{16}$	— 9,95	— 9,57	$6^{10}/_{16}$	7,19	7,00
$6^{12}/_{16}$	— 7,57	— 7,16	$6^{11}/_{16}$	3,87	3,29
$6^{13}/_{16}$	— 4,07	— 3,96	$6^{12}/_{16}$	0,00	— 0,90
$6^{14}/_{16}$	0,00	0,09	$6^{13}/_{16}$	— 3,82	— 4,69
$6^{15}/_{16}$	4,02	4,20	$6^{14}/_{16}$	— 7,01	— 7,50
$6^{16}/_{16}$	7,38	7,45	$6^{15}/_{16}$	— 9,10	— 9,25
$6^{17}/_{16}$	9,58	9,30	7	— 9,78	— 9,80
$6^{18}/_{16}$	10,30	9,98			

1) Vgl. hierüber für Schwingungen bei Entladung: N. Schiller, Einige experimentelle Untersuchungen über electricische Schwingungen. Pogg. Ann. 152. p. 535. 1874.

Die Uebereinstimmung ist so gross als man erwarten kann und zeigt, dass die Curve die theoretische Form hat. Einen kleinen Unterschied muss jedenfalls die dielectricische Hysteresis bewirken, doch gehe ich hier darauf nicht ein.

Aus dem oben über die Schwingungsdauer, die Dämpfung und die Wellenform der Ladungscurven Mitgetheilten geht hervor, dass dieselben bei den Experimenten überhaupt sehr regelmässig herauskommen. Dasselbe bezeugt die beigegebene Zeichnung der oben untersuchten Ladungscurve, welche mit einem Abscissenmaassstab 0,001 Sec. = 2,5 mm und einem Ordinatenmaassstab 1 Mikrocoulomb = 1 mm ausgeführt ist.

Ferner geht hervor, dass die angewendete Methode in der oben beschriebenen Ausbildung gut geeignet ist, sowohl für die Aufnahme von Schwingungscurven, wie für die Untersuchung der quantitativen Verhältnisse der Schwingungen.

Verification der Formel für die Schwingungszeit.

Der theoretische Werth der Schwingungsdauer ist nach der Formel (11), vorausgesetzt, dass $(W/2L)^2$ klein ist im Verhältniss zu $1/LC$,

$$(11) \quad T = 2\pi \sqrt{LC},$$

wobei L und C in electromagnetischem Maasse auszudrücken sind. Meines Wissens fehlt noch eine vollständige experimentelle Bestätigung der Formel (11) für die electricischen Schwingungen in Drahtspulen und Condensatoren, jedenfalls für die Schwingungen bei der Ladung. Die bezüglichlichen Angaben in der Literatur, betreffend die Entladung, beziehen sich auf Proportionalitäten, und nur einzelne absolute Bestimmungen kommen vor. Eine umfassende Bestätigung für Schwingungsdauern von der von mir beobachteten Grössenordnung ergeben die unten mitzutheilenden Zahlen. In der im August dieses Jahres in Zürich stattgefundenen Naturforscherversammlung hielt Prof. A. Kleiner über ein verwandtes Thema einen Vortrag. Ich war zu der Zeit aus Zürich abwesend; Prof. H. F. Weber hatte die Güte, meine Experimente bei derselben Gelegenheit zu erwähnen.

Um die Richtigkeit der Formel (11) allseitig zu prüfen, habe ich drei verschiedene Serien von Ladungscurven aufge-

nommen, je nachdem man eine der Grössen C , L und W verändert. Die Serien umfassen im Ganzen 15 Curven.

Die Werthe von C und L waren schon p. 256 und 255 angegeben. In den unten zusammengestellten Tabellen über Schwingungsdauern bezeichnet T die beobachtete, T_W die mittels dem Wechselstromwerthe von L berechnete und T_G die mittels dem Gleichstromwerthe von L berechnete Schwingungsdauer, alle in tausendstel Secunden. Die letzte Columnne enthält die Differenz $T - (T_W + T_G)/2$ pro Mille von $(T_W + T_G)/2$ ausgedrückt.

I. C variirt. $W = 3,146$ Ohm.

Nr.	Combination von C und L	T	T_G	T_W	Differenz pro Mille
1	C_1, L_4	2,181	2,161	2,182	+ 4,4
2	C_2, L_4	3,440	3,413	3,446	+ 3,1
3	C_3, L_4	4,840	4,821	4,868	- 0,9
4	C_4, L_4	5,920	5,905	5,963	- 2,3
5	C_5, L_4	6,858	6,816	6,883	+ 1,2

II. W variirt. Combination C_5, L_4 .

Nr.	W in Ohm	T	T_G	T_W	Differenz pro Mille
5	3,146	6,858	6,816	6,883	+ 1,2
6	6,319	6,846	6,816	6,883	- 0,5
7	12,512	6,850	6,816	6,883	+ 0,1
8	24,636	6,839	6,816	6,883	- 1,5
9	42,026	6,839	6,816	6,883	- 1,5
10	65,068	6,864	6,816	6,883	+ 2,1

III. L (und W) variirt.

Nr.	Combination	W in Ohm	T	T_G	T_W	Differenz pro Mille
11	C_5, L_1	1,198	2,635	2,649	2,662	- 7,7
12	C_5, L_2	1,749	3,894	3,919	3,921	- 6,6
13	C_5, L_3	3,384	5,491	5,541	5,540	- 8,9
5	C_5, L_4	3,146	6,858	6,816	6,883	+ 1,2
14	C_5, L_5	5,044	8,121	8,169	8,195	- 7,5
15	C_5, L_6	6,038	9,650	9,648	9,730	- 4,0

Die durch die letzte Spalte hervorgehende Uebereinstimmung darf wohl im allgemeinen als eine befriedigende bezeichnet werden. Nur in der letzten Serie sind die negativen Differenzen, welche den zeitlich zuletzt aufgenommenen Ladungs-

curven angehören, etwas gross. Dies hängt theilweise davon ab, dass die T -Werthe mit einer etwas zu kleinen Schwingungszeit des Pendels berechnet sind (vgl. p. 253).

Hätte man statt des mittleren Werthes $(T_W + T_G)/2$ einfach T_W , welches für sicherer als T_G zu betrachten ist, genommen, so wären die Differenzen ein bischen grösser ausgefallen und zwar alle negativ. Zu der Abweichung kann vielleicht auch der Umstand beitragen, dass die Selbstinductionscoefficienten der Spulen für die beobachteten Schwingungen thatsächlich etwas kleiner sein dürften, wie für die langsameren Schwingungen der gewöhnlichen Wechselstrommaschinen.

Auf die drei oben gegebenen Serien, welche die Verification der Formel (11) enthalten, will ich noch folgende Betrachtungen gründen.

Aus der Serie I geht die Proportionalität zwischen der Oscillationszeit T und der Quadratwurzel aus der Capacität hervor. Es sind, von dem Factor 10^6 abgesehen, die Werthe des Verhältnisses T/\sqrt{C} gleich

1	2	3	4	5
1.530	1.528	1.522	1.519	1.525

und somit gut miteinander übereinstimmend.

Die Serie III zeigt die Proportionalität zwischen der Oscillationszeit T und der Quadratwurzel aus dem Selbstinductionscoefficienten. Das Verhältniss T/\sqrt{L} hat, von dem Factor 10^{-7} abgesehen, die Werthe

11	12	13	5	14	15
2.797	2.807	2.801	2.816	2.800	2.803

und bleibt somit constant. Hierbei wurden die mittels Wechselstrom erhaltenen L -Werthe genommen.

Die Serie II ergibt die Unabhängigkeit der Oscillationsdauer von dem Widerstande der Strombahn. Die beobachteten T -Werthe zeigen keinen ausgesprochenen Gang.

Bisher haben wir nur den für kleine Widerstände gültigen angenäherten Werth

$$(11) \quad T = 2\pi\sqrt{LC}$$

der Schwingungszeit betrachtet. Es fragt sich, ob dies noch

berechtigt ist, besonders bei den grösseren Widerständen der Serie II. Vorausgesetzt, dass die strenge Formel (7)

$$(7) \quad T = 2\pi \frac{\sqrt{LC}}{\sqrt{1 - \frac{CW^2}{4L}}}$$

mit der Wirklichkeit übereinstimmt, lässt sich die Frage entscheiden. Nach der Formel (7) wächst die Schwingungsdauer mit dem Widerstande und kann, wenn der Widerstand noch nicht sehr gross ist, auch nach der Formel

$$(15) \quad T = 2\pi \sqrt{LC} \left\{ 1 + \frac{CW^2}{8L} \right\}$$

berechnet werden. In dem Falle (10) der Serie II, in welchem der Widerstand am grössten ist, ergiebt die Formel (15) zu dem Werthe $2\pi\sqrt{LC}$ eine additive Correction von 1,8 pro Mille, welche indess wegen ihrer Kleinheit noch nicht mit Sicherheit aus den Beobachtungen hervorgehen kann.

Die Bestimmung der Oscillationsdauer bei noch grösseren Widerständen, wie diejenigen der Serie II, wird Gegenstand einer folgenden Untersuchung werden. Theoretisch genommen darf in der Serie II der Widerstand bis auf 1083 Ohm gesteigert werden, bevor der Ladungsvorgang seinen oscillatorischen Charakter verliert.

Methode zur Messung von Selbstinductionscoefficienten und Capacitäten.

Die im Vorigen dargelegte Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung in Bezug auf die Oscillationsdauer der bei der Ladung von Condensatoren stattfindenden Schwingungen kann verwerthet werden zu einer relativen Messung von Selbstinductionscoefficienten und Capacitäten, indem man die Oscillationsdauer experimentell bestimmt und alsdann die gesuchte Grösse aus der Formel (11) berechnet.

Mittels einer bekannten Capacität lässt sich ein unbekannter Inductionscoefficient bestimmen und umgekehrt. Auch kann man zwei Inductionscoefficienten miteinander vergleichen, wobei man die Capacität des benutzten Condensators nicht zu kennen braucht. Jedoch dürfen die Spulen, auf welche man das Verfahren anwenden will, keinen allzu grossen Widerstand besitzen.

Besonders für die Messung von Selbstinductionscoefficienten dürfte die Methode, deren Genauigkeit für diesen speciellen Zweck mittels geeigneter Anordnungen und Apparate gewiss gesteigert werden kann, werthvoll sein.

Mittels des angewandten Pendelunterbrechers konnten Schwingungen mit einer vollständigen Periode von etwa 0,002 Sec. noch gut registriert werden. Mit einem Helmholtz'schen Pendel¹⁾ oder mit einem Hiecke'schen Fallapparat²⁾ dürften noch etwa zehnmal raschere Schwingungen gut aufgenommen werden können. Vorausgesetzt, dass man dazu gut bekannte Capacitäten von 0,1 bis 10 Mikrof. zur Verfügung hat, kann man durch Messung der Schwingungsdauern Inductionscoefficienten bestimmen, deren Grösse in electromagnetischem Maasse innerhalb der Grenzen von etwa 10^5 cm bis zu den grössten vorkommenden Werthen liegen mag.

Es bleibt noch die Frage offen, inwieweit die Grösse des Selbstinductionscoefficienten sich mit zunehmender Schwingungszahl ändert. Zur Beantwortung dieser Frage und zu Untersuchungen über Inductionscoefficienten bei Schwingungen überhaupt ist die oben dargestellte Methode gut geeignet.

Zürich, im October 1896.

1) Helmholtz, Monatsber. d. k. Akad. d. Wiss. in Berlin. 25. Mai 1871, p. 294.

2) Hiecke, Sitzungsber. der k. Akad. der Wiss. in Wien. 96. p. 134. 1887.

**5. Ueber Entladungsstrahlen und einige
Beziehungen derselben zu den Kathodenstrahlen
und Röntgenstrahlen;
von M. Willibald Hoffmann.**

(Inaugural-Dissertation.)

Bekanntlich zeigen zahlreiche Körper die Eigenschaft der Thermoluminescenz, d. h. sie senden beim Erwärmen unterhalb der Glühtemperatur ein lebhaftes Licht aus. Entweder sind diese Körper durch eine bekannte Ursache, wie durch Kathoden- oder Lichtstrahlen, vorher in bestimmter Weise erregt worden, oder sie besaßen die Fähigkeit in natürlichem Zustande. Erscheinungen der ersten Gruppe zeigen Schwefelcalcium, Schwefelbaryum etc.; Fälle der letzten Art sind schon lange beim Phosphorit, Marmor, Flussspath bekannt.

Hält man solche thermoluminescenzfähigen Körper längere Zeit auf einer höheren Temperatur, so hört die Lichtemission auf und tritt nach der Abkühlung auch nicht bei einer wiederholten Erwärmung hervor, es sei denn, dass vorher eine erneute Erregung stattfand.

Nach älteren Versuchen¹⁾ sind besonders die in der Nähe solcher Körper überspringenden electrischen Funken geeignet, sie von neuem thermoluminescenzfähig zu machen.

Hr. Prof. E. Wiedemann hat die wichtige Frage zu lösen gesucht, ob hierbei der Funken durch das von ihm ausgesandte Licht wirkt, sei es infrarother, sichtbares oder ultraviolettes, oder ob electrische Schwingungen die Thermoluminescenzfähigkeit hervorrufen, oder schliesslich, ob es eine *besondere Art von Strahlen* ist, die die Substanzen erregen, Strahlen, welche vielleicht mit den Kathodenstrahlen verwandt sind.

Der Versuch hat gezeigt, dass in vielen Fällen neben der Erregung durch Licht auch eine solche durch eine besondere Strahlengattung vorhanden ist. Hr. E. Wiedemann hat diese,

1) E. Becquerel, La Lumière 1. p. 327. 1867.

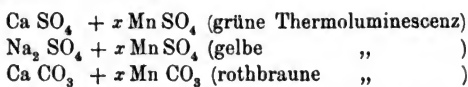
um zunächst ihre Natur noch ganz unbestimmt zu lassen, nach ihrem Ursprung mit dem Namen *Entladungsstrahlen* belegt.

Auf Veranlassung von Hrn. Prof. E. Wiedemann habe ich die Eigenschaften der Entladungsstrahlen näher untersucht.

I. Versuchssubstanzen und Versuchsmethoden.

Aus den Ausführungen von E. Wiedemann¹⁾ geht hervor, dass der Nachweis der Entladungsstrahlen nur dann ohne umständliche und unsichere quantitative Messungen möglich ist, wenn es gelingt, Substanzen zu finden, welche durch das ultraviolette Licht nicht oder nur schwach, durch die Entladungsstrahlen aber stark thermoluminescenzfähig gemacht werden.

Diese Eigenschaft besitzen in hohem Grade die folgenden Körper, sogenannte festen Lösungen²⁾, in deren Formel x ein kleiner Bruch ist:



Für die Versuche sehr geeignet erwies sich $\text{Ca SO}_4 + x \text{ Mn SO}_4$, vor allem, weil die Substanz durch mehrfaches Erhitzen nicht verändert wird.

Der Körper wird in der Weise hergestellt, dass man zu gewöhnlichem Gyps, der so lange mit Wasser versetzt wurde, bis ein ziemlich consistenter Brei entstand, eine kleine Menge des gleichfalls vorher in Wasser gelösten Mangansulfates hinzufügt und die Mischung nach dem Erstarren möglichst gut ausglüht. Ein geringer Wassergehalt setzt die Empfindlichkeit der Substanz sehr herab. Es empfiehlt sich daher die zu einer Versuchsreihe bestimmte Menge kurz vor den Versuchen noch einmal stark zu erhitzen, zumal da der Körper etwas hygroskopisch ist.

Zuerst untersuchte ich Entladungsstrahlen in Luft von Atmosphärendruck. Sie gingen von der Funkenstrecke eines Henley'schen Entladlers aus, der mit Kugelelektroden von verschiedenen Metallen versehen werden konnte. Unter der

1) E. Wiedemann, Zeitschr. f. Electrochem. p. 159. 1895.

2) E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. 56. p. 201. 1895.

Funkenstrecke befand sich auf einem hoch und nieder zu stellenden Tischchen die zu erregende Substanz. Der Abstand zwischen Funken und Tischfläche wurde an einem neben beiden stehenden Maassstabe abgelesen.

Als Electricitätsquelle diente bei diesen und allen späteren Versuchen eine grosse, zwanzigplattige Influenzmaschine nach Töpler, die Hr. Prof. E. Wiedemann aus Mitteln angeschafft hatte, welche ihm von der Verwaltung des Elisabeth Thompson-Fonds zur Verfügung gestellt waren. Die Maschine wurde durch einen Schmid'schen Wassermotor angetrieben und lieferte bei constantem Gange desselben fast unabhängig von der Witterung einen gleichmässigen Funkenstrom.

Die Versuchsanordnungen zur Beobachtung von Entladungsstrahlen in anderen Gasen als Luft, in verdünnten Räumen mit und ohne Electroden, werden an den betreffenden Stellen beschrieben werden.

Die auf ihre Thermoluminescenzfähigkeit zu prüfende Substanz war auf einem Kupferblech in gleichmässig dünner

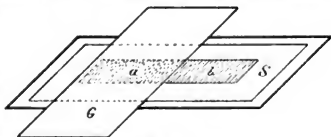


Fig. 1.

Schicht ausgebreitet und wurde, nachdem sie erregt war, auf eine 0,7 cm starke, 15 × 15 cm grosse Kupferplatte gelegt. Letztere wurde durch einen Bunsenbrenner von unten gleichmässig erhitzt. Zur Beobachtung einer besonders schwachen Thermoluminescenz wurde der Bunsenbrenner ausgelöscht.

Um eine bestimmt abgegrenzte thermoluminescirende Fläche der Substanz zu erhalten, befand sich bei den Versuchen auf derselben ein für die Entladungsstrahlen vollkommen undurchlässiges Glimmerblättchen, in das ein ca 0,5 cm breiter und ca. 3 cm langer Spalt eingeschnitten war.

Die Stärke der Erregung der Thermoluminescenz bei Versuchen unter verschiedenen Umständen liess sich durch eine Contrastmethode ermitteln. (Fig. 1.)

Zunächst wurde die eine Hälfte *a* der von dem Glimmerschirme unbedeckten Substanzfläche *ab* gegen die Wirkung der Entladungsstrahlen durch ein aufgelegtes Glimmerblatt *G* geschützt und die zweite Hälfte *b* unter der Versuchsbedingung *B*

exponirt. Dann legte man das Glimmerblatt auf den Theil *b* und liess jetzt die Entladungsstrahlen unter einer anderen Versuchsbedingung *A* auf den vorher geschirmten Theil *a* der Substanz einwirken. Bei der gleichzeitigen Erwärmung von *a* und *b* konnte aus den relativen Helligkeiten der beiden Theile auf die relativen Intensitäten der Erregungen *A* und *B* geschlossen werden.

II. Versuche und Resultate.

Nachweis, dass im Funken eine besondere Art von Strahlen enthalten ist.

Vor allem sollte nachgewiesen werden, dass vom Funken besondere Entladungsstrahlen ausgehen. Die hierher gehörigen Versuche zusammen mit den früheren von Hr. E. Wiedemann sind im Folgenden mitgetheilt.

Die unter dem Einfluss des Funkens auftretende Veränderung der Substanzen, welche sich in einer Thermoluminescenz bemerkbar macht, konnte ihren Grund haben:

- a) in der Einwirkung der vom Funken chemisch veränderten Luft;
- b) in dem vom Funken ausgehenden Licht;
- c) in den vom Funken erregten electrischen Schwingungen;
- d) in besonderen Entladungsstrahlen.

Nachweis, dass die Thermoluminescenz nicht durch chemisch veränderte Luft bedingt ist.

Der Nachweis, dass die chemisch veränderte Luft keine Rolle spielt, wurde in dreifacher Weise geführt.

α) Die Substanz $\text{Ca SO}_4 + x \text{ Mn SO}_4$ wurde stundenlang in ozonhaltige Luft gebracht; beim Erwärmen zeigte sich keine Thermoluminescenz.

β) In ein horizontales Rohr, das an einer Stelle eine Oeffnung besass, über der sich die Funkenstrecke befand, wurde die Substanz so gelegt, dass die Entladungsstrahlen sie nicht treffen konnten, und dann ein langsamer Gasstrom durch das Rohr geleitet. Wäre die Thermoluminescenz durch ein Gas hervorgerufen worden, das durch Entladungsstrahlen verändert worden wäre, so hätte die Substanz auch in diesem Falle eine Thermoluminescenz zeigen müssen. Dies war aber nicht der Fall.

7) Die Helligkeit der Thermoluminescenz wurde durch einen starken, zwischen Substanz und Funken geschickten Luftstrom nicht verändert; die Thermoluminescenzfähigkeit blieb dieselbe, mochte das Gebläse in Gang gesetzt sein oder nicht. Hierdurch ist auch gleichzeitig gezeigt, dass nicht etwa von den Electroden fortgerissene Theilchen die Erscheinung bedingen, und bewiesen, dass dieselbe von Strahlen herrühren muss, die vom Funken ausgehen.

Nachweis, dass die Thermoluminescenz nicht durch Lichtstrahlen hervorgerufen wird.

Schaltete man zwischen die Funkenstrecke und die Substanz irgend einen durchsichtigen Körper oder auch ein Metall, etwa Aluminiumfolie, so wurde die Wirkung der Entladung auf die Substanz vollständig aufgehoben. Im Speciellen gilt dies auch für Quarz und Flussspath. Eine Quarzplatte von 0,3 mm Dicke, die Strahlen bis $\lambda = 180 \mu\mu$ hindurchlässt, schirmte vollkommen. Unter besonders reinen, von Zeiss in Jena gütigst überlassenen Flussspathplatten von 0,7 bis 1,4 mm Dicke, die nach Schumann bis $\lambda = 100 \mu\mu$ durchlässig sind, liess sich keine Thermoluminescenz nachweisen.¹⁾

Während, wie die späteren Versuche gezeigt haben, eine stark ultraviolette Licht vollkommen absorbirende Luftschicht von mehr als 20 cm Dicke für die Entladungsstrahlen noch durchlässig ist, sind dies sehr dünne Flussspathplatten nicht mehr. Das Verhalten der Entladungsstrahlen ist in diesem Falle also gerade umgekehrt, wie das des ultravioletten Lichtes.

Nachweis, dass die Wirkung nicht von electricischen Schwingungen herrührt.

Bedeckte man die Substanz mit irgend einem Dielectricum oder umgab man sie mit einer Kohlensäureatmosphäre (vgl. weiter unten), so wurde sie vollständig gegen den Einfluss des Funkens geschirmt. Weiter lässt sich auch zeigen, dass electricische Schwingungen als solche unsere Substanzen nicht zur

¹⁾ Nach sehr langer Exposition unter kräftigen Funken liess sich ein schwaches Leuchten während der Erwärmung auch bei den vorher vom Flusspath bedeckten Stellen der Substanz erkennen, das vielleicht in einer Einwirkung des äussersten ultravioletten Lichtes seinen Grund hat. — Vgl. V. Schumann, Wien. Ber. 102. II. p. 691. 1893.

Thermoluminescenz zu bringen vermögen. $\text{Ca SO}_4 + x \text{Mn SO}_4$, welches längere Zeit zwischen die Endcondensatorplatten des Lecher'schen Drahtsystems gebracht worden war, blieb beim Erwärmen absolut dunkel.

Hiernach lässt sich die Leuchterregung der genannten Körper durch den Funken wohl nur mit der Annahme erklären, dass vom Funken besondere Strahlen ausgehen, welche unter gewöhnlichen Verhältnissen keinen festen Körper zu durchdringen vermögen, deren Natur aber so beschaffen und deren Energie so gross ist, dass sie ebenso wie die Kathodenstrahlen Luminescenz erregende Eigenschaften besitzen.

Allgemeine Eigenschaften der Entladungsstrahlen.

1. *Abhängigkeit der Thermoluminescenzfähigkeit von der Dauer der Erregung.*

Mit der Dauer der Exposition wächst die Thermoluminescenzfähigkeit zuerst schnell, um sich dann einem Maximum zu nähern. Die Versuche wurden nach der Contrastmethode (p. 271) ausgeführt. Wenn man zunächst die unbedeckte Substanzhälfte *a* bei einem mittleren Abstände vom Funken (von ca. 5 cm) der Wirkung der Entladungsstrahlen 1 Minute lang aussetzte und dann nach Bedeckung von *a* die Hälfte *b* 2 Minuten, so erschien beim Erwärmen *b* wesentlich heller als *a*. Ein Helligkeitsunterschied war auch noch vorhanden, wenn *a* 9 Minuten, *b* 10 Minuten exponirt wurde. Bei noch längeren Expositionen wurden diese Unterschiede immer geringer, selbst wenn *a* 10 Minuten, *b* 20 Minuten exponirt war. Bei anderen Entfernungen zwischen Funken und Platte änderten sich natürlich die Zeiten, in denen das Maximum erreicht war; je mehr man die Substanz dem Funken näherte, um so schneller trat das Maximum ein.

2. *Das bei verschiedener Stärke der Erregung erreichte Maximum der Helligkeit ist nahezu gleich.*

Daraus folgt, dass die Zahl der durch die Entladungsstrahlen veränderten Theile in der festen Lösung die gleiche ist und unabhängig von der Intensität der Entladungsstrahlen in jedem Falle. Wir haben hier ein vollständiges Analogon zu dem Verhalten der photographischen Platte im Licht. Wie

bei jener, so addiren sich auch hier die einzelnen Erregungen, eine Thatsache, welche uns bei den weiteren Versuchen wesentlich unterstützte.

Zur Erzielung einer gleich hellen Thermoluminescenz muss bei gleichem Potential und gleicher Stärke der einzelnen Funken eine gleiche Anzahl von Entladungen übergehen, ganz unabhängig davon, über welchen Zeitraum sich die Exposition erstreckt.

Lieferte die Maschine in 5 Sec. einmal 300, das andere Mal 600 Entladungen, so musste in letzterem Falle bei gleich starker Thermoluminescenz die Expositionszeit gegen den ersten Fall auf die Hälfte vermindert werden.

Zur genaueren Untersuchung wurde in den Stromkreis (Fig. 2) hinter die Funkenstrecke F ein Galvanometer G eingeschaltet.

Von hier ging der Strom zu der isolirten Messingkugel E , welche sich in 0,5 cm Abstand von dem zur Erde abgeleiteten drehbaren Messingcylinder W befand. Die einzelnen Entladungen über das Funkenmikrometer und von E zur Erde sind synchron. Ist die Trommel W mit berrusstem Papier bespannt, so erzeugen beim Drehen derselben die einzelnen überspringenden Funken auf dem Papier weisse Punkte, welche bequem gezählt werden können.

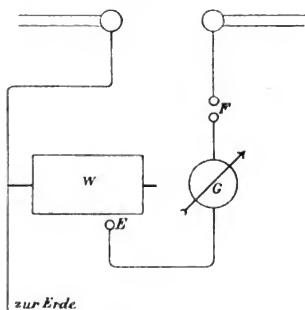


Fig. 2.

Die am Galvanometer G abgelesene Stromstärke dividirt durch die Funkenzahl gestattet die bei jeder Entladung übergegangene Electricitätsmenge direct zu bestimmen.

Die Aichung des Galvanometers ergab eine Empfindlichkeit von $0,05 \cdot 10^{-3}$ Amp. für einen Ausschlag von einem Scalentheil.

Ein Beispiel für die Proportionalität zwischen den Galvanometerausschlägen und der Funkenzahl sei hier kurz mitgetheilt:

Nullpunkt (Mittel)	Einstellung (Mittel)	Ausschlag	Funkenzahl in 10 Sec.
340	360	20	385
340	374	34	640

Die angestellten Versuche ergaben, dass die Helligkeiten der Thermoluminescenz direct proportional den Galvanometerausschlägen und der Funkenzahl waren.

Gleiche Helligkeiten bei den Versuchen Nr. 1 und 2 wurden erhalten bei:

Nr.	Expositionszeit (Mittel)	Einstellung (Mittel)	Nullpunkt (Mittel)	Ausschlag
1	5 Sec.	362	340	22
2	2,5 Sec.	385	340	45

Aus dem erhaltenen Resultat folgt ohne weiteres, dass in dem Intervall zwischen zwei Funken nicht eine merkliche Menge der umgewandelten Substanz wieder in den natürlichen Zustand zurückgeht. In der That haben die Herren E. Wiedemann und G. C. Schmidt (l. c. p. 232) nachgewiesen, dass nach einer Erregung unserer Substanz durch Kathodenstrahlen noch viele Monate später eine deutliche Thermoluminescenz zu erkennen ist. Wäre zur Untersuchung der Entladungsstrahlen eine Substanz verwendet worden, bei der sich in kurzer Zeit die Fähigkeit zu thermoluminesciren stark verminderte, so wären die obigen Sätze nicht zu erhalten gewesen. Darauf, dass diese Eigenschaft $\text{CaSO}_4 + x\text{MnSO}_4$ aber *nicht* besitzt, und ausserdem darauf, unser Auge für Helligkeitsunterschiede im Grün besonders empfindlich ist, beruht die Brauchbarkeit der Substanz zur Beobachtung der Entladungsstrahlen nach den unter I angegebenen Methoden.

3. Bei relativ kurzen Expositionszeiten, ehe das Maximum der Erregung eingetreten ist, können wir eine schwache, lang dauernde Bestrahlung durch eine starke, kurz anhaltende ersetzen, und zwar ist die Stärke der Erregung nahezu proportional der Intensität der Erregung i und der Zeitdauer t derselben.

Unter den 1,2 cm langen Funken des Henley'schen Entladlers, 0,5 cm von demselben entfernt, wurde auf zwei Korken ein Glimmerdiaphragma a mit grosser Oeffnung aufgestellt

und unter dieses in der Entfernung $\beta = 2$ cm auf das Kupferblech K das empfindliche $\text{CaSO}_4 + x\text{MnSO}_4$ gebracht. Die Entfernungen α und β waren so gewählt, dass, wenn auf a ein zur Längsrichtung des Funkens senkrechter Spalt σ ge-

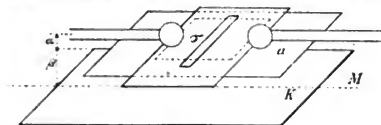


Fig. 3.

legt wurde, die Projection eines auf der Mittellinie M der Substanz S liegenden Punktes auf den Funken noch in die Funken-

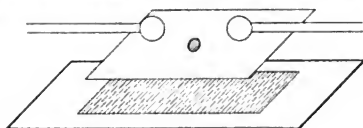


Fig. 4.

bahn fiel. Wirken alle Theile des Funkens gleich stark, so ist klar, dass die Intensität der Erregung der Substanz S pro-

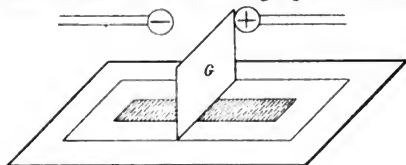


Fig. 5.

portional der Breite des Spaltes σ ist. Versuche nach der Contrastmethode ergaben, dass bei Spaltbreiten von 1 mm und 3 mm und Expositionszeiten von 15 Sec. und 5 Sec. die Helligkeiten die gleichen waren. Bei längeren Expositionszeiten war dies freilich nicht mehr der Fall, wie dies nach den Versuchen unter 2 sein muss. Auch den in diesem Absatz bewiesenen Satz werden wir mehrfach zu benutzen haben.

4. Die Entladungsstrahlen gehen von allen Stellen der Funkenbahn aus, etwas stärker aber von der Kathode. (Fig. 4 und 5.)

Um dies nachzuweisen, wurden folgende Anordnungen getroffen:

Zwischen Substanz und Funken wurde ein Diaphragma so gestellt, dass nur von der Funkenbahn, nicht aber von den Electroden Strahlen auf die Substanz fallen konnten. Nach der Erregung erhielt man einen stark luminescirenden Fleck.

Zum Vergleich der Wirkung der *beiden Electroden* stellte ich senkrecht zur Funkenstrecke und der Ebene der Substanz ein Glimmerblatt *G* auf. Die rechte Seite erhält so nur Strahlen von der Funkenbahn und der *Kathode*, die linke nur solche von der Funkenbahn und der *Anode*.

Beim Erwärmen trat zuerst die Seite der Substanz hervor, die unter der Kathode gelegen hatte, dann erst erschien die positive Seite und zwar mit etwas geringerer Helligkeit. Das Leuchten des von der positiven Seite des Funkens bestrahlten Substanzstückes hielt aber länger an.¹⁾

5. *Die Natur der Electroden, zwischen denen der Funken überspringt, hat keinen merklichen Einfluss auf die Natur der Entladungsstrahlen.*

Die meist gebrauchten Zinkkugeln des Henley'schen Entladeters wurden nacheinander durch solche aus Messing, Kupfer, Eisen, Aluminium und Magnesium ersetzt und die Stärke der auftretenden Entladungsstrahlen nach der Contrastmethode verglichen. Es ergab sich das oben angeführte Resultat.

6. *Die Entladungsstrahlen pflanzen sich im wesentlichen geradlinig fort.*

Dies Resultat wurde erhalten, indem ein 1 cm langer, 0.4 cm breiter in Glimmer eingeschnittener Spalt in 1 cm Entfernung parallel zur Funkenbahn aufgestellt wurde. Unterhalb des Spaltes lag die empfindliche Substanz. Die Länge des beim Erwärmen derselben nach einer Exposition in verschiedenen Abständen sich zeigenden Bildes wurde mit einem Zirkel abgegriffen und auf einem Maassstabe gemessen. Das Bild entsprach in allen Fällen der Projection des Spaltes durch den Funken auf die Substanz. Die Breite der Bilder war:

Abstand des Spaltes vom Funken 1 cm, Funkenlänge 1 cm.

Abstand der Substanz vom Spalt	1	2	3
Grösse des Bildes ca.	0,8	1,2	1,7

1) Vgl. hierzu E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, l. c. p. 240.

Verwandte man ein kreisrundes Diaphragma (Fig. 6) von nicht zu grosser Oeffnung, so entstanden auf der Substanz gut erkennbare Bilder des Funkens. Die Vertheilung der Helligkeit entsprach der, die man erhalten hätte, wenn die Substanz mit einer gewöhnlichen Lichtquelle bestrahlt worden wäre, welche die Dimensionen des Funkens besitzt, wie quantitative Messungen der Bilder ergaben.

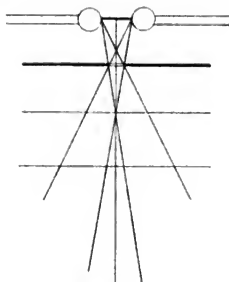


Fig. 6.

Befand sich in 2 m Entfernung von dem 1 cm langen Funken ein 0,5 cm weites kreisrundes Diaphragma, so betrug der Durchmesser der luminescirenden Stelle auf der Substanz:

Im Abstand vom Diaphragma	1	2	3	4	5
ca. Centimeter	1,2	1,8	2,5	3,2	3,8

Es liegt in der Natur der Untersuchungsmethode, dass diese Zahlen nicht sehr genau sind: die Thermoluminescenz dauert nur kurze Zeit und ist nach einer Exposition der Substanz in grösserer Entfernung nicht so hell, um ein genaues Ausmessen ihrer Grenzen zu gestatten.

7. Eine Reflexion der Entladungsstrahlen an festen Körpern liess sich nicht nachweisen.

Bei S (Fig. 7) befand sich die Substanz in dem einen Schenkel eines weiten \perp Rohres. Ihr gegenüber an dem Halter H konnte der zu untersuchende Körper K unter beliebigem Winkel gegen die im anderen Schenkel des Rohres befindliche Funkenstrecke F verschoben werden.

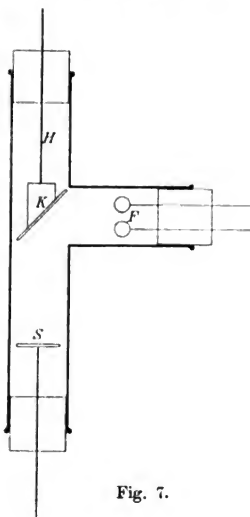


Fig. 7.

Bei einer Exposition der Substanz in diesem Apparat war eine Thermoluminescenz nicht nachzuweisen, mochte die reflectirende Fläche durch einen belegten Spiegel, durch Metall oder Papier gebildet sein. Hatten die Entladungsstrahlen von *F* einen gleichlangen Weg bis zur Substanz in gerader Richtung zurückzulegen, so war eine deutliche Thermoluminescenz zu erkennen.¹⁾

8. *Einfluss der Art der Entladung auf die Intensität der Entladungsstrahlen.*

a) Einfluss von parallel zum Funken geschalteten Condensatoren. Schaltet man parallel zum Funken Condensatoren von wachsender Capacität, sodass bei constantem Potential nach und nach die bei jeder Entladung übergehende Electricitätsmenge gesteigert werden kann, so wächst in gleichen Zeiten bei Constanz der übergehenden Electricitätsmenge (bedingt durch die constante Tourenzahl der Maschine) die Helligkeit der Thermoluminescenz mit der Grösse der Capacität. Wenige kräftige Entladungen erzeugen also stärkere Endhelligkeit als zahlreiche schwächere.

b) Einfluss des Entladungspotentials. Verlängert man die Funkenstrecke bei constantem Gang der Maschine und erhöht hierdurch das Entladungspotential, so wächst ebenfalls trotz der constant übergehenden Electricitätsmenge die Helligkeit der Thermoluminescenz.

Eine directe Proportionalität wurde in beiden Fällen nicht nachgewiesen: es nähern sich auch hier die Wirkungen einem Maximum.

9. *Die Intensität der Entladungsstrahlen nimmt angenähert, und zwar etwas schneller wie das Quadrat der Entfernung der zu erregenden Substanz vom Funken ab.*

Gilt das Gesetz von der Abnahme der Intensität mit dem Quadrate der Entfernung auch für die Entladungsstrahlen, so muss bei kurzen Expositionszeiten (§ 1) zur Erzeugung einer gleichen Helligkeit der Thermoluminescenz in verschiedenen Abständen eine constante Belichtungszeit multiplicirt mit dem Quadrat des Abstandes dieselbe Helligkeit erzeugen.

1) Der Nachweis einer Brechung der Entladungsstrahlen war ausgeschlossen, weil nach dem oben beschriebenen Versuch alle festen Körper die Entladungsstrahlen absorbiren.

Versuche in dieser Richtung nach der Contrastmethode ergaben in der That, dass bei einer derartigen Wahl der Expositionszeiten die beiden Felder nahezu gleich hell erschienen. Das in der grösseren Entfernung exponirte Stück war jedoch stets etwas lichtschwächer. Es deutet diese Tatsache auf eine Absorption der Entladungsstrahlen durch die atmosphärische Luft hin. Um nahezu Helligkeitsgleichheit der beiden Theile zu erzielen, waren z. B. im Abstand 1 cm 10 Sec., 2 cm 10.4 Sec., 3 cm 10.9 Sec., 4 cm 10.16 Sec. erforderlich.

Die Expositionszeiten wachsen schnell an. Versuche bei grösserer Entfernung vom Funken sind sehr zeitraubend. Selbst bei einem Abstand der Substanz vom Funken von 30 cm ist aber immer noch deutlich die Wirkung der Entladungsstrahlen bei entsprechend langer Expositionszeit zu erkennen.

Entladungsstrahlen in verschiedenen Gasen.

10. Absorption der Entladungsstrahlen durch verschiedene Gase.

Aus den in Absatz 5 angeführten Versuchen ging hervor, dass sämtliche festen Körper die Entladungsstrahlen absorbiren. Zur Untersuchung der Fortpflanzung der Entladungsstrahlen in Gasen wurden folgende Wege eingeschlagen.

Unterhalb einer Funkenstrecke in Luft

(Fig. 8), 2 cm von derselben entfernt, befand sich ein 1,5 cm weites, 10 cm langes Glasrohr, in das in der der Funkenstrecke zugekehrten Wand eine 0,7 cm weite Oeffnung geblasen war. Die empfindliche Substanz wurde so in das Rohr gelegt, dass dieselbe von den durch die Oeffnung einfallenden Entladungsstrahlen getroffen werden musste. Strömte beim Versuche Luft durch das Rohr, so war beim Erwärmen der Substanz schöne Thermoluminescenz sichtbar. Dasselbe war der Fall, als Stickstoff durch den Apparat geleitet wurde. Kein Leuchten war erkennbar, als das Calciumsulfat in einem Strome von Sauerstoff

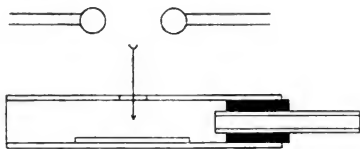


Fig. 8.

oder Kohlensäure der Wirkung der Entladungsstrahlen ausgesetzt worden war:

Sauerstoff und Kohlensäure absorbiren also die Entladungsstrahlen im Verhältniss zur Luft in ausnehmend hohem Grade.

Um nachzuweisen, dass im letzteren Falle nicht etwa eine chemische Wechselwirkung zwischen Kohlensäure bez. Sauerstoff und Substanz eintritt, durch welche die Thermolumineszenzfähigkeit vernichtet wird, wurde der in Fig. 9 skizzierte Versuch angestellt.

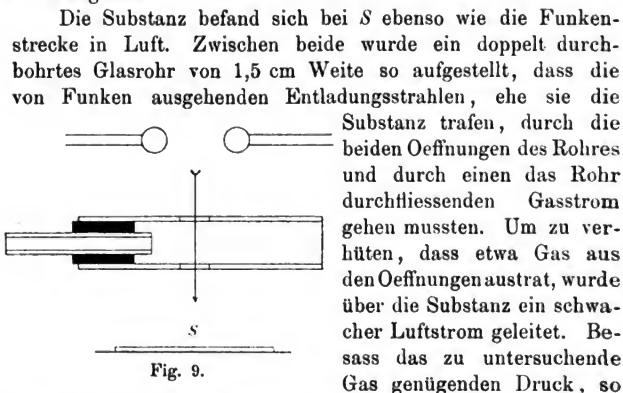


Fig. 9.

war, wie die Versuche ergaben, die letztere Vorsichtsmaassregel unnöthig. Bei der Schnelligkeit des Gasstromes und der Weite der Ausströmungsöffnung trat kaum Gas durch die beiden seitlichen Oeffnungen aus.

Auch bei dieser Anordnung erwiesen sich Kohlensäure und Sauerstoff vollkommen undurchlässig für die die Thermoluminescenz erregenden Entladungsstrahlen.

11. *Verschiedene Beschaffenheit der Entladungsstrahlen in verschiedenen Gasen.*

Um Entladungsstrahlen in verschiedenen Gasen zu erzeugen, benutzte ich den Apparat Fig. 10.

Der Entladungsraum war durch eine dreifach tubulirte Glasglocke gebildet, deren unterer Rand, um bei den Versuchen einen Abschluss gegen die atmosphärische Luft zu gewinnen und das Innere vollkommen trocken zu erhalten, in

ein flaches Glasgefäß mit Schwefelsäure tauchte. Das zu untersuchende Gas wurde bei *a* eingeleitet und entwich bei *b*. Durch die beiden seitlichen Tubuli führten, durch Kautschukstopfen isolirt, zwei Drähte, welche die Electroden E_1 und E_2 trugen. Auf das gläserne Tischchen *T* konnte die empfindliche Substanz gelegt werden.

Bei gleich langer Exposition und gleichmässigem Gang der Maschine war die Einwirkung der Entladung auf die Substanz wie in der Tabelle p. 16 angegeben.

Sauerstoff, Kohlensäure und Leuchtgas lassen also keine Thermoluminescenz zu Stande kommen.

Die Helligkeit der Thermoluminescenz des Calciumsulfates nach einer Exposition in Stickstoff ist nur ungefähr $\frac{2}{3}$, nach einer Exposition in Wasserstoff aber mehr als doppelt so gross wie in Luft.

Von diesen Versuchen erklären sich die mit Sauerstoff und Kohlensäure angestellten, bei denen keine Einwirkung der Entladungsstrahlen sichtbar ist, ohne weiteres aus den Versuchen p. 286. Diese Gase absorbiren die Entladungsstrahlen in hohem Grade.

Die Ursache für den Unterschied im Verhalten von Luft,

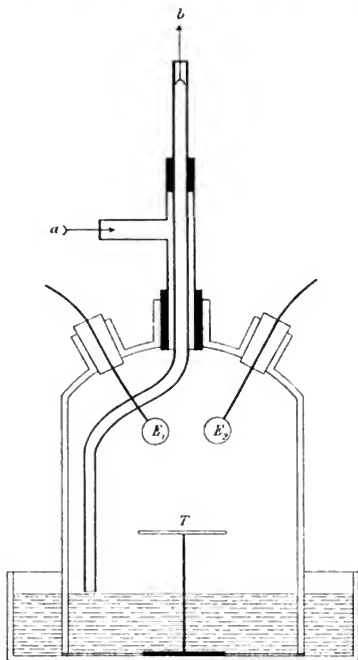


Fig. 10.

Sauerstoff und Stickstoff bedarf noch einer besonderen Untersuchung.

Bei einem Vergleich der Resultate in Wasserstoff und in Stickstoff ergibt sich, dass im Wasserstoff die Erregung der Substanz eine unverhältnissmässig stärkere als in Stickstoff ist. Dies Resultat ist um so auffallender, da man beobachtet, dass im Wasserstoff die Entladungspotentiale wesentlich kleiner als im Stickstoff sind und man nach den Ergebnissen der Untersuchungen (p. 284) hier eher eine verminderte als eine vermehrte Wirkung hätte erwarten sollen. Zur Erklärung der Thatsache scheint die Annahme möglich, dass die vom Funken in Wasserstoff erregten Entladungsstrahlen intensiver bez. anders beschaffen sind, als die in der Luft erzeugten.

Gas	Luminescenz	Abstand der Substanz vom Funken	Expositionszeit
Luft	gut	4 cm	3 Minuten
Kohlensäure	vollkommen dunkel		
Leuchtgas	vollkommen dunkel		
Stickstoff	gut, aber schwächer wie in Luft		
Wasserstoff	sehr hell		
Sauerstoff	vollkommen dunkel		

12. Besondere Eigenschaften der in Wasserstoff erregten Entladungsstrahlen.

Bei der verschiedenen Intensität der in Wasserstoff und der Luft entstehenden Entladungsstrahlen schien es nicht ausgeschlossen, dass während letztere vom Flussspath vollkommen absorbiert werden, erstere denselben vielleicht zu durchsetzen vermögen. Dies war, wenn auch nur in schwachem Maasse, in der That der Fall. Oft schirmten dünnere Flussspathstücke stärker als dicke. Eine ganz dünne Wasserschicht, die auf die Flussspathplättchen gebracht wurde, vernichtete jedesmal die Wirkung der Entladungsstrahlen vollkommen. Aus der überraschenden Thatsache, dass die verschiedenen Flussspathstücke ganz unabhängig von ihrer Dicke unter sich die Thermoluminescenzwirkung zu Stande kommen lassen, darf man vielleicht den Schluss ziehen, dass hier nicht die Entladungsstrahlen den Flussspath durchdringen, sondern dass in den verschieden beschaffenen Plättchen stärkere oder schwächere

Flussspathstrahlen, wie sie zuerst von Winkelmann und Straubel beobachtet wurden, erzeugt werden, und dass wir vielleicht hier *transformirte Entladungsstrahlen* vor uns haben. Aehnlich wie Flussspath, aber schwächer, wirken auch Quarzplättchen, alle anderen festen Körper waren auch für die in Wasserstoff erzeugten Entladungsstrahlen undurchlässig.

Untersuchung der Büschelentladung auf Entladungsstrahlen.

13. *In den Büschelentladungen waren keine Entladungsstrahlen nachzuweisen.*

Nachdem der Nachweis gelungen war, dass die Entladungsfunken in der Luft und in anderen Gasen Entladungsstrahlen aussenden, musste im Anschluss hieran untersucht werden, ob auch in den Büschelentladungen entsprechende Strahlen auftreten.

Die Versuche wurden an den Büschelentladungen der secundären Spirale eines Teslatransformators angestellt, da dieselben hier ganz besonders schön ausgebildet sind. Die Gesamtanordnung zur Erzeugung der schnellen electrischen Schwingungen war die von Himstedt¹⁾, wie sie von W. König²⁾ zur Erzeugung der Röntgenstrahlen benutzt und von der Firma Reiniger, Gebbert und Schall in Erlangen ausgeführt wird.

Die empfindliche Substanz zeigte, selbst wenn sie lange Zeit in Luft in der Nähe der Büschelentladung gelegen hatte, keine Thermoluminescenz, es sei denn, dass sie durch directe Funken von den Polen des Transformators getroffen worden war.

Auch in Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff und Kohlensäure erwiesen sich die Büschelentladungen der benutzten Anordnung vollkommen unwirksam auf die Substanz.

Ueber das Auftreten der Entladungsstrahlen in Gasen von niederen Drucken.

14. *Auch bei niederen Drucken gehen von der Entladung Entladungsstrahlen aus.*

1) F. Himstedt, Wied. Ann. 52. p. 478. 1874.

2) Walter König, 14 Photographien mit Röntgen-Strahlen aufgenommen im physik. Verein zu Frankfurt a. M. Leipzig J. A. Barth 1896; Beibl. 20. p. 494. 1896.

15. Die Intensität der Entladungsstrahlen nimmt mit wachsender Luftverdünnung zu.

Weiter wurde untersucht, ob von Entladungen in verdünnten leuchtenden Gasen ebenso wie von den Funken in Gasen unter Atmosphärendruck Entladungsstrahlen oder diesen ähnliche Gebilde ausgehen, d. h. Strahlen, welche von allen, selbst das ultraviolette Licht durchlassenden Körpern absorbiert werden, die obengenannten Substanzen aber zur Thermoluminescenz erregen.¹⁾

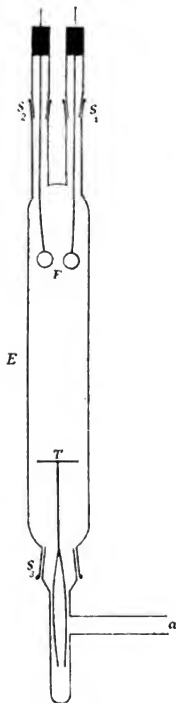


Fig. 11.

konnten bedeutend kürzer gewählt werden als bei den früheren Versuchen bei Atmosphärendruck, um gleiche Helligkeiten zu erzielen.

Hierzu wurde die Funkenstrecke in den mit der Luftpumpe verbundenen Entladungsapparat *E* gebracht (vgl. Fig. 11). Derselbe bestand aus einem 4 cm weiten und 30 cm langen Glasrohr, welches an seinem oberen Ende zwei Schläfe *S* und *S*₁ besass. Durch *S*₁ und *S*₂ führten die Zuleitungsdrähte der Funkenstrecke *F*, welche etwas gebogen waren, sodass durch Drehen der Stempel der Schläfe die Funkenlänge verändert werden konnte. In dem Stempel des grossen, 2 cm weiten unteren Schliffes *S*₃ war das die empfindliche Substanz tragende Tischchen *T* befestigt. Bei *a* war der Apparat an die Quecksilberluftpumpe angesetzt.

Die Versuche ergaben, dass in Luft sowohl bei hohen wie bei niederen Drucken, bei denen sich die positive Lichtsäule schon bis über das Tischchen ausgebreitet hatte, eine glänzende Thermoluminescenz der Substanz auftrat. Auch hier war unter dem Flusspath nur eine ganz schwache Einwirkung erkennbar. Die Expositionszeiten

1) Einige Beobachtungen in dieser Richtung hat schon Hr. Prof E. Wiedemann in der Zeitschrift für Electrochemie p. 159. 1895 mitgeteilt.

In verdünntem Stickstoff und Wasserstoff ergab sich dasselbe Resultat wie in Luft, nur konnte in Wasserstoff die Expositionszeit noch weiter herabgesetzt werden. Es war in letzterem Gase schon ein schwaches Leuchten der Substanz während der Belichtung zu bemerken.

In Kohlensäure und Sauerstoff, in denen unter Atmosphärendruck keine Einwirkung auftritt, lässt sich erst bei relativ tiefen Drucken (zwischen 3,0—1,0 cm Quecksilbersäule) eine deutlich sichtbare Thermoluminescenz von $\text{CaSO}_4 + x\text{MnSO}_4$ nachweisen.

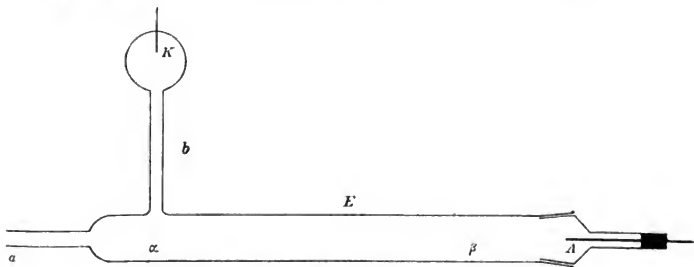


Fig. 12.

16. *Die Thermoluminescenz erregenden Entladungsstrahlen gehen auch im Vacuum von der ganzen Entladung aus.*

In der oben beschriebenen Anordnung konnten Strahlen, die von dem positiven und negativen Lichte ausgehen, die Substanz gleichzeitig treffen, es war also noch zu untersuchen, ob hier nur die negativen, oder die negativen und die positiven Entladungen die Substanz erregen.

Um negative und positive Entladung getrennt voneinander untersuchen zu können, wählt man zweckmässig die folgende Anordnung (Fig. 12).

Ein 2 cm weites, 35 cm langes Entladungsrohr wird bei α an die Pumpe angesetzt, bei b trägt dasselbe ein 12 cm langes, nur 0,5 cm weites Rohr, welches die Kathode K enthält. Der grosse Schliff dient zur Einführung der Substanzen in das Innere von E und enthält gleichzeitig die Anode A .

Befindet sich die Substanz bei β , so wird sie nur von positiven Strahlen getroffen. Bei einem Kehren des Stromes,

bei dem *A* Kathode wird, kann auch der Einfluss des Glimmlichtes untersucht werden.

Die Thermoluminescenz der Substanzen war nach einer Bestrahlung durch das negative Licht heller, wie nach einer solchen durch das positive. Mit sinkendem Druck im Entladungsrohre fing $\text{CaSO}_4 + x\text{MnSO}_4$ im Glimmlicht an hellgrün zu leuchten. Diese Erscheinung trat im positiven Licht nie ein. Erst wenn hier das Glas schwach fluorescirte, zeigte auch $\text{CaSO}_4 + x\text{MnSO}_4$ eine Spur von Lichtemission, welche aber wahrscheinlich auf den Einfluss von diffus reflectirten Kathodenstrahlen zurückgeführt werden muss.

Die Beobachtungen wurden deshalb unter Drucken angestellt, bei denen das Glimmlicht nicht länger als 2 cm war und sich vollkommen auf das obere Ende des engen Ansatzrohres *b*, das die Kathode enthielt, beschränkte.

Nachdem durch einen Vorversuch der Druck ermittelt war, unter dem die das Rohr durchsetzenden, langgezogenen Funkenentladungen einen stetigeren Charakter annahmen, wurde das Entladungsrohr geöffnet, die Substanz eingeführt und nach dem Schliessen des Rohres wieder soweit evacuiert, bis diese Luftverdünnung erreicht war; die Einwirkung der Entladung auf die Substanz erfolgte bei diesem Druck. Die auftretende Thermoluminescenz war sehr schön nach einer Bestrahlung der Substanz in Luft, Stickstoff und Wasserstoff. In Sauerstoff und Kohlensäure konnte keine deutliche Einwirkung erkannt werden. Erst bei bedeutend tieferen Drucken (ca. 3—1 cm) zeigte sich auch in diesen Gasen die Thermoluminescenz.

Das Resultat stimmt im Wesentlichen mit dem des vorigen Abschnittes überein (vgl. auch p. 28).

Diese Versuchsergebnisse dürften theils auf der Absorption der Entladungsstrahlen durch die zuletzt angeführten Gase, theils auf der Entwicklung anders gearteter Entladungsstrahlen als bei Atmosphärendruck beruhen.

Durch electricische Schwingungen erzeugte Entladungsstrahlen.

17. *Unter dem Einfluss von electricischen Schwingungen treten an der Grenze von Glas und einem mässig verdünnten Gase (in*

einigen Fällen bei den relativ hohen Drucken von 44 cm Hg, ehe Lichterscheinungen zu bemerken sind) Entladungsstrahlen auf, welche eine lebhafte Thermoluminescenz hervorrufen.

In der Nähe von electrisch schwingenden Systemen (z. B. am Endcondensator des Lecher'schen Drahtsystems) bilden sich, wie schon vor längerer Zeit E. Wiedemann und H. Ebert¹⁾ eingehend untersucht haben, innerhalb evacuirter Glasräume intensive Kathodenerscheinungen aus, welche ihren Ansatzpunkt an der dem schwingenden Leiter zunächst liegenden Wand haben. Es konnte der allgemeine Satz aufgestellt werden²⁾, dass beim Auftreten schneller Potentialschwankungen an der Grenze zweier Medien, von denen das eine ein verdünntes Gas ist, Kathodenerscheinungen erzeugt werden.

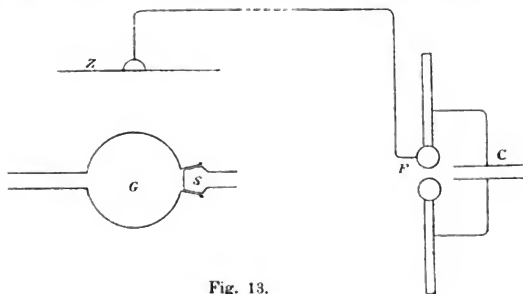


Fig. 13.

Wenn man die Entladungen in einem derartigen electrodenlosen Recipienten verfolgt, so kann man längere Zeit vor dem Auftreten der Kathodenstrahlen schöne Glimmlichterscheinungen beobachten. Es musste untersucht werden, ob und wann in dem ganzen Strahlencomplex Entladungsstrahlen entstanden.

Die Versuchsanordnung (vgl. Fig. 13) war die folgende:

Die Electroden der grossen Influenzmaschine wurden mit den Belegungen einer Leydener Flasche C verbunden, von dem einen Pole der ca. 1 cm langen Funkenstrecke F führte ein 0,1 cm starker Kupferdraht zur Zinkplatte Z, welche einen

1) E. Wiedemann u. H. Ebert, Wied. Ann. 50. p. 35. 1893.

2) E. Wiedemann, Ztschr. f. Electrochemie p. 159. 1895.

Durchmesser von 20 cm hatte. In 6—10 cm Entfernung von derselben befand sich die mit einem Manometer versehene evacuirbare Glaskugel *G*. Durch den Schliff *S* konnte man die zu untersuchenden Körper einführen.

War *G* ungefähr 10 cm von *Z* entfernt, so liess sich in Luft bei einer 1 Minute langen Exposition bei einem Drucke von 3 cm eine gute Thermoluminescenz der empfindlichen Substanz nachweisen. Der Theil der Substanz, welcher senkrecht unter dem der schwingenden Platte am nächsten gelegenen Wand der Kugel gelegen hatte, leuchtet immer am hellsten. Kathodenstrahlen konnten bei der Entfernung der erregenden Platte und dem hohen Drucke noch nicht auftreten. Während der Exposition wurde kein Leuchten der Substanz bemerkt. Aus dem Versuche folgt, dass die Entladungsstrahlen ihren Hauptausgangspunkt innerhalb des luftverdünnten Raumes an der Stelle der Glaswand haben, welche dem erregenden Leiter am

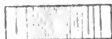


Fig. 14.

nächsten liegt. Die Entladungsstrahlen waren an allen Stellen des Innenraumes der Kugel nachzuweisen, sodass vielleicht die Fortpflanzung derselben nach dem in der Fig. 14 skizzirten Schema stattfindet.

Mit steigendem Druck im Recipienten und abnehmender Helligkeit des Entladungslichtes mussten zwar die Expositionszeiten, um gleiche Helligkeiten wie früher zu erzielen, etwas erhöht werden, doch liess sich eine schwache Thermoluminescenz der Substanz noch bei einem Drucke von 44 cm im Innern der Kugel (der also nur um 30 cm von dem äusseren Atmosphärendrucke verschieden war), als jede Spur des Entladungslichtes verschwunden war, noch gut erkennen.

Flussspath und Quarz schirmten auch hier die Thermoluminescenzwirkung der Entladung vollkommen.

Unter dem Einfluss der electrischen Schwingungen entstehen also im luftverdünnten Raume:

bei hohen Drucken Entladungsstrahlen, welche eine Thermoluminescenz bedingen,

bei niederen Kathodenstrahlen, welche Kathodoluminescenz erzeugen.

In *Sauerstoff* und *Kohlensäure* gelang es nicht, die Entladungsstrahlen bei so hohen Drucken nachzuweisen. Auch in diesen Medien trat jedoch die Thermoluminescenz ein, wenn auch bei viel tieferen Drucken (vgl. Versuch p. 23 u. 24).

Wasserstoff und Stickstoff verhielten sich ebenso wie Luft. Vielleicht erhält man in diesen Gasen (analog den früheren Versuchen) die Thermoluminescenz schon bei noch höheren Drucken. Mit Bestimmtheit liess sich dies jedoch nicht feststellen: $\text{CaSO}_4 + x\text{MnSO}_4$ ist hier nicht mehr empfindlich genug, da die Thermoluminescenz bei den hohen Drucken natürlich nur schwach erregt wird.

Die Grenze, wann gleichzeitig mit der Thermoluminescenz auch noch eine Kathodoluminescenz auftritt, lässt sich nicht bestimmen, sie hängt allein von der Intensität der Schwingungen ab. Es sind aber bei niederen Drucken, um Kathodoluminescenz zu erzeugen, schwächere Schwingungen ausreichend als bei höheren.

Die Entladungsstrahlen im magnetischen Felde.

18. *Bis jetzt konnte keine Ablenkung durch den Magneten für die Entladungsstrahlen nachgewiesen werden, und zwar weder für solche, die in Luft von Atmosphärendruck entstehen, noch für die in verdünnten Gasen auftretenden.*

Da in einigen Beziehungen eine Verwandtschaft der Entladungsstrahlen und Kathodenstrahlen zu bestehen schien, so war zu untersuchen, ob die Entladungsstrahlen ebenso wie die Kathodenstrahlen im magnetischen Felde eine Ablenkung erfahren. Hierzu wurde ein senkrecht von der Funkenbahn *F* ausgehendes Strahlenbündel durch die beiden Diaphragmen *a* und *b* ausgeblendet und in seiner Länge der Einwirkung eines kräftigen Magnetfeldes ausgesetzt, welches durch die Pole *N* und *S* eines grossen Electromagneten erzeugt wurde (Fig. 15).

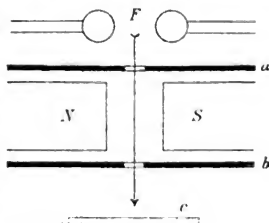


Fig. 15.

Die Helligkeit der Thermoluminescenz von $\text{CaSO}_4 + x\text{MnSO}_4$ bei *c* blieb dieselbe, mochte der Magnet erregt sein oder nicht.

In einem früheren Abschnitt wurde erwähnt, dass die Entladungsstrahlen auch von der positiven Lichtsäule innerhalb eines evacuirten Entladungsrohres ausgehen (p. 288). Um das Verhalten der Entladungsstrahlen im Magnetfelde bei niederen Drucken zu untersuchen, benutzte ich den Apparat Fig. 16. Bei nicht zu tiefen Drucken erstreckt sich in demselben die positive Entladung von *A* bis fast an *K*. An der Stelle *x*, wo dieselbe den weiteren Theil des Entladungsrohres durchsetzt, löst sich das in den engeren Röhren ziemlich homogene Licht in eine Anzahl schwächer gefärbter Schichten auf,

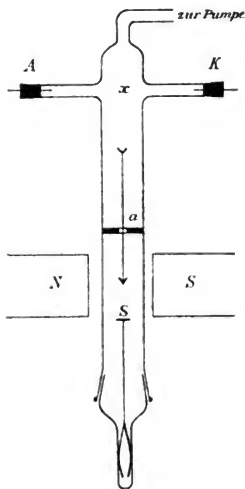


Fig. 16.

von welchen die Entladungsstrahlen durch das Glimmerdiaphragma *a* auf die empfindliche Substanz *S* fallen. Der Druck wurde stets so weit erniedrigt, bis die letzte dieser Schichten bis auf einen Abstand von ca. 4 cm an das Glimmerdiaphragma herangerückt war. Der Raum, in welchem sich die Substanz befand, war dann noch absolut dunkel. Durch *N* und *S* sind die Pole des grossen Electromagneten angedeutet.

Die nach einer kurzen Exposition beobachtete Thermoluminescenz von $\text{CaSO}_4 + x \text{MnSO}_4$ war ausnehmend hell, ein Unterschied der Helligkeiten nach einer Exposition bei erregtem und einer solchen bei nicht erregtem Magneten liess sich auch hier nicht feststellen.

Ueber Beziehungen zwischen Entladungsstrahlen, Kathodenstrahlen und Röntgenstrahlen.

Nach den früheren Versuchen war die Frage zu lösen, ob sich vielleicht ausser den Luminescenz erregenden Eigenschaften noch in anderer Weise eine Beziehung zwischen Entladungsstrahlen, Kathodenstrahlen und den Röntgenstrahlen feststellen liess.

Durch Lenard ist zuerst gezeigt worden, dass die in die freie Luft übergetretenen Kathodenstrahlen lichtdicht eingeschlossene photographische Platten verändern.

Ich habe zahlreiche Versuche angestellt, ob eine den in Luft oder Wasserstoffgas übergehenden Funken genäherte photographische Platte, die lichtdicht mit schwarzem Papier umhüllt war, geschwärzt wurde. Die ersten Resultate schienen auf einen Einfluss der Strahlen hinzuweisen, als jedoch das die Platte umschliessende Papier mit grösster Sorgfalt ausgewählt worden war, liess sich nicht eine Spur von Schwärzung erkennen.

Hiernach liegt die Vermuthung wohl nahe, dass die von anderer Seite gefundenen, abweichenden Resultate auf einer nicht vollkommen dichten Umhüllung der Platte beruhen. Bei dem grossen Reichthum des Funkens an photographisch wirkenden Strahlen muss dieser Umstand besonders störend sein.

Einwirkungen auf die photographische Platte innerhalb der lichtdichten Hülle liessen sich nur dann erzielen, wenn die Platte in den Bereich der electricischen Entladungen, z. B. direct gegen die Electroden oder die Zuleitungsdrähte derselben gelegt wurde. Die Veränderungen der lichtempfindlichen Schicht in diesem Falle sind bekannt; sie rühren nicht von besonderen Strahlen her.

Auch für die in der electricischen Entladung im Entladungsrohr mit oder ohne Electroden auftretenden Entladungsstrahlen erwies sich die Papierhülle vollkommen undurchlässig. Weder die photographische Platte noch die in Papier eingeschlossene thermoluminescirende Substanz zeigten selbst nach langer Exposition eine Spur einer Einwirkung. Der Druck im Entladungsapparate war hierbei allerdings ein relativ hoher (ca. 20—10 cm).

19. *Bei tieferen Drucken gewinnen die Entladungsstrahlen allmählich die Fähigkeit die Körper gemäss der Dichte zu durchdringen: ob sie hierbei zu Röntgenstrahlen werden bez. solche erzeugen, oder ob sie die nicht ablenkbaren Kathodenstrahlen, die von E. Goldstein und E. Wiedemann und H. Ebert¹⁾ bei*

1) E. Wiedemann u. H. Ebert, Sitzungsber. der phys.-med. Soc. Erlangen, den 14. Dec. 1891, (p. 28 des Separatabzuges), und E. Wiedemann, Ztschr. f. Electrochem. p. 159. 1895.

ihren Versuchen über die Dispersion der Kathodenstrahlen bilden, müssen spätere Versuche zeigen.

Mit sinkendem Drucke in den Entladungsapparaten schien die absolut lichtsichere Papierhülle der Platten durchlässig zu werden. Es liessen sich selbst bei ganz kurzen Expositionszeiten innerhalb des Entladungsrohres Aufnahmen erzielen, die den Lenard'schen Photogrammen in jeder Weise ähnelten, wenn auf das die Platten umschliessende Papier Metall- oder Holzstückchen gebracht worden waren. Merkwürdigerweise waren alle die so erhaltenen Aufnahmen unscharf!

Die Unschärfe der erhaltenen Bilder kann durch zwei Umstände begründet sein:

entweder sind die neu entstandenen Strahlen diffus im ganzen Rohre vorhanden,

oder aber: die bei tieferen Drucken entstehenden Strahlen, welche geradlinig verlaufen, werden, wenn sie auf Hindernisse fallen, in divergirende Röntgenstrahlen verwandelt. Erstere besitzen nur im schwachen Maasse die Fähigkeit, die Körper zu durchdringen, letztere durchdringen alle Körper gemäss der Dichte.

20. Die verschiedenen Körper besitzen in verschiedener Weise die Eigenschaft aus diesen auftreffenden Entladungs- bez. Kathodenstrahlen Röntgenstrahlen zu erzeugen. Im allgemeinen sind die an Antikathoden aus Metall oder Glimmer entstehenden Röntgenstrahlen photographisch wirksamer als die, welche an solchen aus fluorescirenden Substanzen auftreten. Eine Proportionalität der Intensität der Röntgenstrahlen und der Helligkeit der Fluorescenz konnte nicht nachgewiesen werden.

Von einigen Seiten ist zwischen dem Auftreten der Fluorescenz und der Intensität der durch den Entladungsapparat erzeugten Röntgenstrahlen ein Parallelismus gefunden worden, den andere Forscher bestritten haben.

Bis jetzt deuten alle Versuche darauf hin, dass zur Erzeugung von Röntgenstrahlen vor allem kräftige Kathodenstrahlen nöthig sind. Allerdings ist in den meisten Fällen die Helligkeit der auftretenden Fluorescenz ein Maassstab für die Intensität der Kathodenstrahlen, jedoch scheint die Fluorescenz bei dem Vorgange nur eine secundären Rolle zu spielen.

Durch E. Wiedemann ist früher gezeigt worden, dass die Kathodenstrahlen an der Oberfläche der verschiedenen Körper verschieden stark reflectirt werden, und zwar reflectiren die Körper die Kathodenstrahlen in vielen Fällen um so vollkommener, je weniger sie die Eigenschaft zu fluoresciren besitzen. Die stark fluorescirenden Substanzen absorbiren die Kathodenstrahlen im hohen Grade.

Es war nun zu untersuchen, unter welchen Versuchsbedingungen sich die besten Röntgenstrahlen erzielen liessen.

Bei den Versuchen wurde ein Apparat benutzt, mit dem E. Wiedemann und H. Ebert die diffuse Reflexion der Kathodenstrahlen untersucht hatten.

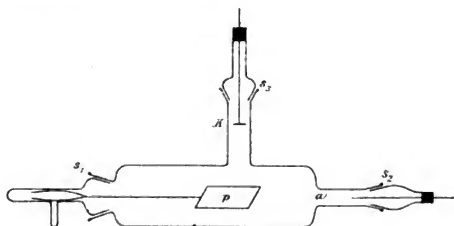


Fig. 17.

In dem 5,6 cm weiten, 22 cm langen Glasrohr befanden sich in den Schliffen s_2 und s_3 die Electroden. Vor die Anode a wurde eine kurze Funkenstrecke (vgl. p. 32) geschaltet. Die Kathode war zur Erde abgeleitet.

Die Platte p , neuerdings Antikathode genannt, wurde bei meinen Versuchen in einer Reihe von Aufnahmen gebildet durch:

1. eine Messingplatte,
2. ein Glimmerblatt,
3. eine auf einem Glimmerblatte gleichmässig vertheilte Schicht von $\text{CaSO}_4 + x \text{MnSO}_4$ und
4. eine solche aus reinem Gyps.

Bei kurzen Expositionszeiten (1 min. in 8 cm Abstand vom Entladungsrohre) waren nur bei Anwendung der Antikathoden aus Messing oder Glimmer Röntgenphotogramme zu erhalten.

Befand sich im Apparat die Platte mit der stark fluorescierenden $\text{CaSO}_4 + x\text{MnSO}_4$ -Schicht oder der wenig leuchtenden Gypsschicht, so musste zur Erzielung gleich kräftiger Bilder, wie in den beiden ersten Fällen exponiert werden.

Bei allen Versuchen wurde derselbe Druck im Entladungsapparate hergestellt. Die Entladungspotentiale waren verschieden hoch, je nach der benutzten Antikathode.

Wie wenig Fluorescenz und Entwicklung von Röntgenstrahlen voneinander abhängen, zeigt auch der folgende Versuch mit einem Entladungsrohre der einfachen, in Fig. 18 skizzirten Form.

Wenn k zur Kathode gemacht und vor die Anode a bei F keine Funkenstrecke eingeschaltet wurde, so leuchtete zwar die Glaswand des Entladungsrohres bei H sehr hell, es konnten jedoch erst bei verhältnissmässig langer Exposition Röntgenphotogramme erhalten werden. Schaltete man vor die Anode a eine Funkenstrecke, so wurde das Fluorescenzlicht etwas schwächer, dagegen gingen von H in diesem Falle intensive Röntgenstrahlen aus, die das Maximum ihrer Wirkung auf die photographische Platte bei constant bleibender Expositionszeit erlangten, wenn die Funkenstrecke eine bestimmte Länge erreicht hatte. Beim Ueber- oder Unterschreiten dieser Länge der Funkenstrecke waren die erhaltenen Bilder schwächer.¹⁾

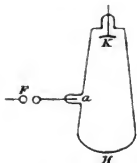


Fig. 18.

III. Zusammenstellung der Resultate.

1. Der Entladungsfunkens enthält eine besondere Art von Strahlen, welche unter gewöhnlichen Verhältnissen keinen festen Körper zu durchdringen vermögen, deren Energie jedoch so gross und die so beschaffen ist, dass sie ebenso wie die Kathodenstrahlen Luminescenz erregende Eigenschaften besitzen.

1) Wirkungen einer eingeschalteten Funkenstrecke auf die Erwärmungen eines als Kathode dienenden Drahtes, die vielleicht mit denen auf die Entwicklung der Röntgenstrahlen parallelisirt werden können, sind von E. Wiedemann und H. Ebert in der erwähnten Arbeit p. 19 beschrieben.

2. Die Helligkeit der durch die Entladungsstrahlen erregten Thermoluminescenz von $\text{CaSO}_4 + x \text{MnSO}_4$ wächst erst schnell, dann langsam mit der Expositionszeit und nähert sich einem Maximum.

3. Das bei verschiedener Stärke der Erregung erreichte Maximum der Helligkeit ist gleich.

4. Bei relativ kurzen Expositionszeiten können wir eine schwache, langdauernde Bestrahlung durch eine starke, kurz anhaltende ersetzen, und zwar ist die Stärke der Erregung nahezu proportional der Intensität der Erregung i und der Zeitdauer t derselben.

5. Die Entladungsstrahlen gehen von allen Stellen der Funkenbahn aus, etwas stärker aber von der Kathode.

6. Die Natur der Electroden, zwischen denen der Funken überspringt, hat keinen merklichen Einfluss auf die Natur der Entladungsstrahlen.

7. Die Entladungsstrahlen pflanzen sich im wesentlichen geradlinig fort.

8. Eine Reflexion der Entladungsstrahlen an festen Körpern liess sich nicht nachweisen.

9. Die Intensität der Entladungsstrahlen ist abhängig von der Art der Entladung.

10. Die Intensität der Entladungsstrahlen nimmt angenähert, und zwar etwas schneller wie das Quadrat der Entfernung der zu erregenden Substanz vom Funken ab.

11. Verschiedene Gase (O_2 , CO_2) absorbiren die Entladungsstrahlen in hohem Grade.

12. In gewissen Gasen (H_2 , N_2) ist die Ausbildung der Entladungsstrahlen im Verhältniss zu der in Luft besonders begünstigt.

13. Die in Wasserstoff erregten Entladungsstrahlen besitzen die Eigenschaft, eine schwache Thermoluminescenz auch von mit Quarz oder Flussspath bedeckten Stellen der empfindlichen Substanz zu erregen.

14. Die Helligkeit der Thermoluminescenz ist in diesem Falle unabhängig von der Dicke der Quarz- oder Flussspathschichten. Wir haben hier vielleicht transformirte Entladungsstrahlen vor uns.

15. In den Büschelentladungen waren keine Entladungsstrahlen nachzuweisen.

16. Auch bei niederen Drucken gehen von der Entladung Entladungsstrahlen aus.

17. Die Intensität der Entladungsstrahlen nimmt mit wachsender Luftverdünnung zu.

18. Die Thermoluminescenz erregenden Entladungsstrahlen gehen auch im Vacuum von der ganzen Entladung, also sowohl von dem Glimmlicht an der Kathode wie von der positiven Lichtsäule aus.

19. In Sauerstoff und Kohlensäure wird nur bei tieferen Drucken $\text{CaSO}_4 + x\text{MnSO}_4$ zur Thermoluminescenz erregt. Dies Resultat dürfte darauf beruhen, dass bei niederen Drucken sich anders geartete Entladungsstrahlen als bei Atmosphärendruck entwickeln.

20. Unter dem Einfluss von electricischen Schwingungen treten an der Grenze von Glas und einem mässig verdünnten Gase (in einigen Fällen bei den relativ hohen Drucken von 44 cm Hg, ehe noch Lichterscheinungen zu bemerken sind) Entladungsstrahlen auf, welche Thermoluminescenz hervorrufen.

21. Bis jetzt konnte keine Ablenkung durch den Magneten für die Entladungsstrahlen nachgewiesen werden, und zwar weder für solche, die in Luft von Atmosphärendruck entstanden waren, noch für die in verdünnten Gasen auftretenden.

22. Bei tieferen Drucken erregte Entladungsstrahlen gewinnen allmählich die Fähigkeit, die Körper gemäss der Dichte zu durchdringen; ob sie hierbei zu Röntgenstrahlen werden oder ob sie die nicht ablenkbaren Kathodenstrahlen, die von E. Goldstein und E. Wiedemann und H. Ebert beschrieben sind, bilden, müssen spätere Versuche zeigen.

23. Die verschiedenen Körper besitzen in verschiedener Weise die Eigenschaft, aus auftreffenden Entladungs- bez. Kathodenstrahlen Röntgenstrahlen zu erzeugen. Im allgemeinen sind die an Antikathoden aus Metall oder Glimmer entstehenden Röntgenstrahlen photographisch wirksamer als die, welche an solchen aus fluorescirenden Substanzen auftreten. Eine Proportionalität der Intensität der Röntgenstrahlen und der Helligkeit der Fluorescenz konnte nicht nachgewiesen werden.

Die vorstehende Untersuchung wurde im Winter 1895/96 und Sommer 1896 ausgeführt. Es sei mir auch an dieser Stelle gestattet, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. E. Wiedemann, für die vielseitige Unterstützung und Anregung, sowie den Hrn. Privatdocenten Dr. H. Th. Simon und Dr. G. C. Schmidt für ihr im reichsten Maasse bewiesenes Interesse meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Erlangen, Ende Juli 1896.

6. Ueber das electrolytische Leitvermögen fester Körper; von Carl Fritsch.

Die im Folgenden mitgetheilten Versuche behandeln die Aenderungen der Leitfähigkeit reiner Salze, die durch geringe Zusätze anderer Salze hervorgerufen werden; dabei haben wir es wahrscheinlich in sehr vielen Fällen mit Erscheinungen in sogenannten festen Lösungen¹⁾ zu thun, deren Eigenschaften ja so viele Analogien mit denen der flüssigen besitzen.

Die Versuche dürften auch zur Aufklärung der Frage beitragen, warum über die Leitfähigkeit, bez. das Nichtvorhandensein derselben bei demselben Salz so verschiedene Angaben vorliegen. Die unten mitgetheilten Zahlenwerthe und die daraus folgenden Ergebnisse sind qualitativ-quantitativer Natur. Die quantitativen Messungen sollten vor allem den Gang der Erscheinungen festlegen.

Folgende Fragen habe ich zu lösen versucht:

1. Uebt ein geringer Zusatz zu einem Salze bez. eine Verunreinigung auf die electrolytische Leitfähigkeit desselben einen wesentlichen Einfluss aus?

2. Inwieweit ist die Aenderung der Leitfähigkeit von der Natur des Zusatzes abhängig und von der Menge desselben?

Methode, Instrumente und Fehlerquellen.

Zur Untersuchung der Leitfähigkeit verschiedener Präparate diente die Substitutionsmethode. Die verwandte Schaltung ist aus der Skizze (Fig. 1) ersichtlich.

1) Ueber feste Lösungen vgl. van't Hoff, Ztschr. f. phys. Chem. 5. p. 322. 1890; Küster, l. c. 13. p. 445. 1894; Schneider, l. c. 10. p. 425. 1892; E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. 56. p. 201. 1895. Ist einer grossen Menge einer festen Substanz *A* eine kleine einer anderen festen Substanz *B* zugesetzt und bilden dieselben ein vollkommen homogenes Gemisch, so kann man in Analogie zu flüssigen Lösungen *A* als Lösungsmittel *B* als gelösten Körper und das Ganze als eine feste Lösung bezeichnen.

Ein sehr empfindliches W. Thomson'sches Spiegelgalvanometer G mit astatischem Nadelpaar von Carpentier ist im Nebenschluss in den Stromkreis eingeschaltet, der die zu untersuchenden Präparate W , einen Ausschalter S , einen Stromwender C , sowie mehrere Accumulatoren A hintereinander enthielt.

Der Nebenschluss N des Galvanometers liess sich so verändern, dass dasselbe mit der Ganzen, mit $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ seiner Empfindlichkeit benutzt wurde. Der Messbereich, der auf diese Weise erzielt werden konnte, war ein sehr grosser und konnte noch durch Vermehrung der Zahl der Accumulatoren erweitert werden.

Ein am Galvanometernebenschluss angebrachter Kurzschluss K erlaubte die Empfindlichkeit des Galvanometers zu

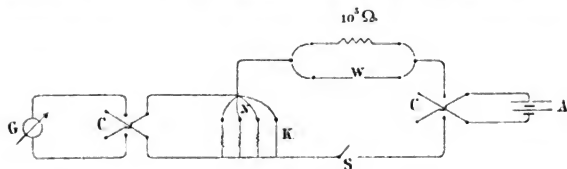


Fig. 1.

verändern, ohne den Stromkreis zu unterbrechen. Letzteres hatte den Vortheil, die Fehlerquelle zu beseitigen, die eventuell entstehen konnte, wenn, wie es ja häufig der Fall ist, der Widerstand des zu messenden Präparats eine Function von der Dauer der Stromeinwirkung gewesen wäre.

Eine starke Aenderung der electromotorischen Kraft der Stromquelle war nicht vorhanden. Die Nulllage des Galvanometers wurde vor und nach jeder Ablesung bestimmt und die bei solchen empfindlichen Instrumenten häufig störende statische Ladung der beweglichen und festen Theile durch häufiges Entladen und Ableiten zur Erde beseitigt. Vor jeder Messreihe wurde das Galvanometer geacht, indem statt des zu untersuchenden Präparats ein Widerstand von 100000 Ohm eingeschaltet wurde; aus dem abgelesenen Ausschlag ergab sich die Empfindlichkeit (Werth eines Scalenthails).

Letztere bezog sich freilich immer auf die dabei verwandte

electromotorische Kraft. Die meisten gemessenen Widerstände lagen innerhalb des durch die Anordnung gegebenen Messbereichs. Da, wo dieselben ober- bez. unterhalb lagen, sind sie, da ihre genaue Ermittlung für den vorliegenden Zweck von keinem besonderen Interesse ist, kurz als $< s$ bez. $> E$ (Empfindlichkeit) angegeben.

Als Zuleitung zu den zu messenden Präparaten dienten zwei starke Uhrfedern, die auf einer Glimmerplatte so angebracht waren, dass sie das Präparat frei trugen. Oben auf denselben waren zwei kleine Hütchen von Stanniol, auf denen etwas Graphit verrieben war, aufgesetzt, welche die Contacte an dem meist auch graphitirten Präparat bildeten.

Das Ganze befand sich in einem kupfernen Luftbad, um die Substanzen bei verschiedenen Temperaturen untersuchen zu können.

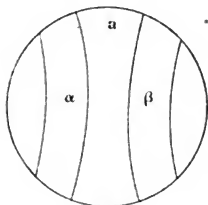


Fig. 2.

Die verwendeten Temperaturen lagen meist zwischen 10° und 180°C . Zur Zuleitung wurden durchweg Guttaperchadrähte benutzt. Die ganze Messeinrichtung war so auf Glas und Paraffin aufgebaut, dass sich der Isolationswiderstand derselben, nach der gebräuchlichen Methode gemessen, als unmessbar hoch erwies.

Herstellung der Präparate.

Die zu untersuchenden Präparate stellte ich theils selbst dar, theils bezog ich sie von bewährten Firmen. Im letzteren Falle unterzog ich sie meist einer nochmaligen Reinigung.

Die Substanzen wurden entweder als Niederschläge oder als gepresste Platten verwendet. Die ersten Messungen machte ich mit Niederschlägen, die ich allmählich auf den Contacten absetzen liess. Zu diesem Zwecke waren auf einem Uhrglas *a* (vgl. Fig. 2) zwei Silberbleche bei Silbersalzen bez. zwei Bleibleche α und β bei Bleisalzen, welche als Zuleitungen dienten, angebracht.

Das Uhrglas wurde auf den Boden eines Becherglases gesetzt, sodann der sorgfältig ausgewaschene Niederschlag (in Wasser suspendirt) aufgegossen. Nachdem derselbe sich nach

einiger Zeit abgesetzt hatte, wurde die überstehende Flüssigkeit abgossen.

Die so hergestellten Präparate waren nach sorgfältigem Trocknen hiureichend fest und die Contacte gut. Zusätze wurden in Form von Lösungen darauf gegeben und langsam eintrocknen gelassen.

Dieses Verfahren habe ich hauptsächlich bei Silberhaloidsalzen aus später ersichtlichen Gründen angewandt.

Die meisten Messungen führte ich an Präparaten aus, die nach dem von J. Rosenthal¹⁾ gegebenen Verfahren angefertigt waren, welches sich als ausserordentlich zweckmässig erwies und bei dem mit grosser Wahrscheinlichkeit anzunehmen war, dass die Substanz in ihrem Innern einen genügenden Contact hatte, was bei den aus sich absetzenden Niederschlägen hergestellten Präparaten nicht mit so grosser Sicherheit zu erwarten war.

Die Substanz wurde (nach J. Rosenthal) zwischen zwei Metallplättchen, welche zugleich als Zuleitungen dienten, in einem Stahlcylinder sehr stark gepresst. Damit die Substanz mit dem Stahl nicht in unmittelbare Berührung kam, wurde derselbe vor jedem Pressen sorgfältig gereinigt und mit Paraffinöl eingeölt. Letzteres hatte den Vortheil, dass einerseits das Präparat, ohne zu zerbrechen, leichter aus dem Cylinder entfernt werden konnte, andererseits war das Präparat mit einer dünnen, durchaus nicht leitenden Schicht von Paraffinöl überzogen, die dasselbe gegen äussere Einflüsse, namentlich gegen die Feuchtigkeit der Luft, schützte.

Unterlässt man das Einölen, so entstehen leicht bei dem Entfernen des Präparats aus dem Stahlcylinder Metallstriche auf demselben, welche, da sie dem eigentlich zu messenden Widerstande parallel geschaltet sind, wegen ihrer verhältnissmässig guten Leitfähigkeit zu falschen Resultaten führen können.

Ein allmähliches Hineindiffundiren des Paraffins in das Präparat war bei den geringen Mengen desselben und bei der Härte des Präparats wohl ohne Belang.

Die so hergestellten Präparate waren verhältnissmässig hart und ziemlich widerstandsfähig.

1) J. Rosenthal, Wied. Ann. **43**. p. 700. 1891.

Die Natur des Zusatzes wird im Abschnitt Messungen jedesmal einzeln angegeben. Gewöhnlich wurde derselbe der geschmolzenen Hauptsubstanz direct zugesetzt oder in der Hauptsubstanz, welche, um Zerstäuben zu vermeiden und auch, weil sie sich feiner zertheilen liess, mit destillirtem Wasser angefeuchtet war, gut verrieben. Letzterem Verfahren gab ich in den meisten Fällen den Vorzug.

Die Substanzen wurden vor dem Pressen ca. 6 Stunden lang bei einer Temperatur von etwa 120° C. sorgfältig getrocknet. Trotzdem, dass nach 1—2 Stunden das Gewicht bis auf Bruchtheile eines Milligramms constant geworden war, war letzteres beim Leitungsvermögen erst nach 4—5 Stunden der Fall. Dies lässt darauf schliessen, dass noch Spuren von Wasser vorhanden waren, von denen man jedoch annehmen darf, dass sie nach einem sechsständigen Trocknen vollständig entfernt sind. Als Contacte zu den gepressten Präparaten benutzte ich, wie schon bemerkt, zwei dem Metall der Substanz gleiche Metallplättchen, oder wo solche, wie z. B. beim Quecksilber u. a., nicht anzuwenden waren, eine dünne Graphitschicht. Die Substanz wurde alsdann zwischen Glimmerplättchen gepresst. Die von L. Graetz¹⁾ gefundene Thatsache, dass die Leitfähigkeit einer Substanz eine Function des Druckes ist, brauchte ich nicht zu berücksichtigen, da dieser Umstand sich auf alle Präparate gleich vertheilte und so auf das Endresultat keinen Einfluss hatte.

Hauptwerth legte ich selbstverständlich auf grösste Reinheit der verwendeten Substanzen.

Messungen.

Bei der Auswahl der Substanzen, an denen ich Messungen ausführte, leiteten mich angesichts der grossen Anzahl der überhaupt in Frage kommenden folgende Gesichtspunkte. Als Hauptsubstanz (Lösungsmittel) wählte ich solche Substanzen aus, von denen eine Leitfähigkeit schon bekannt war, als Zusätze²⁾ benutzte ich solche Substanzen, die entweder über-

1) L. Graetz, Wied. Ann. 29. p. 314. 1886.

2) Ueber die Leitfähigkeit der angewandten Zusätze vgl. u. a. Poincaré, Ann. chim. phys. 21. p. 289. 1890; L. Graetz, Wied. Ann. 40. p. 18. 1890.

haupt nicht auf die Hauptsubstanz chemisch einwirken, oder solche, die bei gewöhnlicher Temperatur unverändert bleiben und erst bei den höchsten Temperaturen eine chemische Einwirkung erleiden (speciell Mischungen mit SiO_2). Letztere verdienen eine ganz besondere Beachtung, da viele der in der Natur vorkommenden Silicate sich mit grosser Wahrscheinlichkeit als feste Lösungen auffassen lassen.

So wurden zu Oxyden stets Oxyde, zu Chloriden stets Chloride etc. zugegeben. Bei Kieselsäure wurde eine Anzahl Metalloxyde zugesetzt.

Messungen wurden an folgenden Hauptsubstanzen und unter den angegebenen Versuchsbedingungen ausgeführt, die die entsprechenden Zusätze enthielten:

I. An sich langsam absetzenden Silberhaloid-Niederschlägen: AgCl , AgBr , desgleichen an PbCl_2 .

II. An gepressten Platten von: PbCl_2 , PbBr_2 , PbJ_2 , PbFl_2 , Hg_2Cl_2 , HgCl_2 , Hg_2Br_2 , HgBr_2 , HgJ_2 , CuBr_2 , AgCl , AgJ , Al_2O_3 , ZnO , CdO , Bi_2O_3 .

III. An gepressten Platten mit Berücksichtigung der Temperatur: PbCl_2 , Gemische von PbCl_2 und einem Gewichtsprocent NaCl ; desgleichen mit 3 Proc. NaCl , PbBr_2 geschmolzen; PbBr_2 pulverisirt gepresst; PbJ_2 , Gemische von PbJ_2 und $\frac{1}{2}$ Proc. KJ ; desgleichen mit 2 Proc. KJ ; PbFl_2 , Gemisch von PbFl_2 und 2 Proc. KFl .

IV. Untersuchung von Gemengen mit SiO_2 , mit Berücksichtigung der Temperatur: SiO_2 rein; Gemenge von SiO_2 mit Zusätzen von ZnO , CdO , Bi_2O_3 , Al_2O_3 , KFl .

V. ZnO , CuO , PbO , Al_2O_3 , Bi_2O_3 , CdO , MgO die sowohl als Hauptsubstanz, wie als Zusätze zueinander verwendet werden.

Die Messungen werden gruppenweise zusammengefasst. Jede Gruppe bildet ein abgeschlossenes Ganzes für sich und darf, da fast stets unter wechselnden Bedingungen gearbeitet wurde, nicht mit anderen Messreihen verglichen werden.

Gruppe I.

Die Niederschläge von AgCl und AgBr wurden dargestellt durch Versetzen einer Lösung von AgNO_3 mit HCl bez. KBr . Die Niederschläge wurden unter Ausschluss von Licht und

organischer Substanz angefertigt, sorgfältig ausgewaschen, auf ein Uhrglas aufgegossen und in der oben beschriebenen Weise weiter behandelt.

Als Zusätze wurden bei AgCl NaCl, bei AgBr KBr verwandt. Dieselben wurden in Form einer wässerigen Lösung auf die Präparate gebracht und das Ganze wieder sorgfältig getrocknet. Die Zusätze betrugen ca. 1—2 Proc. des Gesamtgewichts. Nach dem Trocknen befand sich über dem ursprünglichen Niederschlag (der Hauptschubstanz) eine dünne schneearartige Schicht des zugesetzten Salzes. In den folgenden Tabellen sind die Leitfähigkeiten L der besseren Uebersicht wegen in Scalentheilen des Galvanometers, auf volle Empfindlichkeit umgerechnet (willkürliche Einheiten), angegeben.

		L rein	L mit Zusatz			L rein	L mit Zusatz
AgCl {	1.	10	240	AgBr {	1.	40	50
	2.	29	140		2.	32	190
					3.	52	108
							nach 1 Tage
							211
							nach 1½ Tagen
							270
							nach 2 Tagen
							550

Aus beiden Tabellen ist ersichtlich, dass die mit Zusätzen versehenen Salze besser leiten als die reinen. Das Steigen des Leitvermögens des einen AgBr-Präparates (Nr. 3) mit der Zeit lässt sich wohl aus einer allmählichen Diffusion der beiden Salze ineinander erklären.

Eine Anzahl von reinen Silberhaloidpräparaten liess sich auf einer matten Glasscheibe, um die zwei Drahtsysteme als Zuleitungen gewickelt waren, absetzen. Dieselben zeigten einen so hohen Leitungswiderstand, dass derselbe ausserhalb des Messbereichs lag. Erst nach Zusatz anderer Substanzen erhielt ich Ausschläge, die ungefähr von der Grössenordnung der oben angegebenen waren.

Die von Sv. Arrhenius¹⁾ beobachtete Erscheinung, dass bei Silberhaloidsalzen bei der Belichtung das Leitungsvermögen

1) Sv. Arrhenius, Wien. Ber. (2.) 46. p. 831. 1888.

erheblich steigt, konnte ich bei meinen *reinen* Niederschlägen, da ein Leitungsvermögen der Silberhaloidsalze (auf den Mattglasscheiben) mit meinen Mitteln überhaupt nicht zu constatiren war, nicht feststellen.

Waren die Silberhaloidsalze jedoch mit Zusätzen versehen und kam somit ihre Leitfähigkeit in den zur Verfügung stehende Messbereich, so zeigten sie die von Sv. Arrhenius gefundene Erscheinung sehr oft. — Wenn sich das Galvanometer langsam seinem Einstellungspunkte im Dunkeln zubewegte, trat sehr oft bei kurzen Belichtungen des Präparates ein schnelleres Wandern des Magnetsystems ein, welches jedoch beim Verdunkeln seine vorherige Geschwindigkeit wieder annahm.

Der Verlauf der Erscheinung stimmt bei AgCl und AgBr mit dem von Sv. Arrhenius beobachteten im wesentlichen überein.

Ebenso wie Chlor- und Bromsilber untersuchte ich PbCl_2 . Die Aenderung der Leitfähigkeit ergibt sich aus folgender Tabelle:

		<i>L</i> rein	<i>L</i> Zusatz NaCl
PbCl_2	1.	6	19
	2.	88	228
	3.	4	$> E$
	4.	2	200
	5.	0	100

zu höheren
Zahlen wandernd

R. S. Norris¹⁾ bemerkte eine Einwirkung des Lichts auf PbBr_2 analog der Wirkung auf die Silberhaloidsalze. Eine Aenderung des Leitungsvermögens von Bleihaloidsalzen unter dem Einfluss des Lichtes konnte ich weder bei den reinen, noch den mit Zusätzen versehenen constatiren. Letzteres findet vielleicht darin seine Erklärung, dass die Bleisalze viel langsamer auf Belichtung reagiren als die Silbersalze und die von mir angewandte Belichtungsdauer wahrscheinlich eine zu kurze war.

Gruppe II.

Bei den folgenden Versuchen wurden nur Präparate verwandt, die nach dem von J. Rosenthal gegebenen Verfahren

1) R. S. Norris, Americ. chem. Journ. 17. p. 189. 1895; desgl. Naturw. Rdsch. 388. 1895.

gepresst waren. Die Versuche wurden reihenweise ausgeführt in der Weise, dass ein reines Präparat mit einer Anzahl anderer von gleichem Gewicht, die $\frac{1}{2}$ -, 1-, 2- oder 6 Procent anderer Substanzen enthielten, verglichen wurden.

Es wurden, wo nichts anderes angegeben ist, 2 g der Hauptsubstanz verwandt. Die Zusätze sind bezüglich der Menge in Gewichtsprocenten angegeben. Sie wurden in destillirtem Wasser in bestimmten Mengen gelöst und ihre Quantitäten mittels einer Bürette abgemessen.

PbCl₂ und PbBr₂. Der Zusatz wurde trocken in die geschmolzene Substanz gegeben.

	<i>L</i> rein	Zusatz	<i>L</i> mit Zusatz
PbCl ₂	231	NaCl	450
PbBr ₂	12	KBr	158

PbCl₂ rein und mit Zusätzen
von NaCl. NaCl in Lösung zugesetzt
und getrocknet.

	<i>L</i>
PbCl ₂ rein	40
PbCl ₂ + 1% NaCl	500
PbCl ₂ + 3% NaCl	1850

PbBr₂ rein und mit Zusätzen
von KBr.
(Letzteres in Lösung zugesetzt.)

	<i>L</i>
PbBr ₂ rein	4
PbBr ₂ + 0,5% KBr	186
PbBr ₂ + 1% KBr	199
PbBr ₂ + 6% KBr	224

PbJ₂ (kryst.) rein und mit KJ
als Zusatz (wie bei PbBr₂)

	<i>L</i>
PbJ ₂ rein	20
PbJ ₂ + 0,5% KJ	370
PbJ ₂ + 2% KJ	280
PbJ ₂ + 6% KJ	340

PbFl₂. Zusatz KFl (in Lösung
zugegeben).

	<i>L</i>
PbFl ₂ rein	6
PbFl ₂ + 2% KFl	8000

Hg₂Cl₂. Zusatz NaCl.

	<i>L</i>
Hg ₂ Cl ₂ rein	31
Hg ₂ Cl ₂ + 1% NaCl	130
Hg ₂ Cl ₂ + 2% NaCl	1700

HgCl₂. Zusatz NaCl.

	<i>L</i>
HgCl ₂ rein	100
HgCl ₂ + 1% NaCl	1800

Hg₂Br₂. Zusatz KBr.

	<i>L</i>
Hg ₂ Br ₂ rein	11
Hg ₂ Br ₂ + 1% KBr	88000

HgBr₂. Zusatz KBr.

	<i>L</i>
HgBr ₂ rein	< <i>s</i>
HgBr ₂ + 1% KBr	< <i>s</i>

HgJ₂. Zusatz KJ.

	<i>L</i>
HgJ ₂ rein	< <i>s</i>
HgJ ₂ + 1% KJ	600

CuBr₂. Zusatz KBr.

	<i>L</i>
CuBr ₂ rein	21000
CuBr ₂ + 1% KBr	> <i>E</i>

AgCl. Zusatz NaCl.

	<i>L</i>
AgCl rein	9000
AgCl + 3% NaCl	17000

AgJ. Zusatz KJ.

	<i>L</i>
AgJ rein	1210
AgJ + 2% KJ	> <i>E</i>

Aus sämtlichen hier mitgetheilten Zahlen ergibt sich: das electrolytische Leitungsvermögen von Substanzen, die mit Zusätzen versehen sind, ist ein wesentlich höheres, als das reiner Substanzen. Während die reinen Substanzen nur schlecht leiten, leiten die mit Zusätzen versehenen relativ gut.

In einzelnen der mitgetheilten Fälle scheint das Leitungsvermögen entsprechend der Menge der zugesetzten Substanz zu wachsen.

Gruppe III.

In Folgendem ist das Verhalten des Leitvermögens einer Anzahl gepresster Platten bei *verschiedenen Temperaturen* untersucht. Die verwandten Temperaturen lagen meist zwischen 10° und 180° C. Weitere Grenzen zu nehmen hielt ich für unnöthig, da die typischen Erscheinungen vollkommen klar hervortraten.

PbCl₂.

<i>T</i>	PbCl ₂ rein	PbCl ₂ + 1% NaCl	PbCl ₂ + 3% NaCl
10°	—	—	—
20	26	—	—
30	43	510	1900
40	84	800	2500
50	141	1260	3400
60	260	2020	5300
70	420	3400	7600
80	640	5100	11100
90	1000	7600	15800
100	1500	11100	21000
110	2400	13400	31000
120	3900	19000	45000
130	—	22000	60000
140	7400	29000	84000
150	—	37000	111000
160	12500	67000	—
170	—	—	168000
180	—	—	203000

PbJ₂.

<i>T</i>	PbJ ₂ rein	PbJ ₂ + 0,5% KJ	PbJ ₂ + 2% KJ
20°	< 8	—	—
30	1	—	—
40	3	—	—
50	6	14	—
60	8	—	—
70	15	—	—
80	30	—	14
90	—	45	21
100	37	80	140
110	66	—	260
120	89	1200	1600
130	320	—	4000
140	3500	32000	21000
150	12400	67000	39000
160	24000	122000	104000

PbBr₂.

<i>T</i>	3 g geschmolzen rein	3 g nicht ausgewaschen, ungeschmolzen
20°	132	610
30	280	950
40	500	1420
50	820	2700
60	1400	3900
70	2000	5400

T	3 g geschmolzen rein	3 g nicht ausgewaschen, ungeschmolzen
80	3600	8100
90	6700	12600
100	11205	19100
110	18300	31000
120	22000	40000
130	43000	65000
140	75000	100000
150	116000	130000
160	160000	180000

 PbFl_2 .

T	PbFl_2 rein	PbFl_2 + 2% KFl	PbFl_2 + 6% KFl
20°	6	8000	
30	22	14000	
40	39	20000	
50	81	28000	
60	158	41000	
70	280	58000	
80	570	—	> E bei allen Temperaturen
90	1050	—	
100	1800	—	
110	3500	—	
120	6000	—	
130	10000	—	
140	14500	—	
150	21000	—	

Aus den mitgetheilten Tabellen ist ersichtlich:

1. Bei hohen Temperaturen leiten die reinen wie die unreinen Substanzen besser als bei niedrigen.

2. Die Unterschiede zwischen der Leitfähigkeit der reinen und der verunreinigten Salze sind bei niedrigen wie bei hohen Temperaturen vorhanden.

3. Im allgemeinen sind die Unterschiede in den Temperaturcoefficienten nicht so gross, wie in den Leitfähigkeiten selbst.

Gruppe IV.

Eine Ausnahme von der bis jetzt überall constatirten Erscheinung der starken Aenderung der Leitfähigkeit bei Zusätzen bildet die Kieselsäure.

Als Hauptsubstanz verwandte ich von Merck (Darmstadt) bezogene Kieselsäure (Acidum silicicum pur.), die ich, nachdem ich mich von ihrer genügenden Reinheit überzeugt hatte,

stets direct ohne nochmalige Reinigung benutzte. Vor jedem Versuche wurde jedoch die Substanz noch einmal gründlich getrocknet.

Die Tabellen enthalten Versuche mit der Hauptsubstanz allein und mit Zusätzen von Metalloxyden. Die Messungen wurden, da bei dem geringen specifischen Leitvermögen der Kieselsäure der früher verwandte Messbereich nicht ausreichte, mit grösseren electromotorischen Kräften ausgeführt.

SiO₂. 3 Präparate (rein) bei 4 Volt gemessen.

T	I.	II.	III.
70°	< ε	—	$\left. \begin{array}{l} < \epsilon \\ \text{bei allen} \\ \text{Temperaturen} \end{array} \right\}$
80	< ε	< ε	
90	1	3	
100	4	11	
110	7	15	
120	19	27	
130	43	45	
140	77	73	
150	148	195	

SiO₂, bei 8 Volt gemessen.

T	Mit Zusätzen von					
	ZnO	CdO	Bi ₂ O ₃	Al ₂ O ₃	ZnO	KF1
40°	Das Leitvermögen schwankt zwischen 110° und 140° zwischen 5 — 7	2	2	cr. 1	< 1	2
50		2	3	3	5	3
60		2	5	5	5	4
70		3	6	7	7	5
80		3	14	17	5 (?)	7
90		10	18	30	80 (?)	9
100		18	41	57	15 (?)	—
110		—	83	—	26 (?)	19
120		101	200	230	50 (?)	36
130		—	340	580	110	62
140		270	560	730	230	—
150		600	1100	1500	400	200
160		1830	3000	—	—	6500 (?)

(?) Nicht einwandfrei.

Bei hohen Temperaturen zeigen verunreinigte Präparate deutlich etwas grössere Leitfähigkeiten als reine, indess sind die Unterschiede kleiner als bei den Bleisalzen. Bei gewöhnlicher Temperatur leiten die reinen und verunreinigten Salze ausnehmend schlecht. Letztere indess immerhin etwas besser als erstere.

Gruppe V.

Es bleibt nun noch die Frage zu beantworten, welchen Einfluss verschiedene Zusätze zu einer Hauptsubstanz oder dieselben Zusätze bei verschiedenen Hauptsubstanzen auf das electrolytische Leitvermögen ausüben.

Um dies experimentell zu verfolgen, wurde eine Anzahl Metalloxyde (ZnO , CuO , PbO , Al_2O_3 , Bi_2O_3 , CdO , MgO) abwechselnd als Hauptsubstanz und als Zusatz verwandt.

Haupt- substanz	L rein	L (mit Zusatz)						
		+ ZnO	+ CuO	+ PbO	+ Al_2O_3	+ Bi_2O_3	+ CdO	+ MgO
ZnO	6	—	170	140	140	100	30	400
CuO	2740	5200	—	2120	5600	5500	5000	6600
PbO	5	—	10	—	10	15	6	12
Al_2O_3	1	200	112	46	—	—	600	—
Bi_2O_3	2	22	10	10(*)	46	—	14	25
CdO	(?)	26	26	35	19	25	—	25
MgO	< e	20	—	18	9	—	13	—

Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass die Aenderungen des Leitvermögens einer Hauptsubstanz verursacht durch verschiedene Zusätze bei Oxyden von derselben Grössenordnung sind. Eine Gesetzmässigkeit des Einflusses verschiedener Zusätze zu der gleichen Hauptsubstanz konnte ich nicht erkennen.

Resultate.

Als Hauptresultat der vorliegenden Untersuchung kann man folgenden Satz aufstellen:

1. Geringe zugesetzte Mengen eines Salzes zu einer grösseren Menge eines anderen bedingen in vielen Fällen eine starke Zunahme des electrolytischen Leitvermögens des letzteren.

Eine mögliche Erklärung dieser Erscheinung ergibt sich, wenn man die Analogie zwischen den festen und flüssigen Lösungen benutzt und annimmt, dass auch bei den festen Lösungen das Lösungsmittel auf den gelösten Körper, etwa PbCl_2 , auf das in geringer Menge zugesetzte KCl ionisierend einwirkt und dadurch das KCl zur Stromführung geeignet macht. Ist schon vorher etwas PbCl_2 dissociirt, so wird dessen Dissoziationsgrad nur unmerklich durch den Zusatz von KCl erhöht, gerade ebenso wie derjenige von reinem Wasser durch Zusatz eines Electrolyten kaum verändert wird. Ebenso werden

die Widerstände gegen die Ionenbewegung, die von der Plasticität des PbCl_2 abhängen, kaum merklich durch den kleinen Zusatz beeinflusst.¹⁾

2. Wie weit die Angaben, dass feste Salze überhaupt ein Leitvermögen besitzen, darauf zurückzuführen sind, dass sie kleine Verunreinigungen enthalten, bedarf in jedem einzelnen Fall einer besonderen Prüfung.

3. Dass die Kieselsäuregemische sich anders verhielten wie Blei-, Silber- u. s. f. Salze, findet wohl in der geringeren Plasticität der Kieselsäure seine Erklärung.

4. Eine der Stärke der Aenderung des Leitvermögens entsprechende Aenderung des Temperaturcoefficienten ist im allgemeinen bei Temperaturen zwischen 10° und 200° C. nicht vorhanden.

5. Die Aenderungen des Leitvermögens einer Hauptsubstanz, bedingt durch Zusätze verschiedener Natur, sind von derselben Grössenordnung.

Es bleibt mir noch übrig, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. E. Wiedemann, für die Anregung zu vorliegender Arbeit und seine stete Unterstützung bei derselben, sowie Hrn. G. C. Schmidt und Hrn. Dr. Simon für das der Arbeit gewidmete Interesse meinen ergebensten Dank abzustatten.

1) Aus der Untersuchung von Warburg (Wied. Ann. 21. p. 622. 1884) über die Electrolyse des festen Glases kann man schliessen, dass Glas auch zu den festen Lösungen zählt. Auch van't Hoff rechnet Glas zu den festen Lösungen. Vgl. u. a. E. Wiedemann und G. C. Schmidt, Wied. Ann. 56. p. 245. 1895.

7. Ueber platinirte Electroden und Widerstandsbestimmung; von Friedrich Kohlrausch.

1. Bei der Platinirung von Electroden zum Zwecke von Widerstandsbestimmungen, welche ich mit den Herren Holborn und Diesselhorst ausführte, gebrauchten wir die von den Herren Lummer und Kurlbaum für ihre bolometrischen Zwecke ausgemittelte Lösung. Dieselbe besteht aus 1 Platinchlorid und 0,008 Bleiacetat in 30 Wasser.

Die Anwendung dieser Lösung ist nicht nur wegen der Sicherheit, mit welcher der Niederschlag als matter, tief schwarzer Platinmohr entsteht, angenehm, sondern es fiel uns an den so behandelten Electroden das, trotz ihrer durch den Zweck gebotenen geringen Oberfläche besonders gute Tonminimum bei der telephonischen Widerstandsmessung auf. Die Erscheinung hängt offenbar mit der Aggregatform des Platinmohrs zusammen, welche unter der Mitwirkung des gelösten Bleies entsteht. Die bekannte räthselhafte Verschiedenheit, mit welcher die eine Platinchloridlösung schlecht, eine andere regelmässig gut platinirt, darf man nun wohl sicher darauf zurückführen, dass die letztere die geeignete Verunreinigung durch ein anderes Metall (Zink, Kupfer, Blei) enthielt.

Die weitere Verfolgung des Gegenstandes führte zu Ergebnissen, welche als ein wesentlicher Fortschritt der Wechselstrommethode bei der Messung electrolytischer Widerstände bezeichnet werden dürfen.

Letzteres wird sofort einleuchten, wenn ich einige Erfahrungen mittheile. Die 10 cm² grossen Electroden in einem Fläschchen, wie ein solches für Widerstandsbestimmung von Wasser oder dergl. gebraucht zu werden pflegt, wurden mit der L.-K.'schen Lösung kräftig platinirt, ausgewässert und nun dieses Gefäss mit einem anderen von etwa 15facher Widerstandscapacität, welches mit der gleichen Flüssigkeit gefüllt wurde wie jenes, in der Brücke mit dem Telephon verglichen, indem die Widerstände beider auf einen Rheostaten zurückgeführt wurden. Die beiden Gefässe standen in demselben Bade. Selbst bei Füllung mit normaler NaCl-Lösung entstand ein zur Einstellung noch brauchbares Minimum, obwohl der Flüssigkeits-

widerstand nur 1,74 Ohm betrug. Nach Abzug der Zuleitungswiderstände ergab sich das Verhältniss beider Widerstände in diesem Falle demjenigen, welches bei der Füllung mit dem 100 mal schlechter leitenden Wasser aus der Charlottenburger Leitung gefunden war, bis auf $\frac{1}{2}$ Proc. gleich.

Eine Platinirung von ähnlicher Wirksamkeit ist früher niemals erzielt worden; zehntel-normale Lösungen waren in einem Gefässe wie das obige kaum noch bestimmbar.

Es ist ein grosser Vortheil, dass man künftig die Widerstandscapacität von Gefässen für schlechte Leiter mit besser leitenden Flüssigkeiten (z. B. mit maximal leitender Bittersalzlösung) wird ermitteln können. Selbstverständlich müssen die Zuleitungswiderstände in dem Maasse, als der Gesamtwiderstand hierbei kleiner wird, sorgfältig bestimmt werden.¹⁾

2. *Kleine Electroden.* Nach diesen günstigen Ergebnissen war zu erwarten, dass für Flüssigkeitswiderstände mittlerer gebräuchlicher und bequemer Grösse viel kleinere Electroden ausreichen würden, als das bisher nöthig war. Es zeigte sich in der That, dass selbst *Flächen von $\frac{1}{2}$ cm² meistens genügen werden.* Bereits nach einer $1\frac{1}{2}$ min langen Platinirung in der Lummer-Kurlbaum'schen Lösung mit der von diesen Herren empfohlenen Stromdichte von 0,03 Am/cm² genügten solche Flächen, um Flüssigkeitswiderstände von 100 Ohm zwischen ihnen mit einem noch brauchbaren Tonminimum zu bestimmen. Die Güte des Minimums wuchs aber weiter, als man die Schicht von Platinschwarz durch fortgesetzte Electrolyse verstärkte. Hierbei wurde die Stromstärke nicht besonders gemessen, sondern der Strom von zwei Accumulatoren wurde mit einem Rheostaten so regulirt, dass an der Kathode eine ziemlich kräftige, an der Anode eine schwache Gasentwicklung stattfand. Die beiden Electroden standen sich dabei gegenüber und dienten abwechselnd als Kathode und Anode, wobei

1) Indem wir die beiden Drähte direct durch eine Klemme verbunden, nahmen wir diese Bestimmung gleich mit dem Telephon vor; hierbei ist aber zu beachten, dass dieselbe bei so kleinen Widerständen durch ganz kleine Selbstinduction stark gestört werden kann. Man vermeide also Schleifen in der Leitung oder wickle am sichersten die Drähte um einander. — Auch die zu den Electroden führenden Platindrähte müssen (durch Längen- und Dickenbestimmung) berücksichtigt werden.

die Kathode zuweilen in eine andere Lage gebracht wurde, um streifige Oberflächen zu vermeiden. Jede Electrode war schliesslich eine gute Viertelstunde lang Kathode gewesen. Das Platinschwarz bildete eine Schicht von merklicher Dicke.

Nach dieser Behandlung können nun *zwischen den* $\frac{1}{2}$ qcm grossen Electroden Widerstände bis zu etwa 20 Ohm abwärts mit einem brauchbaren Minimum der Tonstärke, d. h. mit einer Sicherheit der Einstellung auf etwa ein bis zwei Tausendstel bestimmt werden. Viel kleinere Widerstände aber wird man bei Electrolyten ohnehin schon wegen der alsdann merklich werdenden Unbequemlichkeit aus dem Zuleitungswiderstande für gewöhnlich nicht wählen. Bei 50 Ohm war das Minimum für alle praktischen Zwecke genügend und bei 100 oder 200 Ohm liess dasselbe nichts mehr zu wünschen.

Somit fällt die bisherige Nothwendigkeit grosser Electrodenflächen und damit eine wesentliche Beschränkung für gut leitende Electrolyte fort; grössere Flächen bleiben niemals mehr der Polarisation wegen, sondern nur noch für schlechte Leiter nöthig, wenn andernfalls die Widerstände zu gross werden. Man kann leicht eine für alle Zwecke genügende Anzahl von Widerstandsgefässen ohne grossen Aufwand von Platin herstellen und auch in den Formen der Gefässe tritt eine grössere Auswahl ein. Es wird künftig möglich sein, das Leitvermögen von weniger als einem Cubikcentimeter einer gut leitenden Flüssigkeit zu messen, was bisher wohl unmöglich war.

Einige brauchbare Formen sollen hier genannt werden. Ich beschränke mich dabei auf eine Electrodengrösse, welche für Versuche ausreichen wird, die keine ungewöhnliche Genauigkeit beanspruchen. Andernfalls wird man grössere Flächen vorziehen, immerhin aber sich mit höchstens einem Viertel von den bisher üblichen Grössen begnügen dürfen, ohne an dem alten Erfolg etwas einzubüssen.

3. *Gefässe mit feststehenden Electroden.* Für eingeschmolzene Electroden eignet sich die Gestalt Fig. 1. Gegen das Verbiegen der ($\frac{3}{4}$ mm dicken) Zuleitungsdrähte und das dadurch hervorgerufene Springen des Glases schützt z. B. (wie an der linken Electrode angedeutet ist) ein Wulst von Wachs-Colophoniumkitt; damit der Draht in der Kittmasse einen hinreichenden Halt findet, schiebt man über den Draht vor

dem Umhüllen mit Kitt ein geeignet gebogenes Stückchen Blech oder einen sperrig geformten anderen Draht. An der rechten Electrode ist eine andere Schutzvorrichtung gezeichnet, nämlich eine über das Glas gekittete Metallkappe; der Platindraht ist hier in eine Klemme geschraubt, die mittels eines weichen Lothes mit der Kappe verbunden sein kann.

Die nicht zu engen Röhrchen zum Eingiessen der Flüssigkeit bez. Entweichen der Luft sind in der Ebene der Rohrbiegung gezeichnet. In Wirklichkeit legt man dieselben *senkrecht zur Biegungsebene* nach derselben Seite austretend, wodurch das gleichzeitige Eingiessen der Flüssigkeit und Austreten der Luft erleichtert wird. Die Gefässe werden von geeigneten Drahtgestellen getragen.

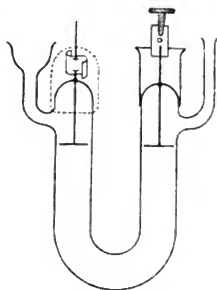


Fig. 1.
 $\frac{1}{3}$ nat. Grösse.

Um sehr gut leitende Flüssigkeiten genau zu messen, wird zwischen den Electroden ein engeres oder längeres Rohr genommen. Die Electrodenflächen können für anspruchsvollere Zwecke leicht grösser gewählt werden.

Es genügt das gezeichnete Rohr übrigens selbst für eine genäherte Bestimmung der bestleitenden Säuren.

4. *Gefässe für kleine Flüssigkeitsmengen.* Die nebenstehende Form ist durch Ausziehen und Biegen eines Rohres im Bunsenbrenner leicht herzustellen. Wegen der Stromwärme sind solche Gefässe nur im Bade anzuwenden. Aus diesem Grunde sind die verticalen Röhren länger gewählt, als sonst nothwendig sein würde. Die durch Kork- oder Kautschukstopfen geführten Zuleitungen bestehen nur unten aus Platin.

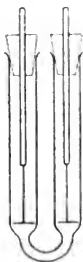


Fig. 2.
 $\frac{1}{3}$ nat. Grösse. Pipette reicht 1 cm³ Flüssigkeit aus.

Wiederholtes Einsetzen derselben Electroden bis zum Anschlag an die verengten Glaswände lieferte Widerstandscapacitäten, welche auf weniger als 1 Promille constant waren. Zur Füllung mit einer

5. *Tauchelectroden.* Die Verwendbarkeit dieser von mir früher beschriebenen¹⁾, oft bequemen Vorrichtungen wird durch die wirksamere Platinirung ebenfalls entsprechend erweitert. Ein einziges Paar reicht für einen weiten Spielraum vom Leitvermögen aus. Ich habe mich überzeugt, dass selbst zwei, 1 cm lang aus einer Doppelcapillare vortretende, gut platinirte Drähte von $\frac{1}{2}$ mm Dicke als Electroden bei Widerständen bis zu 50 Ohm abwärts ein für genäherte Bestimmungen noch brauchbares Tonminimum gaben!

6. *Widerstandsgefässe mit verschiebbaren Electroden.* Bisher waren für gut leitende Flüssigkeiten Gefässe mit festen Electroden nicht zu umgehen, weil die nothwendige Electrodengrösse andernfalls zu unbequemen Dimensionen der Röhren führte; die ersteren werden für genaue Messungen auch den Vorzug verdienen. Aber wenn einige Promille Fehler, so wie oft, gleichgültig sind, so liegt jetzt die Möglichkeit vor, kleine verschiebbare Electroden hinter einer Theilung anzuwenden und dadurch eine grosse Vereinfachung zu erzielen. Genügend ist hierfür eine Anzahl von Marken auf einem U-förmigen Rohre, auf welche man zwei Electroden einstellen kann. Die Widerstandscapacität zwischen diesen Stellungen wird mit einer Flüssigkeit von bekanntem Leitvermögen in der üblichen Weise ermittelt, wenn man nicht vorzieht, einen Theil dieser Bestimmungen auf Längen- und Querschnittsmessung der Röhren zurückzuführen. Vgl. § 9.

Um aber zugleich die Rechnung zu vereinfachen, kann man die Marken so anbringen, dass die Widerstandscapacitäten C runde Zahlen werden, was bei Bestimmungen in der Brücke bequem ist, da man das Leitvermögen $\kappa = C \cdot 1/w$ zu berechnen hat und da man aus der Obach'schen Tabelle anstatt des Widerstandes w ebenso leicht $1/w$ entnehmen kann.

Verfügt man etwa über die Capacitäten 5, 10, 20, 40, 60 (als Einheit eine centimeterlange Säule von 1 cm² Querschnitt genommen; vgl. in § 9), so wird der gebräuchliche Brückendraht mit den Vergleichswiderständen 100 und 1000 Ohm für alle Salze und starken Säuren in Lösungen von 1 Proc. an bis zu den stärksten Concentrationen immer geeignete Ver-

1) F. K., Wied. Ann. 51. p. 346. 1894.

hältnisse für die Messung herstellen lassen. Die Widerstände werden zwischen 80 und 2000 Ohm liegen, also in jeder Beziehung geeignet sein. Haben die Schenkel ungefähr $\frac{1}{2}$ cm² Querschnitt, so kommen die obersten Marken etwa 15 cm hoch zu stehen und 25 cm Schenkellänge genügen, um für das Verschieben einen Theil des Electrodenstieles trocken zu halten. Um die kleinen Capacitäten zu erzielen, wird für das Verbindungsstück zwischen den geraden Schenkeln eine weitere Röhre gewählt (vgl. Fig. 3).

Fügt man ein Stück von 10 000 Ohm hinzu, welches nach Chaperon unifilar abwechselnd gewickelt ist, so werden ohne weiteres Widerstände bis 100 000 Ohm noch gut messbar und unter Anwendung eines kleinen Condensators zur Compensation der electrostatischen Capacität auch noch bedeutend höhere Widerstände¹⁾, wodurch nöthigenfalls die Anwendbarkeit des Rohres bei einem Anspruch auf einige Promille oder 1 Proc. Genauigkeit bis zu Flüssigkeiten erweitert wird, die man bereits ein ziemlich gutes Wasser zu nennen pflegt. — Zum Temperaturbad muss in solchen Fällen Petroleum gebraucht werden, was bei der Gestalt des Rohres aber auch ohne Schwierigkeit geschehen kann. Nur für „reines“ Wasser und dergl. ist ein besonderes Gefäss von kleiner Widerstandscapacität oder auch ein Paar Tauchelectroden nothwendig.

Die Bezifferung der Marken wird man am bequemsten so einrichten wie in den Scalenrohren von § 7. Die Electrodenstiele aus Nickel oder Silber, durch Reibung in Körken gehalten, tragen unten Führungsscheibchen und sodann Platindrähte mit Electroden.

Als Träger dient z. B. ein Bürettenhalter.

7. *Scalenrohre.* Zu den vorigen Gefässen wurde ein verschiebbarer Brückencontact und eine Anzahl von Rheostatenwiderständen in der üblichen Weise vorausgesetzt.

1) Vgl. F. K., Wied. Ann. 49. p. 242. 1893; 56. p. 182. 1895; an ersterem Orte auch über einige weitere Vorsichtsmaassregeln bei der Messung sehr grosser Widerstände. Die schliessliche Störung durch electrostatische Ladungen des Telephons vermeidet man grossentheils durch Erdableitung des Brückencontactes oder des mit ihm verbundenen Poles des Inductoriums.

Erheblich weiter aber lässt das Verfahren sich vereinfachen und in eine Form bringen, in welcher erstens das Leitvermögen bis auf einen runden Factor gleich abgelesen wird, zweitens weder Rheostat noch Brückencontact verlangt wird, wenn man mit verschiebbaren Electroden über einer durchgetheilten Scala auf dem Rohre arbeitet. Apparate und Rechnung werden dann so einfach, dass die Bestimmung vom Leitvermögen auch für technische Zwecke verwendet werden kann. Ich glaube, dass dies vielfach nützlich sein wird.

Man verzweigt den Wechselstrom des Inductoriums durch zwei gleiche Widerstände (etwa je 10 bis 100 Ohm); an den einen schliesst sich der verstellbare Flüssigkeitswiderstand, an den anderen ein bekannter Widerstand w . Das Telephon überbrückt in gewöhnlicher Weise die beiden Ansatzstellen und die Electroden werden nun so geschoben, dass das Tonminimum eintritt, d. h. bis die Flüssigkeitssäule den Widerstand w hat.

Die Bezifferung auf der Scala an den Stellen der Electrode giebt die Widerstandscapacität C , bei welcher die Säule den Widerstand w hat; also ist das Leitvermögen $\kappa = C/w$, wenn w eine runde Zahl ist, sofort zu berechnen. Ist $w = 10, 100, 1000 \dots$, so giebt C die Ziffern des Leitvermögens unmittelbar.

Am zweckmässigsten scheint mir die folgende Bezifferung der Scala Fig. 3 zu sein. Man denkt sich den Nullpunkt beider Theilungen in der Mitte des Verbindungsstückes der beiden Schenkel und bezieffert von da an symmetrisch auf beiden Schenkeln. Also diejenigen gleich hohen Stellungen der Electroden, zwischen denen die Capacität = 10 ist, erhalten die Ziffer 5. Lässt man die linke Electrode in dieser Stellung und verschiebt die rechte, bis die Capacität 15 ist, so kommt an den jetzigen Platz rechts die Zahl 10. Nun lässt man rechts stehen, verschiebt links bis zur Capacität 20 und schreibt hier die Zahl 10 etc. Die Zwischenräume werden gleichmässig eingetheilt. (In der Ausführung gestaltet sich



Fig. 3.
 $\frac{1}{10}$ nat. Grösse.

diese Auscalibrirung des Rohres viel einfacher, wie in § 9 gezeigt wird.)

Schweigt nun das Telephon nach Einfüllen der zu messenden Flüssigkeit, wenn die beiden Electroden auf den Strichen L und R stehen, so ist $C = L + R$ und wieder $\kappa = C/w$.

8. *Allgemein brauchbare Anordnung der Brückenverzweigung.* Steht zur Vergleichung ein Rheostat zur Verfügung, so braucht die Scala nur kurz zu sein. Damit aber ein kleinerer Satz von Vergleichswiderständen, die nach Potenzen von 10 angeordnet sind, in allen Fällen ausreicht, muss die kleinste brauchbare Widerstandscapacität des Messrohres mindestens 10 mal kleiner sein als die grösste. Für technische Zwecke werden Electroden von $\frac{1}{4}$ cm² im allgemeinen genügen und dann lassen sich mit einem 20 cm langen Rohre leicht Capacitäten von 1 bis 100 herstellen. Mit Rücksicht darauf, dass die relative Genauigkeit, auf welche es hier meistens ankommt, bei kurzer Flüssigkeitssäule kleiner wird, würden aber bei einem Anspruch auf genauere Messungen und infolge dessen auf einen nicht zu kleinen Querschnitt unbequeme Rohrdimensionen herauskommen.

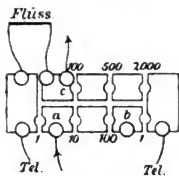


Fig. 4.

Die folgende Anordnung (Fig. 4), welche für alle Zwecke ausreicht und sich auf Röhren von $\frac{1}{2}$ cm² Querschnitt leicht anwenden lässt, scheint mir mit den einfachsten Mitteln hergestellt zu werden.

Als Vergleichswiderstände wählt man Stücke von 100, 500, 2000 Ohm. Die Verzweigungswiderstände dagegen werden so gewählt, dass man die Verzweungsverhältnisse 1/1, 10/1 und 100/1 herstellen kann. Mit Hülfe dessen stehen also als Vergleichswiderstände zur Wahl:

$$\begin{array}{llll}
 100/100 = 1 & 500/100 = 5 & 100/10 = 10 & 2000/100 = 20 \\
 500/10 = 50 & 100 & 2000/10 = 200 & 500 \\
 2000 & 10 \times 500 = 5000 & 100 \times 100 = 10000 & 10 \times 2000 = 20000 \\
 100 \times 500 = 50000 & 100 \times 2000 = 200000.
 \end{array}$$

Die Anordnung wird so getroffen (Fig. 4). In der unteren Stöpselreihe liegen die Verzweigungswiderstände in der Reihen-

folge 1, 10, 100, 1 (in Wirklichkeit etwa 5, 50, 500, 5 Ohm, sodass man durch Stöpseln die Verhältnisse 1/1, 10/1, 100/1 von links oder von rechts gerechnet haben kann. Die Zuleitung des Messstromes muss für Widerstände bis 100 Ohm bei *a*, für solche von 2000 Ohm an bei *b* geschehen. Da man im allgemeinen die Grössenordnung des Widerstandes vorher kennt, und da zwischen 100 und 2000 die Zuleitung gleichgültig ist, so ist diese Unbequemlichkeit nicht gross.

Die andere Reihe von Klötzen enthält erstens die drei Vergleichswiderstände, von denen der eine (in der Figur 2000) sich an den letzten Verzweigungsklotz anschliesst, und zweitens die Unterbrechungsstelle des Kreises, in welche die Flüssigkeit einzuschalten ist. Bei *c* tritt der Strom zum Inductorium zurück. Rechts und links sind die Telephondrähte angeschlossen.

Die Widerstände sind wie gebräuchlich in einem Kasten untergebracht, sodass das Ganze einen Apparat darstellt, welcher in Anbetracht dessen, dass er (ausser Inductorium und Telephon) alles zur Messung nothwendige enthält, als ein einfacher bezeichnet werden darf.

Hat man zu diesen Widerständen ein Rohr mit Capacitäten von 20—60 im genauen Einstellungsgebiet, so kann man alle Leitvermögen von Lösungen genau messen.

Die auszuführenden Rechnungen bestehen höchstens in Divisionen durch 2 oder 5.

9. *Die Calibrirung des Rohres.* Das Leitvermögen Eins habe der Körper, dessen Centimeterwürfel 1 Ohm Widerstand zeigt.¹⁾ Bestleitende Säuren von Blutwärme stellen ungefähr diese Einheit dar (in welcher Kupfer 550 000 hat). Division

1) Es wird nämlich zweckmässig sein, auch auf diesem Gebiete endlich die an das absolute Maasssystem angeschlossenen Maasse zu gebrauchen. Die bisherigen auf Quecksilber von 0° bezogenen Leitvermögen würden also durch Multiplication mit 10630 auf das obige Maass reducirt werden, wenn nicht der frühere Anschluss an das Quecksilber einschliesslich der Unsicherheit der alten Einheiten, insbesondere auch der Temperaturscala Fehler mit sich geführt hätte, welche zufällig in gleichem Sinne wirken und einen um eine Anzahl von Tausendsteln grösseren Reductionsfactor verlangen. Nach einer im Gange befindlichen Untersuchung dürfte der Reductionsfactor der bisherigen Angaben im Durchschnitt etwa 10690 statt 10630 betragen.

durch 10^9 giebt also electromagnetische C.G.S.-Einheiten des Leitvermögens.

Die Bezifferung der Widerstandscapacität des Rohres soll derartig sein, dass die Zahlen durch den Flüssigkeitswiderstand dividirt, das Leitvermögen geben.

9a. *Electrische Calibrirung.* Auf eine solche ist man bezüglich des gebogenen Verbindungsstückes der Schenkel hingewiesen. Aber auch in einem cylindrischen Rohre würde man wegen der Stromausbreitung von den Electroden bei genauen Messungen eine empirische Bestimmung nicht ganz umgehen können. Vgl. auch den Schluss von 9b.

Man beschickt das Rohr mit einer Flüssigkeit von bekanntem, bez. in einem Gefäss von bekannter Capacität bestimmtem κ . Um alsdann diejenigen Marken zu haben, zwischen denen die Widerstandscapacität $= C$ ist, stellt man die Electroden so, dass der Widerstand $w = C/\kappa$ Ohm ist. Es wird hierzu also ein Rheostat oder eine Brücke mit Schleifcontact verlangt. So kann man leicht eine Anzahl von Capacitäten markiren (vgl. § 7), wobei man die eine Electrode bei mehreren Bestimmungen auf einem Punkte stehen lässt.

Die kleinste, durch die tiefsten Stellungen der Electroden zu erzielende Capacität in dem unten erweiterten U-Rohre wird 3 bis 5 sein. Maximal leitende ($\kappa_{18} = 0,0493$) Bittersalzlösung wird sich mit den Widerständen von 60 bis 100 Ohm hier am meisten eignen; aber auch gesättigte NaCl-Lösung ($\kappa_{18} = 0,216$) ist in Anbetracht dessen, dass die Einstellung der Electroden hier doch relativ ungenauer sein wird, im Allgemeinen wohl noch anwendbar, da sie einen Widerstand von 14 bis 23 Ohm giebt. Ein Bad von 18° angenommen, hat man also die Widerstandscapacitäten 5, 10, 20 ..., 100 bei den Elektrodenstellungen, in welchen die Kochsalzlösung die Widerstände 23,2, 46,3, 92,6 ..., 464 Ohm zeigt.

Röhren mit einzelnen festen Marken. Praktisch wird man so vorgehen, dass man zu der tiefsten Stellung der einen Electrode die Stellungen der anderen für die Capacitäten 5, 10 ... bis zur höchsten sagen wir 50 sucht und dann zu der höchsten Fixstellung der zweiten Electrode die Stellungen der anderen für die Capacitäten 60, 70 ...

Röhren mit durchlaufender Theilung. Man sucht die beiden

gleich hohen Stellungen, welche die Capacität 10 zwischen sich ergeben und welche später jede mit 5 beziffert werden, lässt die eine Electrode hier stehen und sucht für die andere dazu die Capacitäten 15, 20, 25..., welche nachher mit 10, 15, 20... beziffert werden. Ebenso verfährt man sodann mit dem anderen Schenkel.

Nur wird eine Unbequemlichkeit daraus erwachsen, dass man nothwendig im Bade beobachten, aber nicht im Bade markiren kann. Es ist also entweder eine provisorische Theilung mit den Röhren zu verbinden, auf welche man zunächst die Ablesungen und später die Marken bezieht, oder man müsste das Rohr nach jeder Einstellung herausheben.

Ist jeder Schenkel in sich hinreichend calibrisch, so genügt die Markirung der untersten und der obersten Punkte, zwischen denen später die Theilung gleichmässig ausgeführt wird.

9 b. *Kalibrirung durch Auswägen.* Hat ein Rohr den Querschnitt q cm², so beträgt die Strecke h , um welche eine Electrode verschoben werden muss, damit die Capacität sich um ΔC ändert, $q \cdot \Delta C$ cm. Ist q bekannt, so braucht also nur ein Paar von Strichen, welches die Rohrkrümmung zwischen sich schliesst, empirisch bestimmt zu sein und man kann von da dann durch Abmessung weiter vorgehen. Die Unbequemlichkeit durch die Temperatur fällt hierdurch fort.

Der Querschnitt wird in gewöhnlicher Weise durch Ausmessen mit Quecksilber bestimmt.¹⁾ Nimmt eine in Luft gewogene Quecksilbermenge von m g bei 18° die Rohrlänge l ein, so beträgt der Abstand zweier Theilstriche, welche den Unterschied ΔC der Capacität anzeigen sollen, $0,0738 \Delta C \cdot m/l$, also für den Zuwachs $\Delta C = 10$ muss die Rohrlänge $0,738 m/l$ betragen. Für Röhren von $\frac{1}{2}$ cm² Querschnitt füllen Quecksilbermengen von etwa 34 g die Strecke zwischen zwei Strichen, welche den Capacitätszuwachs 10 bedeuten, nahe aus.

Am bequemsten wurden die Stücke, welche die Schenkel bilden sollen, vor dem Zusammenblasen auscalibrirt und mit vorläufigen Marken versehen, wobei man zugleich gute Röhrenstücke aussucht. Aber auch am fertigen Gefäss kann man jeden

1) Vgl. F. K., Leitfaden, 8. Aufl. S. 85. 1896.

Schenkel, den man vor dem Eingiessen des Quecksilbers mit einem festsitzenden, wenn nöthig eingekitteten Stopfen verschlossen hat, unter Umkehren des Gefässes in leicht ersichtlicher Weise calibriren.

Nachdem man die Marken, welche die gebogene Strecke zwischen sich einschliessend die Widerstandscapacität 10 geben (vgl. oben), electricisch festgelegt hat, theilt man von da nach oben, bez. soweit das Caliber nicht durch das Zusammenblasen beeinträchtigt worden ist, auch nach unten mit der vorhin genannten Länge, welche den Zuwachs 10 ergiebt, als Grundlage auf jeder Seite. Die untersten Striche werden ungenau werden und müssen electricisch controlirt, bez. corrigirt werden.

Willkürliche Theilung. Natürlich lässt sich, wenn man eine Rechnung nicht scheut, auch mit einer gewöhnlichen Millimetertheilung arbeiten. (Hat das Rohr nahe $\frac{1}{2}$ cm² Querschnitt, so bedeutet jedes Millimeter nahe $\Delta C = 0,02$.)

Man kann dann auch ohne vorgängige electricische Calibrirung so messen, dass man die eine Electrode an ihrem Platze lässt und die Widerstände w_1 und w_2 Ohm der Flüssigkeit bei zwei um h cm verschiedenen Stellungen der anderen Electrode bestimmt. Ist der Querschnitt des Rohres, in welchem verschoben wird, $= q$ cm², so ist das Leitvermögen

$$\kappa = \frac{l}{q} \frac{1}{w_1 - w_2}.$$

Mit dem so ermittelten κ kann man dann gleich die Widerstandscapacität des unteren Theil (9 a) empirisch bestimmen.

10. *Benetzung der Electroden.* Im allgemeinen verhält das fein vertheilte Platin sich auch hier, so wie ich das früher bemerkt und für Dichtigkeitsbestimmungen von Flüssigkeiten mit dem Senkkörper benutzt habe, entgegengesetzt einer blanken Platinfläche so, dass es vom Wasser leicht benetzt wird. Wie an Fliesspapier, so verbreitet sich ein Wassertropfen, den man an einen Punkt der kleinen Electrode bringt, merklich momentan über die ganze Electrode. An trockenen Electroden von 5 cm Höhe zog die Benetzung vom Fuss aus sich fast zur vollen Höhe hinauf.

Zuweilen aber tritt gerade das Gegentheil ein. Eine verschiebbare Electrode von etwa 3 cm Durchmesser, nicht so stark platinirt wie im Vorigen angenommen wurde, aber bei einer vor-

gängigen Widerstandsbestimmung ein tadelloses Tonminimum ergebend, war trocken geworden und wurde in eine Lösung von Magnesiumsulfat gebracht: Das Minimum war völlig unbrauchbar! Die Electrode musste sich geändert haben. Schliesslich zeigte sich, dass dieselbe von der Lösung und auch von Wasser *gar nicht benetzt wurde*. Aufgespritztes Wasser lief ab wie Quecksilber, es bildete sich beim theilweisen Eintauchen ein stumpfer Randwinkel und die Electrode liess sich vollkommen trocken herausheben.

Bei näherer Besichtigung machte sich der Zustand im Wasser auch optisch erkennbar, denn es zeigte sich eine beträchtliche diffuse Lichtreflexion an der Platte, offenbar wegen der zwischen den Platintheilchen befindlichen Luftschichten.

Auch später hat dieselbe Electrode den Zustand der Nichtbenetzbarkeit, wenn sie ganz trocken geworden war, wiederholt gezeigt, und in ganz seltenen Fällen fand man ähnliches auch an anderen Electroden. Zweifellos verdient die Erscheinung vom Standpunkt der Capillarität ein näheres Studium, auch nach der Seite der Frage, ob das zugesetzte Blei bei ihr eine Rolle spielt.

Der electrischen Verwendung steht sie übrigens gar nicht im Wege, da man den abnormen Zustand sofort am Telephon bemerkt und da *die Benetzbarkeit mit Wasser sich sofort herstellt, wenn man einen Tropfen Alkohol an die Electrode gebracht hatte*, welcher selbst momentan benetzt.

Nachtheilig aber scheint die Eigenschaft der Verwendung der Lummer-Kurlbaum'schen Lösung für die Platinirung von Drähten zu sein, die zur Aufhängung von Senkkörpern zu Dichtigkeitsbestimmungen dienen sollen. Wenigstens ist es uns bisher nicht gelungen, mit dieser Lösung Drähte zu überziehen, welche auf die Dauer gut benetzt wurden, weder im schwarzen noch im geglühten grauen Zustand. Oefters zeigten die schwarzen Drähte untergetaucht auch deutlich eine feine Luftschicht.

11. *Reinigung der Electroden.* Vor dem Platiniren scheint ausser den gewöhnlichen Maassregeln nichts besonderes nöthig zu sein, um einen guten Niederschlag zu erhalten. Zur Sicherheit haben wir wohl durch Stromwechseln zu Anfang jede Electrode durch das sich entwickelnde Chlor gereinigt.

Nach dem Platiniren dagegen ist, falls die Electroden in schlechten Leitern gebraucht werden sollen, ein recht lange dauerndes Auswaschen nothwendig. Es gehen bei der Electrolyse Bestandtheile in den Niederschlag hinein, welche erst in mehreren Tagen wieder heraustreten, wie man an dem, wenn auch verzögerten aber sehr harnäckigen Anwachsen des Leitvermögens des Spülwassers sieht. Möglicherweise ist nur Platinchlorid, welches während der Electrolyse mechanisch eingeschlossen worden war, die Ursache. War die Electrode einmal ausgewässert, so wiederholte sich die Erscheinung übrigens nicht, wenn man die Platinchlorid-Lösung noch einmal längere Zeit mit der Electrode in Berührung gebracht hatte. Gewöhnliches Auswaschen beseitigte den Stoff.

Die von mir früher beschriebene und von Hrn. Kellner näher studirte Absorption von Säuren und Alkalien¹⁾, welche platinirte Electroden nur mit besonderen Vorsichtsmaassregeln auf verdünnte derartige Lösungen anwenden lässt, zeigten diese Electroden natürlich auch, aber wie es schien in nicht viel höherem Maasse als frühere. Eine 2 proc. Salzsäure hatte 20 Stunden in einem Gefässe mit Electroden von je 20 cm² gestanden. Nachdem oft rasch ausgespült war, traten im Laufe eines Tages allmählich etwa 0,06 mg HCl wieder aus dem Platin aus, welches mit Wasser in Berührung stand.

12. *Haltbarkeit der Electroden.* Das Platinschwarz aus der bleihaltigen Lösung ist lockerer und daher leichter mechanisch verletzbar als die bisher gebräuchlichen Ueberzüge. Hieran muss man denken, wenn man verschiebbare Electroden aus ihrem Rohre nimmt. Man bewahrt dieselben dann am besten in einem Glasrohre auf. Uebrigens ist der Niederschlag, nöthigenfalls so leicht zu erneuern, dass der Nachtheil nicht schwer ins Gewicht fällt.

13. *Abschwächung des Messstromes.* Fehler, welche aus der Stromwärme in den Flüssigkeiten erwachsen, sind zuweilen viel grösser als Einstellungsfehler. Besonders bei den kleinen Gefässen (§ 4) muss man dies berücksichtigen und es wird sich nicht selten empfehlen, in den Stromkreis, z. B. an dem

1) F. K., Wied. Ann. 26. p. 171. 1885; Kellner, Wied. Ann. 57. p. 79. 1896.

einen Pol des Inductoriums einen Ballastwiderstand einzuschalten, der 1000 Ohm und mehr betragen kann. Ein ungeübter Beobachter wird eine Abschwächung des Stroms auch als eine Erleichterung der Einstellung finden, wenn das Minimum verwaschen ist, was die kleinen Electroden bei kleinen Widerständen mit sich bringen.

Man wird aber bei grossem Ballast bemerken, dass sich zuweilen über das Minimum ein anderes Geräusch von wenig bestimmter Tonhöhe lagert, ähnlich demjenigen, welches bei der Bestimmung sehr grosser Widerstände stört. Dasselbe hängt offenbar mit unregelmässigen statischen Ladungen des Telephons zusammen, welche durch unsymmetrisch mangelhafte Isolation der ganzen Leitung entstehen (vgl. die Anmerkung p. 320). Das Geräusch verschwindet, wenn man die Leitung zwischen dem Ballast und der Brücke an einem Punkte mit der Gas- oder Wasserleitung verbindet.

Ein Theil von den hier niedergelegten Erfahrungen ist bei der im Eingange erwähnten Arbeit mit den Hrn. Holborn und Diesselhorst gewonnen worden; einige Punkte werden bei der Veröffentlichung jener Arbeit noch eingehender ausgeführt werden müssen.

Ueber die mit dem Dynamometer bestimmten Flüssigkeitswiderstände.

Hierüber darf ich wohl, obwohl der Gegenstand mit dem Vorigen nur lose zusammenhängt, im Anschluss an Hrn. W. Wien's und meine Aeusserungen ¹⁾ ein Wort zur Verständigung anfügen.

Nimmt man zunächst die Beschaffenheit von Wien's Electroden für die von Grotrian und mir, bez. von mir allein gebrauchten Electroden an und berücksichtigt, dass die letzteren im Verhältniss 35:25 grösser waren, als die ersteren ²⁾, was in der Fehlerrechnung von Wien, wegen eines Druckversehens in der Abhandlung von Grotrian und mir, nicht angenommen wurde, so beträgt auf Grund der Zahlen von Wien

1) W. Wien, Wied. Ann. 58. p. 37; 59. p. 267. F. K. ib. 58. p. 514. 1896.

2) F. K., Wied. Ann. 49. p. 236, Anmerkung. 1893.

(l. c. II. p. 270) der von dem beobachteten Widerstande abzurechnende Betrag $0,058 \cdot \frac{5}{7} = 0,041 \text{ Ohm} = 0,044 \text{ Siem.-E.}$ Berechnet man die hieraus entstehende Correction des Leitvermögens für alle mit diesen Electroden beobachteten Fälle ¹⁾, in denen dieselbe mehr als ein halbes Tausendstel beträgt, im Ganzen neun Fälle, so umfassen dieselben von den Hauptbestimmungen bei 18° nur zwei, nämlich NH_4Cl 20 und 25 Proc. mit 0,6 und 0,7 Tausendsteln. Die übrigen treffen Leitvermögen in höherer Temperatur, nämlich von KOH 25 und 33 Proc. und NaCl 24 Proc. mit 0,6, KCl 21 Proc. mit 0,7 und NH_4Cl 15 Proc., 20 Proc. und 25 Proc. mit 0,7, 0,8 und 0,95 Tausendsteln. Correctionen von doppeltem Betrage würden noch von geringfügiger Bedeutung sein. Auch jene, in ihrer Bedeutung ganz verschwindenden Fehler hätte man durch Anwendung anderer Widerstandsgefässe vermeiden können; warum dies absichtlich nicht geschehen ist, habe ich früher gesagt.

Zweitens entsteht die Frage, wie weit die Correction in der angegebenen Weise, d. h. unter Zugrundelegung der Polarisation an den von Wien benutzten Electroden berechnet werden darf. Hier muss man, wie auch Hr. Wien thut, unterscheiden. Einige untergeordnete Beobachtungsreihen sind von mir, um mit weniger Lösung auszureichen, zwischen kleineren Electroden gewonnen worden ²⁾. Für diese Beobachtungen suchte ich mich zu überzeugen, dass der Fehler unterhalb 1 Proc. blieb, „weil dies für viele Zwecke genügt“. Auf die behufs dieser Controlle von mir angestellten Beobachtungen mit langsameren Stromschwingungen wurde eine grössere als die für den Zweck nothwendige Mühe nicht verwendet und da bei den langsamen Stromschwingungen der Scalenausschlag nur etwa $\frac{1}{4}$ Scalentheil auf 1 Siem.-E. betrug, so ist die Genauigkeit des Resultates hier nicht hoch anzuschlagen. Dass diejenige Beobachtung (mit 1,6 Siem.-E. Zunahme des beobachteten Widerstandes von 70 auf 30 Umdrehungen des Sinusinductors; vgl. Ann. 6, p. 7), aus welcher Hr. Wien auf eine viel grössere Polarisation als die seinige schliesst, von mir gedruckt mitgetheilt worden ist, geschah nur deswegen, weil diese

1) Pogg. Ann. 154. p. 217. 1875; 159. p. 242. 1876; Wied. Ann. 6. p. 15. 1879.

2) F. K., Wied. Ann. 6. p. 7. 1879.

Beobachtung die grösste Abweichung ergeben hatte, also nicht unterdrückt werden durfte. Andere Reihen in meinen Protocollen zeigen mit denselben Electroden kleinere Abweichungen. Auch aus den gedruckten Zahlen würden sich andere Combinationen bilden lassen, welche eine viel kleinere Polarisation anzeigen.

Es hat aber keinen Zweck, diesen Gegenstand zu verfolgen, da es ziemlich gleichgültig ist, ob die betroffenen Körper, nämlich die concentrirteren Lösungen einiger Jodide, Fluoride und Lithiumhydrat ein ganzes Procent Fehler haben oder weniger. Von dem Silbernitrat, welches ein grösseres Interesse bietet als jene Körper, kann man jedenfalls das letztere annehmen, weil erstens die Widerstände da ziemlich gross bleiben und ferner die Electroden frisch überplatinirt worden waren.

Von Bedeutung sind bloss die grossen Electroden. Ueber diese will ich bemerken, dass sie ausgiebig platinirt und schön schwarz waren, und ich halte es von vornherein für sehr unwahrscheinlich, dass ihre Polarisation grösser war, als diejenige der von Wien benutzten Electroden. Zur Berechnung der Polarisation auf Grund der von Hrn. Wien gegebenen Sätze bieten die bei verschiedenen Geschwindigkeiten des Inductors gefundenen scheinbaren Widerstände ein wenn auch unvollkommenes, aber unter Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung für die Bestimmung der Grössenordnung genügendes Material. Jeder Widerstand ist durch 20 Ablesungen des Dynamometers gewonnen, so dass auch langsamere Rotationen bessere Resultate liefern, als man auf den ersten Blick glaubt.¹⁾ Bei der Eingangs erwähnten Arbeit soll der Gegenstand ausführlich behandelt werden.

Wenn es auch selbstverständlich ist, so möchte ich schliesslich noch besonders hervorheben, dass ich nicht im Entferntesten die Neuheit oder das Verdienst von Hrn. Wien's Untersuchung und Auffassung der Electrodenpolarisation in Zweifel ziehen wollte. Dass das Einsetzen einer Capacität nicht ge-

1) Die ungewöhnliche Abweichung in den Werthen zu 15 kg Belastung (Pogg. Ann. 154. p. 9. 1875) hat sich bei der Revision der Protocolle aufgeklärt.

nügte, um alle Erscheinungen zu erklären, empfand ich bei dem Versuche, meine diesbezüglichen Beobachtungen ¹⁾ quantitativ zu behandeln. Aber die Erledigung der Frage ist unterblieben, weil ich den von Hrn. Wien scharfsinnig eingeschlagenen Weg, um dem Gegenstand beizukommen, nicht fand.

Meine neuliche Erwiderung sollte sich nur auf die von mir begangenen Fehler beziehen und lediglich feststellen, dass ich die Fehler des Dynamometers ihrer Grösse nach von vornherein richtig geschätzt hatte und denselben hierdurch in dem Maasse entgangen war, wie ich angenommen hatte. Das ist ein Ehrgeiz, zu welchem ein Physiker nicht nur berechtigt, sondern auch verpflichtet ist.

Charlottenburg, December 1896.

1) F. K., Pogg. Ann. Jubelband p. 301. 1874.

8. *Ueber Rheostatenstöpsel; von Friedrich Kohlrausch.*

Von der schlanken Form des Siemens'schen Rheostatenstöpsels sind manche Werkstätten zu gedrungeneren Gestalten übergegangen, offenbar in der theoretisch ganz richtigen Erwägung, dass der grössere Querschnitt den Widerstand des Stöpsels vermindert. Ueberlegt man aber, dass es von vornherein schwierig und auf die Dauer, schon wegen der Wärmeausdehnung der Hartkautschukplatte, unmöglich ist, einen vollkommenen Contact zwischen dem Stöpsel und den Klötzen herbeizuführen, was auch der Augenschein an einem gebrauchten Stöpsel bestätigt, berechnet man ferner, dass der Widerstand im Stöpsel selbst von dem mittleren empirisch gefundenen „Widerstand eines Stöpsels“ nur etwa den zehnten Theil ausmacht, also sehr wenig in Betracht kommt, so wird man zweifelhaft, ob jene Erwägung richtig war.

Da nun an sich der schlanke Stöpsel der handlichere ist, schon weil er einen geringeren Kraftaufwand beim Einsetzen verlangt, als der dicke, und da er, wie ich nachher zeigen werde, sonstige Nachtheile bei dem Gebrauch viel schwächer besitzt, als die dicke Form, so erschien es mir bei der grossen Verbreitung der Stöpselcontacte der Mühe werth, den vermeintlich geringeren Widerstand des dicken Stöpsels zu prüfen, was sich durch Abzweigen von den Klötzen, während dieselben von einem constanten Strom durchflossen werden, leicht ausführen lässt.

Bei diesen Versuchen hat sich an einer Reihe von Rheostaten verschiedener Firmen herausgestellt, dass in Wirklichkeit die alte Siemens'sche Stöpselform dem dickeren Conus durchaus nicht nachsteht. Es gelang bei allen Formen ziemlich übereinstimmend, auf $\frac{1}{20\,000}$ bis $\frac{1}{25\,000}$ Ohm als Mindestbetrag des Stöpselwiderstandes zu kommen. Zu diesem Behufe wurden die Stöpsel mit feinstem Schmirgelpapier und dann mit Leinwand, die Stöpsellöcher durch einen Stift, der

mit Leinwand oder einem Faden umwickelt war, unter Anwendung von etwas Petroleum gereinigt. Ich erinnerte mich dabei eines Scherzwortes von Werner Siemens als Antwort auf eine Frage, ob das Petroleum als Schmiermittel eines Bürstencontactes die Leitung nicht beeinträchtige, dass „Metalle ohne Petroleum überhaupt nicht leiten“. Das Reinigen mit dem Petroleumläppchen ist in der That den Stöpselcontacten durchaus nicht nachtheilig.

Man überzeugt sich bei solchen Versuchen übrigens bald, dass Stöpselcontacte oft nicht hinreichend gepflegt werden. An gebrauchten Rheostaten überstieg der Durchschnittswerth die obige Zahl um das mehrfache, er belief sich an einem Rheostaten sogar auf 0,001 Ohm, ein Fehler, der aber in wenigen Minuten zu beseitigen war.

Zugleich mag darauf hingewiesen werden, dass das blosse *Eindrücken* des Stöpsels niemals die günstigen Resultate des *Eindrehens* liefert, sondern meistens einen um das Doppelte grösseren Stöpselwiderstand bewirkt.

Wie die Stöpsel, so muss auch die Ueberbrückung durch den Blechstreifen, welche gelegentlich noch, z. B. bei den Siemens'schen Rheostaten als Verbindung mehrerer Klotzreihen verwendet ist, gut gereinigt werden, wenn sie widerstandsfrei sein soll. Das blosse möglichst feste Anziehen der Schrauben liess bei einem Exemplar mindestens $\frac{1}{1400}$ Ohm als Widerstand, während Abschmirlgeln den letzteren auf $\frac{1}{12000}$ verminderte.

Bei den Stöpseln ist nun ausser ihrem Widerstand bei guter Behandlung eine andere Eigenschaft sehr zu beachten. Wenn man einen eingedrückten Stöpsel lüftet, so findet man meistens seine Nachbarn in Mitleidenschaft gezogen, nämlich ihren Widerstand durch Druckverminderung gewachsen. Diese Eigenschaft zeigte sich nun bei den dicken Stöpseln weit stärker vertreten, als bei denen von Siemens'scher Form. Bei den letzteren (kleinster Durchmesser = $3\frac{1}{2}$ mm) stieg durch Ausziehen der beiden Nachbarstöpsel der Widerstand etwa auf das Doppelte, bei einer dickeren Form vom kleinsten Durchmesser 6 mm auf das Vierfache und bei Stöpseln von 8 mm unter Umständen gar auf das Hundertfache, obwohl der Stöpsel fest *eingedreht* war. Bei einem ohne Drehung, aber

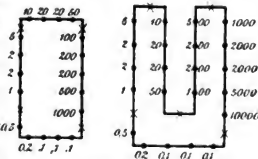
fest eingedrückten betrug das Wachsthum durch Lüften eines Nachbarstöpsels sogar den tausendfachen Werth, führte also zu groben Fehlern. Und auch das Lüften der übernächsten Nachbarn hatte hier einen sehr merklichen, bis auf das zwanzigfache vergrößernden Einfluss, sodass man bei diesen dicken Formen während des Gebrauches eines Rheostaten alle Stöpsel fortwährend unter peinlicher Aufsicht halten muss.

Es bieten also die dicken Stöpsel nicht nur keinen Vortheil, sondern sie bringen empfindliche Nachtheile mit sich und es ist dringend zu wünschen, dass die Werkstätten diese Form aufgeben.¹⁾ Eine bessere als die vor 30 Jahren von Siemens gewählte Gestalt wüsste ich nicht zu nennen. Auch bezüglich der Haltbarkeit sind diese Stöpsel aus Messing nach meinen Erfahrungen durchaus zweckmässig.

Es erscheint endlich nicht überflüssig darauf hinzuweisen, dass die Klötze, um möglichst wenig nachgiebig zu sein, nicht höher sein sollen, als zur Reinigung der Unterlagen nothwendig ist. Die Schrauben unter der Hartkautschukplatte, welche die Klötze festhalten, müssen dem Schraubenzieher zugänglich bleiben, auch nachdem die Widerstandsrollen angebracht sind, um sie nachziehen zu können, wenn es nöthig sein sollte, was gar nicht selten eintritt. Alle Stöpsel sind vor dieser Operation fest einzusetzen.

Charlottenburg, December 1896.

1) Auch die Anordnung der Rheostatenklötze geschieht nicht immer in zweckmässiger Weise. Als gute Schemata für Rheostaten von 0,1 bis 1000, bez. 0,1 bis 10000 dürfen die nebenstehenden bezeichnet werden. Die Gruppen für jede Potenz von 10 sind durch überzählige Stöpsellöcher (x) zu isoliren und haben Zuleitungsklemmen neben denselben. Die Zuleitungen bei gewöhnlichem Gebrauch können also auf irgend einer Seite geschehen und liegen stets nebeneinander; Kurzschluss geschieht durch einen einzigen Stöpsel. Ausserdem kann man jede Gruppe für sich gebrauchen, während dann alle übrigen zusammenhängen, sodass ein solcher Rheostat erheblich vielseitiger verwendbar ist, als der in der alten Weise angeordnete.



9. *Ueber sehr
rasche Schwankungen des Erdmagnetismus;
von Friedrich Kohlrausch.*

Hr. Eschenhagen hat neuerdings die Aufmerksamkeit der magnetischen Observatorien auf die raschen Schwankungen des Erdmagnetismus gelenkt und einige Proben photographisch registrirter Curven veröffentlicht.¹⁾ Das Interesse an diesem Gegenstande veranlasst mich, eine Störungsbeobachtung der nördlichen Horizontalcomponente hier mitzutheilen, die ich am 20. Nov. 1882 in Würzburg mit dem damals neu hergestellten Ablenkungs-Intensitätsvariometer erhalten habe, welches bei seiner geringen Schwingungsdauer und kräftigen Dämpfung Beobachtungen in kurzen Intervallen gestattet. Eine Veröffentlichung verdient auch neben der Curve des Hrn. Eschenhagen diese Beobachtung, erstens, da sie viel stärkere Störungsverhältnisse mit grösseren und rascher verlaufenden Schwankungen betrifft, und zwar an einer Nadel von fünfmal kürzerer Schwingungsdauer als bei jener. Sodann giebt sie ein Beispiel solcher Beobachtungen ohne photographische Registrirung. Obwohl jene schöne Curve erwarten lässt, dass auch Schwankungen, wie die unsrigen, photographisch darstellbar sein würden, so wäre durch die Nothwendigkeit des letzteren Verfahrens doch die wünschenswerthe Ausdehnung der Beobachtungen sehr erschwert.

Die Ablesungen geschahen mit freundlicher Hülfe Hrn. Dr. Strecker's alle zwei Secunden, was bei einiger Uebung keine Schwierigkeiten macht.

Man sieht (Fig. auf folg. Seite) den allmählich verlaufenden Schwankungen im allgemeinen kleine Wellen superponirt. Diesen kurzen Wellen eine besondere Aufmerksamkeit zuzuwenden schien mir schon damals von Interesse und es waren Verabredungen getroffen, unterstützt durch das Entgegenkommen der Reichstelegraphenverwaltung, um bei eintretenden grossen Störungen deren Verlauf an entfernten Stationen gleichzeitig zu verfolgen. Es liegt auf der Hand, dass die Frage nach

1) Eschenhagen, Berl. Sitzungsber. p. 965. 1896.

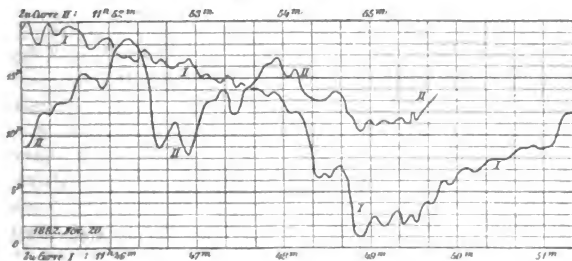
2) F. K., Wied. Ann. 15. p. 540. 1882.

dem Ausbreitungsgebiet kurzer Wellen, ihrem etwaigen Synchronismus oder der zeitlichen Aufeinanderfolge wichtige Handhaben zur Auffindung der Störungsquellen geben kann.

Zur Ausführung sind die ausgedehnten Beobachtungen nicht gelangt, weil jahrelang grössere Störungen nicht zu meiner Kenntniss gekommen sind. Ich will von den damaligen Würzburger Beobachtungen ein Stück, in welchem die kleinen Wellen sich besonders stark ausprägen, hier mittheilen.

Das Variometer wurde mit einem 2600 mm abstehenden Fernrohre beobachtet, die Ablenkungsmagnete standen im Winkel $47,3^\circ$ gegen den Meridian, sodass 1 Scalentheil die relative Aenderung 0,00021 der Horizontalcomponente bedeutet. Die Schwingungsdauer der gedämpften Nadel betrug 1,7 sec, das Dämpfungsverhältniss war $= 2,0$. Wachsenden Scaleneinstellungen entspricht eine Zunahme der Intensität. Die Curve II schliesst sich an I an. Die Curven sind durch alle beobachteten Punkte ohne Ausgleichung hindurch gezogen.

Um auf den Maassstab der Curven von Eschenhagen zu reduciren, müsste man unsere Ordinaten 7 mal grösser, unsere Abscissen 4 mal kleiner zeichnen.



Die kleinen Wellen von etwa 2 Scalentheilen, welche sich auf den allgemeinen Gang der Curven aufsetzen, entsprechen also relativen Schwankungen von etwa $4/10000$, oder absoluten von 0,00008 C. G. S.

Zu anderen Zeiten der damaligen Störung verliefen die Aenderungen auch wohl ohne erhebliche kurze Schwankungen.

Um ein der Wirklichkeit *genau* entsprechendes Bild der Störung mit solchen nach Perioden von durchschnittlich 12 sec

rechnenden kleinen Wellen zu erhalten, hat man natürlich auf eine sehr kleine Schwingungsdauer der Nadel mit einer hinreichenden, aber nicht zu starken Dämpfung zu achten. Das Zurückbleiben s der Nadel hinter der Ruhelage, wenn die letztere sich mit einer Geschwindigkeit dx/dt gleichmässig ändert, ist gleich dem Verhältniss des Dämpfungsmomentes zu der Directionskraft multiplicirt mit dx/dt .

Es sei nämlich D die Directionskraft, also $D \cdot s$ das Drehmoment der um s hinter der ihr eigentlich im Augenblick zukommenden Einstellung zurückgebliebenen Nadel. P sei das Dämpfungsmoment, $P \cdot dx/dt$ also das der Bewegung widerstehende Drehmoment, welches bei gleichmässiger Bewegung gleich $D \cdot s$ ist. Also hat man

$$s = \frac{P}{D} \cdot \frac{dx}{dt}.$$

τ bedeute die Schwingungsdauer der ungedämpften Nadel, K das Trägheitsmoment, so ist

$$D = K \frac{\pi^2}{\tau^2}.$$

Andererseits hat man, wenn A das natürliche logarithmische Decrement bedeutet, die Beziehung

$$A^2(4KD - P^2) = \pi^2 F^2, \text{ oder } P^2 = 4KD A^2 / (\pi^2 + A^2)$$

oder nach Einsetzung des obigen Werthes von D

$$P = 2 \frac{\pi}{\tau} \frac{KA}{\sqrt{\pi^2 + A^2}},$$

also

$$\frac{P}{D} = 2 \frac{\tau}{\pi} \frac{A}{\sqrt{\pi^2 + A^2}} = \frac{2}{\pi^2} \frac{\tau A}{\sqrt{1 + \frac{A^2}{\pi^2}}}.$$

Da π^2 nahe = 10 und da die Wurzel im Nenner sich von 1 wenig unterscheiden wird, so gilt nahe $s = \frac{1}{5} \tau A \cdot dx/dt$.

An unserer Nadel war

$$\tau = 1,7 \text{ sec}, \quad A = \lg \text{nat } 2 = 0,70, \quad \left(\sqrt{1 + \frac{A^2}{\pi^2}} = 1,024 \right),$$

also

$$\frac{1}{5} \tau A = \frac{1}{5} \cdot 1,7 \cdot 0,70 = 0,24.$$

Die vorkommende Geschwindigkeit betrug allerhöchstens 1 Scth./sec, das Zurückbleiben also in diesem Falle $\frac{1}{4}$ Scth.; dasselbe wäre also kaum merklich gewesen.

Wäre durch einen Anstoss eine Schwingung hervorgebracht worden, so würde die letztere nach 3 Schwingungen, d. h. nach 5 sec auf ihren 8. Theil gedämpft worden sein. Man kann leicht 1 sec Schwingungsdauer und das Dämpfungsverhältniss 3 erzielen, wobei das Zurückbleiben seinen obigen Werth behält und ein Anstoss schon nach 2 sec auf seinen 9. Theil reducirt wird.

Die dünnen Stahlspiegel, welche die bei Hartmann & Braun ausgeführten Variometer neuerdings erhalten, werden geeignet sein; allerdings wird man die Empfindlichkeit der Ablesung theilweise in einem beträchtlichen Scalenabstand suchen und nicht in einer äusserst empfindlichen Stellung der Ablenkungsstäbe, weil durch letzteres Hülfsmittel die Schwingungsdauer der Nadel zu gross wird.

Auch ein luftgedämpfter kleiner Spiegel mit aufgeklebten Magnetnadeln nach Art der Nadeln in Lord Kelvin's Galvanometern, den man durch einen Magnet aus passender Nähe und Richtung in eine Stellung senkrecht zum Meridian gezwungen hat¹⁾, dürfte besonders geeignet sein.

Declinationsnadeln wird man zum Zwecke solcher Beobachtungen astasiren, etwa auf vierfache Empfindlichkeit.

Wenn die Zeiten der gleichzeitig beobachtenden Stationen auf Bruchtheile einer Secunde aufeinander bezogen sind, was durch verabredete kräftige Zeichen auch während der Störung telegraphisch zu erreichen sein wird, so kann ausser der Frage nach dem Ausbreitungsgebiete der Störungswellen auch diejenige nach der etwaigen Aufeinanderfolge, also nach der räumlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit und Richtung beantwortet und damit zweifellos ein wichtiges Material zur Untersuchung der Störungsquellen beschafft werden. Ausserdem ist die Frage nach der Constanz der Periode schärfer ins Auge zu fassen. Endlich wird von grosser Bedeutung auch eine gleichzeitige Beobachtung der Störungen einer Declinationsnadel sein. Bei einer Störung vom 13. Nov. 1894 in Strassburg habe ich kurze Wellen an einer vierfach astasirten Declinationsnadel nur schwach auftretend gefunden.

Charlottenburg, December 1896.

1) F. K., Wied. Ann. 22. 420. 1884.

**10. Ueber eine absolute Bestimmung
der Ausdehnung des Wassers; von M. Thiesen,
K. Scheel und H. Diesselhorst.**

(Mittheilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Die Methode der communicirenden Röhren, welche die Bestimmung der thermischen Ausdehnung einer Flüssigkeit, unabhängig von derjenigen eines festen Körpers gestattet, scheint in exacter Ausföhrung bisher nur auf Quecksilber angewendet worden zu sein; hier soll kurz über eine Bestimmung der Ausdehnung des Wassers nach dieser absoluten Methode berichtet werden.

Nach dem Grundprincip der Methode sind die Längen zu messen, bei welchen zwei miteinander communicirende Flüssigkeitssäulen einander das Gleichgewicht halten; diese Längen verhalten sich umgekehrt wie die Dichten der Flüssigkeiten. Doch hat schon Regnault bei seiner Bestimmung der Ausdehnung des Quecksilbers aus practischen Gründen die Längen der zu vergleichenden Säulen nahezu gleich gemacht und dafür die an den nicht communicirenden Enden auftretende Druckdifferenz durch ein Differentialmanometer gemessen, dessen beide Schenkel auf Zimmertemperatur gehalten wurden — er hat, mit andern Worten, den Druck der kälteren dichteren Quecksilbersäule durch eine gleich lange Säule aus warmem Quecksilber und durch eine kurze Quecksilbersäule von Zimmertemperatur ausgeglichen. Dasselbe Princip ist auch im vorliegenden Falle zur Anwendung gekommen und zwar liess man die verticalen Röhren oben miteinander communiciren, während die Druckdifferenz untengemessen wurde; die bei der Construction des Apparates ebenfalls vorgesehene umgekehrte Anordnung ist nicht benutzt worden.

Der Apparat.

Zu den wichtigsten Bestandtheilen des Apparates gehören die beiden einander gleichen Wasserbäder, welche die verticalen Theile der communicirenden Röhren tragen und auf einer constanten Temperatur erhalten. Auf nivellirbaren Fussplatten montirt, welche 180 cm voneinander entfernt auf einen

niedrigen gemauerten Pfeiler gesetzt sind, besteht jedes derselben im wesentlichen aus zwei concentrischen Cylindern, von denen der äussere bei 3 m Länge 20 cm Durchmesser, der innere bei etwas geringerer Länge 14 cm Durchmesser hat. Jedes Bad ist aus einzelnen Stücken Messingrohr sorgfältig aufgebaut; vier Doppelringe aus Messingguss verbinden die einzelnen Rohrstutzen.

Ausserdem erfüllen die Doppelringe noch weitere Aufgaben. Die beiden *mittleren*, 1 m voneinander entfernt, enthalten Ansätze zur Zu- und Abführung des Wassers, dessen Durchfluss das Bad auf der jedesmal gewünschten Temperatur erhalten sollte.¹⁾

Die Cirkulation des Wassers wird durch das in Fig. 1 skizzierte Schema eines Bades verständlich werden. Das Wasser trat durch den unteren Ansatz bei a_1 ein, wurde durch ein im äusseren Cylinder liegendes nahe 1 m langes

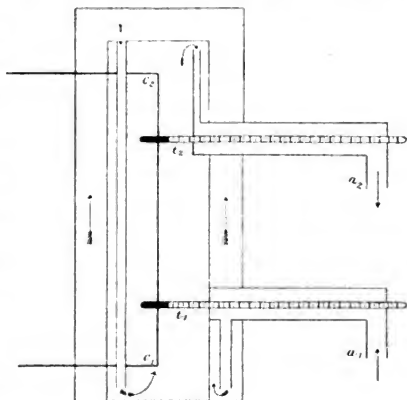


Fig. 1.

Rohr bis nahe zum Boden geführt, trat in den äusseren Cylinder aus, durchfloss denselben seiner Länge nach, wurde

1) Die in einem andern Raume befindlichen Einrichtungen, welche das Wasser liefern, sind für Temperaturen über Zimmertemperatur oder nahe bei 0° früher beschrieben worden. (Wissenschaftl. Abh. d. Phys. Techn. Reichsanstalt, Bd. II, S. 87—95, Berlin 1895). Um Temperaturen unter Zimmertemperatur zu erhalten, wurde dem zum Thermostaten zurückfliessenden Wasser aus einem Eisbade etwas Eiswasser beigemischt, so dass jetzt das Wasser durch die Erwärmung im Thermostaten auf die gewünschte Temperatur gebracht und mit dieser dem Beobachtungsraum zugeführt werden konnte. Das dem Thermostaten im Ueberschuss zugeführte Wasser floss durch einen Heber zum Eisbade zurück.

durch ein im Deckel des innern Cylinders befestigtes, nahe 3 m langes Rohr innerhalb des innern Cylinders zum Boden zurückgeführt, trat hier in den innern Cylinder, durchfloss denselben der Länge nach und wurde schliesslich durch ein nahe 1 m langes Rohr zu dem im oberen Ansatz liegenden Ausfluss a_3 geführt. Dadurch, dass das Wasser auf diese Weise das ganze Bad dreimal, die Enden sogar viermal durchströmte, wurde jede Schichtung der Temperatur vermieden.

Die Ansätze, welche das Heizwasser zu- und abführten, dienten gleichzeitig zur Aufnahme von horizontal liegenden Thermometern t_1 , t_2 , welche die Temperatur im Innern der Wasserbäder und damit auch die Temperatur des nahe der Axe dieser Bäder liegenden Theiles c_1 , c_2 des communicirenden Röhrensystems angaben. Eine hier nicht näher zu beschreibende Vorrichtung, aus einem System von ineinander geschliffenen Röhren bestehend, löste folgende Aufgaben. Die Thermometer konnten in die gefüllten Bäder leicht und rasch ohne merklichen Wasserverlust eingeführt und aus ihnen entfernt werden, ihre Gefässe befanden sich in der Axe des Wasserbades, während der ausserhalb des eigentlichen Bades liegende Theil des Thermometers vom zu- oder abfliessenden Wasser umspült wurde. Die Ablesung erfolgte mittels fest aufgestellter Mikroskope durch eine Spiegelglasplatte und das die Thermometer umspülende Wasser hindurch in optisch sehr befriedigender Weise; die Thermometer konnten leicht um ihre Axe gedreht und daher in den beiden Lagen „Theilung vorn“ und „Theilung hinten“ abgelesen werden.

Die beiden *äussern* Doppelringe, in einem gegenseitigen Abstände von 2 m, vermitteln den Uebergang zwischen den verticalen und den horizontalen Theilen des communicirenden Röhrensystems.

Dieses Röhrensystem besteht aus Messingrohr von 6 mm inneren Durchmesser, welches innen mit sehr reinem Metall verzinkt ist. Diejenigen Theile der horizontal verlaufenden Strecken, welche in den Wasserbädern und bis zu 35 cm von ihnen entfernt liegen, bieten aber eine doppelte Verbindung, da neben den weiteren Röhren noch engere von nur 1 mm innerem Durchmesser liegen. Hähne gestatten die Verbindung mittels der weiteren Röhren ganz aufzuheben; doch konnte

wegen der an sich freilich nicht bedeutenden Temperaturschwankungen die Absicht nicht ausgeführt werden, während der Messungen die Communication nur durch die engen, gut nivellirten Röhren stattfinden zu lassen. Um einen möglichst raschen Uebergang der Temperatur der horizontalen Zweige von der Temperatur des Bades zur Zimmertemperatur herbeizuführen, sind die Messingröhren dicht neben den Bädern durch einen 5 cm starken Klotz aus Hartgummi unterbrochen, der eine enge und eine weitere Bohrung hat, dem Lumen der beiden Messingröhren entsprechend.

Die horizontalen Röhren münden in der durch Fig. 2 schematisch angedeuteten Weise durch Vermittelung von zwischengeschalteten Stopfbüchsen, unten wie oben in Wasserkästen, welche auf einem eisernen Gerüst stehen. Das Gerüst selbst ist in der Mitte des niedrigen Pfeilers eingelassen, welcher auch die Wasserbäder trägt. Jeder Wasserkasten kann als ein allseitig geschlossener, oben mit einem

Schraubhahne versehener Messingkasten betrachtet werden, dessen vordere und hintere Wand durch Spiegelglas-

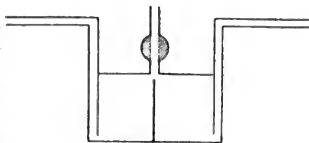


Fig. 2.

plattens ersetzt sind; eine Querwand scheidet den Kasten in zwei Kammern. Die Querwand ist in beiden Kästen oben, im oberen Kasten aber auch unten durchbrochen. Der obere Kasten gestattet daher den Ausgleich des Druckes in dem oberen Theile des Röhrensystems, während sich in den beiden Kammern des untern Kastens im allgemeinen eine Niveaudifferenz herausbildete, deren Grösse dem Unterschied der Wasserdichte in den beiden verticalen Röhren proportional war. Zur Messung dieser Niveaudifferenz diente eine früher veröffentlichte Methode¹⁾, welche darauf beruht, dass die Wasserfläche mitten zwischen einem Striche und seinem durch totale Reflexion entstandenen Spiegelbilde liegt. Zur Anwendung derselben war die hintere Spiegelglasplatte an der Innenseite mit einer 0,5 mm-Theilung aus horizontal durchlaufenden Strichen versehen; zwei auf

1) Thiesen, Zeitschr. f. Instrumentenkunde, 6. 89. 1886.

diese Theilung gerichtete Mikrometermikroskope von Zeiss, deren Objective für die vorliegenden Abbildungsverhältnisse speciell berechnet waren,¹⁾ gestatteten in jeder der beiden Kammern das Wasserniveau gegen diese Theilung festzulegen. Eine auf dem unteren Wasserkasten angebrachte Libelle sollte etwaige Aenderungen in der Neigung der Theilstriche anzeigen.

Die Beobachtungen.

Die Beobachtungen begannen, sobald eine genügende Temperaturconstanz erreicht war, damit, in jedem der beiden Mikroskope den Abstand von je vier direct gesehenen und von je drei gespiegelten Strichen zu bestimmen, um Daten für den Werth des Trommelumganges und für eine später zu besprechende Correction zu gewinnen. Sodann begannen die eigentlichen Messungen mit der Ablesung von vier Hülfsthermometern zur Bestimmung der Lufttemperatur in der Nähe der Wasserkästen. Es folgte die Ablesung der vier Wasserthermometer in den beiden Lagen und im Hin- und Rückgang. Nach Ablesung der Libelle wurde dann zur Festlegung des Niveaus in den beiden Kammern des untern Wasserkastens der Abstand eines direct gesehenen von einem gespiegelten Striche je achtmal gemessen und zwar in einer solchen Reihenfolge, dass ein zeitlicher Gang sich im Mittel der Einstellungen möglichst heraushob. Es folgten dann Ablesungen der Libelle, der Wasserthermometer und schliesslich der Hülfsthermometer.

Alle diese Ablesungen wurden von demselben Beobachter ausgeführt, während ein zweiter des Protocoll führte und der dritte im Nebenraume die Thermostaten und den Electromotor überwachte. Nach Wechsel der Beobachter wurden die Ablesungen wiederholt und im ganzen jedesmal sechs unter gleichen Verhältnissen ausgeführte Beobachtungen gewonnen; zum Schlusse wurden noch die Eispunkte der vier Wasserthermometer genommen. Alle diese Beobachtungen konnten in der Hauptreihe in etwa drei Stunden ausgeführt werden, während die Herstellung der gewünschten Temperatur meistens eine längere Zeit in Anspruch nahm. In einer ersten Reihe

1) Die Dicke der Wasserschicht betrug nahe 6 cm.

waren dieselben Beobachtungen auf je zwei Tage vertheilt worden.

Jedem solchen Satz von sechs Beobachtungen entsprach ein zweiter bei denselben Temperaturen, aber unter Vertauschung zwischen rechts und links ausgeführter Satz, sodass zu jeder Temperaturcombination zwölf Beobachtungen gehören: nur in einem Falle ($35^{\circ}:40^{\circ}$) sind vier überzählige Beobachtungen ausgeführt worden.

In der ersten Reihe kamen die Temperaturcombinationen $20^{\circ}:30^{\circ}$; $10^{\circ}:20^{\circ}$; $0^{\circ}:10^{\circ}$; $30^{\circ}:0^{\circ}$; in der zweiten Hauptreihe $0^{\circ}:4^{\circ}$; $4^{\circ}:10^{\circ}$; $0^{\circ}:10^{\circ}$; $4^{\circ}:15^{\circ}$; $15^{\circ}:20^{\circ}$; $4^{\circ}:20^{\circ}$; $4^{\circ}:25^{\circ}$; $25^{\circ}:30^{\circ}$; $4^{\circ}:30^{\circ}$; $4^{\circ}:35^{\circ}$; $35^{\circ}:40^{\circ}$; $4^{\circ}:40^{\circ}$ zur Beobachtung. Ausserdem wurden noch einige Sätze bei gleichen Temperaturen gewonnen.

Die Berechnung.

Die Berechnung der Versuche war eine ziemlich mühevollen; hier sollen die Punkte nur kurz berührt werden, welche dabei Berücksichtigung fanden.

Zur Bestimmung der Wassertemperatur dienten gut untersuchte und verglichene Thermometer, deren Angaben nach bekannten Principien auf das Wasserstoffthermometer reducirt wurden. Eine kleine Unsicherheit veranlasste nur der Umstand, dass der äussere Druck, dem die Thermometer durch das im Wasserbade cirkulirende Wasser ausgesetzt waren, etwas veränderlich war; man bestimmte ihn nachträglich dadurch, dass man an Stelle der Thermometer in die Wasserbäder Glasröhren einführte, welche das eine Ende eines Manometers bildeten und dass man nun die bei den verschiedenen Temperaturen herrschenden Circulationsbedingungen möglichst genau herstellte.

Die Mikrometerablesungen bedurften einer für beide Mikroskope nahe gleichen Correction, welche wahrscheinlich nicht von den fortschreitenden Schraubenfehlern, sondern von der Verzeichnung der Objective herrührt. Dieselbe wurde gleichzeitig mit einer Bestimmung der Theilungsfehler der Glas-scala an dem fertig montirten Apparate ermittelt. Eine andere Bestimmung dieser Theilungsfehler war vor Montirung der Scala in der Weise ausgeführt worden, dass man letztere mit einer zweiten, ganz gleich getheilten Platte so bedeckte, dass die Theilungsflächen zusammenfielen, die Abstände der

nahe zusammenfallenden Striche maass, und die Messung nach Verschiebung der einen Scala wiederholte. Die Theilungsfehler wurden für die zwei den Mitten der beiden Kammern gegenüberliegenden, etwa 6 cm voneinander entfernten Stellen bestimmt, sodann aber gemittelt, da sich die Messungen mit der Annahme streng paralleler Striche vereinigen liessen. Die absolute Länge der Glasscala wurde durch Vergleichung mit einer Messingtheilung bestimmt; für die Berechnung ihrer Ausdehnung mit der Temperatur genügte ein angenommener Coefficient.

Eine weitere Correction der mikrometrisch gemessenen Abstände zwischen einem direct gesehenen und einem gespiegelten Strich wurde dadurch bedingt, dass die Abstände der gespiegelten Striche voneinander um mindestens 0,02 ihres Werthes zu klein erschienen, sodass die ohne Correction berechnete Lage der Wasseroberfläche von der Wahl der zur Einstellung benutzten Striche abhängig war. Der Grund davon lag offenbar in der durch die Capillarität erzeugten Convexität der Wasseroberfläche gegen die Strahlen, ihr Krümmungsradius in der Mitte bei einem Durchmesser der Kammer von 6 cm mochte einige Meter betragen. Die Correction wurde empirisch aus den am Anfang jeder Beobachtung gemessenen Abständen der gespiegelten Striche abgeleitet und zwar für jede der beiden Reihen gesondert, da zwischen den Reihen eine Aenderung der Blenden stattgefunden hatte, welche vor die Mikroskop-objective gesetzt wurden; ihre Theorie soll besonders behandelt werden. Bei der empirischen Ermittlung der Correction bleibt allerdings die wahre Lage der Wasseroberfläche in jeder der Kammern unbekannt, doch ist der hiervon herrührende Fehler von derselben Art, wie der durch eine Neigung der Theilungsstriche gegen den Horizont veranlasste Fehler und wird mit diesem gleichzeitig eliminirt.

Die weitere Rechnung wurde nach der folgenden Formel ausgeführt, nachdem man sich nach den Angaben der Hülfs-thermometer davon überzeugt hatte, dass Differenzen in der Temperatur der aus dem Wasserbade herausragenden Theile des communicirenden Röhrensystems unberücksichtigt bleiben konnten:

$$\varepsilon_i - \varepsilon_r = \frac{L - R}{L + R} (2\varepsilon - \varepsilon_i - \varepsilon_r) + \frac{2\eta}{L + R} (\varepsilon - \gamma).$$

Dabei bezeichnen ϵ_l und ϵ_r die Dichten des in den verticalen Säulen links und rechts enthaltenen Wassers, L und R die Längen dieser Säulen, ϵ die Dichte des Wassers bei Zimmertemperatur, γ die Dichte der feuchten in dem unteren Wasserkasten enthaltenen Luft, η die Niveaudifferenz im Wasserkasten im Sinne links, weniger rechts.

Von den auf der rechten Seite stehenden Grössen können die ϵ ebenso wie γ mit genügender Genauigkeit aus vorhandenen Tafeln entnommen werden. L und R wurden durch directe Messung bei Zimmertemperatur bestimmt und mit einer angenommenen Ausdehnung des Messings auf die Temperatur der Versuche reducirt.

Die Reduction der direct gemessenen Grösse η ist schon behandelt worden, doch blieb diese Grösse noch in allen Messungen mit demjenigen Fehler behaftet, welcher von einer Neigung der Theilungsstriche gegen die Horizontale herrührt. Es entstand zunächst die Frage, ob die kleinen, durch die Libelle angezeigten Aenderungen dieser Neigung reell waren. Man entschied sich dafür, die Libellencorrection im ganzen Betrage anzubringen. Der dann noch übrig bleibende Neigungsfehler hätte für alle Beobachtungsreihen constant sein müssen, und dadurch eliminirt werden können, dass man die beiden Sätze miteinander verband, in denen die Temperaturen zwischen rechts und links miteinander vertauscht waren.

Die ausgeführten Beobachtungen, darunter auch solche, bei denen rechts und links dieselbe Temperatur herrschte, lassen nun allerdings einen unerklärt gebliebenen¹⁾ zeitlichen Gang erkennen, welcher bei der Hauptreihe einer Aenderung der Neigung der Scala von nahe einer Bogenminute entsprechen würde, während die von der Libelle angezeigten Aenderungen nur wenige Secunden betrug. Eine Berücksichtigung dieses Ganges, welche nur äusserst kleine, ziemlich willkürliche Aenderungen der Resultate bedingen würde, ist unterblieben.

Der Einfluss des Druckes auf die Wasserdichte brauchte

1) Man könnte an eine Verschiebung der Glasscala gegen den Metallkasten, oder an Aenderungen in der Ausbildung der capillaren Oberflächen oder auch an eine einseitige Verunreinigung der Wasserfüllung denken. Doch befriedigen diese Erklärungsversuche beim näheren Eingehen nicht.

nur insofern berücksichtigt zu werden, als er sich mit der Temperatur ändert. Man benutzte die Formel

$$\frac{dv}{dp} = \left(\frac{dv}{dp} \right)_{t=54^\circ} - 0,00003 \left(\frac{t-54}{100} \right)^2.$$

Druckeinheit ist dabei der Druck von 1 m Quecksilber. Das Zeichen der Reduction war in den beiden Reihen das entgegengesetzte, da in der ersten Reihe der obere in der zweiten der untere Wasserkasten mit der Luft communicirte, das Wasser also im Durchschnitt in der ersten Reihe unter einem höhern, in der zweiten unter einem tiefern Drucke als dem der Atmosphäre stand.

Die Verbindung der 12 Beobachtungen, welche zu derselben Temperaturcombination gehören, erfolgte nicht direct, sondern dadurch, dass man die Abweichungen zwischen den aus der Beobachtung gefolgerten und den mittels der Formel

$$1 - \varepsilon = \left\{ 0,58627 + 0,12 \left(\frac{t-41}{100} \right)^2 \right\} \left(\frac{t-4}{t+273} \right)^2$$

berechneten Dichtedifferenzen einführte. Man erreichte dadurch den Vortheil, die verschiedenen Beobachtungen, trotzdem sie sich nicht auf ganz gleiche Temperaturen bezogen, ohne weiteres mitteln und das schliesslich erhaltene Resultat nach einer kleinen systematischen Verbesserung als für den vollen Temperaturgrad gültig ansehen zu können. Dadurch wurde auch die endgiltige Ausgleichung aller erhaltenen Resultate sehr erleichtert. Den verschiedenen Beobachtungen, auch soweit sie bei derselben Temperaturcombination angestellt waren, wurde ein verschiedenes Gewicht beigelegt, bei dessen Berechnung der Temperaturgang während der Beobachtung, der Unterschied der Thermometerablesungen oben und unten, sowie der systematische Gang, den die Mikrometerablesungen zeigten, Berücksichtigung fanden.

Die Resultate.

Die unter Berücksichtigung der Gewichte erfolgte Ausgleichung der Resultate beider Reihen ergab für die einzelnen zur Beobachtung gelangten Temperaturen folgende Werthe für die Dichte bez. das Volumen des Wassers unter dem Drucke einer Atmosphäre, falls die Temperaturen in der internationalen Wasserstoffscala gegeben sind:

$t = 0^{\circ}$	$\varepsilon = 0,999\ 8679$	$\tau = 1,000\ 1321$
3,98	1,000 0060	1,000 0000
10	0,999 7272	1,000 2728
15	0,999 1263	1,000 8745
20	0,998 2298	1,001 7733
25	0,997 0714	1,002 9372
30	0,995 6732	1,003 3456
35	0,994 0576	1,005 9779
40	0,992 2417	1,007 8190

Die übrig bleibenden Fehler betragen nur bei zwei von den 16 Temperaturcombinationen über eine Einheit der sechsten Decimale; die absoluten Werthe liegen denen der besten vorhandenen relativen Bestimmungen sehr nahe.

Einer späteren Mittheilung bleibt die Ableitung von Formeln, welche die Versuche darstellen und die Vergleichung mit den Resultaten anderer Beobachter vorbehalten.

In ausführlicherer Weise soll die Untersuchung s. Z. in den Wissenschaftlichen Abhandlungen der Reichsanstalt veröffentlicht werden.

**11. Eine neue Methode zur
Untersuchung der Wärmeleitung in Krystallen;
von W. Voigt.**

(Aus den Nachrichten der K. Gesellsch. der Wissenschaften zu Göttingen.
Math.-physik. Klasse. 1896. Heft 3.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 24. October 1896.)

I. Abhandlung.

Die de Senarmont'sche Methode¹⁾ zur Bestimmung der relativen Grössen der Hauptleitfähigkeiten und der Lage der Leitfähigkeitsaxen für die Wärme in Krystallen ist unübertrefflich an principieller Einfachheit und überall da ausreichend, wo es sich nur um eine ungefähre Orientirung handelt; aber sie versagt, wenn genaue Resultate abgeleitet werden sollen. Hierbei kommt zunächst die fast immer vorhandene Unmöglichkeit in Betracht, die Grundvoraussetzungen der Theorie zu erfüllen; denn die Isothermen auf einer von einem Punkte aus erwärmten Krystallplatte stellen nur dann Ellipsen dar, deren Hauptaxen den Wurzeln aus den Hauptleitfähigkeiten proportional sind, wenn die Platte *sehr* — streng unendlich — gross gegen die Isotherme und diese wieder *sehr* — streng unendlich — gross gegen die Dicke der Platte ist. Sucht man aber diese Annahme dadurch zu erfüllen, dass man die Dicke der Platte so klein wählt, als technisch möglich, so entsteht eine neue wesentliche Fehlerquelle durch die Betheiligung der auf der Platte zum Zwecke der Darstellung der Isothermen aufgetragenen Wachsschicht an dem ganzen Vorgang; denn wenn auch die Leitfähigkeit dieser Schicht klein genug wäre, um ausser Betracht bleiben zu können, so würde doch jedenfalls ihre sehr beträchtliche Schmelzwärme ins Gewicht fallen und, wie man leicht sieht, bewirken, dass die Axen der Isothermen weniger voneinander differiren, als es ohne die Anwesenheit der Wasserschicht stattfinden würde.²⁾

1) H. de Senarmont, Compt. rend. 25. p. 459. 707. 1847.

2) Dass das hier und da angepriesene Verfahren, Isothermen, statt auf dünnen Platten, auf natürlichen Krystallflächen hervorzubringen,

Ausser diesen theoretischen stehen auch praktische Schwierigkeiten der Anwendung der de Senarmont'schen Methode zu exacten Bestimmungen entgegen. Die messbaren Radien der Isothermen sind den *Wurzeln* aus den Hauptleitungsconstanten proportional; hieraus folgt die relative Unsicherheit des gesuchten Quotienten dieser Constanten gleich der *doppelten Summe* der relativen Unsicherheiten der Messungen der Radien, und das ist ein ungünstiges Verhältniss. Die Bestimmung der Richtungen der Leitfähigkeitsaxen macht sich noch unvortheilhafter, da diese Axen mit den maximalen bez. minimalen Durchmessern der Isothermen identisch sind und deren Richtung keineswegs scharf ausgeprägt ist.

Hiernach dürfte eine neue Methode zur Erreichung des von de Senarmont verfolgten Zieles, welche die genannten Uebelstände vermeidet und überdies mit weniger Material auskommt, nicht überflüssig sein. Die Auseinandersetzung und die Mittheilung der mit ihrer Hülfe erhaltenen Resultate bildet den Gegenstand dieser Arbeiten.

I. Theorie der Methode.

Wir führen ein Coordinatensystem X_0, Y_0, Z_0 ein, dessen Axen mit den Leitfähigkeitsaxen zusammenfallen, daneben ein System X, Y, Z , das gegen das erstere um einen Winkel φ im positiven Sinne um die gemeinsame Z -Axe gedreht ist. Wir setzen zunächst einen Krystall ohne rotatorische Qualität voraus und schreiben demgemäss für die Componenten u_0, v_0, w_0 der Wärmeströmung nach dem ersten Axensystem

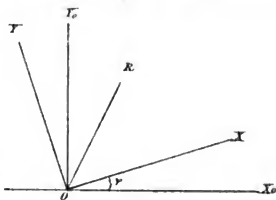


Fig. 1.

$$(1) \quad -u_0 = \lambda_1 \frac{\partial \tau}{\partial x_0}, \quad -v_0 = \lambda_2 \frac{\partial \tau}{\partial y_0}, \quad -w_0 = \lambda_3 \frac{\partial \tau}{\partial z_0},$$

aus theoretischen Gründen zu numerischen Bestimmungen durchaus ungeeignet ist, mag nur beiläufig erwähnt werden. Die von Röntgen (Pogg. Ann. 151. p. 603. 1874) angegebene Methode, die auf behauchte Platten gestreutes Lykpodium benutzt, gestattet wegen der beträchtlichen Grösse der Lykpodiumkörner keine scharfen Messungen.

und für die u , v , w nach dem zweiten

$$(2) \quad \begin{cases} -u = \lambda_{11} \frac{\partial \tau}{\partial x} + \lambda_{12} \frac{\partial \tau}{\partial y}, & -v = \lambda_{21} \frac{\partial \tau}{\partial x} + \lambda_{22} \frac{\partial \tau}{\partial y}, \\ & -w = \lambda_3 \frac{\partial \tau}{\partial z}. \end{cases}$$

Hier ist dann τ die Temperatur und

$$(3) \quad \begin{cases} \lambda_{11} = \lambda_1 \cos^2 \varphi + \lambda_2 \sin^2 \varphi, & \lambda_{22} = \lambda_1 \sin^2 \varphi + \lambda_2 \cos^2 \varphi, \\ \lambda_{12} = \lambda_{21} = -(\lambda_1 - \lambda_2) \sin \varphi \cos \varphi. \end{cases}$$

Wird nun insbesondere eine Wärmeströmung (I) erzeugt, die keine Componente nach der X -Axe giebt, so gilt für dieselbe

$$(4) \quad 0 = \lambda_{11} \frac{\partial \tau}{\partial x} + \lambda_{12} \frac{\partial \tau}{\partial y};$$

wird eine Strömung (II) erzeugt, die keine Componente nach der Y -Axe liefert, so entspricht dieser

$$(5) \quad 0 = \lambda_{21} \frac{\partial \tau}{\partial x} + \lambda_{22} \frac{\partial \tau}{\partial y}.$$

In der XY -Ebene gehören dann der Strömung (I) Isothermen zu, deren — stets kleiner — Neigungswinkel gegen die X -Axe die Tangente α hat, gegeben durch

$$(6) \quad \alpha = \frac{\partial \tau}{\partial x} / \frac{\partial \tau}{\partial y} = -\lambda_{12} / \lambda_{11};$$

der Strömung (II) entsprechen solche, deren Neigungswinkel gegen die Y -Axe die Tangente β hat, bestimmt durch

$$(7) \quad \beta = \frac{\partial \tau}{\partial y} / \frac{\partial \tau}{\partial x} = -\lambda_{21} / \lambda_{22}.$$

Dabei sind die Tangenten bez. die zugehörigen Winkel positiv, wenn die Richtungen der Isothermen in dem zweiten und vierten Quadranten liegen.

Setzen wir die Werthe der λ_{hk} aus (3) ein, so ergibt sich

$$(8) \quad \alpha = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2) \sin 2\varphi}{(\lambda_1 + \lambda_2) + (\lambda_1 - \lambda_2) \cos 2\varphi} = \frac{\kappa \sigma}{1 + \kappa \gamma},$$

$$(8') \quad \beta = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2) \sin 2\varphi}{(\lambda_1 + \lambda_2) - (\lambda_1 - \lambda_2) \cos 2\varphi} = \frac{\kappa \sigma}{1 - \kappa \gamma},$$

wobei

$$(9) \quad \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \kappa, \quad \cos 2\varphi = \gamma, \quad \sin 2\varphi = \sigma$$

gesetzt ist.

Schliesslich betrachten wir noch eine Strömung (III) parallel einer Richtung R , die um 45° gegen die $+X$ - und $+Y$ -Richtung geneigt ist; für die Tangente ϵ des Winkels, den die ihr entsprechende Isotherme gegen die zu R normale Richtung im Quadranten $+X$, $-Y$ einschliesst, erhält man aus (8)

$$(10) \quad \epsilon = \frac{-(\lambda_1 - \lambda_2) \cos 2\varphi}{(\lambda_1 + \lambda_2) + (\lambda_1 - \lambda_2) \sin 2\varphi} = \frac{-\kappa \gamma}{1 + \kappa \sigma}.$$

Dabei ist ϵ in demselben Sinne zu zählen, wie α .

Von diesen Resultaten machen wir nunmehr verschiedene Anwendungen.

Erstens sei ein Krystall vorausgesetzt, dessen thermische Leitfähigkeitsachsen X_0 , Y_0 , Z_0 gemäss der physikalischen Symmetrie des Krystalles ihrer Richtung nach sämtlich bekannt sind.

Wir schneiden aus ihm eine Platte einer thermischen Symmetrieebene $X_0 Y_0$ parallel und bringen in ihr eine Wärmeströmung hervor, die keine Komponente nach der um den Winkel φ gegen die Hauptaxe X_0 geneigten X -Axe besitzt; dann liefert, wenn α und φ als messbar vorausgesetzt werden, die Formel (8) unmittelbar die Bestimmung von κ laut

$$(11) \quad \kappa = \frac{\alpha}{\sigma - \alpha \gamma}.$$

Zweitens sei ein Krystall vorausgesetzt, an dem wenigstens die eine thermische Symmetrieebene $X_0 Y_0$ nach Symmetrie angebbar ist.

Wir schneiden dann aus ihm abermals eine Platte dieser Symmetrieebene parallel und bringen die Strömungen (I) bez. (II) hervor, die keine Komponente nach der wie oben festgelegten, aber willkürlichen X - bez. Y -Axe haben; dann folgt, wenn wir α und β als messbar annehmen, aus (8) und (8')

$$(12') \quad \kappa^2 = \frac{4\alpha^2\beta^2 + (\beta - \alpha)^2}{(\beta + \alpha)^2}, \quad \frac{\sigma}{\gamma} = \operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\alpha\beta}{\beta - \alpha}.$$

Bringen wir dagegen die obigen Strömungen (I) und (III) hervor und betrachten α und ϵ als messbar, so folgt aus (8) und (10)

$$(12) \quad \kappa^2 = \frac{\epsilon^2(1 + \alpha)^2 + \alpha^2(1 - \epsilon)^2}{(1 + \epsilon\alpha)^2}, \quad \frac{\sigma}{\gamma} = \operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\alpha(1 - \epsilon)}{\epsilon(1 + \alpha)}.$$

Es bestimmt sich somit in den letzten beiden Fällen zugleich die für das Verhältniss der Hauptleitungsfähigkeiten λ_1/λ_2 charakteristische Grösse κ und der Richtungswinkel φ der Hauptachsen X_0, Y_0 gegen die willkürlich gewählten X, Y .

Um nun eine Strömung in einer gewünschten, zunächst beliebigen Strömung R' hervorzubringen und den Winkel der Isotherme gegen die dazu normale Richtung zu messen, verfahren wir folgendermaassen.

Wir geben der zur $X_0 Y_0$ -Ebene parallelen Platte rechteckige Gestalt, die Kanten normal und parallel zu der bestimmten Richtung R' , wir halbiren die Platte durch einen zu R' parallelen Schnitt und kitten die beiden Theile wieder zusammen, nachdem wir den einen um die Normale zu jenem Schnitt um 180° gedreht haben. Für die so erhaltene *Zwillingsplatte* (vgl. Fig. 2) ist der Schnitt eine

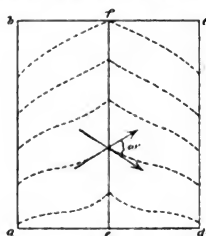


Fig 2.

Symmetrieebene. Bringen wir also die eine der zu R' normalen Schmalseiten, z. B. $\overline{a d}$, in Berührung mit einem Körper von constanter Temperatur, und tragen wir Sorge, dass auch im übrigen die äusseren Verhältnisse zur Schnittfläche $\overline{e f}$ symmetrisch sind, so muss die Wärmeströmung in der Nähe des Schnittes diesem parallel verlaufen, also ihre in der Plattenebene gelegene Komponente

normal zu R' verschwinden. Die ihr entsprechenden Isothermen auf der Platte müssen daher in der Schnittlinie unter einem Winkel ω' zusammenstossen, der das Doppelte von dem ist, dessen Tangente oben eingeführt wurde.

Fällt R' mit der Y -Axe zusammen, so mag dieser Winkel ψ heissen, und es gilt dann

$$(13) \quad \alpha = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \psi = \frac{\kappa \sigma}{1 + \kappa \gamma};$$

fällt R' mit der X -Axe zusammen, so sei er mit χ bezeichnet, und es gilt

$$(14) \quad \beta = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \chi = \frac{\kappa \sigma}{1 - \kappa \gamma};$$

fällt R' in die Mitte zwischen $+X$ und $+Y$, also in das früher sogenannte R (Fig. 1), so heisse er ω , und es gilt

$$(14) \quad \varepsilon = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \omega = \frac{-x\gamma}{1+x\sigma}.$$

Die Lösung der gestellten Aufgabe ist hierdurch auf die Messung der Winkel ψ , χ und ω zurückgeführt, über deren praktische Ausführung weiter unten zu sprechen sein wird.

Hier seien zunächst die theoretischen Vorzüge der entwickelten Methode hervorgehoben.

Als erster Vorthail ist geltend zu machen, dass die Voraussetzungen der Theorie mit voller Strenge durch das Experiment zu verificiren sind; es wird keine unendlich grosse und unendlich dünne Platte verlangt, die Wahl der Dimensionen kann vielmehr ausschliesslich nach praktischen Gesichtspunkten erfolgen. Auch giebt eine etwa zur Darstellung der Isothermen auf die Oberfläche der Platte gebrachte fremde Schicht nicht Veranlassung zu Fehlern, denn die obige Entwicklung erleidet durch eine solche keine Veränderung.

Als zweiter Vorthail kommt das günstige Verhältniss in Betracht, in dem die gemessenen Grössen zu den eigentlich zu bestimmenden stehen. Betrachten wir den oben als *ersten* genannten Fall, und lassen wir den Winkel $\frac{1}{2}\psi$ klein sein, so nimmt die Gleichung (11) die Gestalt an

$$(15) \quad x = \frac{\psi}{2\sigma - \psi\gamma}.$$

Für die Beobachtungen wählen wir aus später zu erörternden Gründen zumeist $\varphi = \pm 45^\circ$, also $\gamma = 0$, $\sigma = \pm 1$, erhalten somit noch einfacher

$$(16) \quad x = \pm \frac{1}{2} \psi,$$

und nach (9) bei Einführung der Abkürzung π

$$(17) \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \pi = \frac{1-x}{1+x} = \frac{2 \mp \psi}{2 \pm \psi}.$$

Hieraus ergibt sich aber durch logarithmisches Differentiiren

$$\frac{\delta \pi}{\pi} = \mp \frac{4 \delta \psi}{4 - \psi^2},$$

und bei Vernachlässigung von ψ^2 neben 4

$$\frac{\delta \pi}{\pi} = \mp \delta \psi.$$

Die relative Unsicherheit $\delta\pi/\pi$ von π ist somit gleich der absoluten Unsicherheit $\delta\psi$ von ψ . Es bietet nun keine Schwierigkeit, ψ bis auf $1/2^\circ$ genau zu bestimmen; die Methode giebt dann für λ_2/λ_1 bereits eine kleinere Unsicherheit, als 1 Proc. — unter günstigen Umständen kann man aber die Genauigkeit noch weiter treiben.

Bedenkt man, dass, *ganz abgesehen von der Frage, ob ihre Theorie bis auf solche Grössen richtig ist*, bei der älteren Methode, um λ_2/λ_1 bis auf 1 Proc. genau zu erhalten, die beiden Axen der Isotherme bis auf $1/400$ genau gemessen werden müssen, so erkennt man leicht den Vorzug des neuen Verfahrens.

Ein weiterer Vortheil tritt hervor, wenn man die Orientirung der Doppelplatte, d. h. also den Winkel φ bestimmt, bei welchem ψ möglichst gross wird; man findet für denselben nämlich

$$\gamma = \cos 2\varphi = -\kappa.$$

Da κ nach seiner Bedeutung in Wirklichkeit meistens eine kleine Zahl ist, so ergiebt sich für φ nahezu der Betrag $\pm 45^\circ$; dieser Werth ist bereits oben vorausgesetzt; jetzt erkennt man, dass er keineswegs sehr genau erreicht zu sein braucht, um dennoch die obigen Formeln anwenden zu dürfen.

Um für quadratische und hexagonale Krystalle die Verhältnisse der Hauptleitungsfähigkeiten zu bestimmen, braucht man nur eine Doppelplatte parallel einem Hauptschnitt; bei rhombischen Metallen bedarf es deren zwei, die verschiedenen Symmetrieebenen parallel liegen.

In dem *zweiten* Fall, dass nicht alle drei thermischen Symmetrieaxen, sondern nur eine Symmetrieebene an dem Krystall ausgeprägt ist, liegen die Verhältnisse natürlich ungünstiger; speciell übersieht man leicht direct, und die Discussion der Formeln (12') bestätigt es, dass, wenn man, wie zunächstliegend, zwei der Symmetrieebene parallele und *normal* zu einander orientirte Doppelplatten benutzt, die Anforderungen genauer Bestimmung von κ und von φ sich derart widersprechen, dass sie gleichzeitig nicht erfüllbar sind.

Dagegen liefert die Anwendung zweier derartiger um 45° gegeneinander verdrehter Präparate eine sehr leistungsfähige Methode.

Zu ihrer Discussion nehmen wir wiederum die messbaren Winkel ψ und ω der Isothermen als klein an und erhalten bei Vernachlässigung der Grössen zweiter Ordnung aus (12)

$$(18) \quad \kappa^2 = \frac{1}{16} (\omega^2 (2 + \psi)^2 + \psi^2 (2 - \omega)^2), \quad \operatorname{tg} 2\varphi = -\frac{\psi(2 - \omega)}{\omega(2 + \psi)};$$

bei Vernachlässigung der ersten Ordnung folgt noch einfacher

$$(19) \quad \kappa^2 = \frac{1}{4} (\omega^2 + \psi^2), \quad \operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\psi}{\omega}.$$

Hieraus ergibt sich

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta \kappa}{\kappa} = \frac{\omega \delta \omega + \psi \delta \psi}{\omega^2 + \psi^2} = \frac{\delta \omega}{\omega} \cdot \frac{\omega^2}{\omega^2 + \psi^2} + \frac{\delta \psi}{\psi} \cdot \frac{\psi^2}{\omega^2 + \psi^2}, \\ 2 \delta \varphi = \frac{\omega \delta \psi - \psi \delta \omega}{\omega^2 + \psi^2} = \left(\frac{\delta \psi}{\psi} - \frac{\delta \omega}{\omega} \right) \frac{\omega \psi}{\omega^2 + \psi^2}, \end{array} \right.$$

und dies zeigt, dass die relative Unsicherheit von κ von der Ordnung der relativen Unsicherheiten von ψ und ω und die absolute Unsicherheit von φ halb so gross ist. Dass die letztere Grösse mit gleichzeitig abnehmendem ω und ψ rapid zunimmt, liegt in der Natur der Sache; bei gleichzeitig verschwindendem ω und ψ , d. h., wenn der Krystall zu einem isotropen Körper degenerirt, wird ja die Richtung der Leitfähigkeitsachsen vollständig unbestimmt.

Im Vorstehenden ist stillschweigend angenommen, dass ψ und ω , demgemäss auch $\delta \psi / \psi$ und $\delta \omega / \omega$, von gleicher Grössenordnung sind. Es ist aber bemerkenswerth, dass, wenn, was leicht eintreten kann, eine der beiden Grössen, z. B. ψ , sehr klein gegen die andere, also ω , ist, während $\delta \psi$ und $\delta \omega$ von gleicher Ordnung bleiben, dadurch die Genauigkeit von κ und φ nicht berührt wird; denn die letzteren Formeln reduciren sich dann auf

$$\frac{\delta \kappa}{\kappa} = \frac{\delta \omega}{\omega}, \quad 2 \delta \varphi = \frac{\delta \psi}{\omega}.$$

Wegen

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \pi = \frac{1 - \kappa}{1 + \kappa}$$

erhält man übrigens auch noch aus (20) bei, wie vorausgesetzt, kleinem κ

$$(21) \quad \frac{\delta \pi}{\pi} = - \frac{(\omega \delta \omega + \psi \delta \psi)}{\omega^2 + \psi^2},$$

woraus wie p. 355 die sehr günstige Bestimmung der eigentlich gesuchten Grösse λ_2/λ_1 durch die Winkel ω und ψ ersichtlich wird.

Die neue Methode erfordert in dem betrachteten zweiten Falle zur blossen Bestimmung der Verhältnisse in der Symmetrieebene *zwei* Platten, wo die alte mit nur *einer* auskam; da aber die hier verlangten Platten nur klein zu sein brauchen und von Krystallen ungleich leichter mehrere kleinere Präparate beschafft werden können, als ein grösseres, so ist das kein irgend erheblicher Nachtheil.

Sind die Grössen der beiden Hauptleitfähigkeiten und die Lage der Leitfähigkeitsaxen in der Symmetrieebene gefunden, so geschieht die Bestimmung der Verhältnisse der dritten Hauptleitfähigkeit zu den beiden ersteren nach dem oben Gesagten mit Hülfe einer normal zu jener Symmetrieebene durch zwei Axen gelegten Doppelplatte. —

Bisher sind Krystalle mit rotatorischen Qualitäten ausdrücklich ausgeschlossen worden; unsere Methode scheint aber geeignet, auch die Frage nach der Existenz solcher Eigenschaften ein Stück zu fördern. Hr. Ch. Soret¹⁾ konnte zwar die rotatorischen Glieder in den Wärmeleitungsgleichungen bei Apatit, Dolomit, Gyps und Erythrit mit seinen Mitteln nicht nachweisen; dieselben sind somit jedenfalls sehr klein und meist zu vernachlässigen, aber es ist nicht ausgeschlossen, dass feinere Hilfsmittel ihr Vorhandensein dennoch aufdecken. Eine solche Untersuchung hat ein hohes theoretisches Interesse; denn wenn die Anwendung der feinsten verfügbaren Mittel gleichfalls ein negatives Resultat ergibt, so wird man nach Gesichtspunkten suchen müssen, die Theorie der Wärmeleitung so zu verändern, dass sie rotatorische Qualitäten als *unmöglich* erscheinen lässt.

Dass die von Hrn. Soret angewandten Methoden nicht das äusserste bisher erreichbare Maass von Schärfe besitzen, spricht er selbst aus, indem er an einer Stelle die Unsicherheit seiner Messungen auf $\frac{1}{30}$ bis $\frac{1}{60}$ schätzt. Sein erstes Verfahren, eine Gypsplatte längs einer Geraden zu zerschneiden, die Hälften in einem sehr kleinen Abstand wieder zusammen-

1) Ch. Soret, Arch. de Gen. 29. Nr. 4. 1893; 32. Nr. 12. 1884.

zufügen, zwei Punkte zu beiden Seiten dieses Spaltes zu Wärmequellen zu machen und den Verlauf der Isothermen nach dem de Senarmont'schen Verfahren längs des Spaltes zu verfolgen, ist auch principiell nicht unbedenklich, da keinerlei Veranlassung vorliegt, die Wärmeströmung nächst dem Spalt als diesem parallel anzusehen; und doch ist dies die Voraussetzung für das Eintreten einer Unstetigkeit der Isothermen. Sein zweites Verfahren, Isothermen auf den natürlichen Flächen gewisser Krystalle hervorzubringen, die nach Symmetrie rotatorische Qualitäten besitzen können, und ihre Symmetrieverhältnisse messend zu untersuchen, erweist sich dadurch als wenig scharf, dass es auch diejenige Dissymmetrie, die ohne rotatorische Einflüsse auftreten muss, nicht aufzudecken vermocht hat.

In der That, schreiben wir für einen einaxigen Krystall, dessen Hauptaxe wir zur Z_0 -Axe wählen, die Ausdrücke für die Strömungskomponenten der Wärme

$$(22) \quad u_0 = \lambda_1 \frac{\partial \tau}{\partial x_0} - \lambda \frac{\partial \tau}{\partial y_0}, \quad v_0 = \lambda \frac{\partial \tau}{\partial x_0} + \lambda_1 \frac{\partial \tau}{\partial y_0}, \quad w_0 = \lambda_3 \frac{\partial \tau}{\partial x_0},$$

führen wir ein zweites Coordinatensystem Ξ, H, Z nach dem Schema

$$(23) \quad \left\{ \begin{array}{c|ccc} & \Xi & H & Z \\ \hline X_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ Y_0 & \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ Z_0 & \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{array} \right.$$

ein, so wird die Komponente ω nach der Richtung von ζ gegeben sein durch

$$(24) \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega = ((\lambda_3 - \lambda_1) \gamma_1 \gamma_3 - \lambda \gamma_2) \frac{\partial \tau}{\partial \xi} + ((\lambda_3 - \lambda_2) \gamma_2 \gamma_3 + \lambda \gamma_1) \frac{\partial \tau}{\partial \eta} \\ \quad + ((\lambda_3 - \lambda_1) \gamma_3^2 + \lambda_1) \frac{\partial \tau}{\partial \zeta}. \end{array} \right.$$

Ist dann die ΞH -Ebene die Begrenzungsfläche des Krystalles, und ist λ' die Constante der äusseren Leitfähigkeit, so gilt für $\zeta = 0$

$$(25) \quad \omega + \lambda' \tau = 0,$$

d. h., wenn man zur Vereinfachung die ΞZ -Ebene in den Hauptschnitt $X_0 Z_0$ legt, also $\gamma_2 = 0$, $\gamma_1 = -\alpha_3$ macht:

$$(26) \quad 0 = \lambda' \bar{\tau} - (\lambda_3 - \lambda_1) \alpha_3 \gamma_3 \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \xi} - \lambda \alpha_3 \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \eta} + (\lambda_1 \alpha_3^2 + \lambda_3 \gamma_3^2) \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \zeta}.$$

Diese Formel zeigt aber, dass, falls nur γ_3 nicht verschwindet, die Isothermen ebensowohl in Bezug auf die Ξ -, wie in Bezug auf die H -Axe unsymmetrisch sind. Wenn somit, wie Hr. Sorét sagt, bei Dolomit die Beobachtung auf einer Rhomboëderfläche *keinerlei* Dissymmetrie der Isothermen ergab, so ist auch die Wirkung des zweiten Gliedes dieser Formel unmerklich gewesen; so wenig aber dieses factisch gleich Null war, so wenig wird man das Verschwinden des dritten als befriedigend erwiesen ansehen können.

Es erscheint somit wünschenswerth, Hülfsmittel von grösserer Schärfe zur Entscheidung der Frage heranzuziehen, und die vorstehend auseinandergesetzte und theoretisch durchaus sicher gestellte Methode dürfte dergleichen bieten, wenn es gelingt, ein für feine Beobachtungen genügend homogenes Material aufzutreiben, — was mir, beiläufig gesagt, noch nicht ganz geglückt ist.

Bleiben wir bei einem optisch einaxigen Krystall stehen, so gilt für eine der oben vorausgesetzten, normal zur Hauptaxe geschnittenen künstlichen Zwillingsplatten statt (13) nach (22) die Formel

$$(27) \quad \alpha = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \psi = \frac{\lambda}{\lambda_1};$$

es bedarf also keiner messbaren Grösse, sondern nur eben der Wahrnehmbarkeit eines Knickes im Verlauf der Isotherme, um die Existenz der rotatorischen Constante λ nachzuweisen. Zur Feststellung eines solchen stehen aber in den Thermoketten Hülfsmittel von fast beliebiger Empfindlichkeit zur Verfügung, sodass, wie gesagt, nur die Beschaffung des Beobachtungsmaterials ernstere Schwierigkeiten bietet.

Ich hoffe aber auch diese mit der Zeit überwinden zu können.

II. Anordnung der Beobachtungen.

Die Herstellung der Präparate für die Untersuchung der Wärmeleitung nach der oben auseinandergesetzten Methode wird man natürlich einem technischen Institute überlassen; die von mir benutzten Platten hat die Firma Dr. Steeg und Reuter in Bad Homburg in sehr vollkommener Weise ausgeführt.

Bei der Bearbeitung optisch einaxiger Krystalle ist die äusserste Sorgfalt bezüglich der Einhaltung der theoretisch vorausgesetzten Orientirung *nicht* nöthig; kleine Abweichungen der Plattenebene vom Hauptschnitt, und des Zwillingschnittes von der Neigung 45° gegen die Hauptaxe wirken auf das Endresultat nur in einem Gliede zweiter Ordnung. Dasselbe gilt bezüglich der Krystalle des rhombischen Systemes. Bei monoklinen Krystallen sind kleine Abweichungen der Platten aus der Symmetrieebene gleichfalls unbedenklich, dagegen ist die genaue Bestimmung der Lage der Zwillingschnitte Vorbedingung für ein zuverlässiges Resultat. Weicht die gegenseitige Orientirung der beiden Platten merklich von 45° ab, so sind complicirtere, übrigens aus (8) leicht zu gewinnende Formeln an Stelle von (18) anzuwenden.

Was die Dimensionen der Präparate angeht, so wird hierbei das verfügbare Material in erster Linie bestimmend wirken; jedenfalls sind schon Platten von 6—8 mm Kantenlänge und 1—2 mm Dicke recht wohl zu Messungen geeignet.

Wesentlich für die Genauigkeit der Beobachtungen ist, dass der verkittete Schnitt sich auf der Oberfläche des Präparates nur als eine sehr feine Linie, und nicht etwa als eine Rille markirt. —

Um die Isothermen auf den zu beobachtenden Platten darzustellen, erwies sich der bei Anwendung der de Senarmont'schen Methode gewöhnlich benutzte Ueberzug derselben mit einem Gemisch von Wachs und Terpentin als nicht ganz vorthellhaft. Ein solches Gemisch hat keinen scharf definirten Schmelzpunkt, und infolge dessen ist auch die Grenze, bis zu der die Schmelzung auf solch einem Ueberzug fortschreitet, nicht scharf ausgeprägt. Die Beobachtung aber an den schärfer bezeichneten inneren Rand des kleinen, aus der geschmolzenen

Substanz gebildeten Walles anzuknüpfen, wie mehrfach gerathen worden, ist bedenklich, weil diese Linie wahrscheinlich gar keine Isotherme ist¹⁾ und jedenfalls häufig die von der Theorie gegebene Unstetigkeit an der Grenze der beiden Plattenhälften in abgerundeter Form zeigt.

Will man mit dem Wachs-Terpentin-Gemisch operiren, so empfiehlt es sich nach meiner Erfahrung, die Beobachtungen an eine eigenthümliche Grenzlinie anzuknüpfen, die auf dem genannten Wall nahe dessen äusserem Rande ein mehr und ein minder durchsichtiges Gebiet scheidet. Diese Linie bezeichnet wahrscheinlich die Schmelzgrenze eines Bestandtheiles des sehr complicirten Gemisches; sie ist gut ausgeprägt und zeigt, wenn der Ueberzug, und daher auch der Wall, nicht zu dick ist, die Unstetigkeit sehr sauber.

Um eine noch schärfer markirte Schmelzgrenze zu erhalten, habe ich Versuche mit verschiedenen reinen organischen Substanzen mit niedrigem Schmelzpunkt angestellt, die mir durch das Entgegenkommen meines verehrten Collegen Prof. Wallach zur Verfügung standen. Der Erfolg war ein negativer: die Körper benetzten entweder im geschmolzenen Zustand die Krystallpräparate überhaupt nicht und liessen sich somit nicht in dünner Schicht auftragen, oder sie erstarrten grob krystallinisch und ergaben demnach ganz unregelmässige, gezackte Schmelzcurven.

Sehr brauchbar erwies sich *Elaidinsäure* mit einem Zusatz des Wachsterpentin-gemisches, dessen Betrag je nach der Benetzbarkeit des benutzten Krystalles von 0,1 bis fast 0,5 ihres Volumens variirte; namentlich, wo ein geringer Zusatz genügt, werden die Grenzcurven tadellos und markiren sich im durchgehenden Lichte als dunkle, im reflectirten als helle, scharf begrenzte Linien. Aber *Elaidinsäure* ist ein ziemlich theures Präparat, und wenn ich es gleich zu meinen Messungen meistens benutzt habe, so bleibt es doch wünschenswerth, noch

1) Vermuthlich wird die Breite des Walles durch die Oberflächenspannung der geschmolzenen Substanz bestimmt und ist sonach bei den elliptischen Isothermen der de Senarmont'schen Methode ringsum nahe constant. Dann ist aber jedenfalls der innere Rand keine Isotherme, und die an ihm angestellten Messungen müssen das Axenverhältniss mehr von Eins abweichend ergeben, als richtig.

andere Hilfsmittel aufzufinden, um die auseinandergesetzte Methode einzubürgern. —

Mit welcher Substanz man aber operiren möge, Vorbedingung des Erfolges bleibt grösste Sorgfalt betreffs der Fernhaltung von Staub, da jedes eingeschmolzene fremde Theilchen durch Capillarität die flüssige Substanz an sich zieht und die Schmelzcurven verzerrt, soweit sie ihm nahe liegen. Daher gebietet es sich, das hergestellte Gemisch heiss zu filtriren und sorgsam bedeckt zu halten, auch den zum Auftragen dienenden Pinsel öfter durch Auswaschen von etwaigen Stäubchen und Fäserchen zu befreien. Doch muss derselbe darnach vollständig getrocknet sein, ehe er mit dem geschmolzenen Gemisch wieder in Berührung kommt, da bei höherer Temperatur die Elaidinsäure mit Alkohol in Reaction tritt.

Um die Krystallplatten mit einem der geeigneten Gemische zu überziehen, ist es vortheilhaft, sie nicht etwa auf einem Metallblech, sondern auf einem Wasserkessel, der mit einigen Lagen Papier bedeckt ist, vorzuwärmen; man ist dann sicher, keine Temperatur zu erreichen, bei der die Kittmasse, mit der die Theile des Präparates verbunden sind, weich oder flüssig wird. Auch das Tiegelchen mit dem Gemisch wird passend auf dem Kessel placirt.¹⁾ Nach dem Auftragen belasse man die Platten noch einige Zeit in der höheren Temperatur, damit jede Spur der Pinselstriche verschwinden kann, und bringe sie dann auf irgend einen die Wärme schlecht leitenden Stoff, bis die Erstarrung eben beginnt. Jetzt ist es günstig, die Abkühlung zu beschleunigen, da bei schnellem Erstarren die Krystallindividuen besonders klein ausfallen, und man legt daher nun, wo die Gefahr des Springens vorüber ist, die Platte auf irgend ein kaltes, ebenes Metallstück. Zeigen sich nach dem Erstarren nahe an dem Zwillingsschnitt in Theilen, wo man zu beobachten gedenkt, Raubheiten, die meist von eingeschlossenen Fremdkörperchen herrühren, so ist es gut, die Operation sofort zu wiederholen, um einen möglichst störungsfreien Ueberzug zu erhalten. Fertig präparirte

1) Uebrigens kann man auch so verfahren, dass man eine kleine Menge des noch festen Gemisches auf die Platten bringt, dort schmelzen lässt und mit einem kleinen flachen Pinsel oder einem geeignet geschnittenen Glimmerblättchen ausbreitet.

Platten werden unter einem Glassturz bis zur Verwendung verwahrt. —

Die oben im theoretischen Theil vorausgesetzte, der Schnittfläche parallele Wärmeströmung wird erzielt, indem man eine der zur Schnittfläche normalen Schmalseiten der zu beobachtenden Platte mit einem Wärmereservoir in Berührung bringt. Zu letzterem wählt man bequem einen Streifen Kupfer *SS*, von ca. 15 cm Länge, 3—5 cm Breite, 0,6—1 cm Dicke

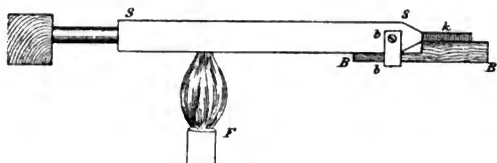


Fig. 3.

(s. Fig. 3), der an einem Ende horizontal befestigt wird und auf der freien verticalen schmalen Endfläche recht gleichförmig amalgamirt ist. Ein Brettchen *BB*, das oben mit Sammet überzogen ist und sich mittels des Bügels *bb* leicht an dem Kupferstreifen befestigen lässt, trägt das Krystallpräparat *k*, dessen zu erwärmende Fläche an dem amalgamirten Ende des Kupferstreifens anliegt, eventuell auch mit einem Hölzchen an dasselbe gedrückt wird. Stellt man unter die Mittellängslinie des Kupferstreifens eine Flamme, *F*, so wird dieser, und damit seine amalgamirte Endfläche, jedenfalls symmetrisch zur Mitte erwärmt; auch variirt wegen der guten Leitungsfähigkeit des Kupfers die Temperatur nur wenig von Punkt zu Punkt.

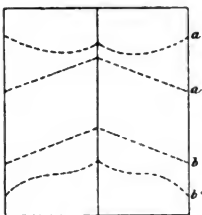


Fig. 4.

Für die Art des Operirens im Einzelnen lassen sich allgemeine Regeln schwer geben; es ist dabei vielmehr die Dimension und die Natur jedes Präparates in Betracht zu ziehen. Das Ziel muss in jedem Falle sein, dass die Isothermen, die man an demselben Präparate erhält, wenn man die Erwärmung einmal von der einen, dann von der anderen Seite vornimmt,

so, wie in der Fig. 4 bei a und b angedeutet ist, möglichst *geradlinig* und *gleich*, nicht, wie bei a' und b' , *krumm* und *verschieden* ausfallen.¹⁾

Bei Präparaten von geringer Dicke erhält man die Normalform a und b mitunter ausgezeichnet schön, wenn man die Erwärmung einigermaassen schnell stattfinden lässt, nämlich die Doppelplatte direct an den schon vorgewärmten Kupferstreifen anlegt. Damit die Temperatur des Streifens dabei nicht zu hoch und das Präparat nicht gefährdet wird, ist es günstig, auf ersterem nahe der amalgamirten Endfläche einen Tropfen Siegelack anzubringen, dessen Weichheitsgrad ohne Messung die Temperatur zu beurtheilen gestattet. Ich habe auf diese Weise u. a. auf einer ca. 1 qcm Fläche und 1 mm Dicke habenden Doppelplatte von brasilianischem Turmalin, während der Siegelacktropfen eben in plastischem Zustand war, Isothermen der Art a , b in grösster Regelmässigkeit im Laufe einiger Secunden erhalten.

Die Ursache dieser besonderen Regelmässigkeit ist, wie leicht ersichtlich, die Geringfügigkeit des Wärmeverlustes durch die äusseren Flächen bei schnellem Operiren.

Wo die Natur der Krystalle oder die Dicke der Platten ein sehr starkes Temperaturgefälle gefährlich macht, muss man auf andere Weise den Wärmestrom durch die äusseren, insbesondere die Seitenflächen zu vermindern suchen; hierzu kann man z. B. in einer ausprobirten Entfernung beiderseits neben das Präparat kleine Kupferstreifen legen, die gleichfalls an der amalgamirten Fläche von SS anliegen und somit eine ähnlich fallende Temperatur annehmen, wie das Präparat selbst. Bei sehr dicken Platten thut schon eine Bedeckung der Seitenflächen mit Sammet gute Dienste.

Hier ist die Gelegenheit, noch auf einen nicht unwichtigen technischen Vorzug der neuen Methode gegenüber der älteren hinzuweisen. Bei der *letzteren* geschieht die Erwärmung der Krystallplatten von einem *Punkte* aus; dieser muss demnach auf eine ziemlich hohe Temperatur gebracht werden, wenn die

1) Curven von der Form a' unterscheiden sich unter Umständen so wenig von ungebrochenen geraden Linien, dass sie zur Messung ganz ungeeignet sind.

Schmelzgrenze eine brauchbare Ausdehnung erhalten soll, und hierdurch wird die Anwendung der Methode auf viele wasserhaltige Krystalle schwierig oder unmöglich. Bei der *ersten* vertheilt sich der Wärmezufuss auf eine ganze Seitenfläche; infolge hiervon braucht die höchste Temperatur auf der Platte ca. 70°C . nicht zu überschreiten, und jene Schwierigkeit kommt vollkommen in Wegfall. —

Für die Ausmessung der Winkel, welche die Knickung der Isothermen auf der Grenze der beiden Plattenhälften bestimmen, ist ein gewöhnlicher Nörremberg'scher Polarisationsapparat zu verwerthen, nachdem der Analysator durch ein kleines Fernrohr, bez. ein Mikroskop mit grosser Brennweite ersetzt ist, dessen Fadenkreuz passend recht genau in die Drehungsaxe gebracht wird. Bei dem von mir benutzten Instrument ist die Vergrösserung ungefähr sechsfach, das beobachtete, auf dem Tisch des Apparates liegende Präparat befindet sich 13 cm vom Objectiv. Bei durchsichtigen Krystallen geschieht die Beleuchtung von unten mit Hülfe eines kleinen Spiegels; das Bild gewinnt an Schärfe, wenn man einige Centimeter unter dem Präparat einen dunkeln Schirm mit einer kleinen Oeffnung aufstellt, die nur ein schmales Lichtbündel auf den Krystall fallen lässt. Ist der Krystall undurchsichtig, so geschieht die Beleuchtung der Schmelzgrenze oben von der Seite, und es kostet hier mitunter etwas Mühe, ein gutes Bild zu erzielen. Die eigentliche Messung wird ausgeführt, indem man den Kreuzungspunkt der Ocularfäden in die Nähe des Knickes der Isotherme bringt und nun die eine Hälfte eines Fadens dem *ersten*, dann die andere dem *zweiten* Theil der Isotherme parallel stellt. Fällt die Drehungsaxe des unteren mit derjenigen des oberen Kreises zusammen, so kann man vortheilhaft die Methode der Repetition anwenden, die bekanntlich darin besteht, dass nach Ausführung der zweiten Einstellung am oberen Kreis die erste durch eine Drehung des unteren Kreises wieder hergestellt wird, dann die zweite wieder oben, die erste wieder unten erfolgt u. s. f. Man liest nach n maliger Wiederholung dieser Operation am oberen Kreis das n fache des gesuchten Winkels ab, erhält somit ungefähr die n fache Genauigkeit einer einzelnen Einstellung.

Die Mittheilung der erhaltenen Beobachtungsergebnisse

bleibt einer späteren Publication vorbehalten, da mein Wunsch ist, die Messungen noch auf eine grössere Anzahl von Substanzen zu erstrecken, und die Beschaffung des Materiales sehr zeitraubend ist, auch von vielen Zufälligkeiten abhängt. —

Schliesslich mag bemerkt werden, dass die erörterte und zunächst für exacte Messungen erdachte Methode auch einen gewissen *didaktischen* Werth haben dürfte. Die Erzeugung der elliptischen Isothermen nach der de Senarmont'schen Methode veranschaulicht nämlich nur einen Theil der Eigenschaften, welche die Wärmeleitung in Krystallen von denen in isotropen Körpern unterscheiden: die Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Richtung; der andere Theil: die Schiefheit der Strömung gegen die Isothermen, kommt dabei nicht überzeugend zum Ausdruck, denn es hindert nichts, sich zunächst die Strömung krummlinig und stets normal zur Isotherme verlaufend vorzustellen. Jedenfalls dürften wenig Lernende aus der Betrachtung der elliptischen Isothermen von selbst den richtigen Schluss ziehen, zu dem das Experiment mit der Doppelplatte den Beschauer gewissermaassen *zwingt*.

Zum Zwecke der Demonstration eignet sich ganz besonders eine natürliche Zwillingsplatte von Gips, wie sich dergleichen aus dem Vorkommen von Friedrichsroda i. Th. mit Leichtigkeit und mit grösster Vollkommenheit der Zwillingsfläche herstellen lassen. Behandelt man sie nach den oben gegebenen Vorschriften, so erhält man je nach Umständen ein den Curven a' , b' oder a , b in der Fig. 4 ähnliches Bild; der Winkel, um den die Isothermen geknickt sind, beträgt hier gegen 12° , ist also überaus auffallend.

Nachträglicher Zusatz. Noch schöner als auf einer Gypsplatte der oben beschriebenen Art erhält man Isothermen von der gewünschten Gestalt a , b auf einer Doppelplatte von Quarz, wo der Knickungswinkel die enorme Grösse von ca. 29° besitzt. Ueberhaupt nehmen die Isothermen auf gut leitenden Körpern die Gestalt a , b leichter an, als auf schlecht leitenden, was nach dem p. 365 Gesagten begreiflich ist.

Göttingen, im October 1896.

12. Versuch zur Bestimmung des wahren specifischen electrischen Momentes eines Turmalins; von W. Voigt.

(Aus den Nachrichten der K. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen. Mathematisch-physikalische Klasse. 1896. Heft 3.)

Der Grundgedanke der Theorie der Pyroelectricität, soweit es sich dabei um die Herausschälung des wesentlichen Vorganges aus den störenden Nebenwirkungen handelt, ist bekanntlich von W. Thomson (Lord Kelvin) gegeben. Er findet sich — soweit ich sehe, *allein* — in Maxwell's Treatise ausgesprochen, wo der Schlusssatz des § 58 folgendermaassen lautet: „Nach W. Thomson hat jeder Theil dieser und ähnlicher hemiëdrischer Krystalle eine bestimmte von der Temperatur abhängige Polarität. Führt man den Krystall durch eine Flamme, so wird seine Oberfläche in allen Theilen so stark electrirt, dass die Wirkung seiner inneren Theile nach aussen gerade aufgehoben wird.¹⁾ Der Krystall übt dann keine electrische Wirkung aus und hat auch kein Bestreben, seinen electrischen Zustand zu ändern. Erwärmt man ihn dagegen oder kühlt ihn langsam ab, so ändert sich die electrische Erregung seiner inneren Theilchen, sodass sie nicht mehr durch die Ladung an der Oberfläche neutralisirt werden kann. Der Krystall beginnt dann nach aussen zu wirken.“

Diese Anschauung ist von allen späteren Bearbeitern der Pyroelectricität, und folgerichtig auch denjenigen der Piezoelectricität übernommen worden; mein verehrter Freund Riecke²⁾ hat durch ihre consequente theoretische Verwerthung ermöglicht, absolute Werthe für die pyroelectricische Erregung einer Anzahl von Turmalinen zu erhalten, und wir beide³⁾ haben

1) Das Gleiche geschieht infolge der nie ganz fehlenden oberflächlichen Leitfähigkeit auch, wenn man einen Krystall bei einer constant erhaltenen Temperatur längere Zeit sich selbst überlässt.

2) E. Riecke, Wied. Ann. 28. p. 43. 1886; 31. p. 889. 1887; 40. p. 284, 1890.

3) E. Riecke u. W. Voigt, Wied. Ann. 45. p. 523. 1892.

auf ähnliche Weise unsere gemeinsamen Beobachtungen über die piezoelectrische Erregung von Turmalin und Quarz von dem Einfluss der oberflächlichen Leitfähigkeit dieser Krystalle befreit.

Aber alle bisherigen Beobachtungen beziehen sich nur auf die *Aenderung* der electrischen Polarität der Krystalle bei thermischer und mechanischer Einwirkung und liefern keine Auskunft über deren absolute Beträge. Allerdings giebt es gewisse Krystallgruppen, bei denen nach Symmetrie von vorn herein ersichtlich ist, dass bei gleichmässigem Druck oder gleichförmiger Temperatur ein electrisches Moment nicht auftreten kann, dass ihre Repräsentanten also auch jedenfalls im sogenannten *natürlichen* Zustand keine Polarität im Thomson'schen Sinne besitzen können. Aber alle Gruppen, die durch eine ausgezeichnete polare Axe charakterisirt sind, können durch gleichförmigen Druck oder gleichförmige Temperaturänderung erregt werden, sie können somit also auch im natürlichen Zustande eine Polarität besitzen.

Ueber den Werth des Momentes in letzterem Zustande existirten bisher nur Vermuthungen.

Hr. Riecke neigte dazu, die absoluten Momente des Turmalins als die bei Erwärmung beobachtbaren weit übertreffend anzusehen¹⁾, und er giebt demgemäss auch in seiner späteren molecularen Theorie²⁾ den einzelnen *Moleculen* der Krystalle mit einer ausgezeichneten polaren Axe dauernde absolute Momente, die sehr gross sind, gegenüber ihren durch Temperatur und Deformation bewirkten Aenderungen.

In meiner „allgemeinen Theorie der Pyro- und Piezoelectricität“³⁾, welche moleculare Hypothesen gänzlich vermeidet, habe ich über die Grösse jener absoluten Momente nur insofern eine Annahme gemacht, als ich eine bestimmte hohe Grössenordnung *ausschloss*, welche eine gewisse, bisher durch die Beobachtung nicht geforderte Complication der Theorie nöthig gemacht hätte.

Bei der Erweiterung der Riecke'schen Moleculartheorie habe ich dann später⁴⁾ noch besonders hervorgehoben, dass es

1) E. Riecke, Wied. Ann. 40. p. 306. 1890.

2) E. Riecke, Gött. Abh. 1892.

3) W. Voigt, Gött. Abh. 1890.

4) W. Voigt, Gött. Nachr. 16. 1893.

möglich und *vortheilhaft* ist, mit Molecülen zu operiren, die bei irgend einem erreichbaren Zustand ein Moment *nicht* besitzen; denn dadurch werden die absoluten Momente der Volumeneinheit von derselben Grössenordnung, als ihre direct beobachtbaren Veränderungen, und die Theorie wird vereinfacht, ohne anscheinend mit der Beobachtung in Widerspruch zu treten. Auch aus anderen Gründen war mir die Vorstellung einer exorbitanten Grösse der dauernden specifischen Momente nicht sympathisch. —

Kürzlich habe ich nun bemerkt, dass die experimentelle Bestimmung der absoluten specifischen Momente eines piezo-electrischen Krystalles mit einer ausgezeichneten polaren Axe jedenfalls *im Princip* durchgeführt werden kann. Ist es nämlich auch nicht möglich, die auf der Oberfläche des Krystalles gebundene Ladung, wenn sie sich einmal gebildet hat, zu *beseitigen*, so kann man doch durch Zerlegen des Krystalles *neue* Flächen herstellen, die jedenfalls zunächst noch keine solchen Ladungen tragen. An diesen Flächen werden dann die Wirkungen jener inneren Momente nachweisbar sein, und aus ihnen wird man auf den Betrag der Momente selbst zurückschliessen können.

Mit Ausnahme der Kostbarkeit des Materials, das bei diesen Versuchen zu Grunde geht, stehen der Ausführung derartiger Beobachtungen Schwierigkeiten auch nicht entgegen. Ich habe mich auf die Untersuchungen desselben brasilianischen Turmalins beschränkt, für welchen Riecke und ich die piezo-electrischen Constanten bestimmt haben.¹⁾

Von dem damals benutzten Krystall war u. a. ein nahezu stabförmiges Fragment von ca. 6 cm Länge und ca. 20 qmm Querschnitt übrig geblieben, das erst einmal als Ganzes und danach noch dreimal in seinen Theilen²⁾ zerbrochen werden konnte.

Hierzu wurde das zu benutzende Präparat mit seinen Enden in zwei messingene Stäbe longitudinal so eingekittet, dass zwischen jenen ein mittleres Stück des Krystalles frei blieb, und danach mehrere Stunden lang sich selbst überlassen. Dicke Korke, die über die Messingstäbe geschoben

1) E. Riecke u. W. Voigt l. c.

2) Der Stab brach infolge eines excentrischen Sprunges in drei Theile.

waren, gestatteten die Handhabung, ohne ihre Temperatur merklich zu ändern. Das freie Stück des Krystalles war lackirt, die gewünschte Bruchstelle durch einen Diamantstrich markirt.

Das Zerschneiden des Krystalles geschah unmittelbar über zwei isolirten und mit den Quadranten eines Nernst-Dolezalek'schen Electrometers verbundenen Quecksilbernäpfen; kaum $\frac{1}{4}$ Secunde später waren die neuen Flächen in die bezüglichen Näpfchen getaucht, und die Beobachtung konnte beginnen.

Ist das absolute electrische Moment der Volumeneinheit des Turmalins gleich μ , der Querschnitt des Krystalles an der Bruchstelle gleich q , so wird in den Näpfen die Electricitätsmenge $e' = \mp q \mu$ gebunden, $e = \pm q \mu$ also frei und wirksam.

Um das Electrometer für die Messung dieser Grösse zu graduiren, wurde die von Riecke und mir bestimmte piezoelectrische Erregbarkeit desselben Turmalins benutzt. Nach den von uns erhaltenen Zahlen wird durch einen longitudinalen Druck von einem Kilogramm pro Quadratcentimeter in unserem Turmalin ein specifisches Moment von der Grösse

$$\mu_0 = 0,056 \text{ (g, cm, sec)}$$

erregt, und die Electricitätsmenge e_0 , die auf einem leitenden Belag von der Grösse des Querschnittes q_0 durch einen Gesamtdruck von p_0 kg frei wird, beträgt

$$e_0 = 0,056 \cdot p_0.$$

Da die Capacitäten der Krystalle bei beiden Experimenten neben denen des Electrometers vernachlässigt werden können, so darf man die beobachteten Ausschläge a und a_0 den Ladungen e und e_0 proportional setzen, also bilden

$$e_0 : a_0 = e : a, \text{ d. h. } \mu = \frac{0,056 \cdot a \cdot p_0}{a_0 \cdot q}.$$

Als Ausschläge wurden in beiden Fällen die aus den ersten drei Umkehrpunkten durch Rechnung gewonnenen benutzt, ein Verfahren, das trotz der schnellen Abnahme der Ladungen infolge unvollständiger Isolation bei der hier möglichen geringen Genauigkeit der Messungen jedenfalls zulässig ist.

Die erste vorläufige Beobachtung lieferte einen Ausschlag a von ca. 185 mm, während die Bruchfläche q sich ungefähr gleich 0,15 qcm fand; der zum Graduiren dienende Turmalin wurde mit $p_0 = 3$ gedrückt und dabei der Ausschlag von 6,7 mm beobachtet. Hieraus folgt für μ der Werth

$$(1) \quad \mu = 30,7 \text{ (cm, g, sec).}$$

Die weiteren Messungen wurden bei etwas anderer Anordnung vorgenommen; es fand sich hierbei die Werthreihe

$$(2) \quad a = 180, \quad q = 0,180, \quad p = 5, \quad a_0 = 8,2, \quad \mu = 34,2,$$

$$(3) \quad a = 308, \quad q = 0,185, \quad p = 5, \quad a_0 = 8,2, \quad \mu = 37,5,$$

$$(4) \quad a = 160, \quad q = 0,175, \quad p = 5, \quad a_0 = 8,2, \quad \mu = 31,2.$$

Aus diesen Beobachtungen, die besser übereinstimmen, als ich erwartet hatte, würde — vorausgesetzt, dass nicht bisher unberücksichtigte Umstände Einfluss haben —, als mittlerer Werth des specifischen Momentes des benutzten Turmalins bei ca. 24° C. folgen

$$\mu = 33,4 \text{ (cm, g, sec).}$$

Um von der Ordnung dieser Zahl eine Vorstellung zu geben, kann man das Resultat¹⁾ benutzen, dass bei der Erwärmung oder Abkühlung um 1° C. μ sich ungefähr um 1,23 ändert; das specifische Gesamtmoment entspricht hiernach der Wirkung einer Temperaturänderung von ca. 27° C.

Dass diese Grössenordnung die richtige ist, liess sich direct nachweisen, indem ein erwärmtes Stück des zerbrochenen Krystalles zwischen zwei leitenden, mit den Quadranten des Electrometers verbundenen Belegen der Abkühlung überlassen wurde. Die ursprüngliche Erwärmung mochte kaum 100° C. betragen haben, trotzdem ging die Nadel des Electrometers binnen wenigen Secunden aus der Scala.

Diese letztere Beobachtung gestattet nun auch, den Sinn oder das Vorzeichen des in unserem Turmalin vorhandenen specifischen Momentes zu bestimmen. Es ergab sich dabei die folgende Regel:

Ist bei der Abkühlung dasselbe Ende des Krystallfragmentes mit demselben Quadranten verbunden, wie zuvor nach dem Zer-

1) E. Riecke u. W. Voigt l. c. p. 552.

brechen des Krystalles, so findet der Ausschlag beide Male in dem gleichen Sinne statt.

Hieraus folgt das zunächst wohl überraschende Resultat, dass das absolute specifische Moment μ des Turmalins bei 24° das *entgegengesetzte* Vorzeichen hat, als seine Aenderung mit steigender Temperatur ϑ , also hierbei, wenn man die obigen Zahlen unbedenklich benutzt, abnimmt nach dem Gesetz

$$\mu = 33,4 - 1,23 (\vartheta - 24).$$

Die relative Aenderung von μ mit der Temperatur in der Nähe der Beobachtungstemperatur ist ausserordentlich gross; demgemäss erklären sich vielleicht auch die Differenzen zwischen den verschiedenen oben erhaltenen Zahlen für μ zum grössten Theil aus Temperaturdifferenzen. Dies wird wahrscheinlich durch den Umstand, dass das dritte Präparat, das nach dem Einkitten über eine Nacht hinweg sich selbst überlassen gewesen war, den absolut grössten Werth von μ geliefert hat, wie ein solcher in der That der niedrigsten Temperatur entspricht.

Jenseits 50° findet für μ unter Durchgang durch Null ein Zeichenwechsel statt. Hätten also etwa, wie ich gelegentlich vermuthete, die Molecüle des Turmalins in dem Zustande, bei dem der Krystall sich bildete, keine electrischen Momente gehabt, so würde dieser Zustand bei Atmosphärendruck durch eine Temperatur in der Nähe von 50° charakterisirt sein; anderen Drucken würden natürlich auch andere Temperaturen entsprechen. —

Gegen die im Vorstehenden gegebene Deutung unserer Versuche könnte man den Einwand erheben, dass sich möglicherweise im Augenblick des Zerbrechens noch bisher nicht berücksichtigte electrische Vorgänge abspielen, deren Resultat in den Beobachtungen mit zum Ausdruck gelangt. Z. B. könnte man annehmen, dass einen Moment lang die zwischen den eben getrennten Krystallhälften befindliche Luftschicht infolge einer starken Verdünnung leitend wäre; dann würde die electrische Polarität der beiden Krystallhälften in dieser Schicht eine electrische Vertheilung bewirken, deren Effect eine Oberflächenladung der Bruchflächen und somit eine scheinbare Verringerung des Momentes μ sein müsste.

Die Möglichkeit eines derartigen Vorganges ist unmittelbar zuzugeben; dagegen scheint mir die Wahrscheinlichkeit einer merklichen Wirkung desselben ziemlich gering. In der That, nähme man an, dass der wahre Werth von μ viel grösser, als der beobachtete wäre, der letztere sich also als die Differenz zweier sehr grosser Zahlen ergeben hätte, so würde die so gute Uebereinstimmung unserer Resultate kaum verständlich sein; denn dass der störende Vorgang beim Zerbrechen mit einer so bedeutenden Regelmässigkeit ablaufen sollte, ohne doch zur vollständigen Entladung zu führen, ist nicht recht glaublich. Auch der sehr beträchtliche Betrag der nicht ausgeglichenen Spannung ($\mu = 33,4$ entspricht einer Dichte der äquivalenten Oberflächenladung, die das $5\frac{1}{2}$ fache der grössten von Hrn. Riecke¹⁾ auf der Scheibe einer Influenzmaschine beobachteten ist), spricht gegen eine auch nur äusserst kurz andauernde Leitfähigkeit der Luftschicht zwischen den Kry-stallhälften.

Dabei fällt auch noch das Vorzeichen des beobachteten μ ins Gewicht. Selbst zugegeben, dass der erhaltene Werth von μ bei 24° C. erheblich zu klein ausgefallen sein könnte — wie denn auch jeder Verlust durch gewöhnliche Leitung in diesem Sinne wirkt, — so ergibt das Resultat sein Verschwinden bei einer sehr mässigen Temperatur, was nicht vereinbar ist mit einem Werth höherer Ordnung gegenüber den praktisch zu bewirkenden Aenderungen desselben. Denn der Gedanke, dass in dem verdünnten Luftraum electricische Schwingungen entstanden, und dass die Leitfähigkeit bei allen Beobachtungen genau in dem Zeitpunkt verschwände, wo die Oberflächenschicht die Wirkung der innern Momente um denselben Betrag übercompensirte, wird ernstlich kaum vertreten werden können.

Andere Fehlerquellen kommen wohl noch weniger in Betracht. Eine Electricitätserregung durch Reibung zwischen Turmalin und Quecksilber kann z. B. kaum wirksam werden, da beide Körper bei der Beobachtung miteinander in Berührung, die etwaigen Ladungen also aneinander gebunden bleiben.

Nach alledem scheinen mir, solange nicht neue Störungs-

1) E. Riecke, Wied. Ann. 40. p. 306. 1890.

wirkungen bei dem Vorgang des Zerbrechens plausibel gemacht werden, die oben gezogenen Folgerungen bezüglich des Sinnes und der Grössenordnung des wahren specifischen electrischen Momentes des untersuchten Turmalins ein gewisses Vertrauen zu verdienen. Durch sie würde dann auch die Vorstellung gestützt, dass es sich bei der Pyro- und Piëzoelectricität des Turmalins ebenso, wie bei allen Krystallen ohne ausgezeichnete polare Axe, nicht um sehr kleine Aenderungen sehr grosser Gesamtmomente, sondern um das Entstehen von Momenten handelt, die unter gewissen uns zugänglichen Umständen ganz fehlen können.

Geprüft können diese Resultate nach einer Richtung hin werden, wenn es gelänge, den obigen analoge Beobachtungen bei höheren Temperaturen durchzuführen. Aber diesen stehen grosse Schwierigkeiten entgegen, die zumeist daraus fliessen, dass es nicht wohl möglich ist, die ganze Operation mit dem Turmalin in einem geschlossenen Raum, z. B. in einem Luftbad vorzunehmen. Einerseits lässt sich so die Temperatur des Krystalles nur höchst ungenau bestimmen, und es liegt die Gefahr vor, dass bei seinem Eintauchen in die vielleicht wesentlich anders temperirten Quecksilbernäpfe durch Abkühlung oder Erwärmung secundäre electrische Momente entstehen. Ferner wirkt die von der Flamme direct erhitzte Luft rapid entladend, bez. ladend, und bringt somit selbst in der kleinen Zeit bis zum Eintauchen in das Quecksilber auf die Bruchflächen eine Belegung, die den Effect der inneren Momente schwächt, ja vielleicht zerstört.

Deshalb vermag ich auch dem Resultat einer über einem erhitzten Blech bei ca. 60° angestellten Beobachtung, welche eine sehr schwache electrische Wirkung ergab, erhebliches Gewicht nicht beizulegen.

Göttingen, im September 1896.

13. *Eine experimentelle Prüfung der Clausius-Mossotti'schen Formel; von R. Millikan.*

Nach der Theorie der Dielectrica von Clausius und Mossotti ist bekanntlich die Dielectricitätsconstante

$$K = \frac{1 + 2x}{1 - x} \quad .$$

wovon x den von den als gutleitend vorausgesetzten Molecülen eingenommenen Bruchtheil des Gesamtvolumens bedeutet. Auf Veranlassung von Prof. Nernst unternahm ich es, obige Formel experimentell an einer Emulsion zu prüfen.

Ich verwandte nämlich eine Mischung von Benzol und Chloroform, welche sehr nahe das spezifische Gewicht 1 besass, versetzte sie mit einem abgemessenen Volumen Wasser, und bestimmte die Dielectricitätsconstante zunächst nach kräftigem Umrühren, wodurch eine Emulsion entstand, sodann nach dem Absetzen des Wassers. Die Messungen, bei denen ich mich des Nernst'schen Apparates bediente¹⁾, liessen sich hinreichend exact ausführen, da wegen des wenig verschiedenen specifischen Gewichtes das Niedersinken der Wasserkügelchen sehr langsam erfolgte.

Da das Wasser bei derartigen Messungen, wenn es in einen Isolator eingebettet ist, als unendlich guter Leiter angesehen werden kann²⁾, so muss sich nach der Clausius-Mossotti'schen Formel die Dielectricitätsconstante K der Emulsion aus der Dielectricitätsconstante des Isolators K' nach der Formel

$$K = K' \cdot \frac{1 + 2x}{1 - x}$$

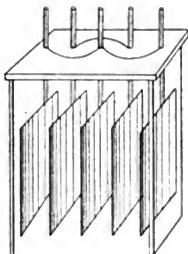
berechnen lassen, worin x gleich der Anzahl cm^3 Wasser dividirt durch die Anzahl cm^3 Wasser + Anzahl cm^3 Benzol-Chloroformmischung bedeutet.

1) Nernst, Ztschr. phys. Ch. 14. p. 622. 1894.

2) Nernst, Wied. Ann. 57. p. 212. 1896.

Der benutzte Condensator (s. nachstehende Fig.) bestand aus einem viereckigen Glastrog, in den 5 Kupferplatten tauchten; mittelst eines geeignet geformten Rührers konnte eine intensive Durchmischung vollzogen werden.

Folgende Tabelle enthält die Versuchsergebnisse; unter s befinden sich die der Dielectricitätsconstante proportionalen Verschiebungen der Glastafel des dielectricischen Apparates in Millimetern, welche ja das Mittel aus 5—10 Ablesungen sind, die in keinem Falle mehr als 0,4 mm von einander differirten. In der zweiten Columnne befindet sich der Quotient der Verschiebung für die betreffende Emulsion, dividirt durch die Verschiebung bei Anwendung der reinen Mischung, welcher Werth gleich K/K' ist.



Füllung	s	$\frac{K}{K'}$	$\frac{1 + 2x}{1 - x}$	Differenz
Reine Mischung	[36,88	1,000	1,000	$\pm 0,000$]
107 cm ³ Misch. + 3 cm ³ H ₂ O	39,92	1,082	1,084	+0,002
107 „ „ + 6 „ H ₂ O	43,17	1,171	1,168	—0,003
107 „ „ + 10 „ H ₂ O	47,79	1,296	1,280	—0,016
85 „ „ + 15 „ H ₂ O	—	1,538	1,530	—0,008

Beim letzten Versuch wurde ein anderer Condensator benutzt; die Verschiebungen für Emulsion und Mischung betrugen hier 5,47 bez. 8,41. Die Uebereinstimmungen zwischen K/K' und $1 + 2x/1 - x$ sind durchaus genügend. — Es scheint, dass überhaupt dielectricische Messungen bei Untersuchung von Emulsionen unter Umständen gute Diensten leisten können.

Würde man die Dielectricitätsconstante obiger Emulsionen für sehr schnelle electricische Schwingungen bestimmen, so würde die electrostatische Polarisirung der Wasserkügelchen nicht mehr merklich zur Ausbildung gelangen, und sie würden sich daher wie reine Dielectrika verhalten, wie ja überhaupt Wasser schnellen Schwingungen gegenüber als fast vollkommener Iso-

lator aufzufassen ist. Mit anderen Worten: *derartige Emulsionen müssen in einem gewissen Gebiete anormale Dispersion zeigen*. In der That hat ja auch Prof. Nernst, der mich darauf aufmerksam machte, dass hier ein allgemeines Erklärungsprincip für die anormale Dispersion vorliegt, neulich beobachtet¹⁾, dass, wenn er eine Alkoholschicht zwischen zwei belegten Glasplatten untersuchte, wegen Dispersion das Telephongeräusch kein gutes Minimum ergab, dass aber das Minimum ausgezeichnet wurde, wenn die Alkoholschicht durch eine erheblich besser, oder erheblich schlechter leitende Substanz ersetzt ward.

Es schien mir nicht ohne Interesse, auf diesem Wege einen dielectrischen Trog mit starker Dispersion künstlich zu realisiren, was in folgender Weise gelang. Ein schmaler parallelepipedischer Glastrog wurde von den beiden grossen Wandflächen aussen mit Stanniolbelegungen versehen. Seine Capacität wurde zunächst mit dem Nernst'schen Apparate bestimmt, während er mit reinem Chloroform gefüllt war; hierauf wurde spurenweise Salzsäure zugefügt, wodurch das Minimum verwaschen wurde; nach vorsichtigem weiteren Zusatz wurde das Minimum wiederum völlig scharf, d. h. das Chloroform verhielt sich vor dem Salzsäurezusatz als ideales Dielectricum, nach hinreichendem Salzsäurezusatz als idealer Leiter. Die Capacität des Troges wurde durch den Salzsäurezusatz im Verhältniss 1:2,93 vergrössert. Gleichzeitig wurde die Capacität des Troges für sehr schnelle Schwingungen untersucht (Schwingungszahl ca. 10^7), und zwar mit Hülfe eines dem Nernst'schen Apparat vollkommen nachgebildeten Apparates, bei welchem nur anstatt des gewöhnlichen Inductoriums oscillatorische Entladungen und anstatt des Telephons eine kleine Funkenstrecke benutzt wurde.²⁾ Es zeigte sich, wie zu erwarten, dass durch den Salzsäurezusatz die Dielectricitätsconstante des Troges für schnelle Schwingungen nicht merklich geändert wurde.

1) Nernst, Wied. Ann. 57. p. 211. 1896.

2) Nernst, Ber. üb. d. 1. Jahresvers. d. deutsch. electroch. Gesellschaft. p. 55. 1894; eine ausführlichere Beschreibung dieser Versuchsanordnung gedenkt Prof. Nernst in diesen Annalen demnächst zu veröffentlichen.

Und damit ist der Beweis erbracht, dass die Capacität des beschriebenen mit angesäuertem Chloroform beschickten Troges in dem Gebiet der Schwingungszahlen 10^{+4} bis 10^{+7} etwa auf den dritten Theil sinkt, also sehr starke anormale Dispersion aufweist. — Auf die theoretische Behandlung dieser Dispersionserscheinungen werde ich demnächst näher eingehen.

Göttingen, Institut f. physikalische Chemie.

14. *Eine neue Formel für Spectralwellen;* *von J. J. Balmer.*

(Separatabdruck aus den Verhandlungen der Naturforschenden
Gesellschaft in Basel, Band XI, Heft 3.)

(Hierzu Taf. II, Fig. 4.)

Wie die Wellenlängen des einfachen Wasserstoffspectrums mit überraschender Genauigkeit durch eine einfache Formel darstellbar sind, so liess sich auch erwarten, dass für die Funkenspectra anderer Elemente sich eine Formel finden lasse, welche deren Wellenlängen in befriedigender Weise auszudrücken vermöge. Hr. Prof. E. Hagenbach-Bischoff hatte die Freundlichkeit, mir von Zeit zu Zeit über die in dieser Richtung gemachten Arbeiten und Versuche Nachrichten zukommen zu lassen. Zunächst ist zu bemerken, dass ein einzelnes Metall, z. B. Lithium oder Thallium, im Funkenspectrum nicht bloss eine einzelne Folge von gesetzmässig geordneten Linien darstellt, sondern dass das nämliche Metall mehrere Serien von Linien aufweist, die sich im allgemeinen so übereinander legen, dass die Linien der verschiedenen Serien sich scheinbar regellos durcheinander mengen. Der Umstand, dass die zu einer solchen Serie zusammengehörenden Linien ihr eigenthümliches charakteristisches Aussehen haben, sodass die Linien der einen Serie scharf begrenzt, die einer andern nach der roten, wieder einer andern nach der entgegengesetzten Seite hin verwaschen erscheinen, während noch andere nach beiden Seiten unscharf sind etc., ermöglichte es, die Serien auseinander zu lösen, und nun zeigte es sich, dass jede Serie nach der Seite der kürzern Wellen hin sich in immer engerer Linienfolge einer bestimmten, ihr eigenthümlichen Grenze näherte, wobei die Linien auch allmählich schwächer und undeutlicher wurden und dadurch ein genaues Messen erschwerten. Die Herren Proff. Kayser und Runge in Hannover, welche mit ausserordentlicher Genauigkeit und staunenswerthem Fleiss eine grosse Zahl von Elementen spectroscopisch untersucht und die Wellenlängen ihrer Serienlinien

gemessen haben ¹⁾, zeigten nun, dass die diesen Wellenlängen umgekehrt proportionalen Schwingungszahlen (oder statt deren die Reciproken der Wellenlängen) durch Potenzreihen mit fallenden Potenzen von n^2 darstellbar sind, und dass die drei ersten Glieder einer solchen Reihe genügen, um mit sehr genauer Annäherung an die aus der Beobachtung abgeleiteten Zahlenwerthe, mit Ausnahme etwa der längsten oder kürzesten Wellen, die Linienserien darzustellen. Es sind zur Bestimmung der drei in dieser abgekürzten Formel vorkommenden Constanten nur drei durch Messung bestimmte Schwingungszahlen erforderlich, deren Ordnungszahl bekannt sein muss. (Die Ordnungszahl der längsten möglichen Welle ist stets = 3 zu setzen.) Die Formel selbst heisst, wenn τ_n die Reciproke der Wellenlänge λ_n bezeichnet

$$\left\{ \tau_n = A - \frac{B}{n^2} - \frac{C}{n^4} \right\}$$

Für die längste oder höchstens die 2 längsten Wellen reicht diese dreigliedrige Formel nicht aus, und es wäre die Bestimmung einer vierten und fünften Constanten für zwei nachfolgende Glieder der Potenzreihe nöthig zur genauen Darstellung der Schwingungszahlen; doch ist die Berechnung solcher weiteren Constanten höchst unsicher, da mit den bisherigen Mitteln eine zu diesem Zweck genügend genaue Messung der Wellenlängen nicht möglich ist. (Die bis jetzt erreichten Genauigkeit beträgt etwa $\frac{1}{100000}$ einer Wellenlänge.) Die sehr einfache Formel von Kayser und Runge ist bei grösstmöglicher Leichtigkeit der Constantenbestimmung, die nur die Auflösung einer Gleichung ersten Grades mit drei Unbekannten erfordert, von höchstem Werth für die exacte Prüfung und Controllirung der Messungsergebnisse, und hat auch zum Theil dazu gedient, die Serien festzustellen. Dennoch kann sie nicht als eigentlicher Ausdruck für das in der Natur waltende Gesetz der Spectralwirkungen gelten. Wenn schon die praktisch verwendete Formel nur dreigliedrig ist, so ist sie doch als eine in eine unendliche Reihe ausgehende Umgestaltung einer geschlossenen Function mit zweigliedrigem

1) H. Kayser u. C. Runge. Ueber die Spectren der Elemente. Berlin 1888 ff.

Nenner zu betrachten; und nur wenn es gelänge, diese geschlossene Function aufzufinden, würde man in ihr einen Anhaltspunkt für eine richtige Erklärung der Spectralerscheinungen besitzen. Es ist noch zu bemerken, dass die drei Constanten der abgekürzten Formel von Kayser und Runge in keinerlei nachweisbarem Zusammenhange untereinander stehen, dass jedoch die zweite Constante sich nur um wenige Procente von einem constanten Mittelwerth entfernt.

Einen solchen geschlossenen Ausdruck zu finden, war in letzter Zeit das Ziel meiner vielfach 'abgeänderten Versuche, bei denen mich die freundliche Theilnahme des Hrn. Prof. E. Hagenbach immer wieder aufs neue ermunterte, wenn ich je und je die Hoffnung fahren liess, mich diesem Ziele nähern zu können.

Eine kurze erste Gelegenheit zur Einsicht in die Messungsergebnisse der Hrn. Kayser und Runge veranlasste mich, zunächst an den I. Linienserien von zwei Metallen, Lithium und Thallium, zu erproben, auf welche Weise der Aufgabe am sichersten beizukommen sei. Im Verfolg der sich hieran knüpfenden Rechnungen fiel mir u. a. auf, dass wenn man von einer Serie von Wellenlängen die Differenzen aufsucht, die Quotienten aus je zwei solchen unmittelbar aufeinander folgenden Differenzen eine fast genau zutreffende Reihe von höchst einfacher Form $(n+2):(n-1)$ bilden. Nur bei den grössten Wellenlängen ist die Abweichung ziemlich bedeutend. Beim Wasserstoffspectrum lässt sich das Gesetz dieser Reihe ganz genau ausdrücken durch die Formel:

$$\left\{ Q_n = \frac{(2n-1) \cdot (n-1) \cdot (n+3)}{(2n+1) \cdot (n+1) \cdot (n-3)} \right\}$$

wobei die Linien λ_{n-1} , λ_n , λ_{n+1} , zur Bildung der Differenzen benützt werden. Bei Vergleichung der entsprechenden Differenz-Quotienten des Thalliums mit denen des Wasserstoffs ist es nun auffallend, dass die betreffenden beiden Serien sich nicht decken, sondern dass die eine *zwischen* die Zahlen der andern intermittirend eingeschoben erscheint. Dieser Umstand lässt unzweifelhaft vermuthen, dass in der richtigen, geschlossenen Spectralformel das ganzzahlige n noch um irgend einen vielleicht constanten Bruchtheil zu ergänzen sei. So gelangte

ich zum Schluss, dass in der geschlossenen Wasserstoffformel statt des ganzzahligen n die gemischte Zahl $n+c$ einzuführen sei, um für andere Elemente die zutreffende Formel zu erhalten; und damit erhielt ich die Formel

$$\left\{ \lambda_n = a \frac{(n+c)^2}{(n+c)^2 - b} \right\}; \text{ oder } \left\{ \tau_n = A - \frac{B}{(n+c)^2} \right\}$$

Ich versuchte diese Formel zunächst an der Linienserie I des Lithiums. Aus früheren Versuchen hatte sich für die Constante a dieses Elementes der Werth von nahezu 2300 Ångströmeinheiten ergeben. Mit dem Werth 4 für b ergab sich für c der Werth 0,72332, und damit für die zweite Linie von 2741,39 gemessener Wellenlänge ein berechneter Werth von 2802, also um etwa 61 Einheiten zu viel. Für $a=2300$ und $b=3$ (statt 4) ergab die zweite Linie, mit der hieraus ermittelten Constanten $c=0,2245$, eine berechnete Wellenlänge = 2764,76, also immer noch um 23,37 Einheiten zu gross. Ein dritter Versuch mit $b=2,5$ brachte c auf den Werth $= -0,05646$, und damit die zweite Wellenlänge auf den berechneten Werth von 2740,56; jetzt also nur noch um 0,83 Einheiten zu klein. Die auf die folgenden Linien sich erstreckende Rechnung mittels dieser letzten Constantenbestimmung ergab ein durchschnittlich nur noch um $\frac{1}{4}$ Einheit von den gemessenen Wellenlängen abweichendes Resultat. Da dieser ersten Probe mit der neuen Formel nur ganz abgerundete Zahlen als erste und zweite Constante beigelegt waren, so überraschte mich das so nahe zutreffende Resultat in hohem Grade und befestigte mich in der Ueberzeugung, dass diese Formel ein möglichst adäquater Ausdruck für eine physikalische Wahrheit sei.

Hr. Prof. Albert Riggenbach bemerkte mir bei einer gelegentlichen Begegnung, es seien über das zuerst in der Chromosphäre und in einigen Orionsternen entdeckte und bis vor kurzem in irdischen Stoffen noch nicht aufgefundene, jedoch in jüngster Zeit als Clevitgas in einigen Mineralien doch noch entdeckte Helium von den Hrn. Proff. Runge und Paschen äusserst genaue Messungen veröffentlicht worden, und dass sich diese Messungen wohl vorzugsweise für die Prüfung der geschlossenen Formel eignen dürften. Am nächsten Tage übersandte er mir mit der vollständigen allgemeinen Auflösung der durch die Formel bedingten Gleichung

ritten Grades mit drei Unbekannten die Zahlenreihen der drei doppelten und der weiteren drei einfachen Serien der Heliumlinien nach den Mittheilungen von Runge und Paschen¹⁾, nebst Angabe der von Lockyer als Heliumlinien beanspruchten Linien des Clevëitgases. — Hr. Prof. Riggenbach für seine freundliche Unterstützung, seine Winke und sachlichen Mittheilungen hier bestens dankend, bemerke ich weiter, dass ich die mir mitgetheilten Zahlen der Rechnung unterzog und die auf nachfolgender Tabelle übersichtlich zusammengestellten Resultate fand. Bei den Doppelserien I, III und V haben Kayser und Paschen die kürzesten Linienpaare nicht mehr getrennt aufgeführt, wohl weil diese Paare für eine genaue Beobachtung zu enge zusammengedrückt und zu schwach sind; die gegebenen einfachen Zahlen sind daher auch mit einer Decimalstelle weniger angegeben als die doppelten Linien der Serien.

Bei der Berechnung der Constanten beeinflusst die Wahl der Linien, die man dabei zu Grunde legt, das Ergebniss ausserordentlich stark; besonders bei den längsten Wellen macht sich dieser Einfluss sehr fühlbar. Eine infolge minimier Beobachtungsfehler nur wenig von der wirklichen Wellenlänge abweichende Werthung der Wellenlängen verändert die Constantenberechnung schon sehr merklich, und dieser Umstand muss sich bei den grössten Wellenlängen mit den kleinsten n am meisten und empfindlichsten geltend machen, weniger durch den Einfluss der Constanten a und b , als durch denjenigen von c . Wenn daher hie und da bei den längsten Wellen einer Serie sich Abweichungen der Berechnung nach der Formel von der Beobachtung zeigen, so dürfte dieselbe weniger auf Rechnung der Formel, als auf diejenige der sehr schwierigen Constantenbestimmung gesetzt werden. Es lässt sich vermuthen, dass bei solchen Serien, bei denen in den längsten Wellen Beobachtung und Rechnung auseinander gehen, eine richtige Variation in den Constanten noch völlige Uebereinstimmung bewirken könnte.

Für die geschlossene neue Formel spricht ihre grosse

1) Mathem. u. Naturw. Mittheilungen der k. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. p. 323 u. 377. 1895.

Einfachheit, welcher nur die Einfachheit der bewährten Wasserstoffformel an die Seite gestellt werden kann; ferner der innige Zusammenhang mit letzterer, welche sich nur als einen speciellen Fall der neuen Formel erweist, indem letztere für $b=4$, und $c=0$ in jene übergeht. Ein weiterer Vorzug der neuen Formel scheint darin zu liegen, dass es nun auch ganz gleichgültig ist, welchen ganzzahligen Werth man der Ordnungszahl n beilegt, sobald nur die Reihenfolge der zu einer Serie gehörigen Linien lückenlos fortschreitet und damit auch die Ordnungszahl n lückenlos anwächst. Denn um so viel, als n grösser oder kleiner angenommen wird, compensirt sich der kleinere oder grössere Werth der Ergänzungsconstante c .

Was die Bedeutung der drei Constanten betrifft, so ist diejenige der Constanten a ganz klar: sie bezeichnet den Grenzwert, in welchen die Reihe der Wellenlängen einer Linienserie ausläuft. Die Constante c dagegen bezeichnet eine Verschiebung, durch welche die ganzzahligen Werthe von n um einen für ein und dieselbe Serie constanten Bruchtheil vergrössert oder verkleinert werden. Die räthselhafteste Bedeutung kommt der Constante b zu, um welche im Nenner der Wellenlängenformel das Quadrat von $n+c$ vermindert wird. Diese Constante scheint den Charakter einer quadratischen Grösse zu haben. Denn wenn man in der typischen Wasserstoffformel diese Constante b von 4 auf 1 vermindert, so bleiben nur die Wellenlängen der ursprünglich paarigen n übrig, und die unpaaren Wellenlängen fallen aus, sodass gleichsam die Curve der Wellenlängen auf die Hälfte verkürzt wird, eine Veränderung, welche sich auch bei andern für b eingesetzten quadratischen Werthen in entsprechender Weise wiederholt.

Bei der Constanten b zeigt sich ein ganz merkwürdiges Verhältniss zur Constanten a . Wenn man nämlich bei irgend einer Linienserie a durch b dividirt, so erhält man eine Zahl, welche dem entsprechenden Quotienten des einfachen Wasserstoffspectrums bis auf etwa $\frac{1}{2}$ Proc. nahe kommt. Letzterer ist gleich $3645,6/4 = 911,4$. Und der entsprechende Quotient beträgt bei den Heliumserien $I\alpha$ und β , II und IV etwas über 910, also etwa 1 Proc. weniger als bei Wasserstoff; bei Serie III α und β über 905, bei Serie V α und β und bei Serie VI nahezu 913. Bei Lithium Serie I (einfache Serie)

ergibt die Berechnung der 3 Constanten aus den Linien 1, 4 und 7 für a die Zahl: 2299,401, für b : 2,514417; dagegen aus den Linien 1, 3 und 5 für a : 2298,643; für b : 2,536159. Der Quotient aus jenen Constanten ergibt 914,48, aus den letzteren dagegen nur 906,20. Das Mittel aus beiden Ergebnissen ist wieder 910,34. Wie schon bemerkt, ist es möglich, dass durch nie zu vermeidende kleinste Beobachtungsfehler solche abweichende Werthe entstehen, sodass hieraus noch kein maassgebender Schluss auf die Unrichtigkeit der Formel darf gezogen werden. Es schliesst diese auffallende Annäherung an einen constanten Mittelwerth jedenfalls nicht aus, dass in diesen Verhältnissen ein sachlicher Zusammenhang vorliege, der uns, wie noch so vieles andere in der Natur, Räthsel aufgibt, deren Lösung zu versuchen stets einen unwiderstehlichen Reiz ausübt.

Nachtrag.

Durch die Güte des Hrn. Prof. Hagenbach, der inir die Abhandlungen der Hrn. Kayser und Runge in den letzten Tagen zum Zweck eingehenderen Studiums für einige Zeit zur Benutzung zugestellt hat, habe ich Gelegenheit erhalten, ausser den eigentlichen Messungsergebnissen auch noch die höchst interessanten Mittheilungen über eine Formel kennen zu lernen, welche der schwedische Gelehrte Rydberg schon vor einigen Jahren aufgestellt hat.¹⁾ Mit Rydberg's Formel stimmt die oben besprochene geschlossene Formel fast ganz überein, mit dem einzigen Unterschied, dass er die Constante $B=b/a$ der letzteren, statt bei jedem besondern Elemente einen besondern Werth derselben vorauszusetzen, für alle Elemente gleich gross annimmt: = 109721,6 (Reciproke von 911,4 des Wasserstoffs), also gleichwerthig mit der entsprechenden Constanten der Wasserstoffformel. Es ist zu vermuthen, dass Rydberg diesen Werth seiner Formel deswegen zu Grunde gelegt hat, weil derselbe den Mittelwerth der entsprechenden Constanten aller übrigen Elemente darstellt und weil zugleich durch diese Annahme die Berechnung der beiden übrigen Constanten sich ausserordentlich vereinfacht, während eine directe Bestimmung

1) Kayser u. Runge, Spectren der Elemente, 4. Heft, Nachtrag p. 61.

aller drei Constanten aus drei gemessenen Wellenlängen, bez. deren Reciproken, die ziemlich umständliche Auflösung einer Gleichung dritten Grades erfordert.

Die Hrn. Kayser und Runge haben nun nachgewiesen, dass die ursprüngliche Rydberg'sche Formel zu weniger befriedigenden Ergebnissen führt, als ihre gekürzte Reihenformel; dennoch schreibt Rydberg seiner Formel einen grössern Anspruch auf Richtigkeit zu.

Kayser und Runge haben noch weiter gezeigt, dass selbst eine Modification der Rydberg'schen Formel durch Einführung specieller Werthe für die Constante B in dessen Formel

$$\{\tau_n = A - B (n+c)^{-2}\}$$

noch keine besseren Ergebnisse liefert, als ihre auf 3 Glieder beschränkte Potenzreihenformel. Da aber Kayser und Runge nicht angeben, wie sie den Werth der Constanten B bestimmt haben, so lässt sich als wahrscheinlich voraussetzen, dass sie die aus ihrer eigenen Formel abgeleiteten Werthe von B bei dieser Modification zu Grunde gelegt haben. Damit ist jedoch die Richtigkeit der modificirten Rydberg'schen Formel, wie auch ich sie unabhängig von seiner Veröffentlichung gefunden habe, noch nicht widerlegt. Denn die directe Bestimmung der drei Constanten der Formel

$$\{\tau_n = A - B \cdot (n+c)^{-2}\} \quad \text{oder} \quad \left\{\lambda_n = a + \frac{b}{n+c} - b\right\}$$

wobei $A = 1/a$ und $B/A = b$ zu nehmen ist, führt doch zu andern Werthen für B als die Formel

$$\{\tau_n = A - B \cdot n^{-2} - C \cdot n^{-4}\}$$

Da die Abweichungen der zweiten Constanten B von einem Mittelwerth in beiden Formeln für alle Elemente verhältnissmässig gering sind, so sehen sich die Hrn. Kayser und Runge zu der Bemerkung veranlasst: „Rydberg's Annahme ist möglicherweise soweit richtig, dass in dem noch verborgenen wahren Gesetze dieser Constanten überall ein und derselbe Werth entspricht.“¹⁾

1) Kayser u. Runge, Ueber die Spectren der Elemente, IV. Abschnitt, p. 63.

Wellenlängen des Heliums

Serie I α und β				Serie II			Serie III α und β		
α ber. a. d. Linien 1, 3, 9				berechnet aus 1, 4, 7			α berechnet aus 1, 3, 5		
β " " " 1, 3, 7							β " " " 1, 3, 5		
α		β		α			α		β
$a = 3420,96$		$3420,99$		$a = 3120,797$			$a = 2599,342$		$2599,317$
$b = 3,758942$		$3,756648$		$b = 3,427311$			$b = 2,871562$		$2,869745$
$c = 1,999392$		$1,998615$		$c = 2,011946$			$c = 1,942689$		$1,941889$
n	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
1	5876,206	5876,206	0	5015,73	5015,73	0	3888,97	3888,97	0
	5875,883	5875,880	-0,03						
2	4471,85	4471,870	+0,02	3965,08	3965,031	-0,049	3187,98	3188,313	+0,333
	4471,66	4471,610	-0,05						
3	4026,52	4026,523	+0,003	3613,89	3613,872	-0,018	2945,57	2945,57	0
	4026,35	4026,350	0						
4	3819,89	3819,891	+0,001	3447,73	3447,73	0	2829,32	2829,406	+0,086
	3819,75	3819,770	+0,02						
5	3705,29	3705,247	-0,043	3354,7	3354,635	-0,065	2764,01	2764,01	0
	3705,15	3705,16	+0,01						
6	3634,52	3634,451	-0,069	3296,9	3296,817	-0,083	2723,3	2723,302	+0,002
	3634,39	3634,39	0						
7	3587,54	3587,461	-0,079	3258,3	3258,300	0	2696,5	2696,153	-0,347
	3587,42	3587,42	0						
8	3554,5	3554,59	+0,09	3231,3	3231,276	-0,024	2677,1	2677,101	+0,001
		3554,56	+0,06						
9	3530,6	3530,65	+0,05	3213,4	3211,565	-1,835			
		3530,63	+0,03						
10	3512,6	3512,66	+0,06						
		3512,65	+0,05						
11	3498,7	2498,78	+0,08						
		3498,78	+0,08						
12	3487,8	3487,85	+0,05						
		4487,85	+0,05						
13	3479,2	3470,09	+0,11						
		3479,09	+0,11						

Rydberg fand, dass bei allen Elementen die Curve, welche die Endpunkte der als Ordinaten aufgetragenen Wellenlängen bei gleichen Intervallen der als Abscissen betrachteten n verbindet, einer Hyperbel ähnlich sei, da jene Curve sich

beobachtet und berechnet.

Serie IV berechnet aus 2, 3, 4			Serie V α und β α berechnet aus 2, 5, 8 β " " 2, 5, 8			Serie VI berechnet aus 1, 4, 7			n
$a = 3678,618$			$a = 3421,275$	$3421,109$		$a = 3679,022$			
$b = 4,042545$			$b = 3,746843$	$3,747853$		$b = 4,027016$			
$c = 2,000229$			$c = 1,696996$	$1,697826$		$c = 1,852937$			
beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	n
6678,1	6677,5	-0,6	7065,77(phot.)	7055,86	- 9,91	7281,8	7281,81	+ 0,01	1
			7065,51(phot.)	7054,88	-10,68				
4922,08	4922,08	0	4713,89	4713,89	0	5047,82	5048,529	+ 0,709	2
			4713,17	4713,17	0				
4388,11	4388,11	0	4121,15	4121,196	+ 0,046	4437,73	4437,859	+ 0,129	3
			4120,98	4121,047	+ 0,067				
4143,91	4143,91	0	3867,77	3867,790	+ 0,02	4169,12	4169,12	0	4
			3867,61	3867,652	+ 0,042				
			3733,15	3733,15	0	4024,14	4024,083	- 0,057	5
			3733,01	3733,01	0				
			3652,29	3652,261	- 0,029	3936,1	3936,051	- 0,049	6
			3652,15	3652,118	- 0,032				
			3599,59	3599,588	- 0,002	3878,3	3878,3	0	7
			3599,45	3599,443	- 0,007				
			3563,26	3563,26	0	3838,2	3838,237	+ 0,037	8
			3563,11	3563,11	0				
			3536,9	3536,946	+ 0,046	3808,3	3809,256	+ 0,956	9
			3517,5	3517,452	- 0,048				10
			3502,5	3502,530	+ 0,03				11
			3490,8	3490,839	+ 0,039				12
			3481,5	3481,514	+ 0,014				13

sowohl einer Parallele der Abscissenaxe als der Ordinatenaxe asymptotisch nähert.

Prüfen wir die Natur der Curve zunächst beim einfachen Wasserstoffspectrum, welches die einfachsten und klarsten

Verhältnisse darbietet, so erweist sich dieselbe, wenn man sie für alle, auch die negativen Werthe von n construirt, als eine Curve dritten Grades mit drei Asymptoten (S. Tafel.) Die eine horizontale Asymptote befindet sich in der Entfernung gleich a über der Abscissenaxe; links und rechts von der Ordinatenaxe, parallel mit dieser und je um $2n$ entfernt steht je eine senkrechte Asymptote. Die Curve selbst hat drei Zweige: zwei hyperbelähnliche über der horizontalen Asymptote, und durch den $4n$ breiten Raum zwischen den beiden senkrechten Asymptoten voneinander getrennt, und einen dritten zwischen diesen senkrechten Asymptoten, dessen Scheitel im Coordinatenanfang liegt und dessen beiden Aeste im Unendlichen einen Uebergang in die senkrecht auslaufenden Aeste der beiden hyperbelartigen Zweige bilden.

Die Curve der Reciproken der Wellenlängen des Wasserstoffspectrums lässt sich, $a = 4n$ als Einheit angenommen, leicht in ihrer Beziehung zur Wellenlängencurve darstellen. Die Reciprokencurve ist wieder eine Curve dritten Grades und besteht nur aus zwei, abermals hyperbelartigen Zweigen, welche mit der Wellenlängencurve dieselbe horizontale Asymptote gemeinschaftlich, und als einzige senkrechte Asymptote die Ordinatenaxe haben. Diese Zweige durchschneiden die Fusspunkte der senkrechten Asymptoten der Wellenlängencurve und nähern sich der Ordinatenaxe unterwärts asymptotisch, sodass sie im Unendlichen einen Rückkehrpunkt bilden.

In der beiliegenden Zeichnung (Tafel II) ist XX' die Abscissenaxe, YY' die Ordinatenaxe, O der Coordinatenanfang; AA' die horizontale Asymptote, II II' und $2 II^2$ sind die vertikalen Asymptoten; $\alpha \beta \gamma$ etc. die Wellenlängencurve des Wasserstoffs; $a \alpha$ die Wellenlänge λ_3 ; $b \beta = \lambda_4$ etc. Die Reciprokencurve ist $B II \alpha' \beta' \gamma'$ etc., wobei $a \alpha'$ die Reciproke von λ_3 , $b \beta'$ die Reciproke von λ_4 oder $b \beta$; etc. Von den aus drei, bez. zwei Zweigen der Wellenlängencurve und der Reciprokencurve ist nur die eine Hälfte gezeichnet, die andere Hälfte ist symmetrisch zur Ordinatenaxe zu ergänzen.

Die dargestellten Wellenlängen sind im 50 000-fachen Maassstabe der wirklichen Grösse gezeichnet.

Auf der rechten Hälfte der Zeichnung ist eine ganz einfache Construction der Wellenlängen des Wasserstoffs ange-

deutet. Wenn OA auf der Ordinatenaxe die Constante a oder die untere Grenze der Wellenlängen des Wasserstoffs bezeichnet, und man mit dieser Grösse $= 3645,6$ Ängströmeinheiten einen Kreis über dem Durchmesser AO beschreibt, auf der Abscissenaxe XX' die $n=1, 2, 3$ etc. (die Einheit $1 \text{ } n-\frac{1}{4} a = 911,4$ genommen) aufträgt, und von den Endpunkten dieser n aus die Tangenten über den Kreisumfang hinweg zieht bis zum Schnitt mit der Ordinatenaxe, so werden auf letzterer die Wellenlängen abgeschnitten $= O\lambda_3, O\lambda_4$ etc.

Der Beweis für die Richtigkeit der Construction liegt auf der Hand.

Vielleicht ist diese Construction geeignet, in die räthselvollen Erscheinungen der Spectrallinien ein neues Licht zu bringen und auf den richtigen Weg zu führen, die wahre geschlossene Formel für die Spectralwellen zu finden, falls diese in der Rydberg'schen Formel noch nicht gefunden sein sollte.

Der schliessliche Eindruck, der in diesen urelementaren Verhältnissen sich unserm betrachtenden Geiste unwillkürlich aufdrängt, ist der einer unerschöpflich weisheitsvollen Einrichtung der Natur, die mit nie fehlbarer Sicherheit Functionen vollzieht, denen der denkende Geist nur mühsam und n demüthigender Unvollkommenheit nachzufolgen vermag.

**15. Zu Hr. Zermelo's Abhandlung
„Ueber die mechanische Erklärung irreversibler
Vorgänge“¹⁾; von Ludwig Boltzmann.**

Ich will mich in der Duplik so kurz fassen, als es ohne Gefährdung der Klarheit möglich ist.

§ 1. Der 2. Hauptsatz wird mechanisch durch die natürlich unbeweisbare Annahme *A* erklärt, dass das Universum, wenn man es als mechanisches System auffasst, oder wenigstens ein sehr ausgedehnter, uns umgebender Theil desselben von einem sehr unwahrscheinlichen Zustande ausging und sich noch in einem solchen befindet. Wenn man daher ein kleineres System von Körpern in dem Zustande, in dem es sich gerade befindet, plötzlich von der übrigen Welt abschliesst, so befindet sich dasselbe vermöge der Annahme über den Zustand des Universums anfangs oft in einem ganz unwahrscheinlichen Zustande und dieser geht dann, solange das System abgeschlossen ist, in immer wahrscheinlichere über. Dagegen hat es eine an Unmöglichkeit grenzende Unwahrscheinlichkeit, dass das abgeschlossene System sich anfangs im Wärmegleichgewichte befand, und sich, während es abgeschlossen ist, soweit davon entfernt, dass seine Entropieverminderung wahrnehmbar wäre.

Es handelt sich also nicht um das Verhalten eines ganz beliebigen, sondern eines gerade dem jetzigen Weltzustande entnommenen Systems (l. c. p. 795). Dies hat der Anfangszustand vor den späteren Zuständen voraus (l. c. p. 798), wodurch Hr. Zermelo's Schluss entfällt, dass alle Punkte der *H*-Curve Maxima sein müssten (l. c. p. 798). Daher kommt es, dass die Entropie jedesmal zunimmt, sich Temperatur- und Konzentrationsunterschiede ausgleichen (l. c. p. 795), dass der Anfangswerth des *H* ein solcher ist, der in beobachtbarer Zeit fast ausnahmslos abnimmt (l. c. p. 797), dass Anfangs- und Endzustand nicht vertauschbar sind (l. c. p. 799). Die Annahme *A* ist die nach den Gesetzen der Mechanik begreifliche physikalische Erklärung der Besonderheit der Anfangszustände (l. c. p. 799) oder besser ein einheitlicher, diesen Gesetzen

1) Zermelo, Wied. Ann. 59. p. 793. 1896.

entsprechender Gesichtspunkt, der die Art der Besonderkeit des Anfangszustandes in jedem speciellen Falle voraussagen lässt; denn niemand wird verlangen, dass man das letzte Erklärungsprincip selbst wieder erkläre.

Würden wir dagegen über den gegenwärtigen Zustand des Universums keine Voraussetzung machen, so könnten wir natürlich nicht erwarten, dass sich das vom Universum abgetrennte System, dessen Anfangszustand dann ein ganz beliebiger wäre, eher anfangs als später in einem unwahrscheinlichen Zustande befinde. Dann wäre vielmehr zu erwarten, dass es sich schon im Momente der Abtrennung im Wärme-gleichgewichte befindet. Unter den wenigen Fällen, wo dies nicht eintreffen würde, wären solche am häufigsten, wo der Zustand des Systems, wenn man ihn in der Zeit (immer im abgetrennten Zustande) vor- oder rückwärts verfolgt, sich fast augenblicklich einem wahrscheinlicheren nähert. Noch weit seltener wären Fälle, wo der Zustand während längerer Zeit noch unwahrscheinlicher wird; diese aber wären ebenso häufig wie die, wo er die gleiche Zeit nach rückwärts verfolgt, noch unwahrscheinlicher wird.

§ 2. Die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf einen bestimmten Fall kann natürlich niemals exact bewiesen werden. Wenn von 100000 Objecten einer bestimmten Gattung jährlich etwa 100 durch Brand zerstört werden, so können wir nicht sicher schliessen, dass dies auch im nächsten Jahre eintreffen wird. Im Gegentheile, wenn die gleichen Bedingungen durch 10^{10} Jahre andauern würden, so würde es während dieser Zeit oft vorkommen, dass an einem Tage alle 100000 Objecte gleichzeitig abbrennen, und auch dass während eines ganzen Jahres nicht ein einziges Object Schaden leidet. Trotzdem vertraut jede Versicherungsgesellschaft der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Um wie viel mehr scheint wegen der grossen Zahl der Moleküle in einem Cubikmillimeter die freilich für keinen einzigen speciellen Fall mathematisch beweisbare Annahme gerechtfertigt und allen unseren Erfahrungen entsprechend, dass, wenn zwei materiell verschiedene oder ungleich warme Gase in Berührung gebracht werden, jedes Molekül nicht nur im ersten Momente, sondern während langer Zeit Molekülen

von den verschiedensten Zuständen begegnet, entsprechend den Wahrscheinlichkeitsgesetzen, welche durch die an der betreffenden Stelle herrschenden Mittelwerthe bestimmt sind. Diese Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen können die directe Verfolgung der Bewegung jedes Moleküls zwar nicht ersetzen, aber wenn man von den verschiedensten, gleichen Mittelwerthen entsprechenden (also für die Beobachtung gleichen) Anfangsbedingungen ausgeht, so ist man berechtigt zu erwarten, dass die nach beiden Methoden erhaltenen Resultate bis auf einzelne Ausnahmen genügend übereinstimmen werden, welche relativ noch viel seltener sind, als im obigen Beispiele der Fall, dass alle 100000 Objecte am selben Tage verbrennen. Die Annahme, dass diese seltenen Fälle in der Natur nicht zur Beobachtung kommen, ist nicht streng beweisbar (streng beweisbar ist das ganze mechanische Bild nicht), aber sie ist nach dem Gesagten so natürlich und naheliegend, so allen Erfahrungen über Wahrscheinlichkeiten von der Methode der kleinsten Quadrate bis zum Würfelspiel entsprechend, dass der Zweifel daran gewiss nicht die Berechtigung des Bildes, wenn es sonst brauchbar ist, in Frage stellen wird.

Ganz unbegreiflich aber ist es mir, wie man darin eine Widerlegung der Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung sehen kann, wenn irgendwelche andere Betrachtungen zeigen, dass innerhalb Aeonen hin und wieder Ausnahmen eintreten müssen; denn gerade das lehrt ja die Wahrscheinlichkeitsrechnung ebenfalls.

§ 3. Denken wir uns speciell plötzlich eine Scheidewand, welche zwei mit verschiedenartigen Gasen erfüllte Räume trennte, hinweggezogen. Man dürfte kaum bei irgend einer andern Gelegenheit (am wenigsten in allen Fällen, wo sich die Methode der kleinsten Quadrate bewährt) so viele voneinander unabhängige, in der verschiedensten Weise wirkende Ursachen haben, welche die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsgesetze rechtfertigen. Die Ansicht, dass sich gerade hier die Wahrscheinlichkeitsgesetze nicht bewähren, dass in der Mehrzahl der Fälle die Moleküle nicht diffundiren, dass vielmehr fortwährend grosse Theile des Gefässes bedeutend mehr Sauerstoff-, andere wieder mehr Stickstoffmoleküle enthalten werden, kann und will ich nicht dadurch widerlegen,

dass ich die Bewegung von Trillionen von Molekülen in Millionen von verschiedenen speciellen Fällen exact rechnend verfolge; so viel Berechtigung dürfte diese Ansicht sicher nicht haben, dass dadurch die Brauchbarkeit des Bildes, welches von der Annahme der Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsgesetze ausgeht und daraus die logischen Consequenzen zieht, in Frage gestellt würde.

Der Poincaré'sche Satz aber spricht nicht gegen, sondern insofern sogar für die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung, da auch diese lehrt, dass in Aeonen wieder verhältnissmässig kurz dauernde Zeiten eintreten werden, während welcher die Zustandswahrscheinlichkeit, die Entropie des Gasgemisches wieder erheblich abnimmt, wo also wieder mehr geordnete, ja hie und da sogar dem Anfangszustande sehr ähnliche Zustände eintreten. In diesen enorm viel späteren Zeiten ist natürlich fortwährend jede bemerkbare Abweichung der Entropie von ihrem Maximalwerthe äusserst unwahrscheinlich, aber eine augenblickliche Zu- oder Abnahme derselben gleich wahrscheinlich.

Es ist auch in diesem Beispiele wieder klar, dass sich der Process in beobachtbarer Zeit deshalb in nicht umkehrbarer Weise abspielt, weil man absichtlich von einem ganz unwahrscheinlichen Zustand ausging. Bei den Naturvorgängen wird dies durch die Annahme erklärt, dass man das Körpersystem aus dem Universum ausscheidet, welches augenblicklich einen sehr unwahrscheinlichen Gesamtzustand hat.

Dieses Beispiel zweier anfangs vermischter Gase giebt uns sogar ein beiläufiges Bild, wie man sich den Anfangszustand der Welt zu denken hat. Denn wenn wir in dem Beispiele eine in einem kleineren Raume befindliche Gasmasse bald nach begonnener Diffusion von der übrigen Gasmasse isoliren, so wird sie bezüglich des Vor- und Rückschritts in der Zeit ganz dieselbe Einseitigkeit zeigen, wie das in § 1 isolirte Körpersystem.

§ 4. Ich habe selbst wiederholt gewarnt, einer Ausdehnung unserer Gedankenbilder über die Erfahrung hinaus zu sehr zu vertrauen und erinnert, dass man darauf gefasst sein muss, dass sich die Bilder der heutigen Mechanik und besonders die Auffassung der kleinsten Theilchen der Körper als materielle

Punkte, als provisorisch herausstellen werden. Unter allen diesen Reserven aber kann derjenige, welcher dazu Lust hat, dem Drange nachgeben, sich specielle Vorstellungen über das Universum zu machen.

Man hat dann die Wahl zwischen zweierlei Vorstellungen. Man kann annehmen, dass sich das gesammte Universum gegenwärtig in einem sehr unwahrscheinlichen Zustande befindet. Man kann sich aber auch die Aeonen, innerhalb deren wieder unwahrscheinliche Zustände eintreten, winzig gegen die Dauer, die Siriusfernen winzig gegen die Dimensionen des Universums denken. Es müssen dann im Universum, das sonst überall im Wärmegleichgewichte, also todt ist, hier und da solche verhältnissmässig kleine Bezirke von der Ausdehnung unseres Sternensystems, (nennen wir sie Einzelwelten) vorkommen, die während der verhältnissmässig kurzen Zeit von Aeonen erheblich vom Wärmegleichgewichte abweichen, und zwar ebenso häufig solche, in denen die Zustandswahrscheinlichkeit gerade zu- als abnimmt. Für das Universum sind also beide Richtungen der Zeit ununterscheidbar, wie es im Raum kein Oben oder Unten giebt. Aber wie wir an einer bestimmten Stelle der Erdoberfläche die Richtung gegen den Erdmittelpunkt als nach unten bezeichnen, so wird ein Lebewesen, das sich in einer bestimmten Zeitphase einer solchen Einzelwelt befindet, die Zeitrichtung gegen die unwahrscheinlicheren Zustände anders als die entgegengesetzte (erstere als die Vergangenheit, den Anfang, letztere als die Zukunft, das Ende) bezeichnen und vermöge dieser Benennung werden sich für dasselbe kleine Gebiete, die es aus dem Universum isolirt, „anfangs“ immer in einem unwahrscheinlichen Zustande befinden. Diese Methode scheint mir die einzige, wonach man den 2. Hauptsatz, den Wärmetod jeder Einzelwelt ohne eine einseitige Aenderung des ganzen Universums von einem bestimmten Anfangs- gegen einen schliesslichen Endzustand denken kann. Die Einwendung, dass ein Gedankenbild, welches so viel todte Theile des Universums zur Erklärung von so wenig belebten braucht, unökonomisch und daher unzweckmässig sei, lasse ich nicht gelten. Ich erinnere mich noch zu gut einer Person, welche absolut nicht glaubte, dass die Sonne 20 Millionen Meilen von der Erde entfernt sei, denn die Annahme von so viel

nur Lichtäther enthaltenden Raum neben so wenig mit Leben erfülltem, sei einfach einfältig.

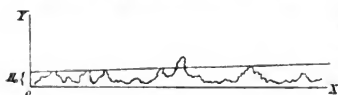
§ 5. Ob man sich in solchen Speculationen ergehen will, ist natürlich Geschmackssache. Von einer Wahl nach Geschmack zwischen der Carnot-Clausius'schen Fassung und dem mechanischen Bilde aber kann sicher nicht die Rede sein (l. c. p. 791). Die Wichtigkeit der ersteren als des einfachsten Ausdrucks der bisher beobachteten Thatsachen bestreitet niemand. Ich behaupte nur, dass das mechanische Bild in allem wirklich Beobachteten damit übereinstimmt. Dass es auf die Möglichkeit gewisser neuer Beobachtungen, z. B. über die Bewegung kleiner Körperchen in tropfbaren und gasförmigen Flüssigkeiten, über Reibung und Wärmeleitung in äusserst verdünnten Gasen etc. hinweist, dass es in uncontrollirbaren Fragen (z. B. über das Verhalten des Universums oder eines ganz abgeschlossenen Systems während unendlich langer Zeit) nicht mit der Carnot-Clausius'schen Fassung stimmt, mag man einen principiellen Unterschied nennen, jedenfalls scheint es kein Grund, das mechanische Bild aufzugeben, wie Hr. Zermelo (l. c. p. 794) meint, wenn es sich nicht, was nicht zu erwarten, principiell abändern lässt. Gerade dieser Unterschied scheint mir dafür zu sprechen, dass es die Allseitigkeit unserer Gedankenbilder fördern muss, neben den Consequenzen des Principis in der Carnot-Clausius'schen Fassung auch die des mechanischen Bildes zu studiren.

Anhang.

§ 6. Die Wahrscheinlichkeit eines Zustandes maass ich seit jeher unabhängig vom zeitlichen Verlaufe durch die „Ausdehnung γ “ (l. c. p. 795) des ihm entsprechenden Gebietes, wozu ich schon seit 30 Jahren den Liouville'schen Satz benutze.¹⁾ Der Maxwell'sche Zustand ist bloß deshalb der wahrscheinlichste, weil er in der verschiedensten Weise realisirt sein kann. Die Gesamtausdehnung γ des Gebietes aller jener Zustände, für welche die Geschwindigkeitsvertheilung angenähert durch die Maxwell'sche Formel gegeben ist, ist

1) Vgl. besonders Wien. Sitz. Ber. 58, II. p. 517, 1868; 63, II. p. 679 und p. 712, 1871; 66, II, 1872; 76, II. p. 373, 1877. Dort habe ich auch für die oben ohne Beweis angeführten Sätze die Beweise geliefert, die alle zu wiederholen hier natürlich der Platz fehlt.

also viel grösser, als die Gesamtausdehnung des Gebietes aller übrigen Zustände. Nur zur Versinnlichung der in den früheren Paragraphen geschilderten Beziehung zwischen dem zeitlichen Verlaufe der Zustände und deren Wahrscheinlichkeit stellte ich die reciproken Werthe der so gemessenen Wahrscheinlichkeit für die verschiedenen zeitlich sich folgenden Zustände durch die H -Curve dar, falls es sich um eine grosse, endliche Zahl von unendlich wenig deformirbaren Gasmolekülen handelt. Verschwindend wenige specielle Anfangszustände ausgenommen wird dann allerdings auch der wahrscheinlichste Zustand am häufigsten vorkommen (wenigstens bei einer sehr grossen Zahl von Molekülen). Die Ordinaten dieser Curve sind fast ausnahmslos sehr klein und diese kleinen Ordinaten sind natürlich nicht mit Vorliebe Maxima. Lediglich die Ordinaten von ganz ungewöhnlicher Grösse sind es meist und zwar um



so wahrscheinlicher, je grösser sie sind. Dass eine sehr grosse Ordinate H_0 öfter einem Maximum als dem Durchschnittspunkte

der Geraden $y = H_0$ mit einem noch grösseren Buckel entspricht (l. c. p. 797), kommt von der enormen Zunahme der Seltenheit der Buckel mit wachsender Höhe. Vgl. die nebenstehende Figur, die freilich sehr cum grano zu nehmen ist. Eine richtige Figur hätte der Zinkograph nicht herstellen können, da das, was wir die H -Curve nannten, auf jeder endlichen Strecke sehr viele Maxima und Minima hat und daher nicht durch einen Strich von continuirlich wechselnder Richtung darstellbar ist. Sie hiesse besser: Aggregat vieler sehr naher Punkte oder kleiner horizontaler Striche. Bezüglich des Näheren muss ich auf die „Nature“ 1894 und 1895 verweisen.

Auf einen in unseren Händen befindlichen irdischen Körper ist natürlich der Poincaré'sche Satz niemals anwendbar, weil kein solcher ganz abgeschlossen ist, ebensowenig auf ein ganz abgeschlossenes Gas der kinetischen Theorie, wenn man zuerst die Anzahl der Moleküle, dann erst den Quotienten der Zwischenzeit zwischen zwei benachbarten Zusammenstössen in die Beobachtungszeit unendlich werden lässt.

Wien, den 16. December 1896.

16. *Ueber Rotationen im constanten electrischen Felde; von L. Boltzmann.*

Ich will auf die Erklärung, welche Hr. Quincke von seinen schönen Versuchen über den im Titel bezeichneten Gegenstand giebt¹⁾, um so weniger im einzelnen eingehen, als mir dieselbe keineswegs ganz klar geworden ist, bemerke aber doch, dass sie mir einer nicht unwesentlichen Ergänzung zu bedürfen scheint. Hr. Quincke zieht nur die gewöhnliche dielectrische Polarisirung mit Hysteresis in den Kreis seiner Betrachtung. Diese befolgt nach den heutigen Anschauungen (wenigstens bezüglich des nun zu erörternden Punktes) dieselben Gesetze, wie die magnetische Polarisirung mit Hysteresis. Letztere aber kann niemals Energie erzeugen, sondern nur vernichten. Es ist also vollkommen klar, dass eine magnetisirbare mit einer magnetisirbaren Luftschicht bekleidete in eine magnetisirbare Flüssigkeit getauchte Kugel zwischen den unveränderlichen Polen eines permanenten Magneten niemals in dauernd hin- und hergehende Rotationen kommen könnte. Jede Theorie, nach welcher, wie es mir bei der des Hrn. Quincke der Fall zu sein scheint, auch hier solche Rotationen möglich sind, muss daher nothwendig unvollständig sein.

Um die analogen Drehungen zwischen zwei electrisirten Condensatorplatten zu erklären, muss man daher jedenfalls den Ausgleich der Electricität zwischen den Platten, sei es durch schwache Leitung, oder was wahrscheinlicher ist, durch Convection in der Flüssigkeit, in welche die Kugel taucht, mit berücksichtigen. Dieser Ausgleich muss die zur Erhaltung der Rotation erforderliche Energie liefern, man kann sich z. B. denken, dass durch die Rotation der Kugel die Flüssigkeit in einer Weise mitgenommen wird, welche die Convection fördert.

Wie immer man sich aber das denken mag, jedenfalls müsste man, wenn man leugnen wollte, dass der Electricitäts-

1) Quincke, Wied. Ann. 59. p. 481. 1896.

ausgleich zwischen den Condensatorplatten bei dem Phänomen eine Rolle spielt, ganz neue Gesetze der Dielectrisirung annehmen, wobei die Dielectrica Energiequellen sind, also bei Fortdauer der hin- und hergehenden Rotation stets wachsende Veränderungen erfahren, welche die fortdauernde Verwandlung von Energie in Wärme durch innere Flüssigkeitsreibung bei der Rotation der Kugel erklären. Hr. Quincke erwähnt der Convection zwar auf p. 468, doch nur nebensächlich und nur der Wirkung auf durch Contact entstandene Electricität. In seiner Theorie gedenkt er derselben gar nicht und auch nicht des Ausgleiches der Ladungen der Condensatorplatten, der vielleicht auch in den auf p. 470 erwähnten Versuchen mit dazwischen gestellten Glimmerplatten eine Rolle spielt.

Wien, October 1896.

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND 60.

1. *Ueber das Verhalten des Quarzes
gegen Strahlen grosser Wellenlänge, untersucht
nach der radiometrischen Methode;
von Ernest Fox Nichols.*

(Hierzu Taf. III Fig. 1.)

In den früheren Bestimmungen der Energievertheilung im ultrarothem Spectrum wurde in der Regel entweder die thermoelectrische oder die bolometrische Methode benutzt.

In der vorliegenden Arbeit ist nach dem Vorgang des Hrn. E. Pringsheim¹⁾ eine modificirte Form des Crookes'schen Radiometers angewandt worden. Der erste Theil dieser Arbeit enthält die Beschreibung des Apparats und Erörterungen über die radiometrische Methode, der zweite Theil die am Quarz angestellten Messungen.

I. Apparat und Methode.

1. Spectrometer.

Eine Darstellung des benutzten Spectrometers ist in Fig. 1 gegeben. Die Strahlen treten in den bilateralen Spalt s_1 ein, werden durch den

Hohlspiegel S_1 parallel gemacht K und durchdringen nach ihrer Reflexion an dem Planspiegel S_2 das Prisma.²⁾ Hierauf werden sie mit Hülfe des Hohl-

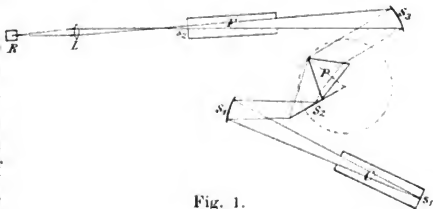


Fig. 1.

spiegels S_3 auf dem Spalte s_2 wieder vereinigt. Die einzige Abweichung von der gewöhnlichen Anordnung besteht in der

1) E. Pringsheim, Wied. Ann. 18. p. 32. 1883.

2) Wadsworth, Phil. Mag. 38. p. 337. 1894.

Einführung des ebenen Spiegels S_2 , der an dem Prisma befestigt ist, — eine Modification, die von Hrn. Wadsworth herstammt, bei welcher im Gegensatz zu dem gewöhnlichen Verfahren das Fernrohr fest stehen bleibt und das Spectrum beim Drehen des Prismas über das Gesichtsfeld wandert. Diese Anordnung ist für die vorliegende Methode nöthig, weil im Gegensatz zum Bolometer das Radiometer nicht gut bewegt werden kann.

Ein zweiter bilateraler Spalt s_2 im Rohr F wurde in die Brennebene des Hohlspiegels S_3 gebracht. Die von diesem Spalt herkommenden Strahlen wurden durch die Steinsalzlinie L concentrirt und auf dem Flügel des Radiometers bei R im Brennpunkt vereinigt. Das Flusspathprisma P wurde nach den Paschen'schen¹⁾ Messungen der Brechungsexponenten calibrirt.

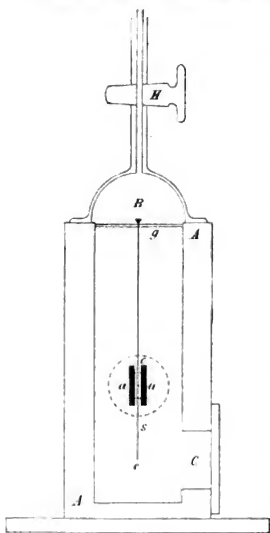


Fig. 2.

2. Construction des Radiometers.

Die Einzelheiten in der Construction des Radiometers werden am besten aus Fig. 2 erkannt, die einen Aufriss des Instrumentes senkrecht zum Strahlengang darstellt. Die Figur ist in halber natürlicher Grösse gezeichnet.

Das Gehäuse A aus Rothguss, mit einer axialen Bohrung von oben nach unten bis zu

5 mm Entfernung von der Basis, wird durch drei Nivellirschrauben getragen und oben durch eine Glasglocke B geschlossen, die auf der äusseren Fläche des Gehäuses ruht.

H ist ein Hahn, der die Verbindung mit der Raps'schen Quecksilberluftpumpe, die zur Herstellung des Vacuums dient,

¹⁾ Paschen, Wied. Ann. 53. p. 301. 1894.

abschliesst. Das Gehäuse *A* enthält zwei seitliche Oeffnungen *C*, durch eine Spiegelglasplatte geschlossen, durch welche man die Ablenkung aus der Gleichgewichtslage ablesen kann, und *F*, durch eine Flussspathplatte geschlossen, durch welche die zu messenden Strahlen in das Radiometer eintreten. Die Anordnung der einzelnen Theile des Fensters *F* ist aus Fig. 2a ersichtlich, die einen Schnitt in einer Ebene senkrecht zur ersten zeigt.

Die kreisrunde Flussspathplatte *P* von 5 mm Dicke wird durch eine Schraube festgehalten, mit einer Gummidichtung bei *d*; das Ganze ist auf eine Messingplatte befestigt, die an das Gehäuse angekittet ist. In der Oeffnung *F* befindet sich ein kurzes Messingrohr *r*, das bis 2 mm von der Axe von *A* hineinragt und an seinem inneren Ende eine dünne Glimmerplatte *k* trägt. Dicht hinter der Glimmerplatte hängen die beiden gleichen Glimmerflügel *a a*, die beide auf der Vorderseite geschwärzt sind und den wichtigsten Bestandtheil des Torsionssystems bilden. Die Flügel werden durch dünne Fäden von ausgezogenem Glas zusammengehalten, und auf der Linie mitten zwischen ihnen ist der Glasfaden *ce* angebracht, der die Drehungsaxe bildet und in der Nähe seines untern Endes die kleine Spiegelplatte *s* trägt. Ein sehr dünner Quarzfaden, der bei *c* befestigt ist und von der Brücke *g* herabhängt, giebt dem System die Directionskraft.

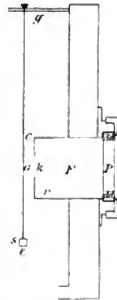


Fig. 2a.

Das gesammte Gewicht des Systems betrug 7 mg.

3. Das Radiometer als Messinstrument.

Hr. Crookes¹⁾ hat gezeigt, dass die Empfindlichkeit des Radiometers in nahem Zusammenhang steht mit dem Druck des Gases, das sich in dem Gefäss befindet. Die Herren Stoney und Moss²⁾ zeigten durch Untersuchungen bei verhältnissmässig hohem Druck, dass die Empfindlichkeit bei

1) Crookes, Proc. Roy. Soc., 16. Nov. 1876.

2) Stoney u. Moss, Proc. Roy. Soc., 22. Febr. 1877.

gleichem Druck sich mit der Entfernung des geschwärzten Flügels von der gegenüberliegenden Wand ändert und zwar so, dass sie bei abnehmender Entfernung zunimmt. Hr. Crookes beobachtete auch, dass das logarithmische Decrement eines Torsionspendels schnell mit dem Druck abnimmt in den Gebieten des Druckes, für welche die Empfindlichkeit des Radiometers gross war.

Das sind Hauptgründe, welche die gegenwärtige Form des Instrumentes herbeigeführt haben. Dasselbe hatte das Maximum der Empfindlichkeit bei einer Schwingungsdauer von zwölf Secunden, wenn die Flügel $2\frac{1}{2}$ mm von der Glimmerplatte entfernt waren und der Druck ¹⁾ in dem Gefäss 0,05 mm betrug. Durch weiteres Auspumpen konnte die Schwingungsdauer auf acht Secunden erniedrigt werden; allein die Verringerung der Schwingungsdauer hatte eine Abnahme der Empfindlichkeit zur Folge. Bei grösseren Drucken nahm die Schwingungsdauer zu, bis die Bewegung aperiodisch wurde. Bei Atmosphärendruck verging eine volle Minute bis das Radiometer die neue Einstellung erreichte, wenn man die Aufhängevorrichtung um einen Torsionswinkel von 90° drehte. In der Nähe des Maximums ändert sich die Empfindlichkeit sehr langsam, sodass die Schwingungsdauer hier die beste Prüfung für den zu wählenden Druck ist. Werden die Flügel in 1 mm Entfernung von der Glimmerplatte gebracht, so nimmt die Empfindlichkeit bei Drucken grösser als 0,1 mm erheblich zu, aber der Nachtheil so zu verfahren, besteht darin, dass dadurch die Schwingungsdauer erhöht wird und die Ausschläge für kleine Energiemengen im Verhältniss grösser sind als für grosse. Für Drucke in der Nähe der maximalen Empfindlichkeit haben kleine Aenderungen in der Entfernung keinen bemerkenswerthen Einfluss, weder auf die Empfindlichkeit noch auf die Schwingungsdauer.

Unter den vorstehenden Bedingungen zur maximalen Empfindlichkeit, die bei allen Messungen erfüllt waren, wurde auf verschiedene Weise bewiesen, dass die Ausschläge des Radiometers proportional der Energie waren. Der eine Weg war der, dass man die Abhängigkeit des Reflexionsvermögens von der Wellen-

1) Nach McLeod gemessen.

länge bei einer Flussspathfläche unter einem Einfallswinkel von 25° maass.¹⁾

Die erhaltenen Resultate werden in Tabelle I mit den Werthen der Reflexion verglichen, die man mit Hülfe der Fresnel'schen Formel unter Benutzung der von Hrn. Paschen²⁾ beobachteten Brechungsexponenten erhält. Die erste Columne der Tabelle enthält die Wellenlängen, die zweite die beobachtete Reflexion, die dritte die berechnete und die vierte die Differenz beider Werthe.

Tabelle I.
Reflexion des Flusspaths.

$$i = 25^{\circ}; \quad R = \frac{R_{\perp} + R_{\parallel}}{2}.$$

λ	R beob.	R ber.	Δ
0,589	0,031	0,032	- 1
1,5	0,031	0,031	0
2,36	0,030	0,031	- 1
3,0	0,031	0,031	0
4,0	0,030	0,030	0
5,0	0,029	0,028	+ 1
6,0	0,028	0,027	+ 1
7,0	0,027	0,025	+ 2

Die Empfindlichkeit des Radiometers während der folgenden Messungen war derart, dass Strahlen vor einer 6 m entfernten Kerze bei ihrem Auffallen auf einen der Flügel eine Ablenkung von 60 Theilstrichen auf einer Millimeterscala in $1\frac{1}{3}$ m Entfernung von dem Instrument erzeugten. Es entspricht dies einem Ausschlag von mehr als 2100 Scalentheilen für eine Kerze in $1\frac{1}{3}$ m Entfernung.

Die compensirende Wirkung der beiden Flügel war so vollkommen, dass Strahlen von einer dem Radiometer gerade gegenüber befindlichen Lichtquelle, die bei ihrem Auffallen

1) Diese Beobachtungen wurden durch Vergleichung der Reflexion des Flusspaths mit der des Silbers angestellt, wie es nachher beim Quarz beschrieben werden wird. Da die Reflexion des Flusspaths nur ungefähr 3 Proc. von der entsprechenden Reflexion des Silbers beträgt, so wurden Ausschläge, von denen die grösseren 30—40 mal so gross als die kleineren waren, direct verglichen, und der Beweis für die Proportionalität war daher ein sehr strenger.

2) Paschen, Wied. Ann. 53. p. 301. 1894.

auf jeden der beiden Flügel allein einen Ausschlag von 60 Scalenthellen erzeugten, weniger als 1 mm Ausschlag gaben, wenn beide Flügel zugleich getroffen wurden. So hatte man ein ausserordentlich empfindliches Instrument, das zugleich einen sehr constanten Nullpunkt hatte und Ausschläge gab, die auf 0,1 mm garantirt werden können.

Im Vergleich zu dem Linearbolometer oder der Thermosäule hat die gegenwärtige Form des Radiometers folgende Vorzüge:

1. es ist unbeeinflusst von allen magnetischen und thermoelectrischen Störungen, die das Arbeiten mit einem sehr empfindlichen Galvanometer langwierig und unbefriedigend machen;

2. es kann besser die Wirkung von Strahlen compensirt werden, die nicht von der zu messenden Quelle ausgehen;

3. das Radiometer ist frei von jeglichen Störungen infolge der Luftströmungen, die sich über dem erwärmten Bolometerdraht bilden.

Jedoch hat es folgende Nachtheile:

1. es ist nicht so leicht transportabel als das Bolometer oder die Thermosäule;

2. alle zu messenden Strahlen müssen durch das Radiometerfenster hindurchgehen und sind seiner Reflexion und selectiven Absorption unterworfen;

3. in der gegenwärtigen Form kann das Radiometer von der Quecksilberluftpumpe nicht länger als eine Woche getrennt werden, ohne an Empfindlichkeit einzubüssen.

II. Beobachtungen am Quarz.

Unsere Kenntniss der optischen Eigenschaften des Quarzes im sichtbaren Spectrum sind in einer Richtung durch Beobachtungen von Hrn. Sarasin¹⁾ im Ultravioletten erweitert worden, in anderer Hinsicht durch Beobachtungen von Hrn. Mouton²⁾ und später von Hrn. Rubens³⁾ im Ultrarothem. Rubens' Beobachtungen reichen bis zu dem Gebiet $\lambda = 4,2 \mu$. Ueber diesen Punkt hinaus sind directe Messungen der

1) Sarasin, Archiv des Sc. Phys. **3**. 10. p. 303. 1883.

2) Mouton, Comp. rend. **88**, p. 1190. 1879.

3) Rubens, Wied. Ann. **53**. p. 277. 1894; **54**. p. 480. 1895.

Brechungsexponenten nicht möglich wegen der starken Absorption, die im Quarz in diesem Gebiet beginnt. Die vorliegenden Beobachtungen setzen bei diesem Punkt ein und bestehen in Beobachtungen über die Reflexion und Durchlässigkeit des Quarzes für Wellenlängen von $\lambda = 4 \mu$ bis $\lambda = 9 \mu$, wo aus einem anderen Grunde — wegen der Absorption des zur Dispersion benutzten Flussspathprismas — die Beobachtungen abgebrochen werden mussten.

1. Beobachtung über Reflexion.

Die Reflexion des Quarzes wurde nicht direct gemessen, sondern der Bequemlichkeit halber mit der Reflexion des Silbers verglichen. Diese wurde vorher bestimmt, und zwar durch Vergleich des unter einem Winkel von 15° reflectirten Strahles mit dem directen vermittelt des von Hrn. Rubens ¹⁾ benutzten Apparates.

Als Spiegel diente ein Silberniederschlag auf Glas. Die Resultate sind in Tab. II enthalten, welche auch die Werthe für die Reflexion des Silbers nach den Beobachtungen von Hrn. Rubens ¹⁾ und Hrn. Langley ²⁾ enthält.

Tabelle II.

λ	Nichols	Rubens	Langley	λ	Nichols	Rubens
0,35			61,0	0,80		95,2
0,38			73,0	0,90	96,0	95,8
0,40			79,0	1,00		96,5
0,43	82,7			1,15		97,0
0,44	86,4			1,40		97,4
0,45		87,0	85,0	1,65		97,7
0,49	90,1			2,00	97,2	97,3
0,50		88,3	89,0	2,50	96,5	97,0
0,54	91,5			3,00	97,3	98,3
0,55		90,3	91,0	3,50	98,3	
0,59	91,6			4,00	100,0	
0,60		92,7	92,0	6,00	99,8	
0,64	93,6			7,00	99,6	
0,65		93,3	93,0	8,00	99,0	
0,70		94,5	93,0	8,40	99,5	
0,75	95,0		94,0	8,65	99,2	
				9,00	100,0	

Die Uebereinstimmung ist, wie man erkennt, eine recht gute, jedoch ergeben sich meine Werthe im sichtbaren Spec-

1) Rubens, Wied. Ann. **37**, p. 249. 1889.

2) Langley, Phil. Mag. **27**, p. 10. 1889.

trum sämmtlich etwas grösser als die von Hrn. Rubens sowohl wie von Hrn. Langley. Es kann dies zweifelsohne durch Verschiedenheiten in der Politur erklärt werden, wovon die Reflexion in diesem Gebiet in grossem Maasse abhängt. Im Ultrarothem hingegen wird die Reflexion nur wenig von den gewöhnlichen Verschiedenheiten in der Politur beeinflusst, und ein Silberspiegel, der mit der Zeit deutlich gelb geworden war, gab dieselbe Reflexion bei Wellenlängen von $\lambda = 6 \mu$ bis $\lambda = 9 \mu$, wie ein vollständig neuer.

Für Wellenlängen grösser als 4μ ergibt sich, dass die Reflexion fast vollständig ist, sodass zum Vergleich mit Quarz die Intensität des Strahles, der vom Silberspiegel kam, ohne Correction als Einheit genommen wurde.

Bei den Beobachtungen über die Reflexion am Quarz wurde als reflectirende Fläche die senkrecht zur optischen Axe geschliffene Fläche eines Quarzprismas benutzt.

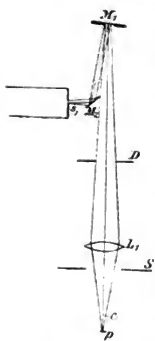


Fig. 3.

Um die sehr kleinen Einfallswinkel von 5° zu erhalten, wurde die Anordnung des Apparats — Fig. 3 — getroffen, wo p die Zirkonplatte des Linnemann'schen Brenners bedeutet, der die Energie erzeugt, L_1 ist eine Steinsalzlinse, M_1 der Halter für die zu vergleichenden Spiegel, M_2 ein Silberspiegel, um die Strahlen in den Spectrometerspalt s zu lenken. Bei S war eine Klappe angebracht und bei D ein Diaphragma. Die beiden Platten zur Seite des Spectrometerspaltes trugen Millimeterpapier, und die Lage des von der Linse L_1 entworfenen reellen Bildes einer Platinspitze bei c diente als Zeichen, um die Anordnung bei dem Wechsel von Silber und Quarz und umgekehrt zu prüfen. Die zu vergleichenden Flächen wurden sorgfältig in zwei genau gleichen Trägern befestigt, die einzeln in den Halter M_1 hineinpassten, und dort durch zwei Federn festgehalten.

Um das Verfahren bei den einzelnen Beobachtungen und zugleich das Verhalten des Radiometers zu zeigen, sind die

Beobachtungen für die Wellenlängen $\lambda = 8,72 \mu$ und $\lambda = 8,52 \mu$ vollständig angegeben. Von den 15 Beobachtungsreihen bei ebensovielen verschiedenen Wellenlängen zwischen 8μ und 9μ liefert die eine die beste Uebereinstimmung der einzelnen Werthe untereinander, die andere die schlechteste.

Tabelle III.

Zwei Beobachtungsreihen über die Reflexion des Quarzes Q im Vergleich zu der als total zu betrachtenden Reflexion des Silbers S . Die Werthe

u^2 wurden abwechselnd nach der Formel $\frac{2 Q_n}{S_n + S_{n+1}}$ und $\frac{Q_n + Q_{n+1}}{2 S_{n+1}}$ berechnet.

$\lambda = 8,72 \mu$ Spalt 1,5 mm breit			$\lambda = 8,52 \mu$ Spalt 1,0 mm breit		
Ablesungen	Ausschläge	u^2	Ablesungen	Ausschläge	u^2
S_1 { 532,2 497,1	35,1		S_1 { 532,9 506,1	26,8	
Q_1 { 531,8 509,9	21,9	62,7	Q_1 { 533,0 514,7	18,8	71,9
S_2 { 531,9 497,0	34,9	62,9	S_2 { 532,7 507,0	25,7	72,0
Q_2 { 531,9 510,0	21,9	62,9	Q_2 { 532,9 514,6	18,3	70,9
S_3 { 531,8 496,9	34,9	62,5	S_3 { 533,1 507,0	26,1	70,9
Q_3 { 531,7 510,0	21,7	62,5	Q_3 { 532,6 513,9	18,7	72,9
S_4 { 531,8 497,0	34,8	62,2	S_4 { 532,3 506,9	25,4	74,0
Q_4 { 531,4 509,9	21,5	62,3	Q_4 { 532,7 513,7	19,0	74,0
S_5 { 531,3 497,1	34,2		S_5 { 532,1 506,3	25,8	
Mittel 62,6%			Mittel 72,4%		

Alle beobachteten Werthe der Reflexion des Quarzes sind in der zweiten Columne von Tab. IV zusammengestellt und die entsprechenden Wellenlängen in Columne 1. Columne 3 giebt unter der Ueberschrift $\lambda' - \lambda''$ das Wellenlängen-Intervall in μ , das der Breite der benutzten Spalte entspricht, die beide stets gleich weit geöffnet wurden.

Diese Resultate sind in der Taf. III Fig. 1 graphisch dargestellt. Die Curve fällt sehr langsam von $\lambda = 4,5 \mu$ zu einem Minimum

bei $\lambda = 7,4 \mu$, wo die beobachtete Reflexion nur 0,29 Proc. betrug. Von $\lambda = 7,5 \mu$ bis $\lambda = 8,4 \mu$ steigt sie überraschend schnell zu einem Maximalwerth von 75 Proc. in der Nähe der letzteren Wellenlänge, sinkt wieder zu einem zweiten Minimum von 51 Proc. nahe $\lambda = 8,6 \mu$ und steigt zu einem zweiten Maximum von 66 Proc. bei $\lambda = 8,8 \mu$ und fällt dann regelmässig bis $\lambda = 9 \mu$, worüber hinaus nicht mehr beobachtet werden konnte. Der Fehler der hier angegebenen Werthe für die Reflexion rührt von der Gegenwart von Strahlen kleinerer Wellenlängen her, die bei Messungen in diesem Gebiete niemals ganz fehlen und die hier bewirken, dass die beiden Maxima zu niedrig liegen, und zwar das zweite tiefer im Verhältniss zum ersten. Das erste Minimum bei $\lambda = 7,4 \mu$ ist wahrscheinlich zu hoch.

Tabelle IV.

λ	$\frac{u^2 \text{ Proc.}}{i = 5^\circ}$	$\lambda' - \lambda''$	$D \text{ Proc.}$ beob.	$\lambda' - \lambda''$	D_1	$\frac{x_0^2}{10^{-6}}$
4,2			90,0	0,07		
4,4			89,7	0,07		
4,5	3,4	0,07	[92,0	0,07]	99,0	0
4,7			[93,6	0,10]		
4,8			90,1	0,06		
4,9			89,3	0,07		
5,0			85,9	0,07		
5,0	3,0	0,07	[69,7	0,07]	75,0	41
5,05			[71,3	0,10]		
5,1			71,0	0,05		
5,15			74,6	0,05		
5,2			74,5	0,05		
5,25			71,1	0,07		
5,3	2,73	0,07	62,3	0,05	57,0	174
5,4			54,1	0,05		
5,5			67,8	0,06		
5,7			72,2	0,10		
5,8	2,5	0,09	80,0	0,11	85,4	16
5,9			81,1	0,05		
6,0			75,5	0,11		
6,1			72,8	0,11		
6,2			70,6	0,11		
6,25	1,8	0,11	60,2	0,11	61,9	174
6,3			[59,2	0,11]		
6,35			[59,4	0,05]		
6,4			63,3	0,10		
			68,1	0,11		
			[77,2	0,11]		
			[75,9	0,11]		

λ	n^2 Proc. $i=5^\circ$	$\lambda' - \lambda''$	D Proc. beob.	$\lambda' - \lambda''$	I_{λ_1}	$x_{\frac{1}{2}}^*$ 10^{-6}
6,45	1,46	0,10	179,8 182,3	0,11 0,05	83,5	42
6,5			77,2	0,10		
6,55			72,0	0,10		
6,6			68,1	0,10		
* 6,65			68,1	0,05		
6,7	1,19	0,10	67,6	0,10	69,0	121
6,8			74,5	0,10		
6,9			80,5	0,10		
7,0	0,65	0,12	81,3	0,09	82,2	23
7,1	0,46	0,12	79,3 [†]		80,1	62
7,2	0,44	0,12	75,3	0,09	76,2	76
7,3	0,315	0,12	70,4	0,09	71,2	121
7,4	0,29	0,12	66,7	0,09	67,4	166
7,5	0,425	0,12	59,5	0,09	60,1	286
7,6	0,858	0,09	51,5	§ 0,09	52,5	466
7,7	1,37	0,09	35,8	0,09	36,9	1149
7,8	3,25	0,09	18,0	0,09	19,3	3215
7,9	6,0*		12,2	0,09	13,9	4747
7,92	6,69	0,09				
8,0	14,0	0,08	5,61	0,09	8,01	8136
8,02	17,2	0,08				
8,05	23,0*		3,15	0,09	6,43	10240
8,1			> 0,5	0,09		
8,12	43,3	0,08				
8,22	63,3	0,08				
8,32	70,4	0,08				
8,42	75,0	0,08				
8,52	72,4	0,08				
8,62	51,1	0,08				
8,65	56,5	0,08				
8,67	58,4	0,08				
8,72	62,6	0,12				
8,8	67,1	0,12				
8,82	64,0	0,12				
8,9	60,5	0,08				
8,925	58,0	0,11				
9,0	51,5	0,08				
9,02	49,2	0,11				

* Graphisch interpoliert von der Reflexionscurve.

† Graphisch interpoliert von der Durchlässigkeitscurve.

§ Durchlässigkeit beobachtet in dem doppelt zerlegten Spectrum.

2. Beobachtung der Durchlässigkeit.

Um die Durchlässigkeit zu untersuchen, wurde die Linse L_1 (Fig. 3) und die Lampe in die Richtung des Collimatorrohres des Spectrometers gebracht und die Intensität des directen Strahles mit der Intensität des durch eine dünne, direct vor

den Spalt gebrachte Quarzplatte hindurchgegangenen Strahles verglichen.

Die benutzte Platte war eine dünne, senkrecht zur optischen Axe geschliffene Krystallplatte, die in eine Glasfassung mit einer freien Oeffnung von 10×5 mm eingesetzt war. Das Spectrum des von der Platte unter einem Winkel von 15° reflectirten Lichtes gab etwas mehr als zehn Interferenzstreifen zwischen den Fraunhofer'schen Linien *C* und *D*, woraus man die Dicke 18μ berechnet.

Columnne 4 in Tab. IV giebt die beobachteten Werthe für die Durchlässigkeit in Procenten bei den in Columnne 1 angegebenen Wellenlängen. Columnne 5 enthält das Wellenlängenintervall, das der Spaltbreite entspricht, und Columnne 6 die in Columnne 4 angegebenen Werthe mit der Correction wegen der Reflexion an beiden Flächen, berechnet nach der Formel:

$$D_1 = \frac{D}{(1 - R)^2}.$$

Die beobachteten Durchlässigkeiten erstrecken sich auf Gebiete von $\lambda = 4,2 \mu$ bis $\lambda = 8,05 \mu$. Die Beobachtungen sind in der Taf. III mit den Wellenlängen als Abscissen und den Durchlässigkeiten in Procenten als Ordinaten graphisch dargestellt.

In Gebieten jenseits $\lambda = 7 \mu$ wurde, um sich über die Reinheit des Spectrums zu vergewissern, ein zweites Fluss-spathprisma und Spalt in den Gang der Strahlen vor ihrem Eintritt in das Spectrometer eingeschaltet.

In dem Bereich der Curve von $\lambda = 4,2 \mu$ bis $\lambda = 7 \mu$ sind fünf Maxima und vier Minima enthalten, von denen jedenfalls drei sehr scharf ausgeprägt sind. Von $\lambda = 7 \mu$ an fällt die Curve so schnell ab, dass es unmöglich war, den Verlauf über $\lambda = 8,1 \mu$ zu untersuchen, wo durch eine Platte von der Dicke von nur $2\frac{1}{4}$ der Wellenlänge des einfallenden Strahles kaum 0,5 Proc. hindurchgingen. Obwohl das ganze Gebiet von $\lambda = 8,1 \mu$ bis $\lambda = 9 \mu$ sorgfältig abgesucht wurde, konnten doch keine messbaren Mengen von durchgelassener Energie gefunden werden.

3. Dispersion.

Im allgemeinen ist es möglich, den Brechungssexponenten ν für jede Wellenlänge λ zu ermitteln, für welche u^2 und D_1 bekannt sind, indem man in die Cauchy'sche Formel die beobachteten Werthe von u^2 und den Extinctionscoefficienten κ_1 , die man berechnet nach der Formel

$$(1) \quad D_1 = e^{\frac{-4\pi d \kappa_1}{\lambda}} \quad 1),$$

einsetzt. In dieser Formel ist d die Dicke der absorbirenden Schicht und λ die betreffende Wellenlänge.

Bei der Reflexion unter senkrechter Incidenz sind die Intensitäten des in der Einfallsebene polarisirten Strahles u_{\parallel}^2 und des senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahles u_{\perp}^2 gleich, und bei einem Einfallswinkel von 5° kann die Gleichheit innerhalb der Fehlergrenzen noch angenommen werden.

Der Einfachheit des Ausdrucks halber wurde daher der Werth für u^2 bei der Berechnung benutzt und die beobachteten Werthe für die Reflexion u^2 in die Formel eingesetzt:

$$(2) \quad u^2 = \frac{(\cos i - \sqrt{\nu^2 - \sin^2 i})^2 + \kappa_1^2}{(\cos i + \sqrt{\nu^2 - \sin^2 i})^2 + \kappa_1^2},$$

woraus sich ergibt

$$(3) \quad \nu^2 = \sqrt{\sin^2 i + \left\{ \cos i \left(\frac{1+u^2}{1-u^2} \right) \pm \sqrt{\cos^2 i \left(\frac{1+u^2}{1-u^2} \right)^2 - (\kappa_1^2 + \cos^2 i)} \right\}^2}.$$

Die Werthe des Extinctionscoefficienten κ_0^2 für senkrechte Incidenz, nicht merklich verschieden von dem Extinctionscoefficienten κ_1^2 für einen Incidenzwinkel von 5° , sind in der letzten Columnne der Tab. IV enthalten.

Da, wie man sieht, der höchste beobachtete Werth κ_0^2 bei der Wellenlänge $\lambda = 8,05 \mu$ nur 102×10^{-4} erreicht, so kann in Gleichung (3) $\kappa_1^2 = 0$ gesetzt und ν nach der Fresnel'schen Formel berechnet werden.

1) Wüllner, Lehrb. d. Phys. 2. p. 123—126. 1883.

2) Wüllner, Lehrb. d. Phys. 2. p. 536. 1883.

Tabelle V.

λ	ν (- Wurzel)	ν (+ Wurzel)	u^2 corrigirt	ν	ν nach Rubens	Δ
4,5	0,692	1,450		1,450	1,442	+ 8
5,0	0,706	1,417		1,417	1,411	+ 6
5,3	0,719	1,393		1,393	1,386	+ 7
5,8	0,730	1,368		1,368	1,343	+ 25
6,25	0,765	1,309		1,309	1,287	+ 22
6,45	0,785	1,274		1,274	1,257	+ 17
6,7	0,803	1,242		1,242	1,212	+ 30
7,0	0,853	1,172		1,167*	1,145	+ 22
7,1	0,873	1,144		1,125*	1,117	+ 8
7,2	0,877	1,141	0,15	1,080	1,089	- 9
7,3	0,899	1,113	0,025	1,032	1,056	- 24
7,4	0,899	1,112	0,00	1,000	1,020	- 20
7,5	0,880	1,137	0,135	0,930	0,979	- 49
7,6	0,835	1,199	0,568	0,861	0,933	- 72
7,7	0,798	1,256		0,798	0,881	- 83
7,8	0,702	1,432		0,702	0,819	- 117
7,9	0,611	1,645		0,611	0,746	- 135
8,0	0,478	2,172		0,478	0,657	- 179
8,05	0,366			0,366	0,603	- 237

* Graphisch interpolirt.

Gleichung (3) liefert zwei Werthe von ν für jeden Werth von u^2 , je nachdem man das positive oder negative Vorzeichen für den inneren Wurzelausdruck wählt. Der Brechungsexponent, welchen das positive Vorzeichen liefert, entspricht dem Reflexionsvermögen u^2 eines Strahles, welcher unter einem Incidenzwinkel von 5° von dem dünneren in das optisch dichtere Medium übertritt. Dagegen ergiebt das negative Vorzeichen einen Brechungsexponenten für einen Strahl, welcher das gleiche Reflexionsvermögen besitzt, wenn er die umgekehrte Richtung einschlägt, wie das zuvor betrachtete. Beide Werthe sind in Tab. V wiedergegeben und in Form von Curven in Taf. III dargestellt. Bis zu einer Wellenlänge von $7,4 \mu$, bei welcher u^2 seinen tiefsten Werth erreicht, kann kein Zweifel darüber bestehen, welcher Brechungsindex der richtige ist; für grössere Wellenlängen dagegen lässt sich hierüber nicht ohne weiteres entscheiden, wie wir später sehen werden.

Ist u^2 sehr klein, so besitzt die Gleichung (3) die wichtige Eigenschaft, dass sehr geringe Aenderungen der Grösse u^2 relativ grossen Aenderungen des Brechungsindex ν entsprechen. Man erhält z. B. für $\lambda = 7,4 \mu$ $u^2 = 0,29$ Proc. und $\nu = 1,11$

bez. 0,90, während dem Werth $n^2 = 0$ der Brechungsexponent $\nu = 1$ entspricht.

Für so geringe Reflexionswerthe ist es daher geboten, mit grösster Vorsicht zu verfahren und insbesondere jede Verunreinigung des Spectrums auf das Sorgfältigste zu vermeiden. Die relativ grosse Breite des Spaltes, welche bei dieser Untersuchung nicht zu vermeiden war, und vor allen Dingen die Nähe des Reflexionsmaximums, in welchem die reflectirte Strahlung mindestens 250 mal stärker ist als in dem hier betrachteten Spectralgebiet, lassen es möglich erscheinen, dass sich die beobachteten Reflexionswerthe zu hoch ergeben und dass daher die hieraus berechneten Brechungsexponenten zu gross ausfallen.

Es ist indessen nicht schwer, eine angenäherte Schätzung für den Betrag der hier anzubringenden Correction zu erhalten. Nimmt man an, dass die bei $\lambda = 7,4 \mu$ beobachtete Reflexion von 0,29 Proc. lediglich von fremder Strahlung herrührt, was aus theoretischen Gründen sehr wahrscheinlich ist, so wird man **angenähert richtige Reflexionswerthe** erhalten, wenn man in dem benachbarten Spectralgebiet (zwischen $\lambda = 7,2$ und $\lambda = 7,6 \mu$) von den beobachteten Zahlen den Betrag von 0,29 Proc. in Abrechnung bringt. Berechnet man dann die Brechungsexponenten ν für die so corrigirten Werthe von n^2 von neuem, so erhält man Zahlen, welche in der Taf. III durch die punktirten Curven wiedergegeben werden. Ein Blick auf diese punktirten Curven zeigt, dass sie sich sehr wohl dem Zug der Dispersionscurven ausserhalb des als zweifelhaft bezeichneten Gebietes anschliessen. Man gewinnt hiernach den Eindruck, als ob die beiden Curven, welche bei variablem Reflexionsvermögen den Brechungsexponenten als Function der Wellenlänge darstellen, sich unter einem ansehnlichen Winkel schneiden und nicht mehr als einen gemeinsamen Punkt besitzen. Dieser Schnittpunkt liegt bei $\lambda = 7,4 \mu$. Quarz und Luft scheinen bei dieser Wellenlänge ihre Rollen zu vertauschen und Luft für grössere Wellenlängen die Rolle des optisch dichteren Mediums zu spielen. Es ist jedoch auf Grund der im Vorstehenden beschriebenen Versuche allein nicht möglich zu entscheiden, welche von den beiden möglichen Dispersionscurven von $\lambda = 7,4 \mu$ ab die richtige ist.

Aus den mitgetheilten Resultaten geht hervor, dass das optische Verhalten des Quarzes in dem Gebiet $\lambda = 7,4 \mu$ bis $\lambda = 8,4 \mu$ von dem Verhalten eines nichtmetallischen zu dem eines metallischen Körpers übergeht.

Es geht dies hervor:

1. aus der Reflexion, die bei $\lambda = 7,4 \mu$ kleiner ist als $\frac{1}{3}$ Proc. und bei $\lambda = 8,1 \mu$ derjenigen des polirten Silbers für violettes Licht gleichkommt;
2. aus der Absorption, die an dem Punkt ($\lambda = 8,05 \mu$), von welchem ab es unmöglich wird, sie weiter zu untersuchen, sich der metallischen Absorption nähert;
3. aus dem Verlauf der berechneten Dispersionscurve.

4. Die Ketteler-Helmholtz'sche Dispersionsformel.

Hr. Rubens ergänzte seine eigenen sorgfältigen Beobachtungen durch das andere vorliegende Material und berechnete für Quarz die fünf Constanten in einer Form der Ketteler-Helmholtz'schen Dispersionsformel, die strenge nur dort anwendbar ist, wo zwei lineare Absorptionsbanden vorhanden sind. Die Werthe hierfür, berechnet aus diesen Constanten, sind in Columnne 3 der Tab. V und auch in der Figur enthalten.

Das Aussehen der so gefundenen und der aus den hier beobachteten Werthen berechneten Curve ist dem Charakter nach das gleiche. Die Uebereinstimmung ist jedoch besser, als man hätte erwarten können, wenn man bedenkt, dass der äusserste Punkt in den Beobachtungen von Rubens bei $\lambda = 4,2 \mu$ gegeben ist. Unter Zugrundelegung der Constanten, die für Gebiete vor dieser Wellenlänge berechnet und in eine besondere Form der Gleichung¹⁾ eingeführt wurden, sind die Werthe der Curve um eine volle Octave weiter bis $\lambda = 8,05 \mu$ extrapolirt worden.

Die vorliegenden Untersuchungen beschränken sich infolge der Absorption des Flussspathes auf das Spectralgebiet bis $\lambda = 9 \mu$. Ueber das Vorhandensein von Absorptionsstreifen

1) Diese Gleichung verliert in der Nähe des Absorptionsstreifens ihre Gültigkeit. Dennoch ergiebt dieselbe Werthe der Wellenlängen, welche bei $\lambda = 8 \mu$ noch auf 2 Proc. richtig sind.

jenseits dieser Grenze können dieselben naturgemäss keinen Aufschluss geben.

Ich will es zum Schluss nicht unterlassen, Hrn. Prof. Dr. E. Warburg für das freundliche Interesse, welches er an diesen Versuchen genommen hat, herzlich zu danken. Ferner möchte ich an dieser Stelle Hrn. Prof. Dr. H. Rubens, unter dessen Leitung diese Arbeit entstand, für seine mannigfache Unterstützung durch Rath und That meinen tiefgefühlten Dank aussprechen. Auch Hrn. Prof. Dr. E. Pringsheim, auf dessen Anregung hin die Construction des empfindlichen Radiometers unternommen wurde, bin ich für werthvollen Rath zu grossem Dank verpflichtet.

Berlin, Phys. Inst. der Univ., Juli 1896.

**2. Versuche mit
Wärmestrahlen von grosser Wellenlänge;
von H. Rubens und E. F. Nichols.¹⁾**

(Hierzu Taf. III Fig. 3–6.)

Der Inhalt der vorliegenden Arbeit zerfällt in vier Theile. In dem ersten werden wir eine Methode beschreiben, welche es ermöglicht, einigermaassen homogene Wärmestrahlen von grosser Wellenlänge ohne Anwendung einer Spectralanordnung zu erzeugen. Der zweite Theil enthält die Ergebnisse, welche jene Methode, auf verschiedene Substanzen angewandt, liefert. Der dritte Theil beschäftigt sich mit den wesentlichen Eigenschaften der untersuchten Wärmestrahlen in Bezug auf Absorption, Reflexion und Brechung derselben in verschiedenen Medien. In dem vierten Theile endlich theilen wir einige Versuche mit, welche den Zweck haben, den electromagnetischen Charakter dieser Strahlen hervortreten zu lassen.

Erster Theil. Beschreibung der Methode.

Dispersionsformel.

Nachdem die Ketteler-Helmholtz'sche Dispersionsformel durch die Untersuchungen der letzten Jahre eine so wesentliche Bestätigung erfahren hat²⁾, erscheint es nunmehr berechtigt, mit Hülfe der Constanten dieser Gleichung weitere Schlüsse über die Eigenschaften der Körper abzuleiten. So hat Hr. Paschen³⁾, bereits die Constante b^2 der Formel

$$(1) \quad n^2 = b^2 + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - \frac{M_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2}$$

1) Die Untersuchungsmethode sowie einige der damit erhaltenen Resultate sind am 23. Sept. 1896 auf der Vers. deutscher Naturf. u. Aerzte in Frankfurt a. M. vorgetragen und Naturw. Rundsch. 11. Jahrg. Nr. 43. 1896 kurz beschrieben worden.

2) H. Rubens, Wied. Ann. 53. p. 276. 1894, 54. p. 476. 1895; F. Paschen, Wied. Ann. 53. p. 301 u. 812. 1894.

3) F. Paschen, Wied. Ann. 54. p. 668. 1896.

4) Hierin bedeutet n den Brechungsexponenten, λ die Wellenlänge, b^2 , M_1 , M_2 , λ_1^2 und λ_2^2 sind willkürliche Constanten.

für Flussspath mit Dielectricitätsconstanten dieser Substanz in angenäherter Uebereinstimmung gefunden. Ferner ist es dem einen von uns ¹⁾ gelungen, den experimentellen Nachweis zu führen, dass für Quarz das Gebiet metallischer Absorption, welches nach den bisher vorliegenden Messungen bei einer mittleren Wellenlänge (λ_2) von angenähert 10μ zu erwarten ist, zwischen 8 und 9μ thatsächlich eintritt, sodass die Wellenlänge λ_2 des Absorptionsstreifens, welche mit Hülfe der Formel (1) berechnet ist, mit der beobachteten wenigstens angenähert übereinstimmt.

Für Flussspath ergaben die Dispersionsmessungen des Hrn. Paschen eine mittlere Wellenlänge des ultravioletten Absorptionsstreifens von nahezu 30μ . Für Steinsalz und Sylvin sind die entsprechenden Wellenlängen offenbar noch erheblich grösser, und konnten, vermuthlich aus diesem Grunde, mit den bisherigen Mitteln nicht berechnet werden. Die Dispersion dieser beiden Stoffe liess sich nämlich, soweit dieselbe bisher untersucht war (bis ungefähr 9 bez. 7μ) in vollkommen befriedigender Weise durch die vereinfachte Formel

$$(2) \quad n^2 = a^2 + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - k \lambda^2$$

ausdrücken, welche sich aus Gleichung (1) ergibt, wenn man höhere Potenzen von λ^2 / λ_2^2 vernachlässigt und welche die Constante λ_2 als solche nicht mehr enthält.

Methode.

Wir haben auf die Existenz eines solchen ultrarothern Absorptionsgebietes mit metallischer Reflexion, wie dies in der Formel (1) zum Ausdruck kommt, eine Methode gegründet, welches es möglich macht, aus der grossen Zahl der Wärmestrahlen, welche von einer beliebigen Wärmequelle ausgehen, diejenigen auszusondern, welche einem engbegrenzten Gebiet von Wellenlängen angehören. Für die Strahlen des ersten ultrarothern Spectrums (bis etwa 15μ) kann man dies freilich in viel reinerer und exacterer Weise durch Anwendung einer Spectralanordnung mit Benutzung eines Steinsalz- oder Flussspathprismas erreichen, doch versagen diese Mittel für grössere Wellenlängen in Folge der Undurchlässigkeit der Prismensub-

1) E. F. Nichols, Berl. Ber. vom 22. Oct. 1896.

stanz ¹⁾, wie dies aus Hrn. Langley's Untersuchungen hervorzugehen scheint. Die Verwendung eines Beugungsgitters schliesst zwar den Energieverlust durch Absorption aus, bringt aber andere schwerwiegende Nachtheile mit sich, deren wesentlichste die geringe Intensität der Beugungsbilder und die Uebereinanderlagerung der Spectra sind.

Der unserer Methode zu Grunde liegende Gedanke ist folgender: Lässt man die von einer Wärmequelle ausgehenden Strahlen an der Oberfläche eines Körpers reflectiren, so weisen die reflectirten Strahlen im allgemeinen eine wesentlich andere spectrale Zusammensetzung auf, als die auffallenden. Insbesondere werden diejenigen Strahlen bei der Reflexion stark bevorzugt, welche einem Spectralgebiet angehören, für welches der reflectirende Körper starke Absorption und infolge dessen metallische Reflexion zeigt. Bezeichnet r das Reflexionsvermögen eines dem Absorptionsgebiete angehörenden metallisch reflectirten Strahls, ρ dasjenige eines gewöhnlichen, welcher nach der Fresnel'schen Formel reflectirt wird, und ist i das Verhältniss der Intensitäten, mit welcher beide Strahlen von der Lichtquelle ausgesandt werden, so erhält man nach n facher Reflexion an Oberflächen der gleichen Substanz das Intensitätsverhältniss

$$i_n = i \left(\frac{r}{\rho} \right)^n.$$

Schätzt man den Quotienten r/ρ von der Grössenordnung $1/30$, wie dies bei dem ultrarothem Absorptionsstreifen des Quarzes angenähert der Fall ist, so ergibt sich für die Grösse i_n/i nach dreimaliger Reflexion $1/3000$, nach viermaliger $1/160000$, nach fünfmaliger $1/3200000$, während die Intensität der metallisch reflectirten Strahlen bei jeder einzelnen Reflexion nicht wesentlich mehr geschwächt wird, wie die Intensität eines Lichtstrahls bei dem Durchgang durch eine achromatische Linse. Nach mehrmaliger Reflexion an Oberflächen der gleichen Substanz sind daher von den Strahlen der Wärmequelle nur noch diejenigen im merklichen Betrage vorhanden, welche solchen Absorptionsgebieten entsprechen. Von den beiden Absorptionsstreifen mit den mittleren Wellenlängen λ_1 und λ_2 , welche die Formel (1) für die betrachteten Körper annimmt, kann aber

1) Vgl. H. Rubens, Sitzungsber. der Phys. Gesellsch. zu Berlin. 15. Jahrg. Nr. 5. 1896.

praktisch nur der ultraroth (λ₂) in Frage kommen, da die meisten Wärmequellen ultraviolette Strahlen in einem für das Bolometer oder Radiometer messbaren Betrag nicht aussenden.

Versuchsanordnung.

Nach den vorausgehenden Betrachtungen ist die von uns gewählte Versuchsanordnung leicht verständlich. Dieselbe ist in Fig. 1 schematisch dargestellt. *a* bedeutet die Wärmequelle, welche bei den ersten Versuchen aus einem mit der untersuchten Substanz (z. B. Flussspathpulver) überzogenen, von der Rückseite durch eine Gebläseflamme erhitzten Platinblech bestand, später aber durch den Linnemann'schen Zirkonbrenner ersetzt wurde.¹⁾ Durch den innen versilberten Hohlspiegel *b* werden die Strahlen schwach convergent gemacht, sodass sie sich nach Reflexion an den *n* Oberflächen *p*₁ bis *p*_{*n*} der untersuchten Substanz, von welchen in der Figur vier gezeichnet sind, auf dem Spalt *s*₁ des Spiegelspectrometers *s*₁ *e*₁ *e*₂ *s*₂ zu einem reellen Bilde des Zirkonblättchens wieder vereinigen. Auf das Tischchen dieses letzteren kann nach Belieben ein aus ungefähr 1/5 mm dicken Drähten gefertigtes Beugungsgitter *g* aufgesetzt werden, um die Bestimmung der Wellenlänge der in den Spalt des Spectrometers gelangenden Strahlen zu ermöglichen.

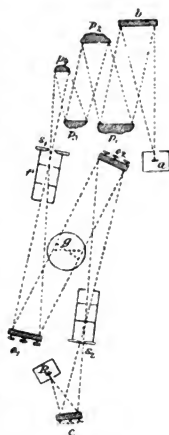


Fig. 1.

Da das Spiegelspectrometer *s*₁ *e*₁ *e*₂ *s*₂ nach Belieben sowohl in Verbindung mit einem Bolometer als auch

1) Eine Wärmequelle, bei welcher das zu untersuchende Material selbst als Schwärzungsmittel dient, hat vor anderen den Vorzug, dass sie die Strahlen, welche von den Oberflächen der Substanz metallisch reflectirt werden, in besonders hohem Maasse aussendet. Man erhält daher von einer solchen Wärmequelle nach einer gegebenen Zahl von Reflexionen eine reinere Strahlung wie von jeder anderen. Dagegen ist die Handhabung eine wesentlich unbequemere, die erreichbare Temperatur eine sehr viel niedrigere wie bei dem Zirkonbrenner, sodass der letztere in den meisten Fällen vorzuziehen ist.

mit einem Radiometer benutzt werden sollte, wurde die Einrichtung für eine doppelte Beobachtungsweise getroffen. In Fig. 1 ist die Versuchsanordnung so wiedergegeben, wie sie bei Anwendung des Radiometers gewählt wurde. Der Ocularspalt s_2 steht hierbei fest und nur der Arm des Spiegels e_2 kann um einen am Theilkreis ablesbaren Betrag um die Spectrometeraxe gedreht werden. Mit Hülfe des Hohlspiegels c von kurzer Brennweite wird ein Bild des Spaltes s_2 auf den einen Flügel des Radiometers R geworfen. Wurde dagegen mit Hülfe des Bolometers beobachtet, so war das-

selbe in der üblichen Weise mit dem drehbaren Arm des Spiegels s_2 starr verbunden und zwar derart, dass der belichtete Widerstand in der Nulllage an die gleiche Stelle gebracht war, an welcher sich bei der zuvor beschriebenen Einrichtung der feste Ocularspalt s_1 befand.

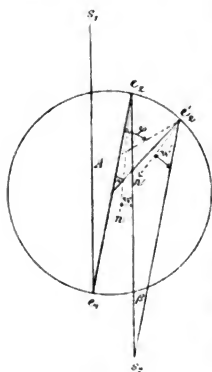


Fig. 2.

Während bei dieser letzteren Anordnung die Beugungswinkel γ der aus dem Gitter austretenden Strahlen ohne weiteres den beobachteten Ablenkungen α des drehbaren Arms aus der Nullstellung gleich gesetzt werden müssen, findet eine ebenso einfache Relation zwischen Beugungswinkel γ und Ablenkungswinkel α bei der zuerst beschriebenen Einrichtung

nicht statt. Es lässt sich jedoch leicht zeigen, dass wenigstens für kleine Ablenkungswinkel Proportionalität mit dem Beugungswinkel bestehen muss. In Fig. 2 ist der Gang des Mittelstrahls in dem Spectrometer $s_1 e_1 e_2 s_2$ für die Nullstellung und eine hiervon verschiedene Lage des beweglichen Spiegels (e_2 bez. e_2') angedeutet. Der zu der Stellung e_2' gehörige Ablenkungswinkel sei α , der entsprechende Beugungswinkel γ . Bezeichnen wir ferner die Winkel, welche die Spiegelnormale n' des Spiegels e_2' mit dem Strahl $s_2 e_2'$ bildet mit w' , den entsprechenden Winkel zwischen $s_2 e_2$ und n der Normalen des Spiegels e_2 mit w , so folgt

$$w' = w + \alpha - \beta.$$

worin β den Winkel bedeutet, welchen die Strahlen $s_2 e_2$ und $s_2 e_2'$ miteinander bilden. Dem reflectirten Strahl $s_2 e_2$ entspricht der auffallende $e_1 e_2$, dem reflectirten $e_2' s_2$ dagegen $A e_2'$, der Winkel φ ist alsdann dem Richtungsunterschied zwischen $e_1 e_2$ und $A e_2'$ gleich zu setzen, daher

$$\varphi = \alpha + w' - w = 2\alpha - \beta.$$

Man erkennt hieraus, dass keineswegs für beliebig grosse Ablenkungen α Proportionalität mit dem Beugungswinkel φ angenommen werden darf, dass dagegen diese Proportionalität mit grosser Annäherung gilt, wenn es sich um kleine Ablenkungen (in unserem Fall ± 3 Grad) handelt, da sich in diesem Falle der Winkel β nahezu proportional mit α ändert. Die beste Probe auf die Zulässigkeit dieser Annahme liegt in dem Nachweis des gleichen Abstandes der Beugungsbilder und besonders ihrer symmetrischen Lage zu dem Hauptbild, da für negative α der Differentialquotient $\partial \beta / \partial \alpha$ etwas grösser, für positive α etwas kleiner ist, wie für $\alpha = 0$. Da sich der Winkel β als Function von α durch Ausmessung der Dimensionen des Apparates kaum mit genügender Genauigkeit bestimmen lässt, haben wir es vorgezogen, das Spectrum unseres Beugungsgitters empirisch auf Wellenlängen zu graduiren. Wir werden hierauf weiter unten zurück kommen.

Auch aus einem anderen Grunde ist die beschriebene Versuchsanordnung nur für kleine Winkel anwendbar. Da der Beugungswinkel $\varphi = 2\alpha - \beta$ in unserem Falle annähernd $1,7 \alpha$ beträgt, so tritt eine mit wachsendem α sich bemerkbar machende Schiebung ein zwischen dem beweglichen Spiegel e_2 und dem parallelen Bündel der gebeugten Strahlen, welche nach dem Spalt s_2 reflectirt werden. Bei unseren Versuchen betrug diese Schiebung im Maximum ± 7 mm., was in Anbetracht des Umstandes, dass die Hohlspiegel e_1 und e_2 erheblich grösser waren als das angewandte Beugungsgitter, auf die Lage der beobachteten Energiemaxima einen merklichen Einfluss nicht ausüben konnte.

Diese von uns benutzte Versuchsanordnung ist zweifellos weniger vollkommen, als die von Wadsworth¹⁾ vorge-

1) Wadsworth, Phil. Mag. 49. p. 337. 1894.

schlagene, bei welcher ebenfalls mit feststehendem Ocularspalt beobachtet werden kann, doch empfiehlt sie sich durch ihre grosse Einfachheit.

Apparate.

Das von uns benutzte Spiegelspectrometer ist bereits bei Gelegenheit früherer Arbeiten des einen von uns beschrieben worden.¹⁾ Die Hohlspiegel desselben hatten Durchmesser von je 5,5 cm und Brennweite von 57 cm. Die Genauigkeitsgrenze der Ablesungen am Theilkreis betrug eine Secunde. Das in Fig. 1 mit *g* bezeichnete Gitter bestand aus parallelen Silberdrähten von 0,1858 mm Dicke und war derart angefertigt, dass der Abstand zweier benachbarter Drähte genau der Drahtdicke gleich war. Hierdurch wird der Vortheil erreicht, dass die geradzahlgigen Beugungsspectra ausfallen und die ungeradzahlgigen besonders intensiv auftreten. Ueber die Herstellung und die Eigenschaften solcher Gitter ist in früheren Arbeiten ausführlich berichtet worden.²⁾ Das hier angewandte Exemplar zeichnete sich infolge der beträchtlichen Dicke der Drähte, welche die Schwierigkeit der Herstellung erheblich vermindert, durch besondere Regelmässigkeit aus.³⁾

Die folgende Tabelle enthält eine mit Hülfe des gelben Natriumlichtes zur Bestimmung der Gitterconstanten angestellte Beobachtungsreihe, welche erkennen lässt, dass bis zu Beugungswinkeln von $3\frac{3}{4}^{\circ}$ die berechnete und beobachtete Lage der Beugungsbilder in guter Uebereinstimmung ist. Durch Versuche, welche weiter unten mitgetheilt werden sollen, konnten wir ferner den Nachweis führen, dass unser Beugungsgitter auch für Beugungswinkel, welche 4° übersteigen, noch sehr angenähert richtige Resultate liefert.

Die Gitterconstante berechnet sich hiernach zu 0,3716 mm, durch Ausmessung des Gitters auf der Theilmaschine ergab sich, hiermit in guter Uebereinstimmung, der Werth 0,3717 mm.

1) H. Rubens, Wied. Ann. 54. p. 270. 1894.

2) Naturw. Rundsch. 8. Jahrg. Nr. 36. 1893.

3) Die Beugungsbilder waren bis zur 107. Ordnung noch deutlich erkennbar, das Bild 25. Ordnung bei der Vergrösserung, wie sie ein gewöhnlicher Spectrometer liefert, noch merklich so scharf wie das Bild 1. Ordnung. Es hängt dies naturgemäss mit der äusserst geringen Dispersion des Gitters zusammen.

Tabelle I.

Ordn.	Ablenkung beobachtet		$l + r$	berechnet	δ''
	linkes l	rechtes r	$\frac{2}{\text{beobachtet}}$		
1	5' 25''	5' 30''	5' 28''	5' 27''	- 1
3	16 15	16 25	16 20	16 21	+ 1
5	27 5	27 25	27 15	27 15	0
7	38 0	38 10	38 5	38 9	+ 4
9	49 10	49 5	49 7	49 3	- 4
11	59 59	59 55	59 57	59 57	0
13	70 45	70 30	70 37	70 51	+14
15	81 50	81 50	81 50	81 45	- 5
17	93 0	92 50	92 55	92 40	-15
19	103 40	103 30	103 35	103 34	- 1
21	114 40	114 30	114 35	114 28	- 7
25	136 0	136 30	136 15	136 17	+ 2
29	158 20	158 10	158 15	158 8	- 7
33	180 5	180 25	180 15	179 57	-18
37	202 10	201 50	202 0	201 47	-13
41	224 15	223 45	224 0	223 38	-22

Die in der vorstehenden Tabelle enthaltenen Messungen wurden mit Benutzung eines an Stelle des Bolometers eingesetzten, mit Fadenkreuz versehenen Oculars ausgeführt, welches mit dem drehbaren Arm starr verbunden war. Wurde dagegen das Ocular entfernt und statt dessen der feststehende Ocularspalt s_2 aufgestellt, wie dies bei radiometrischen Beobachtungen nothwendig war, so erhielt man mit Hülfe eines hinter s_2 befindlichen Oculars folgende Einstellung für einige Beugungsbilder der Natriumlinie.

Tabelle II.

Ordn.	Ablenkung beobachtet		$r + l$	berechnet	Differenz δ''
	linkes l	rechtes r	$\frac{2}{\text{beobachtet}}$		
5	16' 17''	16' 23''	16' 20''	16' 20''	0
9	29 45	29 45	29 45	29 42	-3
13	43 0	42 45	42 57	42 54	-3
17	56 20	56 0	56 10	56 6	-4
21	69 25	69 10	69 17	69 18	+1
25	82 35	82 20	82 28	82 30	+2
29	95 55	95 30	95 42	95 42	0
33	109 5	108 35	108 50	108 54	+4

Die Zahlen dieser Tabelle lassen erkennen, dass von den Beugungsbildern 13. Ordnung ab eine schwache Asymmetrie

in Beziehung auf die beobachteten Ablenkungen der rechten und linken Bilder auftritt, welche bei dem Bilde 33. Ordnung eine halbe Minute erreicht, dass hingegen die Mittel aus beiden Ablenkungen mit den berechneten Werthen vorzüglich übereinstimmen. Diese berechneten Werthe sind unter der Annahme einer scheinbaren Gitterconstanten von 0,6139 mm erhalten. Das Verhältniss dieser „scheinbaren“ zur wahren Gitterconstanten 0,3716 ergibt einen Factor 1,6522, mit welchem die hier beobachteten Ablenkungswinkel α zu multipliciren sind, um daraus die Beugungswinkel φ zu erhalten. Da die Grösse dieses Factors wesentlich von der Stellung des Spalts s_2 abhängt, so musste derselbe von Zeit zu Zeit controllirt werden. Die hierbei sich ergebenden Abweichungen betrugen indessen weniger als 0,2 Proc.

Ausser dem vorstehend Beschriebenen wurde in einigen wenigen Fällen auch ein Golddrahtgitter von höherer Dispersion in Anwendung gebracht, dessen Gitterconstante $k = 0,06624$ mm betrug. Jedoch sind die hiermit erhaltenen Resultate entsprechend der geringeren Güte dieses Gitters als minder genau anzusehen.

Um die für den vorliegenden Zweck ausreichende Bolometerempfindlichkeit zu erhalten, war es nothwendig, mit einem Galvanometer von grosser Leistungsfähigkeit zu arbeiten. Als solches bewährte sich das kürzlich von Hrn. du Bois und dem einen von uns construirte Panzergalvanometer, welches sich besonders vor allen übrigen Instrumenten durch eine sichere Ruhelage auszeichnet.

Als Bolometer hatte zuerst ein Instrument gedient, dessen temperaturempfindlicher Widerstand aus 13 parallel aufgespannten Eisenstreifen von 0,25 mm Breite und $\frac{1}{200}$ mm Dicke gefertigt und mit Lampenruss geschwärzt war und infolge seines grossen Leitungswiderstandes und hohen Temperaturcoefficienten eine ausserordentlich grosse Empfindlichkeit besass. Da sich indessen durch die späteren Versuche herausstellte, dass die untersuchten Strahlen von einer Russchicht in der angewandten Dicke zum weitaus grössten Theil noch hindurchgelassen werden, wurde das Eisenbolometer gegen ein Platinbolometer vertauscht. Dasselbe bestand aus fünf parallelen $\frac{1}{2}$ mm breiten Platinstreifen von 0,001 mm Dicke.

Es wurde in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt nach Angabe der Herren Lummer und Kurlbaum¹⁾ angefertigt und ist uns durch die Güte des Hrn. Präsidenten Kohlrausch zur Verfügung gestellt worden. Die Schwärzung geschah in der bekannten Weise durch Ueberziehen mit Platinmoor. Dieses Bolometer ergab, obwohl es für Strahlen von geringerer Wellenlänge weniger empfindlich war als das zuerst angewandte, für Strahlen von der Wellenlänge 24μ erheblich grössere Ausschläge als jenes. Es ist hieraus ersichtlich, dass Platinmoor die Eigenschaften eines vollkommen schwarzen Körpers in höherem Maasse besitzt als Lampenruss, eine Thatsache, welche auch schon aus den Versuchen der Herren Lummer und Kurlbaum hervorgeht.

Das benutzte Radiometer ist mit dem von dem einen von uns beschriebenen Instrument²⁾ fast identisch. Es unterscheidet sich von diesem nur insofern, als die Flussspathplatte aus demselben entfernt und an Stelle der Glimmerplatte eine ca. $2\frac{1}{2}$ mm dicke Chlorsilberplatte eingesetzt war, welche, wie sich aus den Vorversuchen ergeben hat, selbst für Strahlen von der Wellenlänge 24μ noch hinreichende Durchlässigkeit besitzt.³⁾ Die Flügel des Radiometers waren mit feinem Eisenoxydpulver geschwärzt. Die anfänglich beobachteten Störungen der Nulllage des Instrumentes, welche von Erschütterungen des Gebäudes herrührten, liessen sich durch Benutzung einer W. H. Julius'schen Aufhängung⁴⁾ vollkommen beseitigen. Ferner gelang es ohne Schwierigkeiten, das Instrument gegen störende Einflüsse thermischer Art so weit zu isoliren, dass die einzelnen Ausschläge bei einem Scalenabstand von ca. 3000 Theilen auf ungefähr 0,2 Theile genau abgelesen werden konnten. Trotz der beträchtlichen Absorption der Chlorsilberplatte erwies sich das Radiometer für Strahlen von der Wellen-

1) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Wied. Ann. **46**, p. 204. 1892.

2) E. F. Nichols, l. c. p. 2.

3) Die gute Durchlässigkeit des Chlorsilbers für Wärmestrahlen von grosser Wellenlänge ist zuerst von C. Schulze-Sellack, Pogg. Ann. **139**, p. 192. 1870. aufgefunden worden. Die von uns benutzten Platten sind die nämlichen, mit welchen Schulze-Sellack seine Untersuchungen ausführte.

4) W. H. Julius, Wied. Ann. **56**, p. 151. 1895.

länge 24μ ungefähr zwei- bis dreimal so empfindlich als das oben beschriebene Platinbolometer. Berücksichtigt man ferner die Unterschiede beider Instrumente in Bezug auf die Stabilität des Nullpunktes, so darf man wohl die Genauigkeit des Radiometers angenähert fünfmal so hoch veranschlagen als diejenige unseres Bolometers.

Trotz dieser grossen Vorzüge des Radiometers haben wir indessen bei den im Folgenden beschriebenen Versuchen auf den Gebrauch des Bolometers nicht verzichten können, da es sich, insbesondere bei Anstellung der Vorversuche darum handelte, jedes absorbirende Medium im Strahlengang zu vermeiden.

Zweiter Theil. Anwendung der Methode.

Vorversuche.

Wir begannen unsere Versuche mit der Analyse von Wärmestrahlen, welche von einem mit Eisenoxyd bedeckten rothglühenden Platinblech ausgingen und an drei senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatten reflectirt wurden. Die Concentration der Strahlen geschah hierbei noch mit Hülfe einer Steinsalzlinse an Stelle des in Fig. 1 mit b bezeichneten Hohlspiegels. Als Instrument zur Messung der Wärmestrahlen diente das mit Russ geschwärzte Eisenbolometer. Die spectrale Zerlegung der Strahlen mit Hülfe des Beugungsgitters g ergab zu beiden Seiten des Centralbildes die Beugungsbilder erster und dritter Ordnung, deren Maxima um $1^{\circ}22'$ bez. $4^{\circ}6'$ von der Mitte des Hauptbildes entfernt lagen. Es entspricht dies einer Wellenlänge von $8,87 \mu$ bez. $8,82 \mu$, im Mittel $8,85 \mu$, also nahezu dem gleichen Betrag, welchen der eine von uns für das zweite Reflexionsmaximum für Quarz erhalten hat. Eine Trennung der beiden Reflexionsmaxima war bei dieser Versuchsanordnung infolge der beträchtlichen Breite des Spaltes s_1 sowohl als auch des Bolometers von $3,6 \text{ mm}$, nicht möglich. Dieser Versuch ergab uns die Bestätigung für die Richtigkeit des unserer Methode zu Grunde liegenden Gedankens und ist ferner als ein Beweis dafür anzusehen, dass unser Beugungsgitter bis zu Ablenkungswinkeln von 4° noch brauchbare Resultate liefert.¹⁾

1) Eine graphische Darstellung dieser Versuchsreihe findet sich in der oben citirten Abhandlung, Naturw. Rundsch. 11. Jahrg. Nr. 43. p. 547.

Im Anschluss an diesen Versuch beschäftigten wir uns mit der Frage, ob sich die beobachteten Eigenthümlichkeiten in der spectralen Zusammensetzung der mehrfach an Quarzflächen reflectirten Strahlung auch in dem Emissionsspectrum des Quarzes wiederfinden. Gustav Magnus hat bereits im Jahre 1870 Versuche ähnlicher Art beschrieben.¹⁾ Er beobachtete, dass eine 5 mm dicke Steinsalzplatte nur etwa $\frac{1}{3}$ der von reinem, auf ungefähr 150° erwärmten Steinsalz ausgehenden Strahlen hindurchliess. Diese Versuche haben wir mit Benutzung der von Magnus angegebenen Heizvorrichtung für Steinsalz wiederholt und auf Quarz ausgedehnt. Es gelang uns, die von Magnus für Steinsalz erhaltenen Resultate vollständig zu bestätigen. Die von der Quarzplatte ausgehenden Wärmestrahlen wurden mit dem Beugungsgitter spectral zerlegt und die Lage des Maximums der Beugungsbilder erster Ordnung mit Hilfe des Bolometers aufgesucht. Die dem Maximum zugehörige Wellenlänge ergab sich indessen nicht wie bei der dreifach an Quarz reflectirten Strahlung gleich $8,8 \mu$, sondern betrug $6,0 \mu$; auch war der Charakter der Spectren in beiden Fällen ein völlig verschiedener. Während man nach dreimaliger Reflexion an Quarzplatten eine angenähert homogene Strahlung erhält, bei welcher der weitaus grösste Theil der gesammten Strahlung um weniger als 10 Proc. in seiner Wellenlänge differirt, ergiebt die auf ungefähr 150° erwärmte Quarzplatte ein Energiespectrum, welches durch eine sanft ansteigende und ebenso allmählich absinkende Energiecurve dargestellt wird und mehr als drei Octaven umfasst. Der Grund für dieses verschiedenartige Verhalten der Stoffe in Bezug auf Emission und Reflexion von Wärmestrahlen ist in der Thatsache zu suchen, dass das Auftreten metallischer Reflexion einen ausserordentlich viel höheren Grad von Absorption voraussetzt, als die Fähigkeit Wärmestrahlen auszusenden. Ist die Absorption gering, so ist zwar die Emission der vordersten Schichten entsprechend klein, dagegen können die von den dahinterliegenden Schichten ausgehenden Wärmestrahlen durch die vorderen hindurch in den Raum gelangen. Denkt man sich die Absorption mehr und mehr gesteigert,

1) G. Magnus, Pogg. Ann. 139. p. 445. 1870.

bis eine Schicht von der Dicke des strahlenden Körpers einen durchgehenden Strahl nahezu vollständig absorbiert, so wird eine weitere Vergrößerung der Absorption ein wesentliches Anwachsen der Emission nicht mehr zur Folge haben können. Die benutzte Quarzplatte hatte eine Dicke von 2,5 mm und absorbierte die Strahlen von der Wellenlänge $\lambda = 2,5 \mu$ bereits merklich, diejenigen von $\lambda = 4,5 \mu$ nahezu vollständig, wodurch die beträchtliche Ausdehnung des von der heißen Platte ausgesandten Wärmespectrums erklärt wird. Es ist hiernach leicht verständlich, dass sich diese Ausdehnung des Wärmespectrums um so mehr verringert, je dünner die strahlende Platte gewählt wird, und dass man schliesslich eine Grenze erreichen muss, bei welcher das Emissionsspectrum mit dem durch den Reflexionsversuch erhaltenen nahezu identisch ist, vorausgesetzt, dass es gelingt, genügend dünne Schichten herzustellen. Schon Gustav Magnus hat im Anschluss an seine Untersuchungen ähnliche Betrachtungen angestellt und dieselben mit seinen Versuchen in Uebereinstimmung gefunden.

Untersuchte Substanzen.

Wir haben im Ganzen 11 Substanzen in den Kreis unserer Betrachtung gezogen, es ist uns jedoch nur bei vierten gelungen das Vorhandensein, bei dreien die Lage des Gebietes metallischer Reflexion nachzuweisen. Die untersuchten Stoffe sind: Quarz, Glimmer, Flusspath, Steinsalz, Sylvin, Crown-glas, Flintglas, Schwefel, Alaun, Schellack und Kalkspath. Die ersten drei der genannten Substanzen sind in Bezug auf die Wellenlänge ihrer Absorptionsbanden mit Hülfe des Beugungsgitters g nach der oben beschriebenen Methode untersucht worden. Bei Steinsalz war es uns zwar möglich, nach fünfmaliger Reflexion an Flächen dieser Substanz eine Strahlung zu erhalten, welche durch dünne Steinsalzsichten zum weitaus grössten Theil absorbiert wird, jedoch war eine exacte Messung der Wellenlänge dieser Strahlen infolge ihrer geringen Energie bis jetzt nicht durchführbar.

Quarz.

Am einfachsten gestalteten sich die Versuche bei Quarz. Die Strahlen besitzen infolge der relativ kleinen Wellenlänge

der Absorptionsstreifen nach viermaliger Reflexion an Quarzflächen noch beträchtliche Energie, sodass man die Messung der Wellenlänge im Spectrum erster und zum Theil auch dritter Ordnung mit Spaltbreiten von 1—1,5 cm bequem ausführen kann, wenn man als Wärmequelle die Zirkonlampe und das Radiometer zur Messung der Energie der Wärmestrahlen benutzt. Im Gegensatz zu der im Anfang beschriebenen Versuchsreihe wurde bei dieser, wie bei allen späteren an Stelle der Steinsalzlinsen der in Taf. III Fig. 1 mit b bezeichnete Hohlspiegel zur Concentration der Strahlen verwendet. In Fig. 3 sind die Resultate einer solchen Versuchsreihe graphisch dargestellt. Die Abscissen bedeuten die Winkelstellungen des drehbaren Spiegelarmes, die Ordinaten die beobachteten Radiometerausschläge. Die Breite der Spalte s_1 und s_2 betrug bei dieser Beobachtungsreihe 1,5 mm. Der im Maximum des Centralbildes abgelesene Ausschlag ergab 325 mm.

In der Fig. 3 sind im Ganzen neun Maxima deutlich zu erkennen.¹⁾ Das mittelste A ist das Hauptbild. Die beiden Erhebungen, welche diesem am nächsten liegen, B_1 und B_2 , entsprechen den Bildern erster Ordnung des bereits früher beobachteten Absorptionsstreifens. Die hierzu gehörigen Bilder dritter Ordnung zeigen infolge ihrer grösseren Dispersion zwei deutlich detrennte Maxima $C_1 C'_1$ und $C_2 C'_2$, von denen das äussere (C_1 bez. C_2) das stärkere ist.

Ausser den bisher genannten zeigt die Figur jedoch zwei weitere sehr scharf ausgeprägte Erhebungen D_1 und D_2 , von welchen bei der früher besprochenen Versuchsreihe nicht das Mindeste zu bemerken war. Der Grund hierfür ist in der Thatsache zu suchen, dass bei der zuvor angestellten Versuchsreihe eine Steinsalzlinsen zur Concentration der Strahlen benutzt worden war, welche die den Erhebungen D_1 und D_2 entsprechenden Strahlen nahezu vollständig absorbiert. In der That verschwinden die beiden Erhebungen vollkommen, wenn man einen Steinsalzwürfel von 2,6 cm Seite in den Strahlengang einschaltet, während B_1 und B_2 , sowie $C_1 C'_1$ und $C_2 C'_2$ um ungefähr 10 Proc. tiefer erscheinen.

1) Die Ordinaten der Erhebungen A , B_1 und B_2 sind in Fig. 2 in $\frac{1}{10}$ der beobachteten Grössen aufgetragen.

Die Entfernung sämmtlicher Maxima von der Mitte des Hauptbildes *A* und die hieraus sich ergebenden Wellenlängen sind für die im Vorstehenden beschriebene und für eine zweite, hier nicht im einzelnen mitgetheilte Versuchsreihe in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle III.

Bezeichnung des Maximums	Ablenkungswinkel α		α Mittel	Wellen- länge λ
	Versuchsreihe I	Versuchsreihe II		
B_1	49'	50'	49' 30"	8,85 μ
B_2	50	49		
C_1	2° 31 $\frac{1}{2}$ '	2° 32'	2° 31 38	9,02
C_2	2 31	2 32		
C_2'	2 24 $\frac{1}{2}$	2 23	2 23	8,50
C_2''	2 22 $\frac{1}{2}$	2 22		
D_1	1 56 $\frac{1}{2}$	1 57	1 56 30	20,75
D_2	1 56 $\frac{1}{2}$	1 56		

Hiernach besitzt der Quarz an drei eng begrenzten Gebieten im ultrarothem Spectrum metallische Reflexion, deren Mitte die Wellenlängen 8,50 μ , 9,02 μ und 20,75 μ zukommen. Die ersten beiden, welche in unmittelbarer Nähe voneinander liegen, sind von dem einen von uns bereits früher aufgefunden worden.¹⁾ Die damals erhaltenen Werthe der mittleren Wellenlänge waren 8,42 und 8,80, von welchen der eine um 1,0, der andere um 2,7 Proc. hinter den hier gegebenen zurückbleiben. Diese Differenz findet indessen ihre Erklärung in der mit wachsender Wellenlänge zunehmenden Unreinheit des prismatischen Spectrums, wodurch die Maxima des Reflexionsvermögens nach Seite der kleineren Wellenlängen verschoben werden und zwar das zweite Maximum ($\lambda = 9,02 \mu$) um einen grösseren Betrag als das erste ($\lambda = 8,50 \mu$). Für diese Ansicht spricht auch die Thatsache, dass bei den vorliegenden Versuchen das zweite Maximum das stärkere, bei den früheren dagegen das schwächere ist.

Wie bereits zu Anfang erwähnt wurde, liefert die aus den früheren Dispersionsmessungen berechnete Constante λ_2 der Ketteler-Helmholtz'schen Dispersionsformel einen Werth von angenähert 10 μ für die Mitte des ultrarothem Absorptions-

1) E. F. Nichols, l. c. p. 9.

streifens im Quarz. Es ist hiernach in hohem Maasse wahrscheinlich, dass sich der Einfluss des bei $\lambda = 20,75 \mu$ gelegenen Absorptionsstreifens bereits in dem Spectralgebiet bemerkbar macht, welches zwischen dem sichtbaren Spectrum und der Wellenlänge $4,2 \mu$ liegt. Jedenfalls ist es nicht möglich die früheren Dispersionsmessungen auch nur angenähert durch die Formel (1) darzustellen, wenn man für λ_2 Werthe zwischen $8,5 \mu$ und $9,0 \mu$ einsetzt. Dagegen gelingt dies vollständig, wenn man auf der rechten Seite der Formel (1) ein dem zweiten gleich gebildetes drittes Glied hinzufügt. Man erhält dann.

$$(3) \quad n^2 = b^2 + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - \frac{M_2}{\lambda_2^2 - \lambda^2} - \frac{M_3}{\lambda_3^2 - \lambda^2}.$$

Setzt man hierin $\lambda_2 = 8,85 \mu$, was angenähert der mittleren Wellenlänge der beiden benachbarten Absorptionsstreifen entspricht und $\lambda_3 = 20,75 \mu$, so lässt sich die Gleichung (3), welche ebenso wie (1) nur fünf willkürliche Constanten enthält, bis in die Nähe des Absorptionsgebietes unseren beiderseitigen Beobachtungen genügend anpassen.

Die folgende Tabelle enthält für einige Wellenlängen des ultravioletten, sichtbaren und ultrarothern Spectrums die beobachteten und mit Hülfe der Formel (3) berechneten Werthe der Brechungsexponenten. Die Constanten M_1 und λ_1 sind den Rechnungen des Hrn. Ketteler¹⁾ direct entnommen und die Grösse b^2 aus der von Hrn. Ketteler gegebenen Constanten a^2 mit Hülfe der Gleichung

$$b^2 = a^2 + \frac{M_2}{\lambda_2^2} + \frac{M_3}{\lambda_3^2}$$

abgeleitet.²⁾ Die beiden übrigen Constanten M_2 und M_3 wurden mit Benutzung der Wellenlängen $2,84 \mu$ und $4,20 \mu$ sowie der dazu gehörigen Brechungsexponenten berechnet.

Die Uebereinstimmung der mittels Gleichung (3) berechneten Werthe mit den auf indirectem Wege (durch Beobachtung des Reflexionsvermögens) erhaltenen ist zwar erheblich schlechter als die mit den direct gemessenen, doch lassen sich die hier auftretenden Differenzen vollständig erklären, wenn man an-

1) E. Ketteler, Wied. Ann. 30. p. 312. 1887.

2) Vgl. H. Rubens l. c. Wied. Ann. 53. p. 268. 1894.

nimmt, dass an der betreffenden Stelle des Spectrums 1 bis 2 Proc. diffuser Strahlung von der Wellenlänge $1,4 \mu$ oder 0,3 Proc. von der Wellenlänge $8,5 \mu$ vorhanden ist. Die erste dieser Wellenlängen entspricht angenähert dem Emissionsmaximum der Zirkonlampe, die zweite der Mitte des in der Nähe des untersuchten Spectralgebietes befindlichen Absorptionsstreifens. Ein zweiter noch gewichtigerer Grund für das Auftreten der genannten Differenzen liegt in der Thatsache, dass die Gleichung (3) mit grösserer Annäherung an den Absorptionsstreifen ihre Gültigkeit verliert; bei $\lambda = 8 \mu$ würde dieselbe bereits negative Werthe für das Quadrat des Brechungsexponenten ergeben. Zieht man die Vorsichtsmaassregeln in Betracht, welche der eine von uns ¹⁾ zur Erzeugung eines möglichst reinen Spectrums angewandt hat, so gelangt man zu dem Schluss, dass die mit wachsender Wellenlänge zunehmenden Abweichungen wahrscheinlich zum grössten Theil von dieser Unzulänglichkeit der Formel herrühren.

Tabelle IV.²⁾

Wellenl. λ	n beob.	n ber.	Diff. $\delta \cdot 10^4$	Wellenl. λ	n beob.	n ber.	Diff. $\delta \cdot 10^4$
0,19881	1,65070	1,65077	+0,7	1,969	1,5216	1,5216	0
0,27467	1,58750	1,58757	+0,7	2,84	1,5039	1,5039	0
0,35818	1,56400	1,56395	-0,5	3,63	1,4799	1,4801	+2
0,4341	1,55387	1,5539	0	4,20	1,4569	1,4569	0
0,5350	1,54663	1,5466	0	5,0	1,417	1,412	-50
0,6563	1,54181	1,5419	+1	5,8	1,368	1,339	-290
0,7682	1,53893	1,5390	+1	6,45	1,274	1,241	-330
1,160	1,5329	1,5329	0	7,0	1,167	1,096	-710

$$b^2 = 4,57877$$

$$M_1 = 0,01\ 0654$$

$$M_2 = 44,224$$

$$M_3 = 713,55$$

$$\lambda_1^2 = 0,010627$$

$$\lambda_2^2 = 78,22$$

$$\lambda_3^2 = 430,56$$

1) E. F. Nichols, l. c. p. 9.

2) Die Dispersionsbestimmungen zwischen den Wellenlängen $\lambda = 0,19881$ und $0,35818 \mu$ rühren von Sarasin, diejenigen zwischen $\lambda = 0,4341$ und $4,20 \mu$ von Rubens, diejenigen zwischen 5 und 7μ von Nichols her.

Glimmer.

Entsprechend seinem hohen Kieselsäuregehalt¹⁾ liefert Glimmer nach viermaliger Reflexion eine Strahlung, welche der soeben betrachteten sehr ähnlich ist. Taf. III Fig. 4 enthält die Ergebnisse einer Versuchsreihe, bei welcher die von der Zirkonlampe ausgehende Strahlung an vier ebenen Glimmerplatten, deren Rückfläche mit Schellack bedeckt war, reflectirt und mit Hülfe des Beugungsgitters und Radiometers analysirt wurde. Die beiden Spaltbreiten betragen bei diesem Versuch 2 mm. Die Curve zeigt ausser dem Centralbild $A^2)$ auf jeder Seite drei Erhebungen, welche Gebieten metallischer Reflexion entsprechen. Dass es sich hier ausschliesslich um Bilder erster Ordnung handelt, erkennt man an dem Umstand, dass die Einschaltung des oben genannten Steinsalzwürfels die Erhebungen $D_1 D_1'$ bez. $D_2 D_2'$ sofort zum Verschwinden bringt. Die genaue Lage und zugehörige Wellenlänge der Maxima giebt die folgende Tabelle.

Tabelle V.

Bezeichnung	Ablenkungswinkel α	α Mittel	Wellenlänge λ
B_1	51'	51 $\frac{1}{2}$ '	9,20 μ
B_2	52'		
D_1	2° 0'	1° 59'	21,25
D_2	1 58		
D_1'	1 43	1 43	18,40
D_2'	1 43		

Mit Ausnahme des Maximums bei $\lambda = 18,40 \mu$ liegen alle Erhebungen den bei Quarz beobachteten sehr nahe. Da infolge der beträchtlichen Spaltbreite und der geringen Dispersion des Gitters über die Energievertheilung innerhalb der Maxima B_1 und B_2 aus den in Fig. 4 enthaltenen Beobachtungen keine Schlüsse gezogen werden konnten³⁾, wurde

1) Der Kieselsäuregehalt des Glimmers beträgt nach Beobachtungen von Rammelsberg 45 bis 47 Proc. (Naumann, Mineralogie).

2) Die Ordinaten des Centralbildes A sind in Fig. 4 in halber Grösse aufgetragen.

3) Die Bilder 3. Ordnung konnten infolge ihrer geringen Intensität nicht mehr untersucht werden.



die Untersuchung dieses Streifens sowie des entsprechenden von Quarz mit Hilfe des oben erwähnten Gitters von grösserer Dispersion wiederholt. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in Taf. III Fig. 5 graphisch dargestellt. Die ausgezogene Curve giebt die Energievertheilung der an Glimmer, die punktirte diejenige der an Quarz viermal reflectirten Strahlen, bei einer Spaltbreite von 2 mm und Benutzung der Zirkonlampe. Die Mitte des Hauptbildes liegt für beide Curven bei $199^{\circ}55'$. Man ersieht aus den Curven der Fig. 5, dass das Reflexionsvermögen von Quarz in diesem Absorptionsgebiet bedeutend grösser ist als dasjenige von Glimmer. Ferner ist zu erkennen, dass die in Fig. 4 mit B_1 bez. B_2 bezeichnete Erhebung aus zwei getrennten Maximis besteht, deren Wellenlängen mit den entsprechenden von Quarz nicht genau übereinstimmen. Die Wellenlänge dieser Maxima ergibt sich aus Fig. 5 für Glimmer gleich $8,32$ bez. $9,38 \mu$, für Quarz gleich $8,52$ bez. $9,03 \mu$. Diese beiden letztgenannten Zahlen sind mit den Ergebnissen unserer früheren Versuche ($8,50$ bez. $9,02 \mu$) in guter Uebereinstimmung.

Wir glauben aus unseren Beobachtungen an Glimmer den Schluss ziehen zu können, dass dieser Stoff die Gebiete metallischer Reflexion, vielleicht mit Ausnahme des bei $\lambda = 18,40 \mu$ liegenden Streifens, seinem Gehalt an Kieselsäure verdankt. Die geringe Verschiedenheit in der Lage der beobachteten Reflexionsmaxima entspricht hierbei vollkommen dem bereits durch optische Versuche bekannten Einfluss, welchen das Lösungsmittel auf das Absorptionsspectrum des gelösten Körpers ausübt.

Flussspath.

Lässt man die von einem mit Flussspathpulver bedeckten erhitzten Platinblech ausgehende Strahlung dreimal an Flussspathflächen reflectiren, so ergibt sich eine Reststrahlung, welche von einer dünnen Flussspathplatte vollständig absorbiert wird. Verwendet man an Stelle des mit Flussspathpulver geschwärzten Platinblechs die Zirkonlampe, so erhält man bedeutend grössere Ausschläge, aber es wird eine vierte Reflexion an einer Flussspathfläche nothwendig, um die dem Absorptionsstreifen entsprechenden Strahlen von denjenigen kürzerer Wellenlänge vollkommen zu reinigen. Auch dann

ist infolge der hohen Temperatur der Zirkonlampe die Energie der Strahlen noch etwas grösser, wie in dem zu Anfang erwähnten Fall.

Die ersten Versuche, welche wir zur Bestimmung der mittleren Wellenlänge dieser Strahlen unternahmen, wurden mit Hülfe des mit Russ geschwärzten Eisenbolometers ausgeführt. Als Wärmequelle diente das erwähnte, mit Flussspathpulver bedeckte, auf angenähert 1000° erhitzte Platinblech. Die Concentration der Strahlen erfolgte mit Hülfe zweier Hohlspiegel an Stelle des einen, welcher in Fig. 1 mit b bezeichnet ist. Die Ausschläge waren indessen in den Beugungsbildern zu gering, um einen einigermaassen sicheren Werth für die Wellenlänge des Maximums erkennen zu lassen. Dies gelang uns erst, als wir das mit Russ geschwärzte Eisenbolometer gegen das mit Platinmoor überzogene Platinbolometer vertauschten. Mit diesem Instrument haben wir schliesslich bei einer Spaltbreite von 3,6 mm im Maximum der Beugungsbilder erster Ordnung Ausschläge von 5,0 mm erhalten, während die Temperaturempfindlichkeit nicht mehr als $1,6 \times 10^{-5}$ Celsiusgrade betrug. Da bei diesem Empfindlichkeitsgrad jeder einzelne Ausschlag auf einige Zehntel Millimeter genau gemessen werden konnte, war es uns möglich, mit Hülfe dieser Anordnung die Lage des Maximums auf etwa 1 Proc. genau festzustellen. Drei solcher Versuchsreihen lieferten uns die folgenden Werthe für die Entfernung der Maxima der Beugungsbilder von der Mitte des Centralbildes und für die zugehörige Wellenlänge λ .

Tabelle VI.

Versuchsreihe Nr.	Entfernung des Beugungsbildes von dem Centralbild		Wellenlänge λ
	rechtes	linkes	
I	3° 45'	3° 41'	24,2 μ
II	3 48	3 47	24,7
III ¹⁾	3 44	3 46	24,4
			Mittel 24,4 μ

1) Die mit III bezeichnete Serie ist in der citirten Abhandlung, Naturw. Rundsch., graphisch dargestellt.

Nachdem wir durch Versuche festgestellt hatten, dass diese Strahlen, welche von Flusspath vollständig, von Steinsalz und Sylvin sehr stark absorbirt werden, durch dünne Platten von geschmolzenem Chlorsilber noch in beträchtlichem Maasse hindurchgehen, versahen wir das Radiometer mit dem zu Anfang erwähnten Chlorsilberfenster und wiederholten unsere Messungen der mittleren Wellenlänge dieser Strahlen mit Hülfe dieses Instruments. Als Wärmequelle diente uns hierbei der Zirkonbrenner und die Reflexion der Strahlen geschah an vier Flusspathflächen. Wir hatten also bei diesen Versuchen gegenüber den zuvor beschriebenen folgende Variationen herbeigeführt.

1. Aenderung der Wärmequelle (Zirkonbrenner an Stelle des Platinblechs);

2. Vermehrung der Zahl der Reflexionen an Flusspathflächen von drei auf vier;

3. Aenderung der Spectralanordnung (vgl. Theil I);

4. Anwendung des mit Eisenoxyd geschwärzten Radiometers an Stelle des mit Platinmoor geschwärzten Bolometers;

5. Einführung einer $2\frac{1}{2}$ mm dicken Chlorsilberplatte in den Strahlengang (Radiometerfenster).

Die Resultate, welche wir mit dieser Anordnung erhielten, sind in der gleichen Weise wie oben in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Sie stimmen in sich, entsprechend der grösseren Genauigkeit des Radiometers, erheblich besser überein als die oben erhaltenen Werthe, zeigen aber diesen gegenüber eine Differenz, welche ausserhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler beider Reihen liegt.

Tabelle VII.

Versuchsreihe Nr.	Entfernung des Beugungsbildes von dem Centralbild		Wellenlänge λ
	rechtes	linkes	
I	2° 13'	2° 13'	23,8
II	2 12	2 13	23,7
III	2 12	2 13	23,7
			Mittel 23,73

Den wesentlichsten Grund dieser Abweichungen erkannten wir sehr bald in der selectiven Absorption der Chlorsilber-

platte, welche die in dem Beugungsbild enthaltenen Strahlen grösserer Wellenlänge erheblich stärker absorbiert als die übrigen und dadurch eine Verschiebung des Maximums nach Seite der kürzeren Wellen bewirkt. Die Bestimmung der selectiven Absorption unseres Chlorsilberfensters geschah in folgender Weise. An verschiedenen Stellen des Spectrums erster Ordnung wurde die Energie möglichst genau gemessen und darauf, nach Einschalten einer zweiten Chlorsilberplatte in den Strahlengang die Messung wiederholt. Aus diesen Beobachtungen und den bekannten Dicken der beiden Chlorsilberplatten liess sich angenähert berechnen, dass das Radiometerfenster bei $\alpha = 2^{\circ} 10' 40$ Proc., bei $\alpha = 2^{\circ} 15' 37$ Proc. und bei $\alpha = 2^{\circ} 20' 33$ Proc. der auffallenden Strahlung hindurchlässt. Hieraus ergibt sich eine durch die selective Absorption des Radiometerfensters bedingte Verschiebung des Maximums um angenähert $3\frac{1}{2}$ Minuten; es entspricht dies einem Unterschied der Wellenlängen von angenähert $0,62 \mu$, wodurch die Differenz in den Mitteln unserer beiden Versuchsreihen vollständig erklärt wird.

Von den in der Tab. VII angeführten Versuchsreihen ist die mit I bezeichnete in Fig. 6 graphisch dargestellt. Dieselbe ist bei einer Spaltbreite von 3,5 mm aufgenommen. Die Ausschläge betragen in der Mitte des Centralbildes 56, im Maximum der Beugungsbilder 12 mm. Eine andere Versuchsreihe, welche mit geringerer Spaltbreite (2 mm) aufgenommen wurde, ist in Taf. III Fig. 6 durch eine punktirte Linie angedeutet. Es scheint aus dieser hervorzugehen, dass das beobachtete Maximum wahrscheinlich aus zwei gesonderten Erhebungen besteht; doch ist uns eine Trennung derselben infolge der geringen Strahlungsenergie nicht gelungen.

Die Curven der Fig. 6 lassen erkennen, dass in den Beugungsbildern der Anstieg zum Maximum auf Seite der kürzeren Wellen erheblich steiler als auf Seite der längeren Wellen erfolgt. Noch viel stärker tritt dieser Unterschied in den mit Hülfe des Bolometers ausgeführten Versuchsreihen hervor, da bei dem Radiometer die Abnahme der Intensität der Strahlen mit zunehmender Wellenlänge durch die wachsende Absorption des Chlorsilberfensters verstärkt wird. Aus diesem Grunde sind die mit Hülfe des Radiometers beobachteten

Strahlen homogener als diejenigen, welche das Bolometer anzeigt. Von den ersteren kann man, wenn man die Breite des Hauptbildes mit derjenigen des Beugungsbildes vergleicht, mit Sicherheit behaupten, dass der bei weitem grösste Theil dieser Strahlen in seiner Wellenlänge um weniger als 10 Proc. von der Grösse $23,7 \mu$ abweicht.

Steinsalz.

Erheblich schwieriger als bei Quarz, Glimmer und Flussspath ist die Ausführung der Reflexionsversuche bei dem Steinsalz. Ein wesentliches Hinderniss bildet hier die eigenthümliche Beschaffenheit des Materials, bei welchem gut polirte ebene Oberflächen meist sehr schwer herzustellen und noch schwerer zu conserviren sind. Indessen haben wir diese Schwierigkeiten durch Benutzung eines besonders reinen Materials¹⁾ schliesslich überwunden und eine Anzahl tadelloser Steinsalzflächen hergestellt, welche sich während mehrerer Wochen ohne besonderen Schutz vortrefflich hielten. Wurden die Strahlen der Zirkonlampe an drei solchen Steinsalzflächen reflectirt, so beobachtete man mit Hülfe des Bolometers eine Strahlung, welche kaum mehr als ein Zehntausendstel der ursprünglichen Energie besass und sich in Bezug auf ihre Absorption durch eine Steinsalzplatte noch angenähert ebenso verhielt, wie Wärmestrahlen gewöhnlicher Art. Wurde die Zahl der Reflexionen von drei auf vier vermehrt, so ergab sich eine Reststrahlung, von welcher noch ungefähr 60 Proc. durch Steinsalz hindurchging. Erst nach fünfmaliger Reflexion an Steinsalzflächen wurde eine Strahlung erhalten, von welcher mehr als neun Zehntel von einer dünnen Steinsalzplatte absorhirt wurde. Freilich betrug der Ausschlag, welchen das Bolometer für diese Strahlen angab, nur noch ca. 5 mm.

Da die vollständige Vermeidung aller diffusen Strahlung eine unerlässliche Vorbedingung für das Gelingen dieses Versuches bildet, erscheint es angebracht, mit einigen Worten auf die von uns gewählte Versuchsanordnung einzugehen, welche diesen Anforderungen vollständig genügte.

1) Von Stassfurt.

Die Strahlen des Zirkonblättchens *a* (Fig. 7) wurden, wie bisher, mittels des Hohlspiegels *b* convergent gemacht und dann an einer Steinsalzfläche *p*₁ reflectirt. Nachdem sie hierdurch angenähert auf $\frac{1}{30}$ ihrer ursprünglichen Intensität geschwächt waren, gelangten sie durch ein kreisförmiges Loch in einen allseitig geschlossenen, innen geschwärzten Kasten, welcher die vier übrigen Steinsalzflächen (*p*₂ bis *p*₅) und das Bolometer *B* enthielt. Durch Scheidewände, welche im Innern des Kastens an verschiedenen Stellen angebracht waren, wurden die letzten Reste diffuser Strahlen daran verhindert, in das Bolometer zu gelangen und das Auftreten von Luftströmungen vermieden. Das Bolometer functionirte unter diesen Bedingungen so vortrefflich, dass das Mittel aus einer Reihe von zehn Beobachtungen des Ausschlages als auf 0,2 mm genau angesehen werden kann.

Zwar konnte eine Bestimmung der Wellenlänge dieser Strahlen mit Hülfe des Beugungsgitters infolge ihrer geringen Intensität bisher nicht vorgenommen werden, dagegen war es uns möglich, auf Grund der in einem folgenden Abschnitt beschriebenen Versuche zu einer angenäherten Schätzung dieser Grösse zu gelangen.

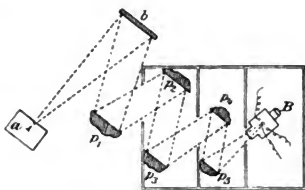


Fig. 7.

Andere Stoffe.

Von den übrigen sieben Substanzen, mit deren Untersuchung wir uns beschäftigt haben, ist es uns nicht gelungen, im ultrarothem Spectrum Gebiete metallischer Reflexion nachzuweisen. Da jedoch unsere diesbezüglichen Beobachtungen mit Hülfe eines Radiometers ausgeführt wurden, dessen Fenster aus einer Chlorsilberplatte bestand, so mussten uns hierbei nothwendig alle diejenigen Absorptionsstreifen entgehen, deren Wellenlänge jenseits der Durchlässigkeitsgrenze des Chlorsilbers liegt. Wir können daher aus unseren Beobachtungen nur den Schluss ziehen, dass die genannten Substanzen im ultrarothem Spectrum bis zu Wellenlängen von mindestens 25μ

Gebiete metallischer Reflexion nicht besitzen. Es ist hiernach keineswegs ausgeschlossen, dass es gelingt, durch Anwendung einer ähnlichen Versuchsanordnung, wie wir sie bei der Untersuchung der mehrfach von Steinsalz reflectirten Strahlen benutzt haben, auch bei diesen Substanzen das Vorhandensein metallischer Reflexion nachzuweisen. Solche Versuche erfordern jedoch mindestens fünf tadellose Flächen, welche uns bei den meisten dieser Substanzen nicht zur Verfügung standen und sind in Bezug auf die Aufstellung und Justirung mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden. Wir haben daher nach dieser Richtung hin auf die Ausführung weiterer Versuche verzichtet.

Dritter Theil. Eigenschaften der Strahlen.

Von den Wärmestrahlen grosser Wellenlänge, welche den Gegenstand unserer bisherigen Betrachtung bildeten, haben wir insbesondere diejenigen, welche durch mehrfache Reflexion an Flussspathflächen erhalten wurden, einer eingehenderen Untersuchung hinsichtlich ihrer Absorption, Reflexion und Brechung in verschiedenen Medien unterworfen. Der Grund hierfür ist ein rein praktischer. Im Gegensatz zu den Reststrahlen des Steinsalzes sind diejenigen des Flusspaths ohne Schwierigkeit in hinreichender Stärke zu erhalten. Auch besitzen sie gegenüber den Reststrahlen von Quarz und Glimmer den grossen Vorzug, dass sie einem einzigen Spectralgebiet angehören und dass man daher bei der Untersuchung ihrer Absorption und Reflexion einer Spectralanordnung oder sonstigen Einrichtung zu ihrer Trennung nicht bedarf.

Absorption.

Versuche über Durchlässigkeit der Reststrahlen des Flusspaths haben wir für eine grössere Zahl von festen Körpern ausgeführt. Ein Theil der Resultate dieser Beobachtungen ist in der folgenden Tabelle enthalten, deren Einrichtung ohne weiteres verständlich ist.

Tabelle VII.

Substanz	Dicke in mm	Durchgelassen, in Procenten der auffallen- den Strahlung	Substanz	Dicke in mm	Durchgelassen, in Procenten der auffallen- den Strahlung
Fluorit	4,4	0,0%	Quarz	2,25	0,0%
Steinsalz	1,92	11,0	Glimmer	0,015	9,9
"	5,85	2,1	"	0,032	1,3
"	14,0	0,0	Glas	0,10	0,4
Sylvin	3,6	34,0	Paraffin	4,4	0,0
"	6,3	17,8	Ebonit	2,0	0,0
"	14,3	4,6	Schwefel	2,0	0,0
Chlorsilber	0,25	77,4	Blattgold	angen.	0,0
"	0,45	52,8	"	0,0001	
"	1,7	43,7	Blattaluminium	angen.	0,0
Quarz	0,018	15,7		0,001	

In Schichten von mehr als 1 mm Dicke zeigen nur Steinsalz, Sylvin und Chlorsilber eine merkliche Durchlässigkeit. Bei einer Schichtdicke von 1 cm verschwindet diese auch noch für Steinsalz. In sehr dünnen Schichten dagegen ist für Quarz, Glimmer und Glas eine schwache Durchlässigkeit bemerkbar. Die untersuchten Platten aus Flussspath, Paraffin, Ebonit und Schwefel, sowie die beiden Metallschichten erwiesen sich als vollkommen undurchlässig. Ueberhaupt ist es uns nicht gelungen, einen festen Körper ausfindig zu machen, welcher diese Strahlen einigermassen vollkommen hindurchlässt, etwa wie Flussspath die Strahlen des ersten ultrarothern Spectrums bis zu einer Wellenlänge von ungefähr 7μ . Ein solcher hätte uns die radiometrische Untersuchung dieser Strahlen sehr erleichtert.

Vergleicht man die für verschiedene Schichtdicken des gleichen Materials erhaltenen Durchlässigkeiten, so erkennt man, dass dieselben mit dem Absorptionsgesetz nur sehr unvollkommen übereinstimmen. Es liegt dies in erster Linie an der Inhomogenität der Strahlen; bei den Versuchen mit Chlorsilberplatten tritt noch der Umstand hinzu, dass dieselben niemals rein sind, sondern stets Luftblasen und Einschlüsse verschiedener Art enthalten, sodass bei dieser Substanz die Abweichungen von dem Absorptionsgesetz besonders stark hervortreten.

Durch das eigenthümliche Verhalten unserer Bolometer gegenüber den mehrfach an Flussspathflächen reflectirten

Strahlen veranlasst, haben wir einige Versuche angestellt, um festzustellen, in welchem Betrag diese Strahlen von einer Russschicht absorbiert werden. Zu diesem Zweck wurde eine dünne Chlorsilberplatte und eine ebene Messingplatte mit einer mässig dicken Russschicht bedeckt, wie man sie zum Schwärzen der Bolometer verwendet und die Durchlässigkeit der Chlorsilberplatte sowie das Reflexionsvermögen der Messingplatte vor und nach der Berussung beobachtet. Es ergab sich, dass die Durchlässigkeit der ersteren um kaum $\frac{1}{3}$, das Reflexionsvermögen der letzteren um weniger als die Hälfte seines ursprünglichen Betrages abgenommen hatte.

Aus diesen Versuchen geht hervor, dass Russ in der angewandten Schichtdicke für Strahlen von dieser Wellenlänge auch nicht angenähert mehr die Eigenschaften eines vollkommen schwarzen Körpers besitzt. Zwar lassen sich Russschichten von solcher Schichtdicke herstellen, dass die untersuchten Strahlen darin nahezu vollkommen absorbiert werden, es würde sich aber nicht empfehlen, derartige Schichten zum Schwärzen des Bolometers anzuwenden, da ihre Wärmeleitung zu gering ist.

Es erschien uns ferner von Interesse, zu untersuchen, ob diese Strahlen von Wasserdampf und Kohlensäure merklich absorbiert werden, wie dies mit den Wärmestrahlen von kürzerer Wellenlänge vielfach der Fall ist. Es wurde zu diesem Zweck durch den Collimator des Spectrobolometers (Fig. 1 f') zeitweilig ein Strom von Kohlensäure bez. trockener Luft geleitet; ein Einfluss auf die Intensität der Strahlen konnte indessen hierbei nicht wahrgenommen werden. Ebenso war es in Bezug auf die Grösse der beobachteten Ausschläge gleichgültig, ob man in der Nähe der Wärmequelle einen Wasserdampfstrahl in den Strahlengang hineinbliess oder nicht. Die Absorptionsfähigkeit von Wasserdampf und Kohlensäure für diese Strahlen scheint hiernach sehr klein zu sein.

Die Versuche, welche wir zu dem Zweck unternahmen, die Absorption der an fünf Steinsalzflächen reflectirten Strahlen in verschiedenen Stoffen festzustellen, liessen uns erkennen, dass fast alle Körper diesen Strahlen gegenüber noch viel undurchlässiger sind als für die Reststrahlen des Flussspath. — Steinsalz, Sylvin, Chlorsilber und Flussspath absorbiren

dieselben in den dünnsten uns zur Verfügung stehenden Schichten bereits vollständig, ebenso Schwefel, Ebonit, Glas und Quarz in Schichten von einigen Millimetern Dicke. Unter den von uns untersuchten Körpern ist Paraffin der einzige, welcher eine merkliche Durchlässigkeit besitzt. Eine Paraffinplatte von 1,5 mm Dicke liess annähernd die Hälfte dieser Strahlen hindurch.

Wir beabsichtigen, zur weiteren Untersuchung dieser Strahlen ein Radiometer zu construiren, dessen Fenster aus einer dünnen Paraffinplatte besteht und mit Hülfe dieses Instruments eine exacte Messung der Wellenlänge zu versuchen.

b) Reflexion.

Zur Bestimmung des Reflexionsvermögens, welches eine Reihe von Substanzen für die Reststrahlen des Flusspaths besitzen, haben wir uns einer Methode bedient, welche in Fig. 8 skizzirt ist.

Die von der Lichtquelle a ausgehenden Strahlen gelangen nach ihrer Reinigung durch die vier Flusspathflächen p_1 bis p_4 zur Reflexion an der zu untersuchenden Substanz, bez. an einem zum Vergleich dienenden Silberspiegel (r). Nach dieser Reflexion vereinigen sie sich auf dem Spalt s_1 des Spectrometers, von wo aus der Strahlengang genau der gleiche ist, wie in dem durch Fig. 1 wiedergegebenen Schema. Die Vertauschung der zu untersuchenden Platte mit dem zum Vergleich dienenden Silberspiegel geschah mit Hülfe der folgenden Ein-

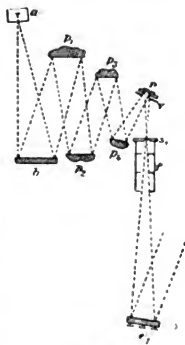


Fig. 8.

richtung: Längs einer genau gearbeiteten verticalen Schlittenführung konnte eine starke, eben geschliffene, mit zwei kreisrunden übereinander liegenden Löchern versehene Messingplatte auf und ab bewegt werden. Durch verstellbare Anschlagstücke war die Bewegung der Platte nach oben und unten derart begrenzt, dass sich in ihrer tiefsten Stellung das obere Loch genau an der gleichen Stelle des Raumes befand, wie in ihrer höchsten Stellung das untere. Die zu untersuchende

reflectirende Fläche und der Vergleichsspiegel wurden hinter den beiden kreisförmigen Löchern auf der Rückseite der Messingplatte derart befestigt, dass ihre reflectirende Oberfläche der Messingplatte zugekehrt war. Es wurde hierbei genau darauf geachtet, dass die Ränder der spiegelnden Oberflächen die Messingplatte an allen Stellen berührten. Die Erfüllung dieser Bedingung ist deshalb wichtig, weil sie eine Garantie für den Parallelismus der beiden Flächen gewährt. Um den Einfluss der Grösse und Form der untersuchten Spiegel auf die Beobachtungen zu beseitigen, wurde ein kreisförmiges Diaphragma v in den Strahlengang eingeschaltet, welches die wirksame Fläche eines jeden der untersuchten Spiegel in der gleichen Weise begrenzte.

Es ist einleuchtend, dass man mit Hülfe dieser Anordnung die Intensität der an verschiedenen Flächen reflectirten Strahlen mit derjenigen der an Silber reflectirten vergleichen kann. Allerdings erfordert der Apparat, wenn er in dieser einfachen Weise benutzt wird, eine ausserordentlich sorgfältige Justirung, welche einer fortwährenden Controlle bedarf. Von diesem Uebelstand kann man sich aber vollständig frei machen, wenn man ein der Tarirmethode analoges Beobachtungsverfahren anwendet. Man vergleicht die Reflexion der zu untersuchenden Substanz zuerst mit derjenigen des Silberspiegels, welcher sich auf dem anderen Diaphragma der Messingplatte befindet, entfernt dann die zu untersuchende Fläche und ersetzt dieselbe durch einen zweiten Silberspiegel. Bestimmt man nun durch eine besondere Versuchsreihe das Intensitätsverhältniss der von beiden Silberspiegeln reflectirten Strahlen, so ist alles erforderliche Material vorhanden, um die Reflexion der zu untersuchenden Fläche mit derjenigen des vor dem gleichen Diaphragma befindlichen Silberspiegels zu vergleichen. In dieser Weise sind sämmtliche hier angegebenen Bestimmungen des Reflexionsvermögens ausgeführt worden. Die von dem Silberspiegel reflectirte Strahlung haben wir als innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler mit der einfallenden als gleich angenommen. Der Grund für die Berechtigung dieser Annahme liegt einmal in der von uns früher nachgewiesenen Eigenschaft des Silbers, welches eine beständige Zunahme des Reflexionsvermögens mit wachsender Wellenlänge aufweist und

bereits bei $\lambda = 3 \mu$ über 98 Proc.¹⁾, bei 4μ über 99 Proc.²⁾ der auffallenden Strahlung reflectirt. Andererseits haben wir das Reflexionsvermögen des Silbers mit demjenigen anderer Metalle für Strahlen von der mittleren Wellenlänge $23,7 \mu$ sorgfältig verglichen und die Beobachtung gemacht, dass alle untersuchten Metalle innerhalb der Grenzen der Versuchsfehler das gleiche Reflexionsvermögen ergaben. Die folgende Tabelle enthält die diesbezüglichen Zahlen. Das Reflexionsvermögen des Silbers ist darin = 100,0 gesetzt. Auch sind vergleichsweise die Reflexionsvermögen für grünes Licht $\lambda = 0,50 \mu$ hinzugefügt, wie sie früher von dem einen von uns beobachtet wurden.³⁾

Tabelle IX.

Metall	Reflexions- vermögen	Reflexions- vermögen
	$\lambda = 23,7 \mu$	$\lambda = 0,50 \mu$
Silber	100,0	88,3
Gold	99,8	56,1
Platin	100,0	—
Kupfer	100,7	54,8
Eisen	99,5	57,7
Nickel	100,3	61,0
Messing	100,0	—
Spiegelmetall	100,1	—

Es ist hiernach in hohem Maasse wahrscheinlich, dass nicht nur Silber, sondern auch die übrigen Metalle und Legierungen den theoretischen Grenzwert des Reflexionsvermögens von 100,0 für Strahlen von der Wellenlänge $23,7 \mu$ bereits mit grosser Annäherung erreicht haben.⁴⁾

Unter Zugrundelegung dieser Annahme haben wir das Reflexionsvermögen einer Reihe anderer Stoffe bestimmt, welche für die untersuchten Strahlen zum Theil merkliche Durchlässigkeit zeigten. Aus dem beobachteten Reflexionsvermögen

1) H. Rubens, Wied. Ann. 37. p. 249. 1889.

2) E. F. Nichols, l. c. p. 6.

3) H. Rubens, l. c. p. 265.

4) Auch der Politzustand der Spiegel spielt hierbei eine sehr geringe Rolle, was auch zweifellos in der grossen Wellenlänge dieser Strahlen seinen Grund hat.

haben wir ferner mit Hülfe der Fresnel'schen Formel den Brechungsexponenten der untersuchten Substanzen für diese Strahlen berechnet. Wir benutzten hierbei die für senkrechte Incidenz geltende einfache Formel, obwohl die Reflexion in Wirklichkeit unter einem Incidenzwinkel von 13° erfolgte. Die sämtlichen berechneten Werthe sind daher um einen kleinen Betrag zu gross ausgefallen, welcher meist innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegt.

Tabelle X.

Substanz	Reflexions- vermögen	Brechungs- exponent n berechnet
Flussspath	71,5	—
Quarz	41,7	4,62
Glimmer	28,7	3,32
Glas	19,7	2,55
Schwefel	11,4	1,95
Sylvin	2,0	1,32
Steinsalz	1,7	1,22

Flussspath zeigt nach unseren Beobachtungen ein mittleres Reflexionsvermögen von 71,5 Proc. Für diejenigen Strahlen, welche der Mitte des Absorptionsstreifens angehören, ist das Reflexionsvermögen zweifellos noch beträchtlich grösser und wahrscheinlich von demjenigen der Metalle nur wenig verschieden.

Das hohe Reflexionsvermögen von Quarz und Glimmer und die sich daraus berechnenden grossen Werthe des Brechungsindex finden ihre Erklärung durch die grosse Nähe des Absorptionsstreifens, welcher im Quarz bei $\lambda = 20,7 \mu$, im Glimmer bei $\lambda = 21,3 \mu$, also in beiden Stoffen auf Seite der kürzeren Wellen liegt.

Die Brechungsexponenten von Glas und Schwefel liegen den Wurzeln aus den Dielectricitätsconstanten dieser Stoffe sehr nahe, doch kann diese Uebereinstimmung, wenigstens für Glas, sehr wohl eine zufällige sein.

Die untersuchten Steinsalz- und Sylvinflächen ergaben ein merklich geringeres Reflexionsvermögen, als man nach den früher bestimmten Dispersionsconstanten zu erwarten hätte. Wir werden in dem folgenden Abschnitt den Grund dieser Abweichung kennen lernen.

Brechung.

Von den in dem Vorstehenden genannten Stoffen sind nur drei für Strahlen grösserer Wellenlänge genügend durchlässig, um eine genaue Untersuchung der Strahlenbrechung zu ermöglichen, nämlich Sylvin, Steinsalz und Chlorsilber. Unter diesen ist wiederum das Chlorsilber wegen der schlechten Beschaffenheit seiner Oberflächen auszuschliessen, sodass man in dieser Hinsicht auf Sylvin und Steinsalz beschränkt ist.

Auch in diesen beiden Stoffen ist die Absorption sehr erheblich. Wir bedienten uns deshalb zur Bestimmung des Brechungsexponenten sehr dünner, spitzer Prismen, deren brechender Winkel angenähert 12° betrug. Die Prismenflächen waren genügend eben, um eine Bestimmung des brechenden Winkels mit Hülfe des Gauss'schen Oculars auf 10 Sekunden zu ermöglichen.

Mit Hülfe eines gewöhnlichen Spectrometers von Schmidt-Hänsch wurde zunächst der Brechungsexponent der gelben Natriumlinie mittels dieser Prismen gemessen. Er ergab sich für Steinsalz um eine Einheit der vierten Decimalstelle kleiner, bei Sylvin um zwei Einheiten der gleichen Stelle grösser, als er früher von dem einen von uns erhalten worden war¹⁾; eine Uebereinstimmung, welche in Anbetracht des kleinen brechenden Winkels dieser Prismen als gut bezeichnet werden darf. Hiernach wurden die Prismen an Stelle des Gitters g auf dem Tischchen des Spectrometers s_1, e_1, e_2, s_2 (Fig. 1) angebracht und mit Hülfe des Radiometers die Ablenkung α gemessen, welche dem beobachteten Energiemaximum entsprach. Es geschah dies in den beiden Minimumstellungen des Prismas, sodass die Ablenkungen in beiden Richtungen, bald rechts, bald links beobachtet wurden.²⁾

Derartige Messungen haben wir für die Reststrahlen von Quarz und Steinsalz ausgeführt. Bei den ersteren interessirte

1) H. Rubens, Wied. Ann. 45. p. 233. 1892 und H. Rubens und B. W. Snow, Wied. Ann. 46. p. 529. 1892.

2) Die Einstellung der Prismen auf das Minimum der Ablenkung wurde hierbei nur nach dem Augenmaass vorgenommen. Es war dies ausreichend, da bei Prismen von so kleinem brechenden Winkel und so geringem Brechungsindex ein Fehler in der Minimumstellung von einigen Graden keinen merklichen Einfluss auf die Ablenkung ausübt.

uns lediglich die Lage des zweiten, im Gitterspectrum bei $\lambda = 20,75 \mu$ beobachteten, sehr scharf ausgeprägten Streifens. Der erste ist wegen seiner Duplicität, welche infolge der geringen Dispersion der Prismen hier nicht hervortritt, zu Dispersionmessungen wenig geeignet. Auch gehört dieser Streifen einem Spectralgebiet an, innerhalb dessen die Dispersion bei Steinsalz noch bekannt ist, bei Sylvin mit genügender Annäherung berechnet werden kann.

Die Ablenkungswinkel α , welche wir unter diesen Bedingungen für die Maxima des Quarz- und Flussspathstreifens erhielten, sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt.

Tabelle XIa.

Steinsalz, brechender Winkel.

$$\varphi = 10^{\circ} 53' 0''$$

Versuchsreihe Nr	Streifen Nr. I (Quarz)	Streifen Nr. II (Fluorit)
I	$R = 2^{\circ} 27\frac{1}{2}'$ $L = 2^{\circ} 28'$	$R = 2^{\circ} 14\frac{1}{4}'$ $L = 2^{\circ} 15\frac{1}{2}'$
II	$R = 2^{\circ} 28'$ $L = 2^{\circ} 29'$	$R = 2^{\circ} 15'$ $L = 2^{\circ} 15'$
Mittel	$2^{\circ} 28' 3''$	$2^{\circ} 15' 0''$

Tabelle XIb.

Sylvin, brechender Winkel.

$$\varphi = 12^{\circ} 39' 10''$$

Versuchsreihe Nr.	Streifen Nr. I (Quarz)	Streifen Nr. II (Fluorit)
I	$R = 2^{\circ} 59'$ $L = 3^{\circ} 0'$	$R = 2^{\circ} 51'$ $L = 2^{\circ} 51'$
II	$R = 2^{\circ} 59'$ $L = 2^{\circ} 59\frac{1}{2}'$	$R = 2^{\circ} 50'$ $L = 2^{\circ} 50\frac{1}{2}'$
Mittel	$2^{\circ} 59' 22''$	$2^{\circ} 50' 37''$

Die Ablenkungen nach der rechten Seite sind darin mit R , diejenigen nach der linken Seite mit L bezeichnet. Unter den gleichen Bedingungen wurde ferner die Minimalablenkung der Natriumlinie beobachtet. Sie ergab sich für das Steinsalzprisma zu $3^{\circ} 35' 58''$, für das Sylvinprisma zu $3^{\circ} 46' 40''$.

Da wir uns bei Ausführung dieser Versuche der in Theil I, Abschnitt 3 beschriebenen Spectrometereinrichtung mit fest-

stehendem Ocularspalt s_2 bedienten, so ist es erforderlich, diese sämtlichen, am Theilkreis des Instrumentes abgelesenen Ablenkungswinkel α mit einem constanten Factor zu multipliciren, um daraus die wahren Werthe der Ablenkungen β zu berechnen. Diesen Factor haben wir vor und nach der Ausführung der Dispersionsmessungen mit Hülfe unseres Beugungsgitters neu bestimmt und in guter Uebereinstimmung den Werth 1.6540 erhalten.¹⁾ Die so berechneten wahren Werthe der Ablenkung β und die sich hieraus ergebenden Brechungsexponenten n sind in dem Folgenden übersichtlich zusammengestellt. Die in der mit n überschriebenen Columnne enthaltenen eingeklammerten Zahlen sind die mit Hülfe des Spectrometers von Schmidt-Hänsch bestimmten Brechungsexponenten. Die Uebereinstimmung dieser Werthe mit den hier erhaltenen kann als Controlle für die Genauigkeit der Messungen gelten.

Tabelle XIIa.
Steinsalz.

	scheinbare Ablenkung α	wahre Ablenkung β	n
Natrium	3° 35' 58"	5° 57' 15"	{ 1,5437 (1,5439)
Streifen I (Quarz)	2 28 8	4 5 0	1,3735
Streifen II (Fluorit)	2 15 0	3 43 18	1,3403

Tabelle XIIb.
Sylvin.

	scheinbare Ablenkung α	wahre Ablenkung β	n
Natrium	3° 46' 40"	6° 15' 0"	{ 1,4902 (1,4905)
Streifen I (Quarz)	2 59 23	4 56 42	1,3882
Streifen II (Fluorit)	2 50 37	4 42 12	1,3692

Eine genauere Bestimmung der Wellenlänge, welche den Maximis der Streifen I und II in den beiden prismatischen Spectren zukommt, setzt sowohl die Kenntniss der selectiven Absorption, als auch diejenige der Dispersion beider Prismen

1) Der auf p. 426 angegebene Werth von 1,6522. Der Unterschied beider Constanten erklärt sich durch Veränderungen, welche an dem Spalt s_2 vorgenommen wurden.

voraus. Beide Eigenschaften brauchen indess nur angenähert bekannt zu sein, um eine genügend genaue Bestimmung dieser Wellenlängen zu ermöglichen, da es sich, wenigstens in Betreff des Streifens Nr. I nur um geringe Unterschiede gegenüber den in dem Gitterspectrum beobachteten Wellenlängen handelt (weniger als 1 Proc.).

Was zunächst die Correction anbetrifft, welche in Folge der selectiven Absorption der Prismen an der im Gitterspectrum beobachteten Wellenlänge der Streifen anzubringen ist, so beträgt dieselbe nach den Absorptionsmessungen des einen von uns bei dem mit I bezeichneten Streifen für das Sylvinprisma nur $0,05 \mu$, für das Steinsalzprisma $0,10 \mu$, was ungefähr 0,3 bez. 0,5 Proc. der gesammten Wellenlänge ausmacht. Bedeutend grösser ist der Einfluss der selectiven Absorption auf die Wellenlänge des Maximums in dem zweiten Streifen. Die Correction beträgt hier $0,9$ bez. $1,1 \mu$.

Die Correctionen, welche wegen der variablen Dispersion der Prismen angebracht werden müssen, sind sämmtlich unbedeutend. Sie betragen bei dem Streifen I ungefähr 0,4, bei dem Streifen II angenähert 1,2 Proc. Sie wurden bestimmt, indem wir zunächst eine angenähert richtige Dispersionscurve der beiden Prismen entwarfen. Es geschah dies mit Hülfe der in Beziehung auf die selective Absorption corrigirter Wellenlängen der beiden Streifen und der zugehörigen Brechungsexponenten, sowie mit Benutzung der früheren Dispersionsmessungen des einen von uns. Diese Dispersionscurve lieferte uns genügend genaue Werthe des Differentialquotienten $dn/d\lambda$, durch welche die Ordinaten der Energiecurve des Gitterspectrums zu dividiren sind, um daraus die Energievertheilung im prismatischen Spectrum zu erhalten. Es setzt dies freilich voraus, dass die Grösse $dn/d\lambda$ mit $d\beta/d\lambda$ proportional ist, was streng genommen nur für unendlich spitze Prismen der Fall ist, für welche

$$n = \frac{\sin \frac{\varphi + \beta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} = \frac{\varphi + \beta}{\varphi}$$

und

$$\frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{d\beta}{dn} \frac{dn}{d\lambda} = \varphi \frac{dn}{d\lambda}.$$

Diese Gleichungen gelten aber auch noch für Prismen von 12° brechendem Winkel mit genügender Annäherung, sodass das von uns angewendete Verfahren seine Rechtfertigung findet.

Berücksichtigt man die genannten Correctionen, so erhält man für die Maxima der Streifen I und II die Wellenlängen $20,57$ bez. $22,3 \mu$ bei Anwendung des Steinsalzprismas, dagegen $20,60$ bez. $22,5 \mu$ bei Anwendung des Sylvinprismas. Die Genauigkeit, welche diesen Werthen zukommt, ist eine sehr ungleiche. Während diejenigen Angaben, welche sich auf den Streifen I beziehen, als auf $0,3$ Proc. genau angesehen werden können, sind die entsprechenden Angaben für den Streifen II kaum auf 1 Proc. sicher. Bei der Berechnung der Constanten der Ketteler-Helmholtz'schen Dispersionsformel (1), welche wir im Anschluss an die vorstehenden Messungen unternahmen, haben wir daher ausser den früheren Dispersionsmessungen des einen von uns nur diejenigen Bestimmungen herangezogen, welche sich auf den Streifen I beziehen.

Die Constante M_1 und λ_1 , welche auf die Dispersion des ultrarothten Spectrums jenseits 7μ von sehr geringem Einfluss sind, wurden den früheren Bestimmungen entnommen, die die Grösse M_2 und λ_2 dagegen mit Hülfe zweier Wellenlängen und Brechungsexponenten des ultrarothten Spectrums neu bestimmt, von welchen das eine Werthenpaar aus den für Streifen I erhaltenen Angaben gebildet wurde. Die Grösse b^2 wurde schliesslich durch Addition von a^2 und M_2/λ_2^2 gebildet.

Für einige Wellenlängen des sichtbaren und ultrarothten Spectrums sind in den folgenden beiden Tabellen die beobachteten und die mit Hülfe der vollständigen Gleichung (1) berechneten Werthe des Brechungsexponenten wiedergegeben. Zum Vergleich sind ferner die aus der vereinfachten Formel (2) berechneten Werthe unter Benutzung der früher von dem einen von uns gegebenen Constanten hinzugefügt. Diese Zahlen fallen für die grossen Wellenlängen erheblich zu gross aus. Dagegen stimmen die aus Gleichung (1) berechneten Werthe in allen Gebieten mit den beobachteten in befriedigender Weise überein.

Tabelle XIIIa.

Steinsalz.

λ	n beobachtet	n berechnet (1)	n berechnet (2)
0,434 μ	1,5607	1,5606	1,5606
0,589	1,5441	1,5441	1,5441
8,67	1,5080	1,5080	1,5080
20,57	1,3735	1,3735	1,3926
22,3	1,340	1,3403	1,3679

$$b^2 = 5,1790, \quad M_1 = 0,018496, \quad M_2 = 8977,0$$

$$\lambda_1^2 = 0,01621, \quad \lambda_2^2 = 3149,3.$$

Tabelle XIIIb.

Sylvin.

λ	n beobachtet	n berechnet (1)	n berechnet (2)
0,434 μ	1,5048	1,5048	1,5048
0,589	1,4900	1,4899	1,4899
7,08	1,4653	1,4653	1,4654
20,60	1,3882	1,3882	1,3948
22,5	1,369	1,3688	1,3789

$$b^2 = 4,5531 \quad M_1 = 0,0150, \quad M_2 = 10747$$

$$\lambda_1^2 = 0,0234, \quad \lambda_2^2 = 4517,1.$$

Von diesen für Steinsalz und Sylvin bestimmten Constanten der Gleichung (1) sind uns die mit λ_2 bezeichneten Grössen besonders wichtig, da sie den angenäherten Werth der mittleren Wellenlänge für die Reststrahlen der beiden Stoffe darstellen. Den nach fünffacher Reflexion an Steinsalzflächen erhaltenen Wärmestrahlen würde hiernach eine Wellenlänge von angenähert $\sqrt{3149,3} \mu$ oder $56,1 \mu$ zukommen. Indessen ist wahrscheinlich dieser Werth, ebenso wie der für Flussspath und Quarz mit Hülfe der Gleichung (1) erhaltene etwas zu hoch und die wahre Grösse der mittleren Wellenlänge dieser Strahlen von 50μ nicht sehr verschieden.

Eine zweite, gleichfalls wesentliche Folgerung lässt sich aus der Grösse der Constanten b^2 herleiten. Wie bereits zu Anfang bemerkt wurde, hat Hr. Paschen darauf hingewiesen, dass die Constante b^2 , welche nach Gleichung (1) den Bre-

chungssexponenten für unendlich lange Wellen darstellt, für Flussspath mit der Dielectricitätsconstanten in angenäherter Uebereinstimmung ist. Wir sind nunmehr in der Lage, diese Relation für drei weitere Stoffe, nämlich Quarz, Steinsalz und Sylvin zu prüfen. In der folgenden Tabelle sind die Constanten b^2 mit den Ergebnissen verschiedener Beobachter für die Dielectricitätsconstanten der untersuchten Stoffe zusammengestellt. Auch sind die von Hrn. Paschen für Flussspath und dem einen von uns für schweres Flintglas angegebenen Zahlen darin nochmals aufgeführt.

Tabelle XIV.

Stoff	b^2	Dielectricitäts- constante K	Beobachter
Flintglas	6,77	6,7 — 9,1	Hopkinson ¹⁾
Fluorit	6,09	6,8	Curie ²⁾
		6,7	Romich u. Nowak ³⁾
		6,9	Starke ⁴⁾
Quarz	4,58	4,55	Curie
		4,6	Romich u. Nowak
		4,73	Starke
Steinsalz	5,18	5,85	Curie
		5,81	Thwing ⁵⁾
		6,29	Starke
Sylvin	4,55	4,94	Starke

Am besten ist die Uebereinstimmung bei Quarz, bei welchem Material zugleich die Grundlagen zur Berechnung der Constanten der Gleichung (1) als die sichersten anzusehen sind. Auch bei den übrigen Substanzen darf man in Anbetracht der grossen Ungenauigkeit, mit welcher sowohl die berechneten Constanten b^2 als auch die beobachteten Dielectricitätsconstanten behaftet sind, eine viel bessere Uebereinstimmung kaum erwarten. Dennoch lässt sich in den meisten Fällen ein merklicher Einfluss der im fernen ultrarothem Spectrum noch vorhandenen Absorptionsstreifen auf die Constante b^2 noch er-

1) Hopkinson, Phil. Trans. 2. p. 355. 1881.

2) Curie, Ann. Chim. Phys. (6) 17. p. 385 und 18. p. 203. 1889.

3) Romich u. Nowak, Wien. Ber. (2) 70. p. 380. 1874.

4) H. Starke, Dissertation, Berlin 1896.

5) H. Rubens, Wied. Ann. 45. p. 238. 1892.

kennen. Derselbe bedingt nämlich eine Vergrößerung dieser Constanten, was mit dem Sinn der Abweichungen der vorstehenden Zahlenwerthe von b^2 und K übereinstimmt. Sind Absorptionsstreifen, welche zu metallischer Reflexion Veranlassung im ultrarothern Spectrum geben, überhaupt nicht oder nur in sehr geringer Stärke vorhanden, so lässt sich die Dispersion in diesem Gebiet durch die Cauchy'sche Gleichung darstellen und die Constante b^2 der Gleichung (1) reducirt sich auf die Grösse a^2 der Gleichung (2). Die Uebereinstimmung der Constanten a^2 mit der Dielectricitätsconstanten ist aber für eine Reihe solcher Substanzen bereits früher von dem einen von uns hervorgehoben worden.

Vierter Theil. Versuche über electrische Resonanz.

Infolge der relativ grossen Wellenlänge der vierfach am Flusspath reflectirten Strahlen schien es uns nicht aussichtslos, mit Hülfe derselben Versuche über electrische Resonanz anzustellen.¹⁾

Diese Versuche bilden eine vollkommene Analogie zu den im Jahre 1893 von Hrn. A. Garbasso ausgeführten Untersuchungen²⁾ über Reflexion electrischer Wellen an Holzplatten, auf deren Oberfläche eine grössere Zahl gleichmässig vertheilter paralleler electrischer Resonatoren befestigt ist. Hr. Garbasso beobachtete, dass eine starke Reflexion der electrischen Strahlen nur dann stattfand, wenn die Periode dieser Resonatoren mit der Schwingungsdauer des Erregers in Uebereinstimmung war. War diese Bedingung nicht erfüllt, so ergab die Resonatorenplatte nur geringe Reflexionswirkung. Diese

1) Wir wollen nicht unterlassen, darauf hinzuweisen, dass die dem ultrarothern Absorptionsstreifen im Flusspath entsprechenden Strahlen ihrer Wellenlänge nach fast genau in der Mitte liegen zwischen den kürzesten von Hrn. Schumann (Wien. Akad. Ber. 102. p. 415 und 625. 1893) gemessenen ultravioletten Wellen ($\lambda = 0,1 \mu$) und den 6 mm langen electrischen Wellen von Hrn. Lebedew (Wied. Ann. 56. p. 1. 1895), wenn man, wie dies in der Akustik üblich ist, nach Octaven rechnet. Entwirft man dagegen das Spectrum nach gleichmässig fortschreitenden Wellenlängen, so ist der Raum zwischen den genannten Wärmestrahlen und den electrischen Strahlen kleinster Wellenlänge 250 mal grösser, dagegen bei continuirlich wachsenden Schwingungszahlen 240 mal kleiner als das gesammte ultraviolette sichtbare und ultrarother Spectrum.

2) A. Garbasso, Acad. delle Science di Torino 28. 1893.

Versuche wurden mit electrischen Wellen von 43 und 70 cm Länge ausgeführt.

Entsprechend der im Vergleich hiermit sehr geringen Wellenlänge unserer Wärmestrahlen bildet die Herstellung hierzu passender Resonatorenplatten eine grosse Schwierigkeit, welche wir erst nach Anstellung vieler, meist vergeblicher Versuche überwunden haben. Wir verfahren schliesslich folgendermaassen.

Eine Anzahl auf chemischem Wege frisch versilberter ebener Glasplatten wurde auf der Theilmaschine mit Hülfe eines mit Diamantspitze versehenen Stichels in Gitter verwandelt, welche 100 Striche pro Millimeter enthielten. Die Breite der Striche wurde hierbei möglichst derjenigen der übrig bleibenden Silberstreifen gleich gemacht, sodass sowohl die Striche als die Silberstreifen je $5\ \mu$ breit waren. Es lässt sich dies durch sorgfältige Auswahl der Spitze und genaue Regulirung des Druckes für Silberschichten von gleichmässiger Cohärenz in jedem einzelnen Falle mit genügender Genauigkeit erreichen. Die so erhaltenen Gitter wurden dann, wiederum mit Hülfe der Theilmaschine durch Striche, welche senkrecht zu den ersten geführt waren, in Resonatoren von verschiedenen, aber für jedes einzelne Gitter möglichst gleicher Länge zerschnitten. Genauere Angaben über die Länge und Breite der Resonatoren, sowie über die Anzahl derselben pro Quadratcentimeter finden sich für die verschiedenen Platten in der weiter unten gegebenen Tabelle. Die Versuchsanordnung, deren wir uns bei den Reflexionsversuchen bedienten, ist von der im Abschnitt 2 des dritten Theils beschriebenen und in Fig. 8 dargestellten nur insofern verschieden, als die Strahlen nach ihrer Reinigung an den Flussspathplatten p_2 bis p_4 , bez. vor ihrer Reflexion an den zu untersuchenden Resonatorenplatten (r) durch Reflexion an einer Glasplatte d unter dem Polarisationswinkel ¹⁾ polarisirt wurden. Mit Hülfe dieser Versuchsanordnung wurde das Reflexionsvermögen unserer Resonatorenplatten für polarisirte Wärmestrahlen von der mittleren Wellenlänge $23,7\ \mu$ mit dem-

1) Der Brechungsexponent (n) der Glasplatte d für diese Strahlen wurde aus dem Reflexionsvermögen ρ derselben mit Hülfe der Fresnel'schen Formel ermittelt. Es ergab sich $\rho = 20,0$ Proc., $n = 2,62$. Der Polarisationswinkel dieser Glasplatte berechnet sich hieraus zu $\omega = 69^\circ$.

jenigen des metallischen Silbers verglichen, welches nach den oben mitgetheilten Beobachtungen gleich 100 zu setzen ist.

Zur Untersuchung gelangten im Ganzen 5 Resonatorenplatten, wovon eine, ein noch unzerschnittenes Gitter, Resonatoren von praktisch unendlich grosser Länge enthielt. Die übrigen 4 Platten waren mit Resonatoren versehen, deren Länge angenähert um den gleichen Betrag (6μ) von Platte zu Platte variierte. Die Grösse der in Resonatoren abgetheilten Fläche betrug auf jeder Platte ($1,5\text{ cm}^2$) = 2,25 qcm; dass nicht eine grössere Zahl von Resonatorenplatten zur Untersuchung herangezogen wurde, was in mancher Beziehung wünschenswerth gewesen wäre, liegt an der grossen Schwierigkeit der Herstellung solcher Präparate, welche hauptsächlich in der ungleichmässigen Cohärenz der Silberschichten ihren Grund hat. Bei weitem der grösste Theil der nach der oben beschriebenen Methode hergestellten Resonatorenplatten erwies sich nach der Fertigstellung als unbrauchbar, weil entweder der Stichel nicht an allen Stellen das Silber durchgeschnitten hatte, oder das Metall an manchen Stellen völlig entfernt war. Auch bei den schliesslich zur Untersuchung gelangten Platten waren die Resonatoren keineswegs an allen Stellen intact; jedoch war die Zahl der zerstörten oder beschädigten Resonatoren bei den mit I — IV einschliesslich bezeichneten Platten zu gering, um einen merklichen Einfluss auf das Resultat hervorbringen zu können. Bei Platte V dagegen waren nahezu 10 Proc. der gesammten Resonatoren zerstört, so dass hier zweifellos die gemessenen Reflexionswerthe zu klein ausgefallen sind.

Eine zweite Ursache, welche ebenfalls in dem Sinne wirkt, das Reflexionsvermögen der Resonatorenplatte V in beiden Lagen zu klein erscheinen zu lassen, ist die hier auftretende Beugung, von welcher die Resonatorenplatten I — IV incl. vollkommen frei sind. Die Länge der Resonatoren auf Platte V vermehrt um die Stichbreite, überschreitet nämlich bereits die mittlere Wellenlänge der auffallenden Strahlen um einen kleinen Betrag, sodass hier die Beugungsbilder erster Ordnung auftreten. Um die Energie dieser gebeugten Strahlen muss daher die beobachtete Intensität der reflectirten Strahlen zu klein ausfallen.

Bei sämmtlichen 5 Platten wurde das Reflexionsvermögen

in zwei verschiedenen Lagen beobachtet, nämlich erstens, wenn die Längsrichtung der Resonatoren mit der Schwingungsrichtung der electricischen Componente der Strahlung zusammenfiel und zweitens, wenn diese beiden Richtungen einen rechten Winkel miteinander bildeten. Ueber die Ergebnisse dieser Versuche und über die charakteristischen Daten der einzelnen Resonatorenplatten giebt die folgende Tabelle Aufschluss ¹⁾.

Tabelle XV.

Nr. der Resonatorplatte	I	II	III	IV	V
Zahl der Resonatoren pro qcm	$1 \cdot 10^3$	$1000 \cdot 10^3$	$572 \cdot 10^3$	$400 \cdot 10^3$	$333 \cdot 10^3$
Länge (l) der Resonatoren	∞	$6,5 \mu$	$12,4 \mu$	$18,0 \mu$	$24,4 \mu$
Breite (b) der Resonatoren	$5,8 \mu$	$4,6 \mu$	$5,3 \mu$	$5,1 \mu$	$5,5 \mu$
Reflexionsvermögen, electricische Componente senkrecht zur Längsrichtung	40,8	38,3	42,7	40,7	36,1
Reflexionsvermögen, electricische Componente parallel zur Längsrichtung	83,7	41,8	65,8	49,5	62,5

Wir können die hier erhaltenen Werthe für das Reflexionsvermögen der Resonatorenplatten als zusammengesetzt ansehen aus zwei Bestandtheilen, von welchen der eine von der Reflexion der Resonatoren selbst, der andere von derjenigen des Glases herrührt. Dieser letztere Theil ist keineswegs unbedeutend und beträgt in dem vorliegenden Fall 24,7 Proc., wie durch wiederholte Versuche an Glasplatten von gleichem Material festgestellt wurde. Um nun das Reflexionsvermögen der von ihrer Unterlage befreiten Resonatoren von der Glasreflexion zu trennen, können wir folgenden Weg einschlagen.

Es sei α das beobachtete Reflexionsvermögen der Resonatorenplatte in Proc. der auffallenden Strahlung, so entfallen hiervon β Proc. auf die Reflexion an den Resonatoren und γ Proc. auf diejenigen des Glases. Es ist dann

$$\alpha = \beta + \gamma$$

Von den nicht an den Resonatoren reflectirten $100 - \beta$ Proc. der auffallenden Strahlung werden am Glas 24,7 Proc. reflectirt, man erhält somit

1) Die Intensität der auffallenden Strahlung ist hier, ebenso wie in den Tab. IX und X gleich 100 gesetzt.

$$\gamma = (100 - \beta) 0,247$$

und folglich

$$\beta = \frac{\alpha - 24,7}{0,753}$$

Diese Uebertragung setzt allerdings voraus, dass erstens die Resonatoren die Strahlung nicht merklich absorbiren und dass zweitens die Reflexion von den Resonatoren und der Glasfläche unabhängig voneinander vor sich geht, was beides nicht erwiesen ist. Die Formel gilt daher nur für die Grenzen $\beta = 0$ und $\beta = 100$ vollkommen streng und darf dazwischen vorläufig nur als Interpolationsformel angesehen werden, welche die Verhältnisse in erster Annäherung richtig darstellt. Wendet man die Formel zur Umrechnung der in der vorstehenden Tabelle enthaltenen Werthe von α an, so erhält man für β folgende Werthe:

Tabelle XVI.

Nr. der Resonatorenplatte	I	II	III	IV	V
β , electrische Componente \perp zur Längsrichtung der Resonatoren	21,4	18,1	23,9	21,3	15,3
β , electrische Componente \parallel zur Längsrichtung der Resonatoren	78,4	22,7	54,5	32,9	50,2

Ein Blick auf diese Tabelle lässt zunächst erkennen, dass die Zahlen der ersten Horizontalreihe, welche das Reflexionsvermögen der Resonatoren enthält, wenn der elektrische Vector senkrecht zur Längsdimension der Resonatoren gerichtet ist, sich nur um relativ geringe Beträge voneinander unterscheiden. Sämmtliche Werthe liegen innerhalb der Grenzen 23,9 und 15,3 Proc. und, wenn man von der Resonatorenplatte V absieht, deren Reflexionsvermögen aus oben angegebenen Gründen zu klein ausfallen muss, sogar zwischen 23,9 und 18,1 Proc. Dagegen weisen die Zahlen der zweiten Horizontalreihe, welche das Reflexionsvermögen der Resonatoren bedeutet, wenn diese mit dem elektrischen Vector gleiche Richtung besitzen, sehr beträchtliche Unterschiede auf, und zwar sowohl untereinander als auch gegenüber den Zahlen der ersten Reihe. Das Ergebniss der Vergleichung lässt sich in die folgenden drei Sätze zusammenfassen:

1. Sämmtliche Resonatoren besitzen ein stärkeres Reflexionsvermögen, wenn die Richtung des elektrischen Vectors mit ihrer Längsrichtung übereinstimmt als im umgekehrten Falle.

2. Die Resonatoren der Platten I, III und V reflectiren die auffallende Strahlung erheblich stärker als diejenigen der Platten 2 und 4, wenn die Richtung des electrischen Vectors der Längsausdehnung der Resonatoren parallel ist. (Im anderen Falle ist der Unterschied gering.)

3. Das stärkste Reflexionsvermögen zeigen unter diesen Bedingungen die Resonatoren der Platte I, welche im Vergleich mit der Wellenlänge als unendlich lang anzusehen sind ($l = 600 \lambda$).¹⁾

Mit den Forderungen der electromagnetischen Theorie des Lichts sind diese Resultate in durchaus befriedigender Weise in Einklang zu bringen. Die unendlich langen Resonatoren der Platte 1 sind unter allen Umständen als vollkommen resonanzfähig zu betrachten, da für jede auffallende Strahlungsgattung die Zahl der auf jedem Resonator sich bildenden Knoten und Bäuche so gross ist, dass die Gesamtlänge mit genügender Annäherung als ein ganzzahliges Vielfaches eines einzigen Knotenabstandes angesehen werden kann.

Ferner ist es in Uebereinstimmung mit der bisher an electrischen Resonatoren der beschriebenen Art gemachten Erfahrung, dass dieselben eine bessere Resonanz zeigen, wenn ihre Länge einem ganzzahligen Vielfachen einer halben Wellenlänge angenähert gleich ist, als wenn jene ein ungerades Vielfaches der Viertelwellenlänge beträgt.²⁾ Die Länge der Resonatoren auf den Platten 2, 3, 4 und 5 ist aber nahezu gleich 1, 2, 3 und 4 Viertelwellenlängen.

Dass die beobachteten Resonanzerscheinungen nicht mit noch grösserer Deutlichkeit hier zu Tage treten lässt sich in folgender Weise begründen.

1) Dass Gitter aus parallelen Drähten für durchgehende ultraroth Strahlung qualitativ gleichartige Polarisationswirkung aufweisen, haben Hr. du Bois und der eine von uns (H. Rubens) bereits im Jahre 1892 gezeigt (Berl. Ber., p.1129, Dec. 1892). Die damals erzielten Effecte waren freilich infolge der kleineren Wellenlänge erheblich geringer.

2) A. Righi, Rendic. R. Acc. dei Lincei (6) 2. p. 505. 1893.

In erster Linie ist zu vermuthen, dass die Resonatoren der Platten 3 und 5 nicht genügend genau abgestimmt sind. Eine exacte Berechnung für die Länge maximaler Resonanz ist für Resonatoren der beschriebenen Art nicht durchgeführt. Auch würde bei der Berechnung ihrer Periode der Einfluss der benachbarten Resonatoren auf einander nicht unberücksichtigt bleiben dürfen. Ein zweiter Grund liegt in der grossen Dämpfung, welche Resonatoren dieser Form infolge ihrer relativ grossen Capacität und geringen Selbstinduction nothwendig besitzen. Ein dritter Grund ist in der unvollkommenen Polarisation der Strahlen zu suchen, welche infolge ihrer Convergenz nicht sämmtlich genau unter dem Polarisationswinkel an der Glasplatte d reflectirt werden. Ein vierter endlich beruht auf der Inhomogenität der angewandten Strahlung. Es erscheint uns daher nicht zweifelhaft, dass sich unter günstigeren Bedingungen noch erheblich schärfere Resonanzwirkungen mit Wärmestrahlen erreichen lassen; doch halten wir die Thatsache selbst durch die beschriebenen Versuche als sicher festgestellt.

Die vorstehende Untersuchung ist von Seiten der Herren Präs. F. Kohlrausch, Prof. E. Warburg und Prof. A. König durch Ueberlassung werthvoller Apparate wesentlich gefördert worden. Es sei uns gestattet, an dieser Stelle diesen Herren unseren ergebensten Dank auszusprechen.

In gleicher Weise sind wir Hrn. A. Trowbridge, welcher uns bei der Herstellung der Resonatorenplatten in liebenswürdigster Weise unterstützt hat, zu grossem Dank verpflichtet.

Charlottenburg, Phys.Inst. d. Techn. Hochsch., Jan. 1897.

3. Ueber ein Thermometer für sehr tiefe Temperaturen und über die Wärmeausdehnung des Petroläthers; von F. Kohlrausch.

Zur Messung sehr niederer Temperaturen werden fast ausschliesslich electriche Methoden angewandt, welche den anderen schon deswegen überlegen sind, weil die Erschwerung der Ablesung durch Niederschläge aus der Atmosphäre bei ihnen wegfällt. Immerhin findet ein Flüssigkeitsthermometer, welches bis zur Temperatur der siedenden Luft hinab brauchbar ist, wohl einiges Interesse und eine gelegentliche Anwendung.

Es ist ausserdem der Mühe werth, die Volumenverhältnisse einer Flüssigkeit einmal bis zu diesen niederen Graden zu verfolgen. Nur muss man Flüssigkeiten, welche die niedere Temperatur aushalten, erst ausfindig machen.

Bei Versuchen, welche die Herren Holborn und W. Wien in dem Kältelaboratorium des Hrn. Prof. Linde in München ausführten, haben wir, durch den Rath der Herren v. Baeyer und Thiele freundlichst unterstützt, nach solchen Flüssigkeiten gesucht, dabei aber nur eine gefunden, nämlich das Gemisch von Kohlenwasserstoffen, welches man *Petroläther* nennt. Die übrigen erstarrten sämmtlich entweder plötzlich krystallinisch oder allmählich glasartig ¹⁾.

Es ist zu vermuthen, dass auch die Bestandtheile des Petroläthers einzeln alle fest sein würden, dass aber die Herabsetzung des Gefrierpunktes durch Mischung das Ganze flüssig erhält. Recht zähe wird auch der Petroläther in der

1) Holborn u. Wien, Wied. Ann. 59. p. 226. 1896.

flüssigen Luft (-190°), sodass man vorsichtig von unten herauf kühlen, d. h. das Thermometer sehr langsam einsenken muss. Sonst bildet sich wohl bei raschem Zusammenziehen des Ganzen wegen des Widerstandes in der Capillare daselbst ein „Luftbläschen“, welches sich nicht wieder schliesst. Bei langsamer Kühlung aber reicht die Cohäsion aus, um die Flüssigkeit zusammenzuhalten.

Einige Thermometergefässe wurden in der Werkstätte von Bender und Hobein in München ausgeführt. Die ersten Versuche mit denselben fielen aber nicht einwandsfrei aus. Man hatte versucht, in einem Bade von Petroläther, der sich allmählich erwärmte, eine Reihe von Einstellungen zu gewinnen; dieses Verfahren reichte aber offenbar bei der grossen Temperaturdifferenz zwischen dem Zimmer und dem Bade nicht aus. Ausserdem zeigte sich bei mehreren Instrumenten hinterher, dass sie bei dem Abziehen des Glasrohres, offenbar wegen eines entweichenden Dampfstromes, einen mit der Lupe sichtbaren Canal behalten hatten. *Man soll also bei dem Zublasen die Flüssigkeit in der Capillare (durch ein Lämpchen mit Aether oder dgl.) abkühlen.*

Die folgenden Zahlen beruhen auf frischen, in Charlottenburg vorgenommenen Füllungen. Vorher wurden die Gefässe und Capillaren mit Quecksilber ausgewogen und calibriert.

Als Temperaturbäder dienten ausser Eis und gewöhnlichen Wasserbädern die siedende flüssige Luft (-190°), die mit Alkohol gemischte siedende Kohlensäure (-80°) und eine Alkohol-Kohlensäure-Mischung von -50° . Den Herren Holborn, Wien und Diesselhorst, sowie insbesondere Hrn. F. Linde, welcher die Versuche in flüssiger Luft ausführte, danke ich für den grösseren Theil der im Folgenden benutzten Messungen.

Die Temperaturen der Kältebäder wurden mit dem Thermoelement Constantan-Eisen in der von Holborn und Wien angegebenen (l. c.) Anordnung bestimmt und beziehen sich auf das Wasserstoffthermometer.

Die in Millimeter getheilten Stabthermometer tauchten bis an den Einstellungspunkt in das Bad, in flüssiger Luft sogar ganz unter. Durch die Wände des Dewar'schen doppelwandigen Glasgefässes lässt sich alsdann gut ablesen.

Um die Fehlerquelle der Verdampfung herabzudrücken, umgab man bei der Beobachtung in höherer Temperatur die Capillare oberhalb der Flüssigkeit mit feuchtem Fliesspapier. Der Raum über der Flüssigkeit war absichtlich nicht ganz luftfrei, auf abdestillierte Tröpfchen in der Spitze musste man trotzdem sorgfältig achten.

Die Einzelheiten der Calibrirung und Ablesung anzugeben wird nicht nöthig sein. Die Resultate finden sich in der Tabelle, und zwar an drei Thermometern „Nr. 2 bis 4“. In der Ueberschrift sind die Volumina v_0 der Thermometergefässe bis zum Eispunkt und das Verhältniss des mittleren Querschnittes q der Capillare zu diesem Volumen angegeben, alles in mm.

v bedeutet das beobachtete Volumen bei der Temperatur t in Theilen des Volumens bei 0° .

In der letzten Spalte ist unter V das Mittel aus den drei Beobachtungen gebildet, wobei wegen der ungleichen Empfindlichkeit den Zahlen unter Nr. 2, 3 und 4 die Gewichte 1, 2 und $1\frac{1}{2}$ beigelegt wurden. Zugleich ist hier nach Möglichkeit der Ausdehnung des Glases Rechnung getragen, indem überall $0,00003 \cdot t$ addirt worden ist. Die absolute Temperatur $t + 273$ ist beigeschrieben.

Der Petroläther, im Laboratorium der Herren Bender und Holbein zu dem vorliegenden Zwecke fractionirt, hatte 33° Siedepunkt und 0,6515 spec. Gewicht bei 17° .

Nr. 2		Nr. 3		Nr. 4		Mittelwerthe, um die Glasausdehnung vermehrt.		
$v_0 = 690 \text{ mm}^3$ $v_0/q = 370$		$v_0 = 976 \text{ mm}^3$ $v_0/q = 830$		$v_0 = 801 \text{ mm}^3$ $v_0/q = 550$				
t	v	t	v	t	v	t	$273+t$	V
-188,8°	0,7964	-187,7°	0,7969	-187,7°	0,7983	-188,0°	85,0°	0,7916
- 79,9	0,9069	- 79,9	0,9054	- 79,9	0,9065	- 79,9	193,1	0,9037
- 49,7	0,9396	- 47,7	0,9395	- 49,7	0,9396	- 49,7	223,3	0,9376
0,0	1,0000	0,0	1,0000	0,0	1,0000	0,0	273,0	1,0000
+ 22,7	1,0319	+ 22,7	1,0326	+ 22,7	1,0322	+ 22,7	295,7	1,0330
+ 26,0	1,0365	+ 26,0	1,0379	+ 26,0	1,0372	+ 26,0	299,0	1,0382
+ 30,4	1,0439	+ 30,9	1,0451			+ 30,7	303,7	1,0456

Interessant ist die bedeutende Gesamtcontraction, welche schliesslich erreicht ist; das Volumen beträgt bei -188° nur

$\frac{4}{5}$ von demjenigen bei 0° und $\frac{3}{4}$ von demjenigen bei $+30^\circ$. Quecksilber dehnt sich von -40 bis $+360^\circ$ nur um $\frac{1}{14}$ aus; die Volumenverminderung durch Druck beträgt bei dem Wasser bis zu 3000 Atm. Druck nach Amagat nur $\frac{1}{10}$, bei den stärker comprimibaren Flüssigkeiten $\frac{1}{6}$. Mit Ausnahme der Gase und der Flüssigkeiten in der Nähe des kritischen Zustandes ist die obige Volumenänderung eines Körpers vielleicht die grösste bisher gemessene. Falls die Zusammenziehung bis zum absoluten Nullpunkte sich mit einem ähnlichen Betrage fortsetzt, würde das Volumen daselbst nahe $\frac{2}{3}$ von demjenigen in gewöhnlicher Temperatur betragen.

Aus Obigem folgen dann die mittleren Ausdehnungscoefficienten α der folgenden Tabelle, von 0° an gerechnet bis zu den Beobachtungstemperaturen in Theilen von V_0 . Um den Gang der Ausdehnung zu übersehen, sollen noch die mittleren Ausdehnungscoefficienten zwischen benachbarten Beobachtungstemperaturen und zwar sowohl in Theilen von v_0 , wie in Theilen des mittleren Volumens V_m zwischen den beiden Temperaturen gegeben werden.

Zwischen	α	Zwischen	$\frac{1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta t}$	$\frac{1}{V_m} \frac{\Delta V}{\Delta t}$
0° u. -188°	0,00 111	-188° u. -80°	0,00 104	0,00 121
0 „ -80	0,00 121	-80 „ -50	0,00 112	0,00 121
0 „ -50	0,00 125	-50 „ ± 0	0,00 125	0,00 129
0 „ $+22,7$	0,00 145	± 0 „ $+22,7$	0,00 145	0,00 143
0 „ $+26$	0,00 147	$+22,7$ „ $+30,7$	0,00 158	0,00 152
0 „ $+30,7$	0,00 148			

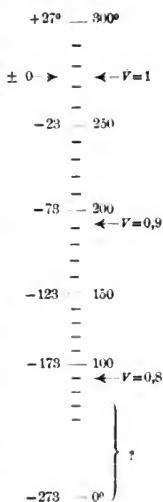
Die Volumenänderung wird also, sowie man das von fast allen Körpern in den gewöhnlich zugänglichen Temperaturen schon kennt, nach unten immer schwächer. Aber während diese Abnahme in den höheren Temperaturen, und besonders in denjenigen um 30° (welche Temperatur dem atmosphärischen Siedepunkt unserer Flüssigkeit schon nahe kommt) beträchtlich ist, wird sie, was man von vornherein nicht wissen könnte, nach unten immer unbedeutender.

Die beiden gleichen Zahlen 0,00 121 für $(1/V_m) \Delta V / \Delta$ würden schliesslich eine einfache logarithmische Abnahme des Volumens mit der Temperatur bedeuten. Doch sind die Beobachtungen nicht sicher genug, um das zu entscheiden. Auch wäre es ja, wenn auch sehr unwahrscheinlich, doch nicht unmöglich, dass die Volumcurve in dem nicht beobachteten Intervall von -80 bis -188° einen Wendepunkt zeigt.

Eine einigermaassen einfache Formel, die Beobachtungen darzustellen, habe ich nicht gefunden. Die beistehende Scala, welche ein Petrolätherthermometer bekommen würde, giebt eine Uebersicht über den Gang der Ausdehnung. Der unterste Strich ist nur hypothetisch zu nehmen.

Auch Amylen ist bei -188° noch nicht vollkommen erstarrt, aber härter als Petroläther. Es schien einige Male zu gelingen, im Bade von flüssiger Luft ein Zusammenziehen ohne Zerreißen der Substanz zu erzielen. Unter dieser Voraussetzung berechnete sich der mittlere Ausdehnungscoefficient für Amylen zwischen 0° und -188° C. gleich 0,000 90 in Theilen des Volumens bei 0° .

Charlottenburg, Jan. 1897.



4. Ueber die Einwirkung von Salzsäure auf metallisches Natrium bei niederen Temperaturen; von E. Dorn und B. Völlmer.¹⁾

1. In der Sitzung der physikalischen Gesellschaft zu Berlin am 11. Januar 1895 führte Hr. Altschul einen Versuch von Hrn. Raoul Pictet an, nach welchem bei -80° Natrium ruhig und unbeweglich in Salzsäure liegen bleibt, während bei gewöhnlicher Temperatur bekanntlich eine heftige, explosionsartige Reaction eintritt.

Wir haben diesen Versuch mit gleichem Erfolge wiederholt und daraus Veranlassung genommen, uns mit dem Verhalten von Salzsäure und Natrium bei niederen Temperaturen in mehrfacher Hinsicht zu beschäftigen.

2. *Electrische Leitungsfähigkeit der Salzsäure.*

Die zu allen Versuchen benutzte Salzsäure hatte bei $18,0^{\circ}$ das auf Wasser von 4° bezogene specifische Gewicht 1,1211 und somit den Procentgehalt 24,3.²⁾ Zum Vergleich wurde auch eine Lösung von 1,56 Proc. Chlorlithium in reinem Methylalkohol untersucht.

Das *Widerstandsgefäß* war eine U-förmig gebogene Röhre von etwa 7 mm Durchmesser, an welche weitere Cylinder von 2 cm lichter Weite und 5,5 cm Länge angeschmolzen waren. Die platinirten ebenen Electroden füllten fast den ganzen Querschnitt aus und wurden von Platindrähten getragen, welche in dem Verschlussdeckel aus Ebonit in verschiedener Höhe festgeklemt werden konnten.

Für zwei Stellungen der Electroden wurde die Widerstandscapacität mit concentrirter Kochsalzlösung und mit Schwefelsäure vom specifischen Gewicht 1,222 ermittelt zu

$$a) 8933 \cdot 10^{-6}$$

$$b) 8823 \cdot 10^{-6}.$$

1) Ein Theil der Resultate wurde am 22. Februar 1896 der Naturforschenden Gesellschaft in Halle vorgelegt.

2) Eine concentrirtere Salzsäure vom specifischen Gewicht 1,19 erstarrte bei -80° .

Die Stellung a) fand Verwendung bei der methylalkoholischen Lösung und den Versuchen 2. und 8. (vgl. u.); die anderen Versuche sind mit der möglichst tiefen Stellung a) ausgeführt.

Die Widerstandsmessungen geschahen mit Wechselströmen und Telephon. Der Platiniridiumdraht der Messbrücke war sorgfältig calibriert; als Vergleichswiderstand diente ein gut abgeglicher Satz von $10 \times 10 + 9 \times 100 + 1000$ Ohm und Graphitwiderstände, welche jedesmal verificirt wurden.

Die Temperaturen über 0 wurden an einem hier berichtigten Quecksilberthermometer abgelesen, die Temperaturen unter 0 an einem Alkoholthermometer, für welches bis -68° eine Correctionstabelle in der Physikalisch-technischen Reichsanstalt ermittelt war. Die Correction bei -68° ist auch für Temperaturen von nahe -80° als gültig angenommen worden.

Der Berechnung der Correction für den herausragenden Faden liegt die Formel für das Volumen eines 99,3 proc. Alkohols zu Grunde¹⁾

$$V_t = V_0 (1 + 0,021033 t + 0,00145 t^2).$$

Neben dem herausragenden Faden des Alkoholthermometers wurde ein „Fadenthermometer“ von Niehls angebracht. Ist *A* dasjenige Stück des herausragenden Fadens, welches sich mit dem Quecksilbergefäß des Fadenthermometers deckt, *B* das höher gelegene Stück von Zimmertemperatur, *t* die Temperatur des Bades, *t*₁ die Ablesung am Fadenthermometer, *t*₂ die Zimmertemperatur, so lautet die Formel für die Correction (in welcher auch die Ausdehnung des Glases berücksichtigt ist)

$$c = A [(0,021033 - 0,00125)(t - t_1) + 0,00145(t^2 - t_1^2)] \\ + B [(0,021033 - 0,00125)(t - t_2) + 0,00145(t^2 - t_2^2)].$$

Für *t* wurde zunächst die Angabe des Alkoholthermometers eingesetzt und *c* angenähert ermittelt, worauf dann für eine zweite Näherung der damit verbesserte Werth von *t* benutzt werden konnte.

Es war bei

Versuch	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>c</i> =	-2,6°	-2,8°	-3,1°	-3,7°	-3,2°	-0,5°	-0,4°	-0,4°

1) Landolt und Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen. 2. Aufl. p. 104.

Die tiefen Temperaturen wurden in Versuch 3 und 4 mit Eis und Kochsalz, in 5 mit Eis und Salzsäure hergestellt. Für 6 und 7 wurde in Aether nach Bedarf feste Kohlensäure eingeworfen, für 8, 9, 10 fand eine breiartige Mischung von fester Kohlensäure mit Aether Verwendung.

Das Widerstandsgefäß stand bei Versuch 1, 2, 4, 6 bis 10 unmittelbar in dem zur Temperaturhaltung dienenden Bade (1 und 2 destillirtes Wasser; bei 4 war das Gefäß aussen gefettet); bei 3 und 5 befand sich in der Kältemischung zunächst ein Alkoholbad.

Die Constanz der Temperatur liess sich in sehr befriedigender Weise herstellen. So schwankte selbst unter den schwierigen Verhältnissen von Versuch 6 die Temperatur in 4 Min. nur um $0,05^\circ$ auf und ab.

Nachstehende Tabelle vereinigt die Versuchsergebnisse.

Die vorletzte Columnne enthält noch die nach der Formel

$$\lambda = 10^{-8} [5065,0 + 95,753 t + 0,2706 t^2 - 0,002084 t^3]$$

berechneten Werthe der Leitungsfähigkeit, die letzte die Abweichung von beob. und ber. in Procenten.

Versuch	Temperatur t	Widerstand Siemens-E.	Leitfähigkeit $\lambda = 10^{-8} \times$		Differenz Proc. beob.-ber.
			beob.	ber.	
1	18,09	128,3	6875	6877,4	— 0,04
2	14,51	137,4	6503	6536,8	— 0,51
3	— 15,2	239,6	3680	3679,4	+ 0,02
4	— 20,4	273,3	3228	3241,9	— 0,43
5	— 23,0	339,1	2600	2641,7	— 1,60
6	— 47,7	658,3	1340	1339,5	+ 0,04
7	— 58,8	1115	791	794,0	— 0,38
8 ¹⁾	— 79,1	4155	215	215,5	— 0,23
9	— 80,9	4560	193	192,9	+ 0,05
10	— 82,2	4870	181	189,0	+ 0,55

Die Leitungsfähigkeit bei Versuch 1 ist etwa 0,5 Proc. grösser, als aus den Angaben von Hrn. F. Kohlrausch ²⁾ folgen würde.

Um von der Aenderung der Leitungsfähigkeit mit der Temperatur eine Anschauung zu geben, ist unter Benutzung

1) Mittel aus zwei Beobachtungen bei $-78,9$ und $-79,3^\circ$.

2) Kohlrausch, Pogg. Ann. 159. p. 258. 1876.

obiger Formel für einige Temperaturen der „relative Temperaturcoefficient“

$$\frac{d\lambda}{dt} / \lambda$$

berechnet.

t	+ 18°	0°	−20°	−40°	−60°	−80°
$\lambda \cdot 10^8$	6864	5065	3275	1801	744,2	203,6
$\frac{d\lambda}{dt} / \lambda$	0,0151	0,0189	0,0252	0,0356	0,0548	0,0611.

Die 1,56 proc. Lösung von Chlorlithium ergab

Temperatur	Leitungsfähigkeit
14,12°	82,5 · 10 ^{−8}
− 78,4°	10,12 · 10 ^{−8} .

Auffallend ist die starke Abnahme des Leistungsvermögens bei Salzsäure: dasselbe sinkt auf etwa 1/35 gegen 1/8,2 bei der Chlorlithiumlösung in Methylalkohol.

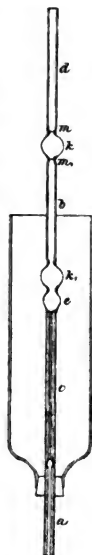
3. *Reibungscoefficient.* Stellt man sich auf den Boden der Dissociationshypothese von Arrhenius, so könnte man den Grund hierfür suchen entweder in einer Abnahme der Anzahl der dissociirten Moleküle oder in einer Zunahme der Bewegungshindernisse, welche sie bei der tiefen Temperatur auf ihrer Wanderung finden.

Wenngleich die innere Reibung nicht ohne weiteres als Maass für diese Bewegungshindernisse angesehen werden kann, so durfte man doch hoffen, aus Reibungsversuchen wenigstens einen Anhalt für die Beurtheilung zu gewinnen.

Wir haben daher die innere Reibung für unsere Salzsäure und die Lösung von Chlorlithium in Methylalkohol bestimmt.

Der Reibungsapparat, eine Abänderung der bekannten Einrichtung von Ostwald ¹⁾, ist in Fig. 1 dargestellt.

Das eigentliche Capillarrohr c setzt sich nach unten in ein Ansatzrohr a von 2,5 mm Durchmesser und 100 mm Länge fort. Nach oben folgt auf die Capillare



1) Ostwald, Hand- und Hilfsbuch zur Ausführung physik.-chemischer Messungen p. 195. 1893.

eine Erweiterung e von etwa 10 mm Durchmesser, dann eine erste Kugel k_1 , ein Rohr b von etwa 5 mm Durchmesser und 100 mm Länge, eine zweite Kugel k und noch ein Rohr d von etwa gleichen Abmessungen wie b . Oberhalb und unterhalb beider Kugeln sind zur schärferen Volumabgrenzung Einschnürungen mit ringsum eingezätzten Marken (m und m_1 bei k) angebracht.

Mit Hülfe eines über a geschobenen Gummistopfens wird die Röhre in den Hals des bis jenseits k_1 reichenden Gefäßes G eingesetzt, in welches Wasser oder eine Kältemischung gebracht werden kann. In G befindet sich ein Thermometer.

Das untere Ende von a taucht in ein Gläschen mit der zu untersuchenden Flüssigkeit.

Sollte die Reibung bei Zimmertemperatur bestimmt werden, so wurde mit Hülfe einer Luftpumpe die Flüssigkeit bis über m aufgesogen und dann die Zeit gemessen, während welcher das Volumen von k zwischen m und m_1 unter dem eigenen Drucke der Flüssigkeitssäule ausfloss.

Um bei den tiefen Temperaturen die Versuchsdauer nicht über die zulässigen Grenzen wachsen zu lassen, musste ein stärkerer Druck angewendet werden.

Zu diesem Zwecke wurde das Rohr d mit einem Ende einer vierfach verzweigten Röhre verbunden, deren andere Enden mit einer starkwandigen Flasche F von etwa 1 l Inhalt, einem andererseits offenen Quecksilbermanometer und einer Saug- bez. Druckpumpe communicirten.

War die Flüssigkeit mit Hülfe der Luftpumpe aufgesogen, so wurde durch die Druckpumpe ein genügender Druck hergestellt. Die Capacität der Flasche genügte, um während des Versuches den Druck bis auf etwa $\frac{1}{2}$ Proc. constant zu halten.

Da die Kugel k_1 und die Erweiterung e innerhalb der Kältemischung sich befanden und während des Aufsaugens schon die Kältemischung eingebracht war, so war damit gewährleistet, dass die Flüssigkeit mit der richtigen Temperatur in die Capillare eintrat.

Dass die Röhre lang und eng genug war, um dem Poiseuille'schen Gesetz zu genügen, zeigte folgender Versuch mit destillirtem Wasser.

Durch Auswägung mit Quecksilber wurde durch je drei Beobachtungen bei 20° erhalten:

Radius der Capillare $r = 0,01751$ cm

Volumen der Kugel $k:v = 1,170$ cem.

Die Abgrenzung der Capillaren war durch das Anblasen der weiteren Theile etwas verwischt, doch ist die Länge $l = 14,9$ cm auf etwa $\frac{1}{2}$ Proc. als sicher zu betrachten.

Die Druckhöhe (von der Mitte zwischen den Marken m und m_1 bis zur Wasseroberfläche im Gläschen) war $h = 39,25$ cm, die Temperatur $T = 15,59^\circ$, die Ausflusszeit $t = 138$ sec.

In der Formel für den Reibungscoefficienten in absolutem Maasse ¹⁾

$$(1) \quad \eta = \frac{\pi r^4 p}{8 v l} t$$

ist demnach der Druck

$$p = g s h$$

($g = 981$ cm sec⁻², s Dichte des Wassers für $15,59^\circ = 0,9991$) anzusetzen. Es ergibt sich

$$\eta = 0,01124 \text{ cm}^{-1} \text{ g sec}^{-1},$$

während die von Hrn. O. E. Meyer aus Poiseuille's Beobachtungen abgeleitete Formel (l. c. p. 394) auf

$$\eta = 0,01126$$

führt.

Bei dieser genauen Uebereinstimmung können die späteren Beobachtungen ohne Weiteres nach (1) berechnet werden.

In der Nähe der Zimmertemperatur wurde erhalten im Mittel aus je zwei unmittelbar aufeinanderfolgenden, fast identisch verlaufenden Versuchen:

	Temp.	Ausfluss- zeit	Druckhöhe	Dichte	Reibungs- coefficient
HCl 24,3 Proc.	15,64°	179,3 sec	39,2 cm	1,120	0,01635
LiCl 1,56 „	15,56	121,0 „	39,15 „	0,8098	0,00797

Für die tiefen Temperaturen setzt sich der Druck zusammen aus dem Ueberdruck am Manometer und dem Druck der Flüssigkeitssäule, welche wieder in einen oberen kalten

1) O. E. Meyer, Wied. Ann. 2. p. 387. 1877.

und einen unteren wärmeren Theil zerfällt. Auf eine genaue Abgrenzung dieser Theile kommt es wenig an, da der Quecksilberdruck weit überwiegt. Uebrigens sind die Dichten der Flüssigkeit den dilatometrischen Versuchen des nächsten Abschnittes entnommen. Angegeben ist der Druck in Centimeter Wasser von 4°.

HCl 24,3 Proc.

Temperatur	Ausflusszeit	Druck	Reibungs- coefficient
— 79,4°	675 sec	628,2 cm	(0,8786)
— 79,3	721,5 „	602,4 „	0,9007
— 79,3	922,5 „	470,5 „	0,8994
— 79,1	909 „	474,7 „	0,8941

LiCl 1,56 Proc. in Methylalkohol.

— 79,3	77,5 „	441,2 „	0,0708
— 79,3	169 „	201,1 „	0,0706

Bei der Chlorlithiumlösung ist die Reibung auf das 8,9 fache gestiegen, etwa der Widerstandsvermehrung (8,2) entsprechend; bei der Salzsäure ist die Reibung etwa auf den 55 fachen Betrag gewachsen, also erheblich stärker als der Leitungswiderstand (35).

Hierdurch wird es wahrscheinlich, dass an der Steigerung des Widerstandes mehr die Erschwerung der Bewegung der Ionen als die Herabsetzung der Dissociation theilhaftig ist.

4. Dichtigkeit.

Obwohl der Einfluss der Dichtigkeit auf die Reibungsversuche bei niederen Temperaturen nur von geringer Bedeutung war, haben wir doch dilatometrische Versuche angestellt, nachdem für Zimmertemperatur die Dichte mit dem Pyknometer ermittelt war.

Ohne auf Einzelheiten einzugehen, theilen wir nachstehend die Ergebnisse mit.

HCl (24,3 Proc.)		1,56 Proc. LiCl in CH ₃ O	
Temperatur	Dichte	Temperatur	Dichte
17,3	1,1215	15,62	0,8098
— 16,0	1,137	— 16,0	0,8371
— 78,4	1,174	— 78,4	0,8957

5. Electromotorische Kraft der Combination Na | HCl | Pt.

Die Herstellung eines Elementes Na | HCl | Pt gelang folgendermaassen.

Auf dem Boden eines Reagensglases von etwa 2 cm Weite wurde metallisches Natrium im trockenen Wasserstoffstrom zum Schmelzen gebracht. Zur Herstellung einer isolirten Zu-
leitung war ein bis auf etwa 3 mm in ein Glasröhrchen eingeschmolzener Platindraht in das Natrium eingesenkt.

Die Oberfläche des Natriums wurde noch mit Hülfe einer scharf abgeschnittenen Glasröhre blank geschabt.

Das Natrium wurde in der Mischung von Kohlensäure und Aether abgekühlt, ebenso eine genügende Menge Salzsäure in einer Röhre mit dünn ausgezogener Spitze. Diese wurde nach Erreichung der niedrigen Temperatur durch Aufdrücken auf das Natrium abgebrochen, sodass die Salzsäure über das Natrium sich schichtete. Endlich wurde ein Platindraht in die Salzsäure eingesenkt, der durch eine seitliche Oeffnung eines unten zugeschmolzenen Röhrchens geführt war, um die Berührung mit dem Natrium zu verhindern.

Die Messung der electromotorischen Kraft geschah mit einem Quadrantelectrometer der Mascart'schen Form durch Vergleichung mit einem Latimer Clark-Element.

Wegen der Explosionsgefahr wurde die Temperatur des Kältebades nicht direct gemessen; sie kann sich aber nicht merklich von -80° entfernt haben.

Zum Vergleich wurde noch ein Element $\text{Zn}|\text{HCl}|\text{Pt}$ beobachtet, bei welchem das Zink und das Platin in getrennten, durch einen Heber verbundenen Gläschen sich befanden, sodass beide Seiten getrennt abgekühlt werden konnten. Das Zink war amalgamirt.

Die electromotorische Kraft des Latimer Clark-Elementes ist berechnet nach

$$E = 1,4336 - 0,0010(t - 15) \text{ internationale Volt.}$$

Folgende Tabelle vereinigt die Beobachtungen. In der zweiten Reihe steht die (doppelte) Ablenkung, in der dritten die electromotorische Kraft.

		Scalentheil	Volt
Latimer Clark	12,6°	250,2	1,436
Na HCl Pt	— 80	524,4	3,018
Zn HCl Pt	13	251,3	1,450
„ „ nur Zn	— 80	202,7	1,172
„ „ beide Metalle	— 80	204,7	1,187
„ „ nur Pt	— 80	254,4	1,479

Bei dem Element $\text{Zn}|\text{HCl}|\text{Pt}$ wird also durch Abkühlung des Zinks die electromotorische Kraft erheblich herabgesetzt, durch Abkühlung des Platins ein wenig erhöht. Es ist also die electromotorische Kraft des $\text{Na}|\text{HCl}|\text{Pt}$ -Elementes trotz der tiefen Temperatur eine recht erhebliche. Der „Lösungsdruck“ des Natriums (im Sinne der Auffassung von Hrn. Nernst) ist demnach bei -80° noch bedeutend, und in einem Nachlassen desselben kann der Grund für das Ausbleiben der chemischen Wirkung kaum gesucht werden.

Ein Versuch, die gefundenen electromotorischen Kräfte mit den Wärmetönungen der chemischen Vorgänge in Beziehung zu setzen, begegnet zunächst der Schwierigkeit, dass thermochemische Messungen bei tiefen Temperaturen nicht vorliegen, ferner ist zu beachten, dass beide Ketten nicht „umkehrbar“ sind.

Der Bildung von NaCl aus seinen Bestandtheilen entsprechen 976 K ($K = 100\text{ g-Cal.}$).¹⁾ Der Wärmeverbrauch bei Auflösung kann nicht in Rechnung gesetzt werden, da er von Concentration und Temperatur stark abhängig ist; er ist aber wahrscheinlich nicht bedeutend. Andererseits folgt aus den Angaben von Berthelot²⁾ für die Entbindung der Gase H und Cl aus einer 24,3 proc. wässerigen HCl -Lösung $374,5\text{ K}$ als Wärmeverbrauch.

Den übrig bleibenden $601,5\text{ K}$ entspricht eine electromotorische Kraft von

$$\frac{60150 \cdot 4,19}{96540} = 2,611\text{ Volt.}$$

Da bei Bildung und Lösung von $\frac{1}{2}\text{ZnCl}_2$ 564 K frei werden, so bleiben nach Abzug von $374,5\text{ K}$ übrig $189,5\text{ K}$, zu denen $0,822\text{ Volt}$ gehören würden.

Die beobachteten electromotorischen Kräfte sind weit höher.

Wollte man die Lösungswärme von HCl in H_2O nicht in Rechnung setzen (was uns aber nicht gerechtfertigt scheint), so wäre der Wärmeverbrauch 220 K (statt $376,5$), die Wärmetönungen für die beiden Elemente wären 756 bez. 344 und die electromotorische Kraft $3,28$ bez. $1,49\text{ Volt}$, also höher, als beobachtet.

1) Ostwald, Lehrbuch der allg. Chemie, 2. Aufl. 2. 1. p. 234. 1893.

2) Ostwald, l. c. p. 103.

Aus den Messungen an den beobachteten Elementen $\text{Na}|\text{HCl}|\text{Pt}$ und $\text{Zn}|\text{HCl}|\text{Pt}$ ergibt sich durch einfache Subtraction (für -80°) die electromotorische Kraft des *umkehrbaren* Elementes $\text{Na}|\text{HCl}|\text{Zn}$ als 1,831 Volt. Den Wärmestönungen entspräche der nahe übereinstimmende Werth 1,789 Volt.

6. Mehrfache Gründe machten uns wahrscheinlich, dass bei -80° die *chemische Wirkung* der Salzsäure auf das Natrium *nicht aufgehoben*, sondern nur stark verlangsamt sei. In dieser Vermuthung wurden wir bestärkt durch das Auftreten von Glasblasen an dem amalgamirten Zink bei -80° nach etwa 5 Minuten.

Daher unternahmen wir mehrere Versuche, die längere Zeit mit Natrium in Berührung gewesene Salzsäure abzusaugen und auf Chlornatrium zu untersuchen.

Vier Versuche endeten mit einer Explosion nach 10 bis 30 Minuten; endlich gelang ein Versuch, bei dem wir ein Stück besonders reines Natrium benutzten und durch Beschwerung mit einem Glasrohr auf dem Boden der Salzsäure hielten.

Es waren ungefähr 5 ccm Salzsäure und ein Stückchen Natrium von den Dimensionen etwa $11 \times 9 \times 5$ mm verwendet. In 0,991 g der nach 12 Minuten abgezogenen Flüssigkeit fanden wir 7,4 mg NaCl. Uebrigens gaben 10,39 g der Salzsäure, welche nicht mit Natrium in Berührung gewesen war, nach Abdampfen und Glühen 0,5 mg Rückstand.

Dass eine chemische Wirkung vor sich ging, zeigten auch Gasblasen, welche während des Absaugens in der engen Pipettenröhre auftraten, obwohl die Spitze in der Flüssigkeit stand.

Man wird somit nicht von einem Aufhören, sondern nur von einer starken Verlangsamung der chemischen Reaction zwischen Salzsäure und Natrium bei -80° sprechen können¹⁾, welche durch die verringerte Leitfähigkeit und die grosse Zähigkeit der Salzsäure begreiflich wird.

Halle, Juni 1896.

1) Auch die Explosionen deuten darauf hin: die durch die Reaction erwärmte Salzsäure steigt nach oben, *schwimmt* nun das Natrium, so kommt es mit dieser wärmeren Säure in Berührung und trotz des Kältebades kann die Temperatur sich soweit erheben, dass die Reaktionsgeschwindigkeit gross wird.

5. Ueber die Sichtbarkeit der Röntgenstrahlen; von G. Brandes und E. Dorn.

(Zum Theil der Akademie der Wissenschaften zu Berlin vorgelegt
am 7. Mai 1896 von G. Brandes.)

1. Hr. Röntgen giebt in seiner ersten Mittheilung¹⁾ über die von ihm entdeckten Strahlen an, dass die Retina des Auges für dieselben unempfindlich sei, wiewohl nach den gemachten Erfahrungen die im Auge enthaltenen Medien für die Strahlen durchlässig genug sein müssten.

Untersuchungen über die Durchlässigkeit der Theile des Auges hat Hr. Salvioni²⁾ angestellt: er findet, dass das ganze Auge von den Röntgenstrahlen ebensoviel absorbiert wie eine Glasplatte von 1 mm Dicke, ferner, dass die Linse viel weniger durchlässig ist als die Hornhaut.

Entsprechende Ergebnisse erhielten die Herren Dariex und de Rochas.³⁾ Die Linse war weniger durchlässig als die Weichtheile der Hand, die Hornhaut dagegen durchlässiger: unter einem ganzen Auge war trotz halbstündiger Exposition keine Einwirkung der Röntgenstrahlen bemerkbar.

War also die Unsichtbarkeit der Röntgenstrahlen durch die Absorption derselben in den Augenmedien verursacht, so schien hierbei die Linse in erster Linie betheiligt zu sein.

2. Infolge dessen kam der eine von uns (B.) auf den Gedanken, das Verhalten des *linsenlosen* Auges gegen die Röntgenstrahlen zu prüfen.

Der Versuch wurde am 2. Mai im Physikalischen Institut mit einer jungen Patientin des Hrn. Dr. Braunschweig angestellt, deren Linsen wegen hochgradiger Kurzsichtigkeit entfernt waren; nur im rechten Auge war noch der hintere Theil der Linsenkapsel vorhanden.

1) Röntgen, Sitzungsberichte der Würzburger Physik.-med. Gesellschaft Dec. 1895. p. 4.

2) Salvioni, Nature 53. p. 424. 1896.

3) Dariex u. de Rochas, Compt. rend. 122. p. 458. 1896.

Kurz vorher war im Physikalischen Institut eine ausserordentlich wirksame Röntgenröhre hergestellt worden: eine Birne von 18,5 cm Länge, deren (der Kathode gegenüberliegender) Boden mit Jodrubidium¹⁾ bedeckt war. Das Vacuum war ziemlich hoch, indem es einer Schlagweite von 5,5 cm in einem parallel geschalteten Funkenmikrometer entsprach.²⁾ Das Inductorium (Schlagweite 40 cm) erhielt den primären Strom von 10 Accumulatoren.

Das Zimmer wurde verdunkelt, die Röhre in ein Sammttuch gehüllt und die Augen des Mädchens durch ein schwarzes Papier verdeckt. Als sodann ihr Kopf der Röhre genähert wurde, meldete sie eine *Lichtempfindung im linken Auge*.

Wir nahmen hierauf eine Nachprüfung unter gleichen Versuchsbedingungen mit unseren normalen Augen vor: zu unserem Erstaunen wurde auch in unserem Auge ein Reiz ausgelöst. Auch Hr. Dr. Braunschweig machte die gleiche Beobachtung.

3. Zunächst war nun der strenge Nachweis zu führen, dass die *Lichtempfindung* thatsächlich nur von den *Röntgenstrahlen* hervorgerufen wurde.

Um jedes Seitenlicht auszuschliessen, stülpten wir über den Kopf einen Cylinder aus Carton und bewirkten den Abschluss unten durch ein Sammttuch der beim Photographiren üblichen Art. Von dem Licht einer kräftigen Bogenlampe bemerkte ein so ausgerüsteter Beobachter auch nicht eine Spur, die Lichterscheinung bei Annäherung an die oben erwähnte Röhre blieb aber unverändert bestehen. Auch das Schliessen der Augen änderte nichts. Dass etwa von der Röhre ausgehende *electriche* Einwirkungen den Sehnerven reizten, war von vornherein nicht gerade wahrscheinlich. Ein Aluminiumblech von 1 mm Dicke und 30 cm im Quadrat musste jeden electriche Einfluss abschneiden, während die Röntgenstrahlen nur wenig geschwächt werden. Thatsächlich konnte man das Aluminiumblech vorhalten oder entfernen,

1) Vgl. Dorn, *Abh. der Naturf. Ges. zu Halle*. 21. p. 77. 1896. Ich habe auch später nur wenige Röhren mit Platinantikathode gleich wirksam gefunden. D.

2) Durch den Gebrauch stieg das Vacuum auf 8 cm, um dann zuletzt abzunehmen.

ohne dass der Beobachter eine Aenderung der Lichterscheinung merkte.

Wurde aber eine Scheibe von dickem Schaufensterglas in den Weg der Röntgenstrahlen gebracht, so verschwand der Lichteindruck. Eine solche Scheibe absorbiert die Röntgenstrahlen kräftig, hätte aber electriche Wirkungen durchgelassen.

4. Die erwähnten Lichtempfindungen haben nicht allein die schon genannten Beobachter wahrgenommen, sondern viele Andere, z. B. die Herren Geh. Rath v. Hippel, Dr. Völlmer, Dr. Dittenberger. Von besonderem Interesse sind die Angaben des Hrn. Polizeinspector Weise, der mit seinem rechten linsenlosen und seinem linken normalen Auge wesentlich das gleiche Lichtbild sah.

Wenn hiernach eine besondere Eignung des Auges zur Wahrnehmung der Erscheinung nicht erforderlich ist, so ist es auffallend, dass dieselbe nicht schon früher gesehen wurde.

Der Grund scheint uns in der Beschaffenheit der verwendeten Apparate zu liegen. Bekanntlich steigt die durchdringende Kraft der Röntgenstrahlen mit der Verdünnung des Gases in der Röhre, wofür die Schlagweite eines parallel geschalteten Funkenmikrometers wenigstens einen ungefähren Maassstab giebt.

Wie schon mitgetheilt, betrug bei der ersten benutzten Röhre diese Schlagweite 5,5—8 cm. Als sie später auf 3 cm sank, wurde die Röhre unbrauchbar. Seitdem haben wir mit bestem Erfolg Röhren mit hohlspiegelartiger Kathode und ziemlich grosser Platinantikathode benutzt, welche auch im Physikalischen Institut hergestellt sind. Diese Röhren hatten einen seitlichen Ansatz mit einem Stückchen Aetzkali¹⁾, durch dessen Erwärmung sich die Schlagweite leicht auf ein gewünschtes Maass herabsetzen lässt. War das Kali zu stark erwärmt und dadurch die Schlagweite zu gering geworden, so sah man nichts; stieg bei der folgenden Abkühlung die Schlagweite wieder, so zeigten sich zunächst schwache Spuren eines Lichteindruckes, welche von etwa 6 cm an kräftiger wurden.

1) Ueber diese sehr bequeme Einrichtung vgl. Dorn, *Abh. der Naturf. Gesellsch. zu Halle* 21. p. 75. 1896 und *Electrotechn. Ztschr.* 17. p. 706. 1896.

Zwei Röhren mit Platinantikathode von Greiner & Friedrichs in Stützerbach, aus einem für Röntgenstrahlen besonders durchlässigen Glase gefertigt, gaben bei 4—5 cm Schlagweite nur schwache Wirkung; eine ältere Röhre von Siemens, bei welcher die Röntgenstrahlen an der Glaswand erzeugt wurden, eine fast un wahrnehmbar geringe (Schlagweite etwa 5 cm). Viele andere Röhren, meist von ungefähr 3 cm Schlagweite, liessen gar nichts erkennen.

Hiernach ist für das Auftreten der Erscheinung eine ziemlich erhebliche durchdringende Kraft der Röntgenstrahlen Vorbedingung. Da nach dem Vorgange Röntgen's anfänglich in der Regel mit einem Vacuum etwa 3 cm Schlagweite entsprechend gearbeitet wurde, so wird verständlich, warum früher die Wirkung der Röntgenstrahlen auf das Auge unbemerkt blieb.¹⁾

Uebrigens sei erwähnt, dass eine Röhre von der „Allgemeinen Electricitätsgesellschaft“ (Platinantikathode) trotz der erheblichen Schlagweite von etwa 9 cm nicht sonderlich stark auf das Auge wirkte, obwohl sie zur Durchleuchtung des menschlichen Körpers vorzüglich verwendbar war.

5. Wir gehen nun über zu einer Beschreibung der Wahrnehmungen, welche wir und Andere unter vielfach abgeänderten Versuchsbedingungen gemacht haben.

Es muss vorausgeschickt werden, dass diese Beobachtungen keineswegs leicht sind. Der ganze Charakter der Erscheinung ist verwaschen; eine scharfe Auffassung wird noch durch das Flackern bei dem Spiel des Unterbrechers sowie durch rein subjective Lichterscheinungen erschwert.

Kleine Aenderungen der relativen Lage von Röhre und Auge lassen sich kaum vermeiden; auch über die Richtung der Axen der im Dunkeln befindlichen Augen besteht Unsicherheit, wenn sich der Beobachter auch bemüht, z. B. geradeaus zu sehen.

Besondere Schwierigkeit bereitete aber die Localisation

1) Nach dem Referat Beibl. 20. p. 449. 1896 („Morton sah Lichtblitze“) könnte man meinen, bereits Morton, ein Mitarbeiter Edison's, habe die Wirkung der Röntgenstrahlen auf das Auge gesehen. Im Original, *Nature* 53. p. 421. 1896, steht aber „sees brilliant flashes of light, when he discontinued work“. Es handelt sich also um etwas ganz anderes.

der Eindrücke im geschlossenen Auge, und es sind einige Beobachter anfänglich in die sonderbarsten Irrthümer in dieser Beziehung verfallen.

Beachtet man noch die verschiedene Empfindlichkeit verschiedener Personen für schwache Reize der Netzhaut, so wird man einige Abweichungen in den Angaben der verschiedenen Beobachter erklärlich finden.

Es soll daher stets der Beobachter angegeben werden. (B. = Dr. Brandes, Di. = Dr. Dittenberger, Do. = Dorn, V. = Dr. Völlmer, W. = Weise.)

Wie bereits mitgetheilt, wurde für die Versuche zunächst die birnförmige Röhre mit Jodrubidium verwendet. Der weitaus grösste Theil der Röntgenstrahlen ging hier von einem Kreise von etwa 8 mm Durchmesser aus; um aber zu weit seitlich gelegene Theile von der Wirkung sicher auszuschliessen, wurde ein dicker Porzellanteller (Schirmständereinsatz) mit einer Oeffnung von 3 cm Durchmesser unmittelbar vor die Röhre gesetzt. Bei den später benutzten Röhren mit Platinantikathode wurde in der Regel die gleiche Vorsichtsmaassregel beibehalten, obwohl sie eigentlich überflüssig gewesen wäre.

Das für den Versuch zu verwendende Auge wurde bei fast allen mitzutheilenden Versuchen durch eine 20 Minuten dauernde Bedeckung mit einem schwarzen Tuch „für Dunkelheit adaptirt“. Das andere Auge wurde gegen die Wirkung der Röntgenstrahlen durch ein vorgebundenes Bleiblech passender Form geschützt.

Bei einigen wenigen Versuchen wurde der Cartoncylinder und das Sammttuch zur Abhaltung des Lichtes benutzt; später wurde das Gesicht mit einem schwarzen Papier bedeckt, das Sammttuch über den Kopf genommen und am Halse angedrückt.

Der Abstand zwischen Auge und Röhre betrug 8—10 cm.

a) Das Strahlenbündel fällt voll in der Richtung der Augenaxe ein.

Do. rechtes Auge (Fig. 1).¹⁾ Hervortretend ist ein heller Ring am äussersten Rande des Gesichtsfeldes²⁾, der auf der

1) Die Figuren sind nur als schematische anzusehen.

2) Mitunter hatte ich den eigenthümlichen Eindruck, dass die Helligkeit sich über das gewöhnliche Gesichtsfeld hinaus erstreckte. D.

Schläfenseite *T* breiter und heller wird, besonders etwas nach oben. Das Innere des Ringes ist mit einer ziemlich schwachen diffusen Lichterscheinung ausgefüllt. Hiermit stimmt die Angabe von B.: „Helligkeit an der Peripherie grösser“.

Im nicht adaptirten oder weniger empfindlichen Auge treten nur Theile der Erscheinung auf, z. B. der Ring mit dem helleren Fleck oder auch nur das *N* Segment auf der Schläfenseite, das am leichtesten wahrgenommen wird. Mitunter rückt das Maximum der Helligkeit nach der Mitte (*Di.*) oder unten (*V.*).



Fig. 1.

In Fig. 2 und 3 sind noch die Beobachtungen von W. für das linke noch nicht operirte und das rechte linsenlose Auge. Der Eindruck im letzteren wurde als etwas stärker bezeichnet.

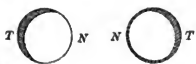


Fig. 2.



Fig. 3.

b) Vor das beobachtende Auge wurde (unter dem das Gesicht bedeckenden Papier und Tuch) eine Bleiplatte gehalten und vorsichtig in horizontaler oder verticaler Richtung verschoben, bis der erste Lichteindruck bemerkbar wurde. Während der Beobachter die Platte in ihrer Lage festhielt, entfernte ein Gehülfe die Hülle vom Kopf und bezeichnete den Ort des Plattenrandes auf dem (geschlossenen) Auge mit Tusche.

Eine richtige Localisation der Eindrücke wurde erst durch folgendes Verfahren erzielt: ausser der vorhin beschriebenen Beobachtung wurde eine entsprechende angestellt, bei welcher nach dem Auftreten des ersten Lichteindruckes die Platte rasch fortgezogen wurde, sodass die Röntgenstrahlen voll das Auge trafen.

Do. Rechtes Auge. Platte von oben nach unten geführt. Helles Segment unten, als die obere knöcherne Augenbrauenleiste eben frei. Bestätigt von *Di.* und *V.* Do. Platte von unten nach oben. Helles Segment oben, als Plattenrand etwa 3 mm über der unteren knöchernen Begrenzung der Augenhöhle.

Di. Bild noch etwas früher. *V.* Beginn als Plattenrand 12 mm unter Lidspalte des geschlossenen Auges.¹⁾

1) Nach Merkel, Makroskopische Anatomie des menschlichen Sehorgans, Fig. 46, ist diese Angabe übereinstimmend mit der von *Di.*

Do. Rechtes Auge. Platte von der Schläfe nach der Nasenseite geführt. Helles Segment auf der Nasenseite, als Rand 13 mm von dem äusseren Winkel der Lidspalte.

V. Kein Eindruck, solange nur das äussere Drittel der Lidspalte frei. Bei weiterer kleiner Bewegung gleich ziemlich grosse Intensität. Da die Lidspalte etwa 30 mm misst, ist diese Angabe mit der von Do im Einklang.

Do. Rechtes Auge. Platte von der Nase nach der Schläfe bewegt. Segment auf der Schläfenseite erhellt, als eben der Thränenwinkel überschritten. Bestätigt von Di.

c. Wurde eine Bleiplatte mit einem runden Loch von 2 mm Durchmesser vor das Auge gesetzt, sodass die Röntgenstrahlen durch die Pupille einfielen, so vermochten B. und W.



(auf beiden Augen) nichts zu erkennen. Mit einer Oeffnung von 4 mm Durchmesser sahen Di. Do. und V. schwache, ziemlich scharf begrenzte Licht-

Fig. 4. scheiben, und zwar Di. etwa in der Mitte des Gesichtsfeldes (Fig. 4), Do. und V. etwas nach der Schläfenseite.

W. sah im linken (nicht operirten) Auge einen Lichtschein auf der Schläfenseite (etwas oben), als durch die vor die Pupille gesetzte Oeffnung von der Schläfenseite her *schräg* die Röntgenstrahlen einfielen, und auf der Nasenseite durch die nach der Schläfenseite verschobene Oeffnung bei senkrechtem Einfall.

d. In ein Brillengestell mit kreisrunder Gläserfassung waren Aluminiumscheiben eingesetzt. Wurde auf die Mitte derselben ein Bleischiebchen geklebt, so fehlte die Helligkeit im Centrum, und der ziemlich helle Rand erschien nach innen schärfer begrenzt.

Den „Röntgenschaten“ eines 5 mm breiten Bleistreifens vermochten B., Di., Do. bei einem ersten Versuche nicht zu unterscheiden. Dies gelang indessen Do. später mit einem Messingstabe von 6 mm Durchmesser. Wurde der Stab nach rechts bewegt, so wanderte der (das ganze Gesichtsfeld durchsetzende) Schatten nach rechts und umgekehrt.

e. Do. Rechtes Auge. Die Röntgenstrahlen fielen *senkrecht zur Mittelebene* des Kopfes in den äusseren Augenwinkel ein. Gesehen wurde ein heller Ring mit einer noch helleren Stelle auf der rechten Seite, im Innern des Ringes konnte

kein Lichteindruck wahrgenommen werden. Wurde eine an die Schläfe angedrückte Bleiplatte nach vorn geschoben, so reducirte sich die Lichterscheinung zunächst auf einen schmalen Streifen am linken Rande des Gesichtsfeldes, welcher ebenfalls verschwand, als die Platte 5 mm ¹⁾ über den rechten Rand der knöchernen Begrenzung der Augenhöhle hinausge-
langt war. Dies wurde durch wiederholte übereinstimmende Versuche festgestellt, bei denen nach Entfernung der Kopfhülle der Abstand von einem Gehülfen geschätzt wurde; auch wurde einmal mit gleichem Ergebniss der Plattenrand durch einen Tuschestrich auf dem Augenlide markirt.

f. Besonders von V. und Di. sind auch viele Beobachtungen angestellt worden über die Veränderung der Erscheinungen bei Bewegung des Auges. Hier machten sich die Schwierigkeiten der Localisation stark geltend, und es ist nicht gelungen, übersichtliche Ergebnisse zu gewinnen. Wir verzichten daher auf Mittheilungen von Einzelheiten.

6. Um die *Absorption der Röntgenstrahlen in den Augenmedien* zu untersuchen, haben wir eine Reihe photographischer Aufnahmen gemacht.

Zwei frische Schweinsaugen wurden, das eine mit der Hornhaut nach unten, das andere nach oben, zugleich mit einem „Absorptiometer“ (16 treppenartig angeordnete Aluminiumbleche von je 0,62 mm Dicke) auf eine in schwarzes Papier gehüllte photographische Platte gelegt und der Wirkung der Röntgenstrahlen ausgesetzt. Zwischen den Objecten und dem schwarzen Papier befand sich noch ein paraffinirtes Papier, um das Durchdringen der Augenfeuchtigkeit bis zur Gelatineschicht zu hindern.

Es wurden zwei Aufnahmen gemacht, die eine bei einem niedrigen Vacuum (Schlagweite ≤ 3 cm) mit 7 Minuten Exposition, die andere mit hohem Vacuum (Schlagweite nahe 8 cm) mit 2 Minuten Exposition. Der Abstand Röhre—Platte war 20 cm. Obwohl die verwendeten Röhren scharf zeichneten, war von einem Schatten der Linse nicht eine Spur zu entdecken: von einer besonders starken Absorption der Linse im Vergleich zu den übrigen Augenmedien kann also nicht die Rede sein.

Der nicht beschattete Theil der Platte war bei der ge-

1) Gemessen in der Plattenrichtung.

geringeren Schlagweite in Folge der längeren Exposition etwas stärker geschwärzt als bei der höheren; trotzdem war *unter den Augen* im letzteren Falle die Wirkung sehr merklich kräftiger.¹⁾ Beachtet man noch den Unterschied der Expositionszeit (7 und 2 Minuten), so erscheint das Ausbleiben der Lichtempfindung bei Anwendung von Röhren mit niedrigem Vacuum verständlich. Die Intensität der Röntgenstrahlen ist dann an sich gering, und sie werden im Auge stark absorbiert. Uebrigens lieferte ein Versuch mit Kalbsaugen eine erwünschte Bestätigung.

Dass der Glaskörper des Auges in Folge seiner grösseren Dicke mehr absorbiert als die Linse, ging unmittelbar aus folgendem Versuch hervor. Der Glaskörper je eines Auges von Rind und Hammel wurde in einen Paraffincylinder mit Boden von dünnem paraffinirten Papier²⁾ gethan, und zwar in einer Höhe, welche der des Glaskörpers im Auge entsprach, und mit den entsprechenden Linsen zusammen photographirt. (Schlagweite 4 cm.) Die Absorption durch den Glaskörper war weit stärker. Die gleichzeitig photographirte Iris absorbierte merklich weniger als die Linse, die Wand des Augapfels (Bulbus) noch weniger, die Hornhaut etwa ebenso wie die Bulbuswand, die Netzhaut hatte kaum einen Schatten geworfen.

Zu entsprechenden Ergebnissen führte die vergleichende Photographie eines Kaninchenauges und seiner Theile (Linse, Hornhaut, Retina) mit 5 cm Schlagweite.

Wir haben auch die Linsen verschiedener Thiere (Pferd, Rind, Schaf, Katze, Taube, Eule, Karpfen) zugleich photographirt. Es mag nur bemerkt werden, dass eine staarblinde und eine normale Pferdlinse keinen Unterschied zeigte.

7. Wir können uns nunmehr zu einer Deutung der unter 5. beschriebenen Wahrnehmungen des Auges unter der Einwirkung der Röntgenstrahlen wenden.

Hierbei ist nach den Ergebnissen von 6. davon abzusehen, der Linse eine hervorragende Absorption zuschreiben zu wollen.

1) Die Absorption entsprach 2—3 Stufen des Aluminiumabsorptionsmeters, also ungefähr 1,5 mm Al.

2) Dieses absorbiert nicht merklich.

Festzuhalten ist dagegen, dass die Röntgenstrahlen die Augenmedien *ungebrochen* durchsetzen, während andererseits das *optische* Bild äusserer Gegenstände auf der Netzhaut ein *umgekehrtes* ist. Wenn daher die *untere* Seite der Netzhaut gereizt wird, so werden wir den Eindruck als im *oberen* Theile des Gesichtsfeldes liegend empfinden u. s. f.

Die Gesichtswahrnehmungen unter dem Einfluss der Röntgenstrahlen könnten einerseits dadurch zu Stande kommen, dass schon gewisse vordere Theile des Auges (Linse, Ciliarkörper) durch die Röntgenstrahlen zum Fluoresciren gebracht werden und dieses Fluorescenzlicht die Netzhaut reizt. Andererseits könnte der Ort der Wirkung an der Netzhaut selbst liegen, wobei noch zu entscheiden bliebe, ob eine directe Reizung oder eine mittelbare durch Fluorescenzlicht der Netzhaut ¹⁾ vorliegt.

Der unter 5 e) angeführte Versuch spricht gegen die zuerst erwähnte Möglichkeit (Fluorescenzwirkung) der *vorderen* Theile des Auges.

Denn mit Benutzung der trefflichen Abbildungen von Soemmerring ²⁾ haben wir uns überzeugt, dass für die Stellung der Platte, bei welcher keine Lichterscheinung mehr auftrat, der Ciliarkörper und wenigstens der grösste Theil der Linse noch von den Röntgenstrahlen bestrichen wurde. Auch das ringförmige Lichtbild bei seitlichem ungehindertem Einfall führt zu dem gleichen Ergebniss, denn die umgebenden Knochen der Augenhöhle lassen die Röntgenstrahlen nicht zu den mittleren Theilen der Netzhaut durchdringen, während gerade noch die äussersten lichtempfindlichen Stellen derselben erreicht werden.

Von dem gewonnenen Standpunkte aus werden nun auch die übrigen Beobachtungen verständlich.

Dass in dem vollen Bilde 5 a) der innere Theil weniger hell erscheint, wird hauptsächlich seinen Grund haben in der Absorption auf den verschiedenen langen Wegen durch die Augenmedien bis zur Netzhaut, welche für die Innenseite etwa

1) Unter dem Einfluss ultraviolettten Lichtes fluorescirt die Netzhaut, ebenso die Sehhaut.

2) De oculorum hominis animaliumque sectione horizontali. Göttingen 1818.

1,0 cm, für die Mitte 2,3 cm, für die Aussenseite 1,3 cm betragen. Mitwirken kann hier noch, dass die äussersten seitlichen Theile der Netzhaut bei normalem Gebrauch wenig Licht empfangen, also eine grössere Empfindlichkeit bewahren. Man könnte *vielleicht* auch noch an eine diffuse Reflexion der Röntgenstrahlen an den Knochen der Augenhöhle denken.

Die verstärkte Intensität auf der Schläfenseite des Ringes entspricht der grösseren Häufigkeit der Stäbchen auf der Nasenseite in den äusseren Theilen der Netzhaut.¹⁾

Bezüglich der Ergebnisse unter 5 b) geht aus der Tafel I bei Soemmerring und Fig. 46 bei Merkel hervor, dass der erste Eindruck wahrgenommen wurde, wenn die Röntgenstrahlen oben, rechts oder links eben die Netzhaut erreichen konnten. Auffällig ist die von drei Beobachtern festgestellte Thatsache, dass bei Freilegung des Auges von unten her die Wirkung beginnt, ehe nach den anatomischen Verhältnissen die Netzhaut direct getroffen wurde. Eine Erklärung kann vielleicht in der diffusen Reflexion an der unteren Knochenbegrenzung der Augenhöhle gefunden werden; die Form des Knochens ist hierfür günstig.

Die Versuche 5 c) und d) sind ohne weiteres erklärbar und bieten eine willkommene Bestätigung. Da übrigens die Linse mehr als 8 mm Durchmesser besitzt, haben die durch eine Oeffnung von 4 mm einfallenden Röntgenstrahlen die Linse durchsetzt. Da mehrere Beobachter hier einen deutlichen Lichteindruck hatten, ist die Durchlässigkeit der Linse unmittelbar nachgewiesen.

8. Die noch übrig bleibende Frage, ob die Röntgenstrahlen die lichtempfindlichen Theile des Auges unmittelbar oder erst durch Vermittelung einer Fluorescenz der Netzhaut erregen, haben wir durch mehrfache Versuche an herausgenommenen Thieraugen und Theilen derselben, wie auch am lebenden Auge zu entscheiden gesucht.

Bei einem Versuche wurden die Augenmedien eines Albinokaninchens, bei einem anderen ein frisches Schweinsauge, sowie Linse, Hornhaut, Netzhaut, und Glaskörper desselben unmittelbar unter die lichtdicht verhüllte Röntgenröhre gebracht

1) Mittheilungen des Hrn. Geh. Rath v. Hippel.

und im verdunkelten Zimmer mit Einschaltung einer Bleiplatte zwischen Auge des Beobachters und Strahlenquelle betrachtet. Weder im ersten Falle (B., Do.) noch im zweiten (Do. Assistent Kalberlah) konnte eine Spur von Fluorescenzlicht wahrgenommen werden, obwohl hier der Beobachter sein Auge für Dunkelheit adaptirt hatte. Ebensovienig gelang dies bei einer anderen Anordnung des Versuches, wo die Beobachter (Do., V.) sich mit den zu prüfenden Theilen eines Kaninchenauges in eine Dunkelkammer begaben, an deren Wand (doppelter schwarzer Körper) die Strahlenquelle bis auf 2 cm herangebracht war.

Die eben beschriebene Aufstellung wurde auch zu Untersuchungen am lebenden Auge benutzt. Der eine der Beobachter (Do., V.) nahm eine Stellung ein, in welcher er die Lichterscheinung lebhaft sah, der andere suchte unter dem Schutz einer Bleiplatte ein Leuchten im Auge des Ersten zu entdecken. Der Erfolg war stets negativ, wie auch bei einem früheren Versuche, wo beide Beobachter (B., V.) den Kopf unter demselben Sammttuch hatten.

Bekanntlich ist die Aufsuchung lichtschwacher Objecte im Dunkeln schwierig, wir glauben jedoch, dass bei den mehrfach wiederholten Versuchen ein merkliches Leuchten uns nicht entgangen wäre.

Man könnte trotz dieser Ergebnisse die Annahme einer Fluorescenz der Netzhaut¹⁾ aufrecht zu erhalten suchen auf Grund der Ueberlegung, dass das Fluorescenzlicht zwar hinreiche, um die unmittelbar benachbarten lichtempfindlichen Theile zu erregen, aber zu schwach sei, um auf das entfernte Auge eines Beobachters zu wirken.

Beachtet man aber, dass der „Glanz“ einer Fläche unabhängig ist von ihrer Entfernung, so wird dies unwahrscheinlich. Man wird um so weniger berechtigt sein, den Röntgenstrahlen eine unmittelbare Einwirkung auf die Sehorgane abzusprechen, als sie genug Energie besitzen, um — freilich in längerer Zeit — in der menschlichen Oberhaut bedeutende Veränderungen hervorzubringen.²⁾

1) Im ultravioletten Lichte fluoresciren Hornhaut, Linse, Netzhaut.

2) Markuse, Deutsche med. Wochenschr. 23. Juli 1896. p. 481.

9. Obwohl die Bedeutung des *Sehpurpurs* für die Gesichtswahrnehmungen noch nicht genügend aufgeklärt ist, ja von manchen Ophthalmologen vollständig geleugnet wird, so haben wir doch dreimal Sehpurpur hergestellt und einer andauernden Einwirkung kräftiger Röntgenstrahlen unterworfen.

Die beiden ersten Proben waren aus Rindsaugen gewonnen und ziemlich blass röthlichgelb, die letzte, aus den Augen von 14 Fröschen, kräftig gefärbt, wenn auch mit einem kleinen Stich ins Gelbe.

Der jedesmalige Vorrath wurde in zwei gleiche, oben offene Cylinderchen vertheilt. Eines blieb in der Dunkelkammer, das andere wurde in einer lichtdichten Pappbüchse eine halbe Stunde in einer Entfernung von 5 bis 8 cm (bis zur Flüssigkeitsoberfläche) der Wirkung der Röntgenstrahlen ausgesetzt. Bei dem letzten Versuche war noch ein cylindrisch gebogenes Aluminiumblech in den Cylinder bis dicht über die Flüssigkeitsoberfläche eingeschoben, um wenigstens das Fluorescenzlicht der oberen Cylinderwand abzuhalten.

In der Dunkelkammer wurde das Gläschen aus der Büchse herausgenommen und in schwachem diffusen Tageslichte mit dem andern verglichen.

In keinem der drei Versuche konnte ein Unterschied gefunden werden.¹⁾

Durch diffuses Tageslicht am Fenster wurden alle drei Proben in kurzer Zeit bis zu blassgelber Farbe gebleicht.

Den Hrn. Dr. Dittenberger, Dr. Völlmer und Weise sprechen wir auch an dieser Stelle für ihre Unterstützung bei den Beobachtungen unseren Dank aus.

1) Die Hrn. Fuchs und Kreidl sind mit Benutzung der beiden Netzhäute desselben Frosches zum gleichen Ergebniss gelangt. (Centralblatt für Physiologie 10, p. 249. 1896) Unser erster Versuch wurde am 28. Mai angestellt, also vor dieser Veröffentlichung.

6. Ueber die durch Kathodenstrahlen hervorgerufenen Färbungen einiger Salze; von E. Goldstein.

(Aus dem Sitzungsber. d. K. preuss. Akad. d. Wissensch. zu Berlin.)

(Vorgelegt in der Sitzung vom 14. November 1895.)

In dem Sitzungsbericht der Akademie der Wissenschaften vom 26. Juli 1894 habe ich mitgetheilt, dass verschiedene gewöhnlich farblose Salze unter der Einwirkung der Kathodenstrahlen lebhaftere Färbungen annehmen. Die Salze wurden in cylindrischen Entladungsröhren bestrahlt, deren Kathode eine zur Gefässaxe senkrecht und conaxial gestellte Scheibe war. Diesen Röhren habe ich inzwischen eine etwas geänderte Gestalt wie Fig. 1 gegeben. Die frühere Form hatte den Nachtheil, dass beim Hin-



Fig. 1.

und Herschütten des Salzes während des Entladungsdurchganges leicht zahlreiche Salzpartikel an die Kathode heranzuflogen und dort haften blieben. Dadurch kann aber die Entwicklung der Kathodenstrahlen stark beeinträchtigt werden. Bei der geänderten Form befindet sich die Kathodenscheibe K, an der Rückseite wie früher durch einen Glas-Schirm gedeckt, in einem sie nahe umschliessenden Seitentubus, etwa 5 cm vom Eingang in die 4 cm weite Haupttröhre entfernt. Bei der alsdann über 8 cm betragenden Entfernung zwischen Salzoberfläche und Kathode kann das Salz auch während der Entladung ohne Störung hin- und hergeschüttet werden. Diese Bewegung des Salzes, welche dazu dient, immer neue Theilchen mit den Kathodenstrahlen in Berührung zu bringen, wird durch geeignete Drehung der Röhre um die Axe des in einem Schliff an der Pumpe hängenden Abzugsrohres a bewerkstelligt. Wenn eine Kathodenscheibe, wie hier, in einem nur wenig weiteren Rohr liegt, so zieht das direct sichtbare

Kathodenlicht bei fortschreitender Gasverdünnung sich von den peripheren Theilen der Scheibe immer weiter nach der Mitte zurück. Unsichtbare Kathodenstrahlen, erkennbar an ihrer phosphorescenzerregenden Wirkung, gehen allerdings noch von der ganzen Vorderfläche aus, um die Mitte ist ihre Dichtigkeit aber am grössten. Die hierbei erzielte Strahlendichtigkeit ist gross genug, um für die meisten Fälle die in der vorigen Mittheilung erwähnte Concentration der Strahlen durch einen Magneten entbehrlich zu machen. Nachdem das Salz unter der Kathode bestrahlt worden, wird es in dem Fortsatz *f* gesammelt und eventuell zu weiteren Versuchen durch Abschmelzen oder Abschneiden mit ihm von der Entladungsröhre getrennt.

Das fortgesetzte Studium der durch Kathodenstrahlen gefärbten Salze hat mich eine Reihe von Eigenschaften derselben kennen gelehrt, deren zusammenfassende Darstellung ich einer späteren Mittheilung vorbehalte. Auf das Verhalten der gefärbten Modificationen unter dem Einfluss von Licht und von Wärme möchte ich indess schon jetzt aufmerksam machen.

In meiner ersten Mittheilung hatte ich erwähnt, dass die meisten der erzeugten Nachfarben nicht dauernd sind, sondern dass die betreffenden farbigen Substanzen mit der Zeit theils die ihnen durch die Kathodenstrahlen unmittelbar ertheilte Färbung gegen eine andere vertauschen, theils wieder in ihre ursprüngliche Farblosigkeit zurückgehen. Diese Aenderungen fanden anscheinend von selbst statt, d. h. unter der Wirkung von damals noch nicht zu ermittelnden Factoren. — Die Salze wurden meist in den cylindrischen Fortsätzen *f* aufbewahrt. Es fiel bald auf, dass die Farbenänderungen nicht in der ganzen Masse der Salze gleichzeitig erfolgten. Das unmittelbar nach der Bestrahlung braungelbe Chlornatrium wurde allmählich grau; erschien aber der Mantel der cylindrischen Salzsäule bereits grau, so kamen, wenn nicht zu lange Zeit verflossen war, beim Durcheinanderschütteln der Masse noch eine Menge braungelber Körner zum Vorschein, die, wenn sie an der Aussenfläche blieben, ebenfalls nach einiger Zeit grau wurden. Der Contact mit der Glaswand war nicht als Ursache des Grauerdens anzusehen, denn bei nur theilweiser Erfüllung des Glascylinders wurde auch die freie Oberfläche des Salzes,

die nur an Luft bez. den leeren Raum grenzte, grau. Entsprechend zeigte sich bei den Salzen, die anscheinend von selbst in den ganz ungefärbten Zustand zurückgingen, wie Chlorkalium, Bromkalium, Jodkalium, dass das Weisswerden zuerst an der Aussenfläche der Salzmasse erfolgte und zwar gleichmässig an der freien wie an der mit dem Glase in Berührung stehenden Grenzfläche. Die Vermuthung liegt nahe, dass die beobachteten Aenderungen unter dem Einfluss einer von aussen kommenden *Strahlung* erfolgen. Eine Röhre, wie Fig. 1. blieb mit dem in ihr bestrahlten krystallisirten Chlornatrium möglichst stark evacuirt an der Pumpe; an dem Fortsatz *f*, in dem sich das braungelbe Salz befand, wurde eine Zone mit einigen Lagen schwarzen Papiers so umwickelt, dass dadurch ein Theil des Salzes vor äusserer Belichtung geschützt war, während das Uebrige dem Lichte angesetzt blieb, das durch die (nach Norden gelegenen) Fenster des Versuchszimmers eintrat. Nach 10 Minuten hatte die Färbung des unbedeckten Salzes sich stark geändert, nach Graubraun; das bedeckt gewesene erschien unverändert braungelb.

Weitere Versuche ergaben, dass unter geeigneten Versuchsbedingungen eine bemerkbare Aenderung in noch viel kürzerer Zeit erzielt werden kann. Gepulvertes Chlornatrium erscheint nach der Einwirkung der Kathodenstrahlen lehmgelb bis orangegeb. Nach einer Minute Belichtung (in 2 m Abstand vom Nordfenster) ist schon ein schwacher, nach 2 Minuten ein sehr deutlicher Farbenunterschied zwischen bedecktem und unbedecktem Salz zu bemerken. Im directen Sonnenlicht führen schon Secunden eine bemerkbare Wirkung herbei.

Wurde eine mit gelbem Chlornatriumpulver gefüllte Glasröhre in eine undurchsichtige Lösung von Jod in Schwefelkohlenstoff zur Hälfte eingesenkt, während die andere Hälfte aus der Flüssigkeit herausragte, so trat bei Belichtung eine Umfärbung nur an dem herausragenden Theile der Salzsäule ein, der von der Jodlösung umspülte Theil behält unveränderte Färbung. Auf strahlende Wärme bez. ultraroth Strahlen ist also die Umfärbung, mindestens ihrem wesentlichsten Betrag nach, nicht zurückzuführen. Wurde andererseits bei sonst gleicher Anordnung an Stelle der Jodlösung möglichst reiner farbloser Schwefelkohlenstoff in einer für die Absorption des

Ultraviolett hinreichend dicken Schicht angewendet, so trat die Umfärbung im Tageslicht auch an dem eingetauchten Theil kräftig ein. Für die Herbeiführung der Umfärbung genügen also die sichtbaren Theile des Spectrums.

Stark lichtempfindlich sind auch die gefärbten Modificationen von Chlorkalium, Bromkalium und Jodkalium. Schon nach wenigen Minuten ist die Farbe des violetten in 2 m Entfernung vom Fenster belichteten Chlorkalium merklich weniger gesättigt als die Färbung eines in demselben Gefäss bedeckt gehaltenen Theiles. Nahe dem Fenster zeigt gepulvertes Chlorkalium im diffusen Tageslicht schon nach einer Minute eine deutliche Aenderung, im directen Sonnenlicht schon nach einigen Secunden. Bei Bromkalium bewirkt das diffuse Tageslicht bei 2 m Fensterabstand schon in einer Minute eine erkennbare Schwächung der durch Kathodenstrahlen hervorgerufenen Farbe. Noch empfindlicher ist Jodkalium. Entsprechend der kräftigen Wirkung, welche das des Ultraviolett beraubte Tageslicht zeigte, geben auch künstliche, an ultravioletten Strahlen arme Lichtquellen sehr merkliche Effecte. Drei Glühlampen zu 16 Kerzen brachten bei gelbem pulverförmigen Chlornatrium aus einer Entfernung von etwas über 1 m erst in 15 Minuten eine eben erkennbare Wirkung hervor; bei gepulvertem Chlorkalium aber trat unter den gleichen Verhältnissen schon nach 3 Minuten, bei gepulvertem Bromkalium bereits nach 2 Minuten eine deutliche Schwächung der Salzfarbe ein.

Beurtheilt man die Lichtempfindlichkeit eines Stoffes nach der Zeit, innerhalb deren er eine sichtbare kräftige Aenderung direct unter dem Einfluss des Lichtes ohne nachfolgendes Entwicklungsverfahren erleidet, so müssen die hier behandelten Substanzen zu den lichtempfindlichsten gezählt werden, die man bisher kennen gelernt hat. Es lag nahe, so wenig ein praktisch brauchbares Resultat zu erwarten war, zu versuchen, ob nicht wirkliche photographische Bilder auf den bestrahlten Salzen zu erzielen seien. Man erhielt in der That auf geebnet ausgebreiteten Salzschichten unter photographischen Diapositiven gut erkennbare Abbildungen, soweit das Wesentliche der Bilder nicht im feineren Detail liegt. Der Wiedergabe des letzteren ist wohl die relative Grobkörnigkeit des Pulvers hinderlich. Schablonenmuster werden sehr gut und scharf wiedergegeben.

Ein *Diapositiv* muss benutzt werden, weil die belichteten Stellen heller werden. —

Das krystallisirte, braungelbe Chlornatrium nimmt bei Belichtung nach einigen Minuten zunächst eine ziemlich dunkle, schmutzigbraune Färbung an; diese geht dann bei fortgesetztem Lichtzutritt durch Graubraun in ein dunkles Olivgrau, dann in reines Schiefergrau über. In meiner ersten Mittheilung hatte ich angeführt, dass graues Chlornatrium sich innerhalb mehrerer Wochen nicht mehr erkennbar verändert habe. Das Salz wurde an einem vom Tageslicht nur mässig erhellten Ort aufbewahrt. Unter gleichen Verhältnissen haben sich graue Proben weiterhin sogar seit mehreren Monaten unverändert gehalten. Setzt man das graue Salz aber hellerem, wenn auch nur diffusum Tageslicht aus, so wird das Grau immer heller, und das Salz wird schliesslich nach einigen Wochen so weiss wie vor der Bestrahlung. Umgiebt man wieder eine Zone des Salzes mit schwarzer Hülle, so bleibt diese Zone grau, während das Uebrige weiss wird.

Bei starker Erhitzung wird das braungelbe und ebenso das graue Chlornatrium, ehe es weiss wird, blau. Wird das blaue Salz dem Tageslicht ausgesetzt, so nimmt die Intensität seiner Färbung allmählich ab, jedoch gehörten Monate dazu, es in Weiss übergehen zu lassen. — Das graue Chlornatrium kann im Verlaufe seines Verblässens stets noch durch Erhitzung in blaues Salz übergeführt werden; dass erzeugte Blau ist aber desto blasser, je blasser das Grau bereits geworden war. Viel schneller als bei Chlornatrium erfolgt der Rückgang in die weisse Substanz unter dem Einfluss der Belichtung bei Chlorkalium, Bromkalium und Jodkalium. Bei krystallisirtem Chlorkalium genügen 1—2 Tage, bei Bromkalium einige Stunden Belichtung, um die Färbung des bestrahlten Salzes verschwinden zu lassen. Sehr lichtempfindlich ist auch Jodkalium. Es braucht wohl nicht besonders betont zu werden, dass die Zeitangaben hinsichtlich des Einflusses der Belichtung abhängig sein müssen auch von Witterung, Tageslicht und Jahreszeit.

Der Einfluss äusserer Belichtung auf die Sättigung der Nachfarben macht sich schon bei der Herstellung derselben geltend. Um recht gesättigte Farben zu erzielen, empfiehlt es sich, in ganz verdunkeltem Zimmer zu arbeiten. —

Bei vollständigem Lichtabschluss hat gefärbtes Chlornatrium innerhalb der zur Verfügung gestandenen Probezeit keine sichere Farbenänderung gezeigt. Eine seit der Auffindung der Lichtempfindlichkeit (Mai 1895) im Finstern aufbewahrte Menge ist nach $5\frac{1}{2}$ Monaten von frisch bestrahltem nicht zu unterscheiden. Auch dunkelblaues, aus braungelbem durch Erhitzung hervorgegangenes, krystallisirtes Chlornatrium hat ebenso wie graues im Finstern sich seit mehreren Monaten nicht erkennbar geändert. Eine solche mindestens annähernde Unveränderlichkeit bei Ausschluss von Belichtung existirt für Chlorkalium, Bromkalium und Jodkalium nicht. Krystallisirtes Chlorkalium wurde in einer wie Fig. 2 gestalteten Röhre unter der Kathode bestrahlt. Ein Theil *A* des Salzes wurde in f_1 , der andere *B* in f_2 abgeschmolzen. *A* wurde dann am Fenster dem Tageslicht ausgesetzt, *B* im Finstern aufbewahrt. Nach 48 Stunden war die ganze Salzmasse *A* weiss geworden, das

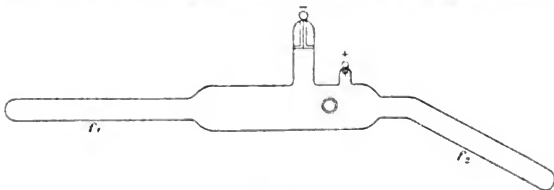


Fig. 2.

im Finstern aufbewahrte Salz *B* war noch sehr kräftig gefärbt; es blieb ungewiss, ob die Farbe schon an Sättigung verloren hatte. Nach mehreren Tagen weiterer Aufbewahrung im Finstern war die Farbe entschieden weniger gesättigt, nach 17 Tagen war etwa die Hälfte der Salzkristalle weiss, die andere Hälfte aber noch deutlich, wenn auch nicht kräftig gefärbt. Nach 5 Wochen war der überwiegende Theil weiss. eine Anzahl Körner schwach farbig. Schliesslich wurden auch diese weiss. Die Prüfungsbesichtigungen waren natürlich auf das kürzeste Maass, einige Secunden bei mattem Tageslicht, eingeschränkt. — Analoge Versuche wurden mit Bromkalium und Jodkalium angestellt. Krystallisirtes Bromkalium, nach der Bestrahlung sehr ähnlich wie Kupfervitriol gefärbt, wurde im Finstern nach 5 Tagen weiss; Jodkalium verlor seine un-

mittelbar nach der Bestrahlung auftretende Farbe, die der Farbe des Eisenvitriols ähnlich ist, im Finstern schon in einem Tage, wurde dann gelblichweiss, schliesslich ganz weiss. Der Rückgang in die ungefärbte Substanz erfolgt somit wenigstens für die letztgenannten drei Salze auch bei Lichtabschluss, nur viel langsamer als unter der Einwirkung des Lichtes. Das Licht beschleunigt also einen Process, der sich auch ohne Licht anscheinend von selbst abspielt. — Denkbar erscheint es, dass auch Chlornatrium schliesslich sich im Finstern entfärben werde, nur in so viel längerer Zeit, als schon seine Entfärbungszeit bei Tageslicht die der anderen drei Salze übertrifft, also erst nach Jahren. —

Die Wirkung des Lichtes auf die gefärbten Salze wird bei erhöhter Temperatur beschleunigt.

Vergleichsproben in Glasröhren wurden belichtet, nachdem die eine durch Eintauchen in heisses Wasser schnell auf 80—90°, die andere auf 17° C. gebracht war. Für Chlornatrium ergab sich dann z. B., dass das auf 90° C. erwärmte Salz im Lichte bereits nach 2½ Minuten braungrau wurde, während das kühl gehaltene ganz schwach, nur eben bemerkbar, verändert war. Nach 8 Minuten Belichtung erschien das heisse Salz schon entschieden grau, das kalte erst schmutzig gelb. Dass das Grauwerden des heisseren Salzes nicht einfach eine Folge der Erwärmung ist, geht daraus hervor, dass die vom Fenster abgekehrte Seite des Salzes noch braungelb ist, wenn die Vorderseite bereits grau erscheint. — Krystallisirtes Chlorkalium, das in derselben Weise schnell auf etwa 80° C. erwärmt war, zeigte sich beim Zutritt des Tageslichts schon nach erheblich weniger als einer Minute stark verändert; nach 2 Minuten war es an der dem Lichte zugekehrten Seite weiss geworden. Die auf 17° C. gehaltene Vergleichsportion war noch kräftig violett gefärbt. —

Erhöhung der Temperatur bringt auch bei völligem Lichtabschluss Aenderungen der Salzfarben hervor, braungelbes Chlornatrium z. B. wird bei Lichtabschluss, in einem nicht glühenden Tiegel erwärmt, blau. Derartige Beobachtungen legen die Frage nahe, ob nicht auch schon die schwache Wärmezufuhr, welche den Salzen durch die Medien von gewöhnlicher Temperatur geboten wird, auf die gefärbten Salze

wirkt und in entsprechend verlängerter Zeit diejenigen Veränderungen herbeiführen hilft, die bei gewöhnlicher Temperatur auch im Finstern, scheinbar von selbst, erfolgen. Ist das der Fall, so ist zu erwarten, dass die im Finstern erfolgenden Veränderungen desto langsamer werden, je niedriger die Temperatur des umgebenden Mediums ist. Dies zeigt sich in der That. Bromkalium, das gegen Licht und Feuchtigkeit geschützt, im Zimmer aufbewahrt wurde, war nach einigen Tagen schneeweiss, eine demselben Färbungsprocess entstammende, unter sonst ganz gleichen Verhältnissen, aber im Freien, bei durchschnittlich etwa 13° niedrigerer Temperatur aufbewahrte Probe war dann noch kräftig gefärbt. Wiederholungen des Versuches ergaben stets analoge Resultate. — Ebenso fiel für Chlorkalium die Färbung bei dem in kühlerer Temperatur gehaltenen Salze viel langsamer ab als bei der im Zimmer gehaltenen Vergleichsprobe.

Bei Temperaturen oberhalb der gewöhnlichen wird die Wirkung der Wärme stark beschleunigt. Zur Prüfung wurden zwei in Glasröhren eingeschmolzene, im selben Färbungsprocess gewonnene Proben im Wasserbade bei Lichtabschluss auf 90° bez. 18° C. gehalten und das heissere Salz nach dem Versuch noch im Finstern auf 18° C. abgekühlt. Der Versuch mit pulverförmigem Chlorkalium ergab nach einer Viertelstunde noch keinen erkennbaren Unterschied zwischen dem auf 90° erhitzten und dem kälteren Salz; nach $1\frac{1}{4}$ Stunde Erhitzung aber zeigte das erhitzt gewesene Salz entschieden blässere Färbung. Noch widerstandsfähiger gegen Erhitzung ist Chlor-natrium. — Ueberraschend war das Ergebniss bei pulverförmigem Bromkalium. Durch $7\frac{1}{2}$ Minuten Erhitzung auf 80 — 90° wurde das gesammte Salz schneeweiss. Die Erhitzung einer neuen Probe während $3\frac{1}{2}$ Minuten führte ebenfalls eine so starke Entfärbung herbei, dass das Salz für sich betrachtet als völlig weiss erschien; nur der Vergleich mit der länger erhitzten Probe zeigte das Vorhandensein einer ganz zarten Färbung.

Weiterer Untersuchung muss es vorbehalten bleiben festzustellen, ob hier directe Wärmewirkungen vorliegen, oder ob nur die durch die höhere Temperatur gesteigerte Beweglichkeit der Theilchen eine Rückkehr derselben aus einem von den Kathodenstrahlen hervorgerufenen, durch die Färbung charak-

terisirten Zwangszustande in den ursprünglichen stabileren Zustand erleichtert. —

Chlornatrium zeigt in seiner gelben Modification noch ein besonderes Verhalten gegen die Wärme. Die bisher erwähnten Farbenänderungen, welche die Salze durch Erhitzung erfahren, werden durch nachfolgende Abkühlung nicht wieder rückgängig gemacht, sondern die durch eine bestimmte Wärmezufuhr erzielte Farbe oder Farbenabschwächung bleibt, wenn das Salz rasch abgekühlt wird, bestehen. So sind alle durch Wärmezufuhr modificirten Färbungen von Bromkalium und Jodkalium durch Abkühlung nicht wieder herzustellen, auch die durch starke Erhitzung hervorgerufene blaue Farbe von Chlornatrium bleibt, wie aus dem Früheren hervorgeht, bei Abkühlung bestehen. Chlornatrium zeigt aber ausserdem noch eine Färbung, welche nur bestimmten Temperaturgraden angehört und mit ihnen wieder verschwindet.

Das gelbe Chlornatriumpulver nimmt schon im Wasserbade eine leichtrothliche Nuance an, beim Erhitzen in der Bunsenflamme kann es fast rein roth werden. Eintauchen in kaltes Wasser beseitigt das Roth schnell, neue Erhitzung erzeugt es wieder. Erhitzt man noch stärker, als dem Roth werden entspricht, so nimmt das Salz die blaue Farbe an. —

Theoretische Erörterungen der mitgetheilten Beobachtungen verschiebe ich bis zur Veröffentlichung einer Fortsetzung. Von den Hrn. E. Wiedemann und G. C. Schmidt¹⁾ sind die von mir gefundenen farbigen Modificationen der Salze für Subchloride, Subbromide etc. erklärt worden. In meiner ersten Mittheilung hatte ich selbst bei der Erörterung verschiedener naheliegender Erklärungsversuche bereits auch die Möglichkeit jener Erklärung behandelt. Meine dagegen geltend gemachten Argumente haben die Herren nicht erörtert; ich halte sie aufrecht und bemerke vorläufig, dass ich so wenig aus meinen eigenen neueren Versuchen, wie aus einer Nachprüfung der von Hrn. Wiedemann und Schmidt für ihre Meinung geltend gemachten Beobachtungen einen Anlass entnehmen kann, meine frühere Stellungnahme zu ändern.

1) E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. 54. 1895.

7. *Electrische Anomalie und chemische Constitution; von P. Drude.*

(Aus den Ber. der Kgl. sächs. Gesellsch. d. Wissensch., math.-phys. Klasse 1896, p. 481, mit Zusätzen mitgetheilt vom Verf.)

Für gewisse Flüssigkeiten habe ich, wie ich früher¹⁾ mittheilte, gefunden, dass sie für schnelle electrische Schwingungen anomale Absorption besitzen, d. h. eine viel grössere Absorption, als der electrischen Leitungsfähigkeit der Flüssigkeit für constante Ströme entsprechen würde. So ist z. B. das Absorptionsvermögen des Amylalkohols für electrische Schwingungen, deren Wellenlänge in Luft 75 cm beträgt, roh geschätzt eben so gross, als dasjenige einer wässrigen Kupfersulfatlösung von 20000 mal grösserer Leitfähigkeit. — Es hatte sich dabei herausgestellt, dass die Körper, welche anomale electrische Absorption zeigen, auch anomale Dispersion ihres electrischen Brechungsexponenten (worunter das Verhältniss der Wellenlänge der electrischen Schwingung in der Luft zu der Wellenlänge in dem betreffenden Körper verstanden wird) besitzen, d. h. der electrische Brechungsexponent variirt zum Theil sehr stark mit der Schwingungsdauer, und zwar in der Weise, dass er für schnellere Schwingungen kleiner ist, als für langsamere. Ich will dieses Verhalten kurz als *electrische Anomalie* bezeichnen, und die betreffenden Flüssigkeiten als electrisch anomal, im Gegensatz zu den electrisch normalen Flüssigkeiten, welches jenes auffällige Verhalten nicht besitzen.

Ich habe nun die Beantwortung der Frage in Angriff genommen:

Welche Flüssigkeiten sind electrisch anomal?

Zunächst bedarf die Frage noch einer präciseren Fassung. Es ist nämlich klar, dass für die verschiedenen Flüssigkeiten

1) Ber. d. Kgl. sächs. Gesellsch. d. Wissensch., math.-phys. Kl. 1895. p. 342. 348. — Abhandl. d. Kgl. sächs. Gesellsch. d. Wissensch., math.-phys. Kl. 23. p. 1. 1896. — Wied. Ann. 55. p. 652. Ann. 1. 1895. — 58. p. 1. 1896.

ihre electrische Anomalie in ganz verschiedenen Schwingungsperioden eintreten kann. Dieselben können eventuell so klein werden, dass die zugehörigen Schwingungen ebenso gut dem Gebiete der strahlenden Wärme, als dem der electrischen Schwingungen zugerechnet werden können. Thut man das letztere, so ist die Zahl der anomalen Substanzen sehr gross. Denn nach dem Standpunkte der electromagnetischen Lichttheorie ist eine Anomalie für Schwingungsperioden, die langsamer als die des sichtbaren Lichtes sind, bei allen denjenigen Substanzen zu erwarten, deren Dielectricitätsconstante (definiert durch das electrische Verhalten der Substanz bei langsam wechselnden electrischen Kräften) grösser als das Quadrat des optischen Brechungsindex ist. Man wird aber zweckmässig immer zwischen einer Absorption der strahlenden Wärme und einer Absorption von electrischen Wellen unterscheiden, nur ist die Scheidungsgrenze nicht genau zu ziehen, was aber deshalb irrelevant ist, weil vorläufig Schwingungen der betreffenden Uebergangsperioden experimentell nicht herstellbar sind.

Im Folgenden ist nun näher untersucht, *welche Flüssigkeiten schon für electrische Schwingungen, deren Wellenlänge (in Luft gemessen) gleich 75 cm ist, anomale Absorption besitzen.*

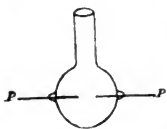
Wenn ich auch bisher keine vollständige Lösung selbst dieser specielleren Aufgabe zu geben vermag, da die Mannichfaltigkeit der untersuchungsfähigen chemischen Substanzen fast unendlich ist, so möchte ich doch schon ein allgemeineres Resultat im Folgenden mittheilen, da es für die chemische Forschung besonders werthvoll sein kann.

Als Untersuchungsmethode habe ich zunächst die in den eingangs citirten Arbeiten benutzte gewählt. Es wird dabei die Wellenlänge der Schwingung in der zu untersuchenden Flüssigkeit gemessen, in dem in ihr ein Metallbügel über den Paralleldrähten, welche die Träger der electrischen Schwingungen sind, verschoben wird. Es ergibt sich dann ein periodisches An- und Abswellen der electrischen Kraft auf oder zwischen den Drähten. Electrische Absorption wird dadurch erkannt, dass diese periodische Aenderung schnell an Amplitude verliert, wenn der Drahtbügel sich weiter vom Flüssigkeitsanfang entfernt. — Diese Methode erfordert ziem-

lich grosse Substanzmengen ($\frac{1}{4}$ Liter), indess konnte ich sie trotzdem bei vielen der hier erwähnten Flüssigkeiten dank des freundlichen Entgegenkommens der Firma Kahlbaum in Berlin anwenden, welche mir die Flüssigkeiten leihweise lieferte.

Da aber eine so grosse Substanzmenge bei manchen Flüssigkeiten kaum zu beschaffen ist, so habe ich noch eine andere Methode angewandt, die ich ausführlich in den Ber. d. Kgl. sächs. Gesellsch. d. Wissensch., math.-phys. Kl. 1896, Heft V unter dem Titel: „Ueber Messung der Dielectricitätskonstanten kleiner Substanzmengen mittelst electricischer Drahtwellen“ beschrieben habe. Ich will hier nur das Wesentliche der Methode kurz erwähnen hinsichtlich des Erkennens electricischer Absorption.

Die Erzeugung electricischer Drahtwellen von 75 cm Wellenlänge in zwei Paralleldrähten DD geschieht ebenso, wie ich es früher angegeben habe. Die Drähte DD haben etwa 2 cm



gegenseitigen Abstand. Sie sind in etwa 17 cm Abstand vom Wellenerreger an zwei 20 cm lange Messingröhrchen MM angelöthet, in denen sich posaunenartig zwei durch ein Ebonitstück starr verbundene $1\frac{1}{2}$ mm dicke, 21 cm lange Kupferdrähte

leicht verschieben lassen. Am Ende dieser Drähte ist auf sie ein Glaskölbchen von der in nebenstehender Figur gezeichneten natürlichen Grösse mit den eingeschmolzenen Platindrähten PP aufgesetzt. Dieses Glaskölbchen fasst $\frac{1}{4}$ cm³; es wird mit der zu untersuchenden Substanz gefüllt. Etwa 6 cm vom Wellenerreger entfernt (d. h. 11 cm vor den Messingröhrchen MM) liegt eine zur Erde abgeleitete Metallbrücke B über den Drähten DD , 17 cm hinter B ist eine auf electricische Wellen gut ansprechende, stark ausgepumpte Vacuumröhre Z über die Röhrchen MM gelegt.

Diese Röhre Z spricht nur gut an, wenn das Ende der verschieblichen Drähte, d. h. das Glaskölbchen, einen bestimmten Abstand von der Brücke B besitzt, bei welchem Resonanz¹⁾

1) Es ist dies die Resonanz der Octave. Weshalb diese, und nicht die des Unisono gewählt ist, habe ich in der citirten Arbeit angegeben. Ich werde bei anderer Gelegenheit auf diese Methode ausführlicher in dieser Zeitschrift zurückkommen.

des Drahtsystems vor *B* mit dem Drahtsystem hinter *B* stattfindet. — Aber selbst dann ist das Ansprechen der Röhre nur gut, wenn die das Glaskölbchen füllende Substanz keine Absorption für die electrischen Wellen besitzt. Dieselbe kann also einfach dadurch erkannt werden, dass selbst in der Resonanzstellung die Röhre *Z* schlechter anspricht, als wenn an geeigneter Stelle (36 cm hinter *B*) ein zweiter Metallbügel *B'* auf die Paralleldrähte aufgelegt wird.

Wie man hieraus ersieht, ist diese zweite Methode zur Erkennung electrischer Absorption sehr bequem und erfordert nur wenig Substanz. Es ist übrigens zu bemerken ¹⁾, dass die Wirkung der Absorption um so bedeutender ist, je näher die Entfernung des Glaskölbchens von der Brücke *B* in der Resonanzstellung $(\frac{1}{2} + \frac{1}{8})\lambda$ beträgt, wenn λ die Wellenlänge der Schwingung in Luft ist. Sollte in der Resonanzstellung das Kölbchen bei Füllung mit bestimmten Flüssigkeiten sehr nahe nur um $\frac{1}{3}\lambda$ oder um $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4})\lambda$ von *B* entfernt sein, so müsste man im ersteren Falle ein Glaskölchen mit weiter auseinander stehenden, im letzteren Falle mit näher zusammenstehenden Platindrähten verwenden; als sie in der Figur gezeichnet sind, wenigstens wenn electrische Absorption möglichst scharf erkannt werden soll.

Die electrische Anomalie ist besonders auffällig bei den Alkoholen hohen Moleculargewichtes. Die Complicirtheit des Molecülbaues bedingt aber die Anomalie noch nicht allein, denn Benzol und wohl überhaupt alle Kohlenwasserstoffe, sowohl die aromatischen als die der Methanreihe, sind electrisch normal.

Man könnte deshalb vermuthen, dass die Gegenwart von Sauerstoff wesentlich zum Zustandekommen der electrischen Anomalie ist. Dem aber steht entgegen, dass, wie ich schon früher angab, bei Aethyläther anomale electrische Dispersion nicht besteht, und normale electrische Absorption, wenn sie überhaupt besteht, jedenfalls sehr gering ist. Diese früher gemachte Angabe kann ich jetzt ergänzen. Sie war zweifelhaft, weil bei den benutzten Wellen infolge der Kürze des Ge-

1) Dies ergibt sowohl die Theorie der Methode (vgl. citirte Arbeit) als auch die Erfahrung.

fässes im Aethyläther nur ein Knoten beobachtet werden konnte. Mit einem kleineren Erreger ($\frac{1}{2}\lambda = 19\text{ cm}$) konnte ich jetzt nach der ersten Methode zwei Knoten beobachten. und die unverminderte Deutlichkeit auch des zweiten Knotens zeigt, dass Aethyläther keine electricische Absorption besitzt. — Ebenso ergiebt auch die Anwendung der zweiten Methode keine Absorption.

Nun wäre es ja denkbar, dass die Anomalie wenigstens bei den Aethern höheren Moleculargewichtes auftritt. Zu dem Zweck untersuchter *Amyläther* zeigte sich aber ebenfalls völlig absorptionsfrei, auch Dispersion ist jedenfalls nicht in beträchtlichem Grade vorhanden. (Das Quadrat seines electricischen Brechungsexponenten ergab sich bei 16° C. zu $n^2 = 3,1$).

Hiernach ist wahrscheinlich, dass die Aether überhaupt electricisch normal sind. *Dies zeigt, dass nicht nur der Werth des electricischen Brechungsexponenten, sondern auch das Auftreten der electricischen Anomalie eine hervorragend constitutive, d. h. von der chemischen Constitution abhängende Eigenschaft ist, da Alkohole und die mit ihnen isomeren Aether sich ganz verschieden verhalten.* — Damit steht die schon länger bekannte Thatsache im Einklang, dass auch der optische Brechungsexponent von der Constitution, nicht nur von der Anwesenheit bestimmter Atome beeinflusst wird.

Ebenso wie die Aether sind auch die Ketone und Aldehyde (für das genannte Schwingungsgebiet) electricisch normal. Von ersteren habe ich u. A. untersucht: *Aceton* ($n^2 = 21$) und *Diäthylketon* ($n^2 = 17$), von letzteren *Acetaldehyd* ($n^2 = 21$) und *Benzaldehyd* ($n^2 = 17$). Diese vier Substanzen waren absorptionsfrei. Zum Theil besitzen sie merkliche normale Dispersion¹⁾ (n^2 wird grösser mit abnehmender Wellenlänge λ).

Die drei Gruppen: Aether, Ketone, Aldehyde enthalten sämmtlich Sauerstoff, aber im Gegensatz zu den Alkoholen keinen mit Wasserstoff zur Hydroxylgruppe verbundenen Sauerstoff.

Dagegen tritt electricische Anomalie in der Reihe der Fettsäuren auf. Schon früher hatte ich sie an der *Essigsäure* nachgewiesen, anomale Absorption konnte ich jetzt, wenn auch zum

1) Die erhaltenen Zahlen werde ich demnächst im Zusammenhang mit den Resultaten für noch zahlreichere Körper veröffentlichen.

Theil nicht sehr stark, an der *Ameisensäure* ($n^2 = 60$ etwa), *Propionsäure* ($n^2 = 3,2$), *Buttersäure* ($n^2 = 2,7$) und an der *Isovaleriansäure* ($n^2 = 2,5$) wahrnehmen. — Da in diesen Körpern die Hydroxylgruppe OH vorhanden ist, so ist es sehr wahrscheinlich, dass die Hydroxylgruppe wesentlich zum Zustandekommen der electrischen Anomalie ist.

Dieser Schluss wird noch deutlicher dadurch bewiesen, dass der anomale Aethylalkohol bei Ersetzung seiner Hydroxylgruppe durch Jod oder Brom in electrisch normale Körper verwandelt wird: *Aethyljodid* ($n^2 = 7,4$) und *Aethylbromid* ($n^2 = 9,0$), sind völlig absorptionsfrei, — sowie dadurch, dass das electrisch normale Benzol durch Einführung der Hydroxylgruppe in das electrisch anomale *Phenol* ($n^2 = 9,7$) verwandelt wird, welches deutlich anomale Absorption besitzt.

In Uebereinstimmung mit dieser Auffassung von der Bedeutung der Hydroxylgruppe steht die früher ¹⁾ erwähnte That- sache, dass *Rohrzucker* im gelösten Zustande electrische Anomalie besitzt, sowie die jetzt gemachte Beobachtung, dass stark concentrirte *Gelatine*-Lösungen electrisch normal sind. Wenn man auch die chemische Constitution der Gelatine nicht genau kennt, so wird ihr doch die Anwesenheit der Hydroxylgruppe im Molecül nicht zugeschrieben.

Da bei manchen Substanzen die Anwesenheit der Hydroxylgruppe nicht leicht aus chemischen Gründen zu entscheiden ist, so hoffe ich, dass diese Methode auch für den Chemiker noch mehrfach von Nutzen sein kann. Ich möchte dies hier an nur einem ²⁾ Beispiele zeigen, auf dessen Untersuchung ich durch Hrn. W. Wislicenus in Würzburg hingewiesen worden bin.

Die Constitution des Acetessigesters ist längere Zeit hindurch umstritten gewesen, bis man in neuerer Zeit aus chemischen und physikalischen ³⁾ Gründen mehr dazu neigt, demselben keine OH-Gruppe beizulegen. Dem Acetessigester sehr

1) P. Drude, Ber. d. K. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch., math.-phys. Kl. p. 359. 1896; Wied. Ann. 59. p. 60. 1896.

2) Eine grössere Zahl solcher Beispiele werde ich in einer chemischen Zeitschrift anführen, da ihre Beschreibung ausserhalb des Rahmens dieser Zeitschrift fällt.

3) Auf Grund der Molecularrefraction und Molecularrotation.

ähnlicher Körper ist der Oxalessigester. Trotz der grossen Aehnlichkeit mit ersterem hat man Neigung, ihm eine nicht analoge Constitution zuzuschreiben, sondern eine die OH-Gruppe enthaltende. Dafür spricht nämlich: 1. dass der Oxalessigester stärker sauer ist als der Acetessigester, und sich chemisch deshalb graduell etwas anders verhält; 2. dass die Molecularrefraction eine doppelte Kohlenstoffbindung andeutet.

Untersucht man nun diese beiden Körper ¹⁾ nach der zweiten Methode, so tritt ihr Unterschied ganz evident zu Tage. Während bei Füllung des Glaskölbchens mit Acetessigester die Vacuumröhre *Z* sehr gut entspricht, thut sie es überhaupt nicht bei Füllung mit Oxalessigester. Im letzteren Falle muss man einen längeren (4 cm) gebogenen Bügel *B* anwenden, um ein schwaches Ansprechen der Röhre *Z* zu erzielen. Da die electricische Leitfähigkeit bei beiden Substanzen viel zu klein ist, als dass sie auf die Erscheinungen Einfluss haben könnte, so zeigt also der Oxalessigester starke anomale electricische Absorption, der Acetessigester nicht. ²⁾ Man würde also nach Analogie bei ersterem auf Anwesenheit einer OH-Gruppe schliessen, bei letzterem dagegen auf Abwesenheit. Dies stimmt mit den aus anderen Gründen gewonnenen Anschauungen sehr gut überein.

Bedenkt man, dass das Resultat nach dieser Methode bequem in 5 Minuten zu erhalten ist, ohne irgend eine wirkliche Messung vorzunehmen, so scheint mir hieraus ihr Nutzen hervorzugehen.

Von grosser Bedeutung ist es, dass *sich die Methode zur Erkennung der OH-Gruppe auch bei festen Körpern anwenden lässt*. Versuche mit Ameisensäure, Essigsäure, Phenol, welche ich im Kölbchen erstarren liess, haben gezeigt, dass sich bei ihnen ebenfalls electricische Absorption bemerklich macht, und zwar bei beiden ersteren sehr stark, bei letzterem allerdings schwach. Festes Benzol ist absorptionsfrei. Dass sich bei concentrirteren Lösungen in einem absorptionsfreiem

1) Acetessigester ist von Kahlbaum bezogen, Oxalessigester verdanke ich der Freundlichkeit des Hrn. W. Wislicenus, der ihn selbst dargestellt hat.

2) Die Dielectricitätsconstanten ergeben sich beiläufig bei 17° C. zu 5,8 (bei Oxalessigester) bez. 16 (bei Acetessigester).

Lösungsmittel die OH-Gruppe durch Absorption zu erkennen giebt, geht aus dem Verhalten der Rohrzuckerlösungen, sowie ätherischer Phenollösung hervor.

Die bisher genannten Substanzen habe ich (mit Ausnahme der beiden zuletzt genannten Ester) schon vor längerer Zeit und zwar nach beiden Methoden untersucht. Die zweite Methode (vgl. oben p. 502) habe ich jetzt auf eine grosse Anzahl complicirt zusammengesetzter Ester, Aldehyde, und andere Körper angewandt. Das Material verdanke ich dem bereitwilligsten Entgegenkommen der Herren Professoren W. Wislicenus in Würzburg, J. Wislicenus in Leipzig und Wallach in Göttingen. Die Resultate werde ich ausführlich an anderer Stelle mittheilen, nur möchte ich hier erwähnen, dass bei den nur aus C. H und O zusammengesetzten Körpern unzweifelhafter Constitution das Gesetz sich bisher stets bewährt hat, dass die OH-Gruppe und anomale electrische Absorption zusammen auftreten, dass dagegen bei fehlender OH-Gruppe, mit sehr wenig Ausnahmen, die Absorption entweder ganz, oder fast völlig verschwindend ist. Die einzige¹⁾ mir bisher bekannt gewordene Ausnahme bei der hier besprochenen Erscheinung ist Wasser, welches trotz OH-Gruppe keine anomale Absorption zeigt.

Vermuthlich wird es noch mehr Atomgruppen geben, die electrische Anomalie schon für verhältnissmässig langsame Schwingungszahlen hervorrufen. Vielleicht ist die Amidogruppe NH_2 eine solche, da, wie ich früher angab, Anilin electrisch anomal ist. Die Absorption des Anilins ist allerdings sehr klein. Ebenfalls scheint die CN-Gruppe geringe Absorption zu bedingen.

Zur Erklärung der electrischen Anomalie habe ich früher sehr langsame Eigenschwingungen der Molecüle herangezogen.

1) Früher (Wied. Ann. 58. p. 14. 1896) hatte ich angegeben, dass Methylalkohol keine electrische Absorption besäße. Ich habe mich jetzt davon überzeugt, sowohl durch Anwendung der ersten als der zweiten Methode, dass doch geringe anomale Absorption deutlich wahrzunehmen ist. Sie war mir damals entgangen, weil ich nicht einen geraden, möglichst kurzen Bügel *B* verwendet hatte, sondern einen gebogenen von 3 cm Länge (vgl. Abhandl. der k. sächs. Ges. der Wissensch., math.-phys. Klasse. 23. p. 40).

Diese Auffassung wird in gewisser Weise unterstützt durch den Umstand, dass bei den untersuchten Alkoholen die Anomalie mit wachsendem Moleculargewicht zunimmt. Dies ist aber kein allgemeines Gesetz, denn, wie ich jetzt gesehen habe, trifft dasselbe für die Fettsäuren nicht zu: Ameisensäure hat trotz des geringsten Moleculargewichtes die stärkste Absorption, auch Essigsäure absorbiert noch weit stärker als Propionsäure und Buttersäure. — Eine Erklärung der electrischen Anomalie durch sehr langsame Eigenschwingungen ist nun aber auch in der That auf Grund der herrschenden Dispersionstheorie nur dann nothwendig, wenn man eine sehr geringe Dämpfung der Eigenschwingungen voraussetzt. Thut man dies nicht, so folgt electrische Anomalie innerhalb eines grossen Schwingungsgebietes, deren Schwingungszahlen noch sehr viel (unendlich viel) kleiner als die der Eigenschwingungen sein können. Man kommt dadurch auf dieselbe Auffassung, die kürzlich in einer Arbeit von Millikan¹⁾ als ein Gedanke von Nernst ausgesprochen worden ist, nämlich die electrische Anomalie durch Anwesenheit kleiner Bestandtheile gewisser Leitfähigkeit in isolirender Umgebung zu erklären. Es würde dies also eine Beschaffenheit des Körpers sein, die Maxwell²⁾ zur mathematischen Darstellung der electrischen Rückstandserscheinungen herangezogen hat. Diejenigen electrischen Schwingungen müssen nach dieser Auffassung am stärksten absorbiert werden, deren Periode (der Grössenordnung nach) gleich der Dielectricitätsconstante der Theilchen, dividirt durch das Doppelte ihrer, nach absolutem electrostatischen Maasse gemessenen Leitfähigkeit ist.

Nach dieser Auffassung würde man aus der Wirksamkeit der OH-Gruppe für die electrische Anomalie nicht auf besonders langsame Eigenschwingungen schliessen, sondern auf ihre Befähigung, den Moleculen eine innere Leitfähigkeit (innere Reibung ihrer Valenzschwingungen) von gewissem mittleren nicht allzu grossem Werthe zu verleihen, vielleicht dadurch, dass die Gruppe OH selbst diese Eigenschaft besitzt.

1) R. Millikan, Wied. Ann. 60. p. 376. 1897.

2) Cl. Maxwell, Electr. u. Magnetism., deutsch von Weinstein. Berlin 1883. p. 471 u. ff. Art. 328—330.

Zum Schluss möchte ich das Resultat noch einmal zusammenfassen:

Die electrische Anomalie (für die genannten Schwingungen) ist durch das Auftreten gewisser Atomgruppen im Molecül bedingt. Als solche hat sich bisher mit Sicherheit die Hydroxylgruppe OH nachweisen lassen.

Die zweite beschriebene Methode kann als bequemes Hilfsmittel zur Constitutionsbestimmung mit herangezogen werden. Die Untersuchung von Acetessigester und Oxalessigester lieferte ein Resultat, welches mit dem aus anderen Gründen erhaltenen übereinstimmt. Auch in zahlreichen anderen Beispielen werden die Resultate dieser physikalischen Methode gut durch andere Gründe gestützt.

Die electrische Anomalie ist auch im festen Zustande vorhanden.

§8. Ueber sogenannte Interferenzflächen an der Kathode und die electrostatische Abstossung der Kathodenstrahlen; von E. Wiedemann und G. C. Schmidt.

Hr. Jaumann¹⁾ hat vor einiger Zeit eine sehr interessante und wichtige Theorie der Kathodenstrahlen aufgestellt, nach der dieselben longitudinales Licht²⁾ sein sollen. An die Ausführungen von Hr. Jaumann hat sich eine ausgedehnte Polemik zwischen ihm und Hr. Poincaré³⁾ angeschlossen, welch letzterer sich gegen einige theoretische Entwicklungen der ersteren gewandt hatte.

Als Ausgangspunkt für seine Theorie dienen Hr. Jaumann Beobachtungen über die von ihm als „Interferenzflächen der Kathodenstrahlen“ bezeichneten Lichterscheinungen, eine weitere Stütze für seine Anschauungen findet er in einer electrostatischen Wirkung auf die Kathodenstrahlen.

Aus zahlreichen älteren und neueren von uns ausgeführten Beobachtungen möchten wir zu der obigen Frage einiges mittheilen, das uns freilich, so weit wir sehen, die Jaumann'schen Erklärungen *nicht* zu stützen scheint.

1) Aus den Erscheinungen von Entladungsröhren im Felde eines Lecher'schen Endcondensators haben H. Ebert und E. Wiedemann, Wied. Ann. 50. p. 35. 1893 ebenfalls den Schluss gezogen, dass in den periodischen Ladungen und Umladungen der Gasmoleculé zwischen zwei Condensatorplatten eine Ursache zu longitudinal erfolgenden periodischen Zustandsänderungen gegeben ist: „Wie wir gezeigt haben, entsprechen die Kathodenerscheinungen relativ lang anhaltenden Bewegungen, wir haben also dem Auftreten der Kathodenerscheinungen ganz allgemein (dunkler Raum, Glimmlichtschicht) länger andauernde Longitudinalbewegungen zuzuschreiben.

2) Jaumann, Wied. Ann. 57. p. 147. 1896.

3) Poincaré und Jaumann, Compt. rend. 121. p. 792; 122. p. 74. 76. 517. 988. 990.

I. Ueber die sogenannten Interferenzflächen an der Kathode.

Um die Kathode lagern sich bekanntlich eine Reihe von Gebilden, die von Hrn. Goldstein als erste, zweite und dritte Kathodenschicht bezeichnet worden sind; die letzte nennt man auch negative Glimmlightschicht.

Bringt man in ein Entladungsrohr statt einer Kathode deren zwei, so umgiebt sich eine jede derselben mit einer Glimmlightschicht, stehen die Kathoden nicht zu weit voneinander ab, so schneiden sich die beiden Glimmlightschichten, und wo dies der Fall ist, erscheinen sie besonders hell.

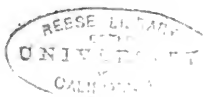
Ganz dasselbe ist der Fall bei einer einzigen Kathode, falls dieselbe concave, einspringende Theile besitzt oder etwa aus einer Röhre besteht, auch hier tritt ein Schneiden der um jeden einzelnen Theil sich bildenden dritten Kathodenschichten ein. Das Auftreten dieser besonders hellen Stellen ist schon früher bekannt gewesen, in neuerer Zeit von Hrn. Jaumann behandelt worden. Wir wollen die Gebilde, die bei dem Schneiden von dritten Kathodenschichten oder an einspringenden Stellen sich bilden, *Summationsgebilde* nennen; meist sind dieselben flächenförmig ausgebildet, in einzelnen Fällen reduciren sie sich auf Linien.

Durch die Bezeichnung Summationsgebilde soll zunächst nur der Thatsache Ausdruck gegeben werden, dass in ihnen eine Steigerung der Wirkung eintritt.

Hr. Jaumann hat diese Flächen als *Interferenzflächen* bezeichnet, und zwar als solche der Kathodenstrahlen; letztere erscheinen uns aber nicht zur Erklärung der Erscheinung in Anspruch genommen werden zu können, da lange ehe die Kathodenstrahlen eine merkliche Länge besitzen, die sogenannten Interferenzflächen sich ausbilden. Erst bei sehr viel niedrigerem Druck, wo die Summationsflächen ganz oder fast verschwunden sind, treten parallel denselben Kathodenstrahlen aus.¹⁾

Als Grund dafür, dass wir es mit wirklichen *Interferenzflächen* zu thun haben, führt Hr. Jaumann folgenden Versuch an: von der einen Kugel eines Funkenmikrometers *F*, dessen

1) Auf die Ursache dieser Thatsache kommen wir später zurück.



andere mit dem negativen Pol der Influenzmaschine verbunden (Fig. 1) ist, führen zwei gesonderte Drähte d_1 d_2 zu zwei einander gegenüberstehenden Platten k_1 und k_2 ; nur wenn die Längen d_1 und d_2 nahe gleich sind, soll zwischen k_1 und k_2 eine Interferenzfläche zu Stande kommen, schon bei einem Unterschied zwischen d_1 und d_2 von wenigen Decimetern soll dieselbe verschwinden. Hr. Jaumann berechnet daraus die Wellenlänge der Kathodenstrahlen zu ca. 1 m.

Wir haben zahlreiche Versuche angestellt, um das Resultat von Hrn. Jaumann zu bestätigen, aber stets ohne Erfolg.

Das Schema unserer Versuchsanordnung entspricht derjenigen von Hrn. Jaumann. Der Draht a ist mit dem + Pol der Maschine verbunden.

Als Kathoden k_1 und k_2 dienten Kugeln vom Radius 0,37 cm, kreisförmige Platten vom Radius 0,9 cm und rechteckige Platten 1,9:5,2 cm, mit den letzteren wurden bei einem gegenseitigen Abstand von 10 und 6 mm Versuche angestellt.

Als Electricitätsquelle diente sowohl eine ein- als eine zwanzigplattige Toepler'sche Influenzmaschine. Mit beiden ergaben sich dieselben Resultate.

1. Besonders gut lassen sich die Verhältnisse bei der Ausbildung der Summationsflächen bei zwei einander gegenüberstehenden Kugeln verfolgen.

Bei höheren Drucken tritt nur auf der einen Kugel Glimmlicht auf, beim Evacuiren bedecken sich bald beide mit demselben. Die dritte Schicht ist besonders auf den einander zugewendeten Seiten der Kugeln hell. Sobald sich die beiden dritten Schichten berühren, lange noch ehe die Kathodenstrahlen eine merkliche Länge erreicht haben, entsteht eine besonders helle Stelle, die bei weiterer Verdünnung immer grösser wird, aber nicht einen Vollkreis bildet, sondern einen hellen Kreisring, der da entsteht, wo die dritten Schichten der beiden Kugeln sich schneiden. Bei Einschalten von Funkenstrecken wird der Ring kleiner, da der Durchmesser der Glimmlichtschichten kleiner wird.

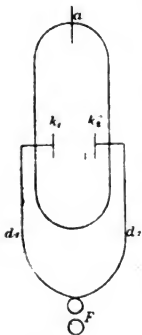


Fig. 1.

Befestigt man die die Kugeln k_1 und k_2 tragenden, am Ende gebogenen Drähte in Schliffen, so kann man die Kugeln k_1 und k_2 einander aus einem grössten Abstand nähern; bei passendem Druck tritt dann zunächst bei dem Durchdringen der dritten Kathodenschichten eine helle Scheibe auf, die sich bei weiterer Annäherung in einen hellen Ring verwandelt.

Stellt man ohne eingeschaltete Funkenstrecke neben den Kugeln einen mit Kreide bestrichenen Papierschirm auf, so zeigt er, selbst wenn die Summationsfläche ihn schneidet, kein rothes Lumineszenzlicht, sondern erst wenn wir durch Einschalten von Funkenstrecken die Energie der Kathodenstrahlen vergrössern. Aber nicht etwa blos da, wo die Summationsfläche den Schirm schneidet, ja nicht einmal dort überwiegend, sondern auch auf beiden Seiten der Schnitlinie erscheint rothes Licht. Es bildet sich eine an den Rändern besonders helle Deflexionsfläche. Ganz analoge Deflexionsflächen treten auch an den Wänden des Rohres auf. Ihre Gestalt ergibt sich aus den von E. Goldstein gegebenen Regeln für die Construction der Deflexionsflächen bei Drahtelectroden.

2. Als Kathoden wurden die rechtwinkligen Platten benutzt und zwar in Abständen von 10 und 6 mm voneinander. Zwischen beiden trat bei abnehmenden Drucken die Summationsfläche auf, die zunächst breit und dann immer schmaler wurde. Später zeigte sich auf der Wand des Rohres eine helle grüne Fläche, die von den von den Platten ausgehenden Kathodenstrahlen herrührte. Erst bei sehr niedrigem Drucke trat in ihr ein mittlerer, besonders *heller grüner Streifen* auf, der von den Kathodenstrahlen herrührte, die in der Mittelebene zwischen beiden Platten austraten, lange nachdem die Summationsfläche verschwunden war.

3. Analoges zeigte sich auch bei Anwendung von kreisrunden Platten.

Bei den Versuchen mit Kugeln, mit den kreisrunden und den rechteckigen Platten blieb aber die Interferenzfläche gleich scharf, mochten die Drähte d_1 und d_2 gleich lang sein oder um mehrere Meter voneinander abweichen. Bei den Kugeln behielt die violett gefärbte Summationsfläche und bei niedrigeren Drucken die Deflexionsfläche bei Verlängerung des einen Zweiges um 2, 5 und 20 m ihre Lage unveränderlich bei, wenn

auch die letztere im letzten Fall bei sehr niedrigem Druck etwas verwaschen und unscharf erschien.

Bei den Versuchen mit rechteckigen Platten bleibt die *Summationsfläche*, auch wenn d_1 und d_2 sich bis zu 20 m unterscheiden, vollkommen scharf. Der helle grüne Streifen in der Mitte wurde bei einem Unterschied zwischen d_1 und d_2 von 20 m undeutlich, bei $d_1 - d_2 = 10$ m war er aber absolut scharf. Dabei war es gleichgültig, ob die Zuleitungsdrähte blank oder mit Kautschuk überzogen waren, nur mussten sie isolirt sein.

Bei den Platten wurde die Summationsfläche selbst dann noch *deutlich* in der Mitte zwischen beiden Platten, von jeder getrennt durch einen dunklen Raum, erhalten, wenn die beiden Platten die Enden eines überbrückten Lecher'schen Drahtsystems bildeten; in diesem Fall entsprechen die Bewegungen an den beiden Platten entgegengesetzten Phasen.

Ein Hinüberdrängen der Summationsfläche nach der einen Kathode bei verschieden langer Zuleitung, wie sie Hr. Jaumann fand, wurde von uns nur dann beobachtet, wenn die Verbindung mit einer der Kathoden nicht ganz gut war.

Die Ursache für die abweichenden Resultate von Hrn. Jaumann liegt vielleicht darin, dass bei seiner Versuchsanordnung aus irgend einem Grunde (Beziehung zwischen der Capacität des Funkenmikrometers und der Platten im Entladungsrohr und der Länge des Drahtes etc.) bei Einschaltung von Funkenstrecken die eine Platte eine grössere Energiemenge erhielt als die andere; dass dann die beiden Kathoden nicht mehr gleichwerthig in ihrem Verhalten sind, folgt unter anderem aus den Versuchen von Hrn. E. Goldstein über die Mikro- und Makroflächen. Vielleicht spielen auch Seitenentladungen eine Rolle.

Aus dem Obigen scheint hervorzugehen, dass die Summationsflächen nicht Interferenzflächen im gewöhnlichen Sinne des Wortes sind, dass sich daher auch aus ihrem Verhalten kein Schluss auf die Wellenlänge der Kathodenstrahlen ziehen lässt.

Scheinbare electrostatische Ablenkung der Kathodenstrahlen.

Im Anschluss an seine Theorie hat, wie erwähnt, Hr. Jaumann gefolgert, dass den Kathodenstrahlen genäherte,

electricisch geladene Körper dieselben ablenken. Eine Reihe von Versuchen schien ihm diesen Schluss zu bestätigen.

Ablenkungen von Kathodenstrahlen durch geladene und nicht geladene genäherte Leiter sind mannichfach beobachtet worden. Einige eigenartige Fälle sollen später besprochen werden. Uns schien aber, als ob hierbei stets die Ablenkung der Kathodenstrahlen nicht das Primäre sei, sondern eine Veränderung des Feldes eintrete; diese bedingt entweder eine veränderte Lage der Eintrittsstelle des Stromes in die Kathode und damit eine Veränderung der Ansatzstelle der Kathodenstrahlen, oder aber die Ausbildung von secundären Kathoden, die deflectorisch auf die bereits vorhandenen Kathodenstrahlen wirken.

Bei der principiellen Wichtigkeit der Versuchsergebnisse von Hrn. Jaumann schien es uns nicht ohne Interesse zu

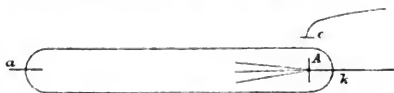


Fig. 2.

prüfen, ob nicht auch bei seinen Versuchen ähnliche Umstände eine Rolle spielen.

Dabei hat sich ergeben:

1. Die Kathodenstrahlen selbst werden in den von Hrn. Jaumann behandelten Fällen nicht abgelenkt, sondern ihre Ansatzstelle wird verschoben.

2. Die Ursache liegt nicht in einer electrostatischen Wirkung auf die Kathodenstrahlen, sondern in einer Veränderung des Feldes.

Versuchsanordnung 1. Ein cylindrisches Entladungsröhr Fig. 2 (36 cm lang, 2,3 cm weit) hat eine kreisrunde Kathode *k* und einen Draht *a* als Anode. In der Nähe von *k* wird eine kreisrunde Metallplatte *c* isolirt so aufgestellt, dass sie entweder die Röhre berührt oder ein wenig von ihr absteht. Folgende Versuche wurden angestellt.

1. *c* wird zur Erde abgeleitet. Die *Ansatzstelle A* der Kathodenstrahlen wird abgestossen, kehrt aber alsbald wieder in ihre Lage zurück. Beim Aufheben der Ableitung erfolgt oft eine kleine Anziehung.

2. c wird dauernd mit der Erde verbunden. a wird abwechselnd mit dem Finger berührt und losgelassen; die Verschiebungen der Ansatzstellen und des Kathodenstrahlenbündels werden viel grösser.

3. c wird $+$ geladen, Ansatzstelle und Kathodenstrahlen wurden von c abgestossen, beim Entladen nach c hingezogen.

4. c wird $-$ geladen, Ansatzstelle und Kathodenstrahlen wurden nach c hingezogen, beim Entladen abgestossen.

Die Bewegungen beim Entladen von c bei 3. und 4. kann bei derselben ursprünglichen Ladung mehrfach wiederholt werden.

Diese ganzen Versuche, besonders derjenige unter 2. beweisen, dass die beobachteten Bewegungen auf Ladungs- und Entladungsvorgängen beruhen, während deren das Feld um die Kathode sich ändert.

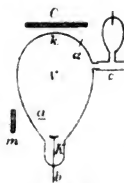


Fig. 3.

Versuchsanordnung 2. Bei weiteren Versuchen haben wir eine der Jaumann'schen Anordnung ganz ähnliche benutzt.

Mittels eines Schließes war in die birnförmige Vacuumröhre V (Fig. 3) eine Hohlkathode K eingesetzt. Durch c stand V mit der Pumpe in Verbindung, ein in einen seitlichen Ansatz eingeschmolzener Draht a

konnte als Anode beim directen Stromdurchgang dienen.

Bei directem Stromdurchgang trat ein grüner Fleck k auf, der der Mitte von K gegenüberlag.

Verbindet man K mit dem $-$ Pol einer Funkenstrecke, deren anderer Pol $+$ isolirt oder zur Erde abgeleitet ist, so tritt der auch von Hrn. Jaumann erwähnte helle grüne Ring um k auf. In diesem Fall sind kräftige Oscillationen in dem Entladungsrohr vorhanden.

Der Ring rührt von den vom Rand von K ausgehenden, bei electrischen Schwingungen dort sehr intensiv auftretenden Strahlen her, die wie die Kathodenstrahlen nahezu senkrecht zur Kathodenoberfläche stehen. Dass dies der Fall ist, lässt sich leicht nachweisen, wenn man bei a einen Glimmerschirm einsetzt. Im grünen Ring erscheint dann bei a , d. h. auf der entgegengesetzten Seite, eine dunkle Stelle.

Die Erscheinungen sind besonders deutlich zu beobachten, wenn man eine ausserhalb des Rohres befindliche Platte C

zur Anode macht und neben die Röhre (in der Figur unten) ein isolirtes Metallblech m aufstellt, das man entweder durch Verbindung mit b negativ oder durch Verbindung mit C positiv ladet. Beim Annähern und Entfernen von m treten dann die Bewegungen sehr deutlich auf, die in diesem Fall, da immer neue Ladungen auftreten, dauernde sind.

Wurde m mit b verbunden, also negativ geladen, so ging die Ansatzstelle der von der Mitte von k ausgehenden Kathodenstrahlen zu m hin, der Fleck von m fort. Es wird die Ansatzstelle der Kathodenstrahlen gleichsam *angezogen*, der Fleck m *abgestossen*.

Wurde m mit a , d. h. mit der Anode verbunden, so ging die Ansatzstelle von m fort, der Fleck k zu m hin. Es wird die Ansatzstelle gleichsam *abgestossen*, der Fleck *angezogen*.

Dass Fleck und Ansatzstelle sich entgegengesetzt bewegen, folgt ohne weiteres aus der Thatsache, dass die Kathodenstrahlen auch nach der Verschiebung der Ansatzstelle senkrecht zur Kathode bleiben und der Mittelpunkt der Kathode innerhalb der Kugel liegt.

Ganz dieselben Erscheinungen erhielten wir bei passender Modification der Funkenstrecke auch bei Annäherung geladener Isolatoren und + und – geladener Leydener Flaschen. Immer verschob sich die Ansatzstelle.

Dass der centrale Fleck k , wie Hr. Jaumann beobachtet hat, nicht wesentlich über die Ringfigur hinausgedrängt werden kann, erklärt sich daraus, dass die Ansatzstelle höchstens bis an den Rand der Kathode wandert und dann das ursprünglich von der Mitte ausgehende Strahlenbündel mit den vom Rande ausgehenden nahezu zusammenfällt.

Die Aenderungen in der Lage der Ringfigur sollen im Zusammenhang mit entsprechenden auch sonst auftretenden Gebilden später behandelt werden.

Bei sehr schwachen Erregungen kann durch angenäherte Leiter die ganze Erscheinung an der Kathode durch Annähern des Fingers über dieselbe fortgedrängt und dadurch zum Erlöschen gebracht werden.¹⁾

1) Ganz analoge Bewegungen der *Ansatzstellen* von Kathodenstrahlen finden auch bei magnetischen Einwirkungen statt, sowie wenn man im Innern des Rohres gegen die Kathode hin Isolatoren oder Leiter schiebt.

Angenäherte geladene und nicht geladene Leiter bewirken sehr häufig scheinbare Anziehungen und Abstossungen von Kathodenstrahlen, wenn dieselben nicht von einem Metall, sondern einem Dielectricum ausgehen. Dies ist z. B. der Fall, wenn man durch Ableitung der Wand des Entladungsrohres eine secundäre Kathode erzeugt, oder wenn man der Wand die Enden eines Lecher'schen Drahtsystems nähert, oder endlich wenn man die Kathode bis auf einen kleinen Theil mit Glas bedeckt und bei Einschalten von Funkenstrecken von letzteren die Kathodenstrahlen ausgehen. Auch hier sind Veränderungen im Felde, Verschiebungen der sogenannten positiven Lichtsäule die Ursache für die auftretenden Bewegungen.

Aus dem eben Mitgetheilten scheint uns zu folgen, dass die beobachtete electrostatischen Ablenkung von Kathodenstrahlen nicht eine primäre, sondern eine secundäre, durch Veränderungen im Felde bedingte Erscheinung ist.

9. Ein electromagnetischer Rotationsapparat; von Walter König.

Hr. H. Ebert hat auf p. 160 seines vor kurzem erschienenen Buches: „Magnetische Kraftfelder“ unter meinem Namen ein Verfahren beschrieben, fortdauernde Drehungen von Magnetpolen um einen stromdurchflossenen Leiter hervorzubringen. Bei diesem Verfahren wird die Wirkung des Stromleiters auf den einen Pol des Magneten dadurch aufgehoben, dass als Stromleiter eine Röhre genommen und der eine Pol des U-förmig gebogenen Magneten in diese Röhre hineingeführt wird. Nach diesem Princip habe ich allerdings einen Apparat construiert und auf der Lübecker Naturforscherversammlung vorgezeigt; aber ich möchte richtig stellen, dass das genannte Princip nicht von mir, sondern von Hrn. Dr. L. Fleischmann herrührt, der dasselbe in einer kurzen Mittheilung in der Zeitschrift für den physik. und chem. Unterricht¹⁾ erläutert hat, nachdem er sich durch einige, im Institut des physikalischen Vereins angestellte Versuche von der Ausführbarkeit der Idee überzeugt hatte. Der von mir nach diesem Princip später construierte Rotationsapparat ist bisher nur ganz kurz in den Verhandlungen der Lübecker Naturforscherversammlung²⁾ besprochen worden. Die ausführliche Beschreibung möge hiermit nachgeholt werden.

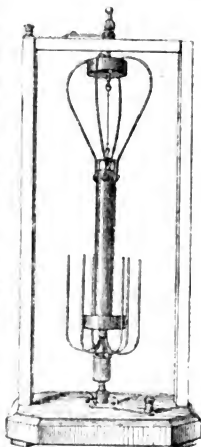


Fig. 1.

Fig. 1 stellt den Apparat dar. Ein Fussbrett trägt einen hölzernen Galgen von 50 cm Höhe und 20 cm Weite. Durch die

1) L. Fleischmann, Zeitschr. f. physik. u. chem. Unterricht 8. p. 361—363. 1895.

2) Verhandl. d. Gesellsch. d. Naturf. u. Aerzte, 67. Vers. zu Lübeck 2. p. 54. 1895.

Mitte des Querbalkens geht ein Messingstift von 10 cm Länge, der an seinem unteren Ende einen Haken und unmittelbar darüber einen hölzernen Napf zur Aufnahme von Quecksilber trägt. An dem Haken hängt an einem 10 cm langen Seidenfaden ein Aluminiumrohr von 20 cm Länge. Von seinen oberen Enden gehen vier aus Messingdraht gebogene federnde Bügel nach oben und tauchen mit ihren Spitzen in das Quecksilber des Holznapfes. Als Aufhängevorrichtung trägt dieses Rohr an seinem oberen Ende einen kurzen Messingbügel. An dessen unterer Seite ist ein zweiter Aufhängehaken

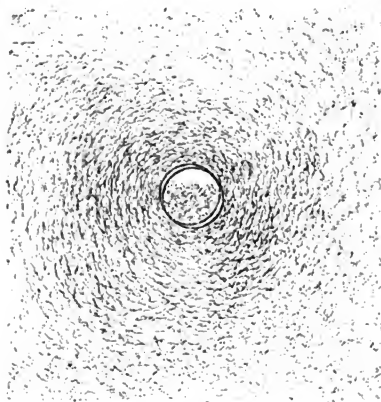


Fig. 2.

befestigt und an diesem ist innerhalb des drehbaren Rohres ein zweites drehbares System, das der Magnete, an einem Seidenfaden aufgehängt. Zur Verstärkung der Wirkung sind sechs gleiche Magnete an der Drehungsaxe dieses zweiten Systemes in gleicher Weise befestigt. Sie bestehen aus 30 cm langen, dünnen, runden Stahlstäben, die auf 5 cm

Abstand ihrer Schenkel U-förmig zusammengebogen sind. Diese Stäbe sind möglichst kräftig magnetisirt. Alle Schenkel der einen Art sind darauf mit einem dicken Kupferdraht als Axe zu einem Bündel zusammengebunden, das an einer Oese des Kupferdrahtes im Innern des Aluminiumrohres aufgehängt ist. Der Kupferdraht geht durch das Bündel nach unten hindurch und taucht in den auf dem Fussbrett befindlichen eisernen Quecksilbernaf. Auf das Magnetbündel ist ausserdem ein runder hölzerner Napf aufgeschoben und in solcher Lage festgekittet, dass, wenn das Bündel richtig in der Röhre hängt, der untere Rand des Alu-

miniumrohres in das Quecksilber dieses Napfes eintaucht. Da aber durch das Aluminium das Quecksilber schnell verunreinigt wird, empfiehlt es sich, das Rohr etwas über dem Quecksilber endigen zu lassen und einen Ring aus dünnem Stahl- oder Eisenblech zur leitenden Verbindung mit dem Quecksilber in das Rohr einzuschieben. Leitet man den Strom (10—20 Amp.) der oben an dem Querbalken befindlichen Klemme zu, so tritt er durch den Messingstift in den oberen Quecksilbernaf, aus diesem durch die Drahtbügel in das Aluminiumrohr, an dessen unterem Ende durch den mittleren Quecksilbernaf in das Magnetbündel und durch dessen kupferne Axe in den unteren Quecksilbernaf, aus dem er abgeleitet wird. Bei dieser Art des Stromlaufes sind die im Innern des Rohres befindlichen Magnetpole der Einwirkung des Stromes entzogen, die ausserhalb des Rohres befindlichen unterliegen ihr. Hält man daher die Röhre fest, so rotirt das Magnetsystem. Aber auch

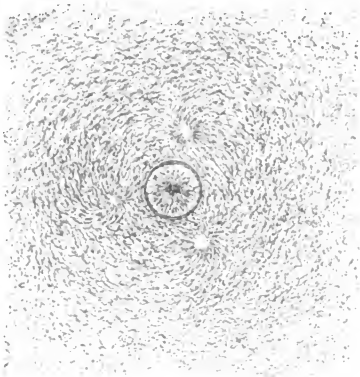


Fig. 3.

die Röhre ist drehbar. Hält man daher das Magnetsystem fest, so rotirt die Röhre in entgegengesetztem Sinne. Lässt man beide gleichzeitig frei, so rotiren sie gleichzeitig in entgegengesetzten Richtungen. Verbindet man dagegen beide Systeme fest miteinander, etwa durch einen federnden Drahtbügel, den man so auf den mittleren Quecksilbernaf legt, dass er das Aluminiumrohr festklemmt, so tritt keine Rotation mehr ein, womit sich zugleich die Gleichheit der beiden entgegengesetzten Drehungsmomente beweisen lässt.

Um von einem Felde der hier benutzten Art ein Kraft-

linienbild herzustellen, wurden zwei längere, 1,5 cm weite Messingrohre benutzt, die mit ihren Enden gut passend übereinander geschoben werden konnten. Das eine wurde in einem Stativ vertical festgeklemmt. An seinem oberen Ende trug ein äusserer Kork eine weisse Cartontafel mit kreisförmigem Loch, durch das das Rohrende gerade hindurchging; in gleicher Höhe lag im Innern des Rohres auf einem Kork eine runde Cartonscheibe. Nachdem beide mit Eisenpulver bestreut waren, wurde das zweite Rohr aufgeschoben und ein Strom von 55 Amp. durch das Ganze geschickt. Nach leisem Klopfen und nach Entfernung des oberen Rohres erhielt man das in Fig. 2 nach einer photographischen Aufnahme wiedergegebene Kraftlinienbild, die bekannten concentrischen Kreise im Aussenfelde, während im Innern des Rohres das Eisenpulver keine Gruppierung erkennen lässt. Nun wurden in den äusseren Kork drei magnetisirte Stricknadeln mit gleichen Polen nach oben vertical hineingesteckt, ebenso in den inneren Kork eine mit entgegengesetztem Pol nach oben, sodass die Enden der Nadeln die Cartonflächen von unten berührten. Wiederholte man nun den Versuch mit dem Strom, so bekam man das in Fig. 3 dargestellte Kraftlinienbild, das die auf die Pole und das Rohr ausgeübten Wirkungen direct erkennen lässt.

Der Apparat ist vom Mechaniker des physikalischen Vereins, Hrn. G. Schaub, gebaut worden und kann für 25 Mk. von ihm bezogen werden.

Frankfurt a. M., Inst. d. physik. Vereins, Nov. 1896.

10. *Der Gefrierpunkt verdünnter wässeriger Lösungen III; von E. H. Loomis.*

(Hierzu Taf. IV Fig. 1–3.)

Nachstehende Untersuchungen wurden während des Winters 1895—96 im physikalischen Laboratorium der Universität Princeton ausgeführt. Die allgemeinen Bedingungen, unter denen sie gemacht wurden, waren dieselben wie in der vorhergehenden Periode (Winter 1894—95), nur machte die niedrigere und gleichmässige Temperatur, die fast durchweg im letzten Winter herrschte, es leichter, die Zimmertemperatur auf etwa 3° C. zu erhalten. Thatsächlich variierte die letztere selten mehr als $0,5^{\circ}$ C. an einem Tage.

Diese Gleichmässigkeit der Temperatur hat den Versuchsfehler auf die Hälfte seines früheren Werthes reducirt, wie sich aus der Thatsache ergibt, dass die durchschnittliche Variation in einer Reihe von fünf ganz verschiedenen und unabhängigen Beobachtungen des Gefrierpunktes einer gegebenen Lösung jetzt $0,0005^{\circ}$ C. beträgt, während sie früher etwa $0,001^{\circ}$ C. war. Dasselbe ergibt sich ferner aus der Thatsache, dass die verschiedenen Bestimmungen des Gefrierpunktes von Wasser geringere Unregelmässigkeiten zeigen als früher (vgl. Fig. 3).

Dieser Reduction des Beobachtungsfehlers verdanken wir die grössere Regelmässigkeit der Curven für die Molecular-Depressionen in der Region äusserer Verdünnung, wenn man sie mit den früheren Resultaten vergleicht, und ich glaube, es kann kein Zweifel darüber herrschen, dass diese Reduction allein der grösseren Constanz der Temperatur des Quecksilberfadens in dem herausragenden Theil des Thermometers zuzuschreiben ist. Ich halte es jetzt für wahrscheinlicher, dass ein letzter Genauigkeitsgrad nur bei absoluter Constanz der Zimmertemperatur, bei 0° C., zu erwarten ist. An solchen Tagen, an denen diese Bedingung nahezu erreicht wurde, fand ich, dass alle Manipulationen viel leichter gemacht werden konnten, und dass die verschiedenen Messungen sich mehr der vollkommenen Uebereinstimmung näherten.

Tabelle I.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Substanz	Chemische Formel	<i>m</i>	Gramm pro d. Lösung bei 18° C.	Spec. Gewicht d. Wasser bei 4° C. = 1	Electr. Leitungsvermögen ²⁾ K. 10 ⁹ bei 18° C.	Specificsches Gewicht ^{18°} <i>m</i> <i>S</i> 4°	Material	Ausgangslösung hergestellt
Lithiumchlorid	LiCl	0,9917	42,13	1,0226	589	0,1983 1,0034	Präparirt i. Lab.	Kohlrausch's Tb.
Calciumchlorid	CaCl ₂	0,5021	55,68	1,0438	635	0,2008 1,0170	" "	" "
Strontiumchlorid	SrCl ₂	0,4986	78,98	1,0672	633	0,1994 1,0264	" Trommsdorff	" "
Zinnchlorid	SnCl ₄	0,25	61,98	1,0486 (15°)	1950	0,20 1,0384	Eimer & Amend	Gerlach's Tab. ³⁾
Salpetersäure	HNO ₃	1,0000	63,04	1,0324	2785	0,20 1,0054	Präparirt i. Lab.	Titrit
Kaliumhydrat	KOH	1,0000	56,14	1,0481	1700	0,20 1,0091	" "	" "
Natriumhydrat	NaOH	1,0000	40,06	1,0418	1452	0,20 1,0079	" "	" "
Kaliumdihydrophosphat	KH ₂ PO ₄	0,338	45,38	1,0299	198	0,20 1,0175	Eimer & Amend	Direct abgewog.
Natriumphosphat	Na ₂ HPO ₄	0,2000	28,42	1,0260	—	0,20 1,0260	Merck & Co.	" "
	Na ₂ PO ₄ (?)	0,33(?)	54,73	1,0345	282	0,20 1,0207	" "	" "
Faßigsäure	C ₂ H ₃ O ₂	1,0000	60,01	1,0078	—	—	Präparirt i. Lab.	" Titrit
Oxalsäure	(COOH) ₂	0,5000	45,00	1,0199	551	0,20 1,0073	Merck & Co.	Direct abgewog.
Brenzsteinsäure	C ₄ H ₂ O ₄	0,4975	58,71	1,0167	17	0,1990 1,0060	Eimer & Amend	" "
Reichweinsäure	C ₆ H ₈ O ₆	0,9970	149,57	1,0653	87	0,1994 1,0122	Marquart	" "
Citronensäure	C ₆ H ₈ O ₇	0,9983	209,67	1,0777 (15°)	64	0,1997 1,0145	Merck & Co.	" "
Natriumsilicat	Na ₂ SiO ₃	0,523	64,08	1,0636	—	0,21 1,0255	Trommsdorff	Kohlr. Tab. ⁴⁾

1) Die Temperatur der Lösung ist 18°, wenn nicht besonders angegeben. — 2) Bezogen auf Quecksilber bei 0° C.
 3) Gerlach, Hoffmann's Tabellen, p. 130. Berlin 1877. — 4) Kohlrausch, Zeitsch. f. phys. Chem. 12. p. 778.

Es erwies sich als unnöthig, am Apparat und bei der Methode der Messung irgend welche Aenderung eintreten zu lassen, und somit können die hier vorliegenden Resultate einfach als eine Fortsetzung derjenigen vom vorigen Winter (1894—95) angesehen werden.

Die diesmaligen Beobachtungsreihen enthalten die Verbindungen, die in Columne 1 und 2 der Tabelle I genannt sind. In Columne 3 bezeichnet m die Concentration der Lösung in Grammmoleculen pro Liter.

Um Verwirrung zu vermeiden, ist in Columne 4 die Zahl der Gramme der wasserfreien Verbindung pro Liter der Lösung angegeben. In Columne 7 steht unter S ($18^{\circ}/4^{\circ}$) das specifische Gewicht der Lösung, deren Concentration unmittelbar davor in dieser Columne steht. Ferner gibt die Tabelle den Namen des Fabrikanten der gebrauchten Chemikalien, sowie den besonderen Process, nach dem die Originallösung hergestellt wurde.

Die Chloride.

Herstellung der Lösungen.

Lithiumchlorid wurde dargestellt, indem Lithiumcarbonat, das in besonderer Reinheit von Merck & Co. erhalten war, mit verdünnter HCl behandelt wurde. Die Lösung wurde dann sorgfältig neutralisirt, und auf Austreibung aller CO_2 geachtet. Das specifische Gewicht der Lösung wurde darauf mit einer Mohr'schen Waage bestimmt und die Lösung dann mit Hülfe von Kohlrausch's Tabellen¹⁾ des specifischen Gewichtes zu annähernder Normalstärke verdünnt.

Hierauf wurde das specifische Gewicht dieser annähernden Lösung genau bestimmt, wie in den früheren Arbeiten angegeben. Dieser Werth steht in Tab. I, 5. Die Gramm-Molecularstärke liess sich dann leicht berechnen, indem man diesen Werth mit dem von Kohlrausch für eine normale LiCl-Lösung²⁾ gegebenen verglich. Diese Gramm-Molecularstärke der Originallösung ist unter m in Tab. I, 3 gegeben. Die verdünnteren Lösungen, deren Gefrierpunkte gemessen werden sollten, wurden durchweg mittels äusserst sorgfältig

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 6. p. 38. 1879.

2) F. Kohlrausch, Leitfaden d. Physik, p. 404. Leipzig 1892.

markirter Flaschen und Pipetten bereitet. Es muss wohl erwähnt werden, dass diese letzteren für absolutes Volumen in „trockenem“ Zustand markirt wurden: sorgfältiges Ausspülen garantirt die völlige Abgabe des Inhaltes in die Messflaschen.

Calciumchlorid. — CaCO_3 im Ueberschuss, in Gestalt von durchsichtigen Krystallen von Kalkspath wurde mit verdünnter HCl behandelt, bis das Aufbrausen aufhörte. Das Ganze wurde dann gekocht, um CO_2 auszutreiben, und die filtrirte Lösung sorgfältig durch Zufügen einer geringen Menge von HCl neutralisirt. Dann wurde bis zu annähernder Normalstärke verdünnt und schliesslich die genaue Gramm-Molecularstärke wie bei LiCl berechnet.

Strontiumchlorid. — Eine Quantität schön krystallisirten Strontiumchlorids war zufällig im Laboratorium vorhanden (Trommsdorff), und dieses wurde, ohne es umzukrystallisiren, gebraucht. Die Gramm-Molecularstärke wurde wie in den vorigen Fällen bestimmt. In Tabelle I, 6 bemerkt man, dass das Leitungsvermögen dieser Lösung nicht unerheblich von dem von F. Kohlrausch¹⁾ gegebenen abweicht. Ohne Zweifel ist dies darauf zurückzuführen, dass ich das Salz nicht umkrystallisirte. Indess ist dieser Fehler zu gering, um die Messungen der Gefrierpunkte zu beeinflussen.

Zinnchlorid. — Das Salz wurde von Eimer & Amend erhalten und nicht umkrystallisirt. Die Normallösung wurde mit Hilfe von Gerlach's Tabellen des specifischen Gewichtes²⁾ bereitet. (Die Temperaturen dieser besonderen Tabellen sind $15^\circ/15^\circ$.)

Die in den früheren Arbeiten studirten Chloride sind: NaCl , KCl , NH_4Cl , BaCl_2 , MgCl_2 und HCl .

Die Untersuchungen an den vier ersten erstrecken sich jetzt bis zu Lösungen von grösserer Concentration, nämlich:

$$\begin{array}{ll} \text{NaCl}, m = 0,70 & \text{NH}_4\text{Cl}, m = 0,70 \\ \text{KCl}, m = 0,70 & \text{BaCl}_2, m = 0,50. \end{array}$$

Die nachstehenden Tabellen (Tab. II) zeigen die Resultate für die Chloride. Columnne 1 enthält den Werth von m für die einzelnen Verdünnungen. Die beobachteten Depressionen des

1) F. Kohlrausch, Leitfaden p. 404.

2) Gerlach, Hoffmann's Tabellen p. 130. Berlin 1877.

Gefrierpunktes finden sich in Columnne 2, die Molecular-Depressionen in Columnne 3.

Tabelle II.

Eingeklammerte Werthe durch Interpolation.

Lithiumchlorid.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Gr.-Mol. per Liter d. Lösung (<i>m</i>)	Gefrier- punkts- erniedri- gung Δ	Molec.-Er- niedrigung d. Gefrier- punktes $\frac{\Delta}{m}$	Theoreti- scher Werth von Δ	Theoreti- scher Werth von $\frac{\Delta}{m}$	Differenz Δ th. - Δ gef.	Diffe- renzen in Proc. von Δ gef.
0,0099	0,0363°	3,67	0,0358°	3,61	-0,0005°	-1,4
0,0198	0,0710	3,59	(0,0706)	(3,565)	0,0004	0,6
0,0496	0,1770	3,57	(0,1730)	(3,487)	0,004	2,3
0,0992	0,3520	3,55	0,3388	3,415	0,013	3,8
0,1983	0,7018	3,54	(0,6626)	(3,34)	0,039	5,6
0,4959	1,809	3,65	1,581	3,19	0,228	12,5

Calciumchlorid.

0,0100	0,0513	5,12	(0,0510)	(5,10)	-0,0003	-0,5
0,0201	0,1013	5,04	(0,1000)	(5,00)	0,0013	1,3
0,0502	0,2437	4,85	0,238	4,74	0,006	2,5
0,1004	0,4823	4,80	(0,460)	(4,58)	0,022	4,5
0,2008	0,9718	4,84	(0,882)	(4,39)	0,090	9,3
0,5021	2,605	5,19	2,048	4,08	0,555	21,3

Strontiumchlorid

0,0100	0,0508	5,08 (?)	(0,0495)	(4,95)	-0,0013	2,6
0,0199	0,1015	5,10	(0,0966)	(4,83)	0,0049	4,8
0,0499	0,2445	4,90	0,234	4,68	0,011	4,5
0,0997	0,4834	4,85	(0,452)	(4,53)	0,031	6,4
0,1994	0,9608	4,82	(0,862)	(4,31)	0,099	10,3
0,4986	2,532	5,08	1,989	3,99	0,543	21,5

Zinnchlorid (SnCl₄)

0,01	0,1261	12,61				
0,02	0,2487	12,44				
0,05	0,5973	11,95				
0,10	1,1457	11,46				
0,20	1,968	9,84				

Substanz	<i>m</i>	Δ	$\frac{\Delta}{m}$	Substanz	<i>m</i>	Δ	$\frac{\Delta}{m}$
NaCl	0,70	2,899°	3,43	NH ₄ Cl	0,70	2,884°	3,41
KCl	0,70	2,346	3,35	BaCl ₂	0,50	2,412	4,83

Um nach den vorliegenden Daten die Moleculardepression auf Grund der Grammmolecular-Concentration per 1000 g Wasser zu berechnen, wie es Raoult und andere zu thun pflegen, muss man das specifische Gewicht der Lösungen kennen. Deshalb ist dieser Werth für die Lösung nahe der Concentration $m = 0,20$ in der 7. Columne der Tab. I gegeben. Die Differenz zwischen dem Werthe der so berechneten Moleculardepression, und dem in den Tabellen gegebenen, der auf die Grammmolecular-Concentration per Liter der Lösung basirt ist, kann überhaupt bei den verdünnteren Lösungen vernachlässigt werden und erreicht ihren höchsten Betrag von 1,5 Proc. bei Zinnchlorid. Deshalb habe ich diese zweiten Werthe von Δ/m weggelassen.

Graphische Darstellung der Resultate.

Die Werthe von Δ/m als Function von m sind in Fig. 2 dargestellt. Die Ordinaten geben die Werthe von Δ/m , die Abscissen die von m . Der Maassstab ist ungefähr derselbe wie in meinen früheren Arbeiten.

Discussion der Resultate.

1. Man wird sich erinnern, dass bei den Moleculardepressionen des Gefrierpunktes von HCl und $MgCl_2$ sich eine auffallende Thatsache zeigte, auf die Verfasser beim Bericht über diese Verbindungen schon hinwies¹⁾, nämlich, dass die Moleculardepression ein ausgesprochenes Minimum bei etwa $m = 0,10$ erreichte. Jetzt scheint es, als ob alle übrigen bisher untersuchten Chloride, ausgenommen Zinnchlorid, dasselbe Minimum aufweisen, wenngleich dasselbe bei NH_4Cl , NaCl und KCl viel weniger ausgesprochen ist. Um einen Ueberblick über diese Erscheinung zu gewinnen, sind die Curven der Moleculardepressionen für die einzelnen Chloride in Fig. 1 zusammengestellt, und zwar sind hier die Werthe für m (Abscissen) um die Hälfte ihres Werthes gegenüber den übrigen Figuren der Tafel verkleinert, um die Lösung von stärkerer Concentration einbeziehen zu können. Ich muss bemerken, dass die Beobachtungen von Arrhenius über diese Chloride ganz allgemein diesen Minimalwerth zur Anschauung bringen,

1) E. H. Loomis, Wied. Ann. 57. p. 495. 1896.

und da diese älteren Beobachtungen sich an Genauigkeit mit den neueren nicht vergleichen lassen, so ist es um so auffallender, dass sie diese Minimalwerthe, die die Chloride charakterisiren, so deutlich zeigen. Obgleich Arrhenius auf sie nicht aufmerksam machte, da er sie offenbar experimentalen Fehlern zuschrieb, so ist es doch schwer zu verstehen, warum spätere Beobachter mit besseren Methoden sie nicht gefunden haben. Die Existenz dieser Minima bei binären Chloriden kann leicht mit einem gewöhnlichen $\frac{1}{10}^{\circ}$ -Thermometer und einem Becherglas gezeigt werden.

2. Durch die vorliegenden Resultate wird die Theilung der Verbindungen in zwei Gruppen, die eine enthaltend einwerthige Radicale wie LiCl , die andere zweiwerthige wie CaCl_2 , bestätigt. Die Eigenthümlichkeiten dieser beiden Gruppen, wie sie in den früheren Arbeiten festgestellt wurden, werden durch das neue Material nicht geändert.

3. Weder bei den Chloriden noch bei irgend einer andern der untersuchten Verbindungen zeigen sich in den Curven der Moleculardepressionen irgend welche „Knicke“, ausgenommen in der Region äusserster Verdünnung, wo sie aber so schwach sind, dass sie am besten wohl durch Beobachtungsfehler zu erklären sind.

Ich kann wohl jetzt, nachdem ich etwa 35 charakteristische Verbindungen untersucht habe, wohl behaupten, dass die Existenz bestimmter „Hydrate“ bei gewissen Concentrationen durch die Aenderung des Gefrierpunktes, die die Aenderung der Concentration der Lösung begleitet, nicht angedeutet wird.

Beziehungen dieser Resultate zur Dissociationstheorie.

In der Tabelle der Resultate für die Chloride und in den folgenden Tabellen für andere Verbindungen finden sich die theoretischen Werthe der Depressionen des Gefrierpunktes, bez. die theoretischen Werthe der Moleculardepressionen. Diese gründen sich auf Kohlrausch's Werth für μ_x/μ_{∞} . In Columnne 6 findet sich die Differenz zwischen theoretischem und beobachtetem Werth der Depression, und in Columnne 7 ist diese Differenz in Procenten des ganzen beobachteten Werthes ausgedrückt. Die beobachteten Werthe sind also

etwas höher, als die theoretischen. Indessen sind die Differenzen bei LiCl und CaCl_2 in der Region äusserster Verdünnung auffallend klein. Bei SrCl_2 dagegen ist die Differenz sehr gross, da die beobachtete Depression um $0,0013^\circ \text{C.}$ höher ist als der theoretische Werth, und ausserdem der beobachtete Werth wahrscheinlich zu niedrig ist, wenn man den Verlauf der Curve der Moleculardepression wie sie in Fig. 1 und 2 sich zeigt, in Betracht zieht.

Es muss bemerkt werden, dass die auf Grund der Dissociationstheorie berechneten Moleculardepressionen keinen Minimalwerth zeigen. Dies erklärt die ausserordentliche Abweichung des beobachteten von dem theoretischen Werthe in der Gegend der stärkeren Concentration.

Der Fall von Zinnchlorid muss besonders besprochen werden.

Zunächst muss bemerkt werden, dass die Depressionen bedeutend mehr als doppelt so hoch sind, als bei irgend einem anderen Chlorid in derselben Concentration. Es ist unmöglich, den theoretischen Werth der Depression auf Grund der „Dissociationstheorie“ zu berechnen, da Beobachtungen über das Leitungsvermögen dieser Lösungen fehlen. Auffallend ist es indessen, dass gegenüber dem beobachteten Werthe von 12,61, wir bei der Annahme, dass das Salz bei der Concentration $m = 0,01$ völlig dissociirt ist, und dass jedes Molecül sich in eine Maximalzahl von fünf Theilen spaltet, $\text{Sn}-\text{Cl}-\text{Cl}-\text{Cl}-\text{Cl}$, nur den Werth $5 \times 1,89$ oder 9,45 erhalten würden. Offenbar können wir die Depression nicht in dieser Weise erklären. Es lässt sich aber vermuthen, dass in wässriger Lösung überhaupt kein SnCl_4 existirt, sondern dass dieses sofort die Eigenschaften einer Mischung von SnCl_2 und 2HCl in der Lösung annimmt. Für den Gefrierpunkt von SnCl_2 ist noch kein Werth gefunden worden, jedoch unter der Voraussetzung, dass er ungefähr derselbe ist, wie von CdCl_2 und ZnCl_2 , wie von Jones beobachtet, nämlich 5,20, und wenn wir den für HCl beobachteten Werth, nämlich 3,61 annehmen, so erhalten wir für die auf SnCl_4 zurückzuführende Depression $5,20 + 2(3,61)$ oder 12,42. Dieser Werth kommt dem beobachteten sehr nahe. Ich füge hinzu, dass ich eine Reihe vergeblicher Versuche machte, Lösungen von SnCl_2 zu bereiten, die ge-

nügend frei von SnCl_4 waren, um die Gefrierpunkte messen zu können.

Meine Absicht war, die Depressionen einer Lösung von SnCl_2 bei $m = 0,01$ zu messen, und dann der Reihe nach allmählich je $1/100$ Grammmolecul von HCl hinzuzufügen. Somit würden wir Messungen der folgenden Lösungen erhalten:



So geschah es bei den Phosphaten (p. 577). Dies würde experimentell darüber Aufschluss gegeben haben, ob die eben gemachte Annahme in Bezug auf SnCl_4 in Lösung haltbar ist. Ich weise hier nochmals auf die grosse Wichtigkeit hin, genaue Messungen des Leitungsvermögens dieses Salzes nebst derjenigen der verschiedenen Phosphate und der verdünnten Lösungen von MgCl_2 und NH_4NO_3 zu erhalten, um experimentelle Werthe für den „Dissociationsgrad“, μ_z/μ_∞ , zu haben.

Natrium- und Kaliumhydroxyd, Salpetersäure und Natriumsilicat.

Für die drei ersten Fälle wurde das Material verwendet, welches in hohem Reinheitsgrade zur Bestimmung des specifischen Gewichtes und des electricischen Leitungsvermögens hergestellt worden war (vgl. p. 1 des folgenden Aufsatzes). Die Sorgfalt, die auf die reine Darstellung dieses Materials verwendet wurde, war in Bezug auf die Bestimmung der Gefrierpunkte ganz überflüssig, da aber gerade dies Material zur Hand war, wurde es benutzt.

Das Natriumsilicat Na_2SiO_3 war Trommsdorff's chemisch reines Salz und wurde nicht umkrystallisirt. Es lieferte eine völlig klare Lösung ohne Filtration. Mittels Kohlrausch's Werthen für das specifische Gewicht¹⁾ wurde sie auf die Normallösung reducirt.

Die graphische Darstellung dieser Resultate findet man in Fig. 1. Man muss beachten, dass die Moleculardepression

1) Kohlrausch, Zeitschr. f. physik. Chem. 12. p. 774. 1893.

für KOH, NaOH und HNO_3 , wie sie sich in Columnne 3 zeigt, sehr wenig mit der Concentration sich ändert, was ebenso bei HCl gefunden wurde. Offenbar sind jedoch hier die Werthe für $m = 0,01$ jedesmal zu niedrig und zeigen einen Beobachtungsfehler an, der — wenigstens für Salpetersäure — $0,0004^\circ \text{C}$. erreicht.

Tabelle III.

Eingeklammerte Werthe durch Interpolation.

Kaliumhydroxyd.

1. m	2. Δ	3. $\frac{\Delta}{m}$	4. Δ th.	5. $\frac{\Delta}{m}$ th.	6. Δ th. — Δ gef.	7. Diffe- renzen in Proc. von Δ gef.
0,01	0,0343°	3,43	0,0371°	3,71	+0,0028°	+ 8,1
0,02	0,0689	3,45	(0,0738)	(3,69)	0,0049	7,1
0,05	0,1719	3,44	0,1825	3,65	0,0106	6,1
0,10	0,3426	3,43	0,360	3,60	0,017	5,0
0,20	0,6860	3,43	(0,714)	(3,57)	0,028	4,1

Natriumhydroxyd

0,01	0,0328	3,28(?)	0,0366	3,66	+0,0038	+11,6
0,02	0,0691	3,46	(0,0724)	(3,62)	0,0033	4,7
0,05	0,1727	3,45	0,1765	3,53	0,0038	2,2
0,10	0,3414	3,41	0,350	3,50	0,0039	1,1
0,20	0,6814	3,41	(0,696)	(3,48)	0,0015	0,2

Salpetersäure

0,01	0,0350	3,50	0,0373	3,73	+0,0023	+ 6,6
0,02	0,0712	3,56	—	—	—	—
0,03	0,1059	3,53	0,1107	3,69	0,0048	4,5
0,05	0,1754	3,51	0,1835	3,67	0,0081	4,5
0,10	0,3496	3,50	0,363	3,63	0,013	3,7
0,20	0,6959	3,48	(0,720)	(3,60)	0,020	2,8

Natriumsilicat (Na_2SiO_3)

0,0105	0,0676	6,46	Keine Data
0,0209	0,1339	6,41	
0,0523	0,3068	5,87	
0,1046	0,5533	5,29	
0,2092	0,9785	4,68	
0,5230	0,087	3,99	

Den Werth für NaOH, $m = 0,01$ vermag ich nicht zu erklären.

Die Messungen wurden zweimal wiederholt, sodass im Ganzen dreizehn völlig unabhängige Beobachtungen über diese

Lösung vorliegen. Das Mittel von allen war $0,0325^{\circ}$. Der Werth $0,0328^{\circ}$ gehört zu derselben Beobachtungsreihe wie die übrigen und wurde deshalb gewählt. Demnach kann hier der Fehler nicht auf die möglichen Beobachtungsfehler zurückgeführt werden, und scheint irgendwie mit der Lösung in Zusammenhang zu stehen. Ebenso wenig ist es glaubhaft, dass die Verwandlung von NaHO und KOH in Carbonate durch die CO_2 der Luft eine ausreichende Erklärung gibt für die deutliche Unregelmässigkeit und die scheinbar niedrigen Werthe durch die Region grösserer Verdünnung hindurch. Die gegenwärtige Methode vermag diese Frage nicht experimentell zu beantworten.

Natriumsilicat, Na_2SiO_3 .

Die Moleculardepressionen sind sehr gross und ihre Abnahme mit der Zunahme der Concentration ist, wie bei SnCl_4 , enorm: während sie bei $m = 0,0105$, 6,46 beträgt, ist sie bei $m = 0,523$ auf 3,99 gefallen. Es ist nicht uninteressant, dass die vollständige Dissociation dieses Salzes in der Lösung $m = 0,0105$, vorausgesetzt, dass jedes Molecül sich nach der Analogie von Na_2SO_4 in drei Theile spaltet, erfordern würde, dass der theoretische Werth nur $3 \times 1,89$ oder 5,67 beträgt, was viel niedriger ist als der beobachtete Werth.

Wie bei SnCl_4 scheint es wahrscheinlich zu sein, dass die wässerige Lösung von Na_2SiO_3 die Eigenschaften einer Mischung von NaOH und SiO_2 besitzt, wo dann die Gegenwart von SiO_2 den Dissociationsgrad von NaOH zu verringern scheint. Kohlrausch's Beobachtungen über das electrische Leitungsvermögen scheinen auf denselben Schluss hinzudeuten.

Dieser Punkt sollte sorgfältiger studirt werden, als ich es bisher thun konnte.

Kaliumphosphat, prim., KH_2PO_4 ; Natriumphosphat, sec., Na_2HPO_4 ; $\text{Na}(\text{NH}_4)\text{HPO}_4$ und Natriumphosphat, norm., Na_3PO_4 .

Bereitung der Lösungen.

1. KH_2PO_4 (Eimer & Amend) wurde sorgfältig umkrystallisirt und nach längerem Trocknen bei 100°C . die nöthige Menge abgewogen und die Normallösung dargestellt ($m = \frac{1}{3}$). Hr. Sill am Chemischen Laboratorium zu

Princeton fand bei der Bestimmung des Salzes als $Mg_2P_2O_7$, dass im Liter der Lösung 45,06 g von KH_2PO_4 , anstatt 45,38 g enthalten waren; somit war die Lösung offenbar 0,7 Proc. zu schwach. Da diese Differenz sowohl der Unreinheit des Salzes als auch dem mangelhaften Trocknen desselben zugeschrieben werden kann, so wagte ich nicht Correctionen zu machen, und die Resultate sind als beeinflusst von einem Fehler von 0,7 Proc. anzusehen.

Das Na_2HPO_4 (Merck & Co. c. p.) wurde sorgfältig umkrystallisirt und nach Erhitzung bei $120^\circ C.$, bis das Gewicht constant blieb, wurde die nöthige Menge durch directes Abwiegen zu einer Normallösung reducirt. Hrn. Sill's Analyse zeigte, dass ein Liter der Lösung, $m = 0,20$, 28,45 g enthielt, anstatt 28,42 g. Die Lösung war somit scheinbar 0,1 Proc. zu stark. Dieser Fehler ist aber geringer als der vermuthliche Fehler der Analyse, und die Na_2HPO_4 -Lösungen können demnach als exact angesehen werden.

Das $Na(NH_4)HPO_4$ (Merck & Co.) wurde umkrystallisirt, zuerst mit Filtrirpapier und dann in der Luft bei einer die des Zimmers etwas überschreitenden Temperatur getrocknet. Hrn. Sill's Analyse der Lösung $m = \frac{1}{3}$ zeigte, dass sie pro Liter 45,45 g enthielt, anstatt 45,70 g, wie es die Lösung $m = \frac{1}{3}$ verlangt. Sie war also um 0,55 Proc. zu schwach. Aus demselben Grunde wie bei KH_2PO_4 wurde keine Correction für die Resultate eingeführt, obgleich es wahrscheinlich ist, dass hier der Fehler allein dem mangelhaften Trocknen des Salzes zuzuschreiben ist.

Das Na_3PO_4 wurde im Laboratorium dargestellt durch Bereitung einer Lösung von molecularen Aequivalenten von Na_2HPO_4 und $NaOH$, und indem darauf geachtet wurde, dass $NaOH$ im Ueberschuss vorhanden war. Die Lösung wurde dann bis zur Krystallisirung verdampft. Die zahlreichen sich entwickelnden Krystalle wurden dann in der Hälfte ihres Gewichtes von kochendem Wasser gelöst und umkrystallisirt. Die so bereiteten Krystalle sind kleine, hexagonale Prismen mit unregelmässigen Enden. Diese Krystalle wurden bei $120^\circ C.$ bis zu constantem Gewicht getrocknet. Die so erhaltene Verbindung sollte $Na_3PO_4 + 1 H_2O$ sein. Die Analysen vieler Lösungen, die auf Grund dieser Formel für das trockene

Salz und $\text{Na}_3\text{PO}_4 + 12\text{H}_2\text{O}$ für die Krystalle selbst hergestellt wurden, gaben mir nicht die Zuversicht, dass die Lösungen mehr als eine rohe Annäherung an die vermuthete Stärke seien. Hr. Hulett machte eine sehr sorgfältige Reihe von Analysen der Krystalle selbst und fand ein starkes Abweichen von der Formel $\text{Na}_3\text{PO}_4 + 12\text{H}_2\text{O}$. Es fehlte mir an Zeit, diese Schwierigkeit definitiv zu lösen. Die Sache verdient eine sorgfältige Untersuchung von chemischer Seite.

Tabelle IV.

KH_2PO_4			Na_2HPO_4		
1.	2.	3.	1.	2.	3.
<i>m</i>	<i>A</i>	<i>A</i> <i>m</i>	<i>m</i>	<i>A</i>	<i>A</i> <i>m</i>
0,01	0,0358°	3,58	0,01	0,0499	4,99
0,02	0,0720	3,60	0,02	0,0969	4,85
0,05	0,1740	3,48	0,05	0,2304	4,61
0,10	0,3365	3,37	0,10	0,4345	4,35
0,20	0,6434	3,22	0,20	Nicht mehr löslich bei 0° C.	

$\text{Na}(\text{NH}_4)\text{HPO}_4$			$\text{Na}_3\text{PO}_4 (?)$		
1.	2.	3.	1.	2.	3.
<i>m</i>	<i>A</i>	<i>A</i> <i>m</i>	<i>m</i>	<i>A</i>	<i>A</i> <i>m</i>
0,01	0,0495	4,95	0,01	0,0715	7,15
0,02	0,0956	4,78	0,02	0,1369	6,85
0,05	0,2260	4,52	0,05	0,3048	6,10
0,10	0,4242	4,24	0,10	0,5661	5,66
0,20	0,7817	3,91	0,20	Keine Beobachtung	

Discussion der Resultate für die Phosphate.

Die Depressionen des Gefrierpunktes bei Phosphorsäure, H_3PO_4 , sind viel geringer als diejenigen bei den Gruppen der Verbindungen mit einwerthigem und zweiwerthigem Radical, und dieser Umstand ist um so überraschender, als Phosphorsäure ein *dreiverthiges* Radical enthält. Um dieses Verhältniss näher zu untersuchen, unternahm ich es, die Gefrierpunkte der vorliegenden Reihe von Phosphaten zu messen.

Die erste beachtenswerthe Thatsache ist, dass die Phosphate ganz unähnlich der Phosphorsäure sind und sich noch stärker voneinander unterscheiden.

Im Verhältniss wie der Wasserstoff der Phosphorsäure von einem der metallischen Atome ersetzt wird, wächst die De-

pression des Gefrierpunktes. (Vgl. in Fig. 2 die Curven für H_3PO_4 , KH_2PO_4 , Na_2HPO_4 und Na_3PO_4 .)

Wenn wir annehmen, dass bei H_3PO_4 das Molecül sich in H und H_2PO_4 spaltet, so können wir die Gefrierpunkte nach der Dissociationstheorie berechnen.

Die so erhaltenen theoretischen Werthe sind in Tab. V, Columne 4 gegeben, während in Columne 2 die bei den früheren Messungen gewonnenen Werthe enthalten sind. Die Uebereinstimmung, die sich hier zeigt, macht unsere Annahme, dass beim Dissociations-Process nur ein einzelnes Wasserstoffatom „abgespalten“ wird, sehr wahrscheinlich.

Tabelle V.

 H_3PO_4

1.	2.	3.	4.	5.
<i>m</i>	<i>A</i>	$\frac{A}{m}$	Δ th.	Δ th. - Δ gei.
0,01	0,0282°	2,82	0,0296°	+ 0,0014°
0,02	0,0536	2,68	0,0552	0,0016
0,05	0,1245	2,49	0,1275	0,0030
0,10	0,2358	2,36	0,240	0,0042
0,20	0,4498	2,25	0,458	0,0082

Ferner ist zu bemerken, dass der Grad der Dissociation viel geringer ist, als bei irgend einer der bisher untersuchten anorganischen Verbindungen, und zwar ist er nur 56 Proc. in der Lösung $m = 0,01$. Für μ_∞ ist Kohlrausch's Werth, 110, angenommen.

Was nun KH_2OP_4 anbetrifft, wo ein H-Atom durch K ersetzt ist, so finden wir, dass die herbeigeführten Depressionen zu der Gruppe KCl, NaCl u. s. w. gehören, und es wird somit sofort wahrscheinlich, dass bei diesem Salz, wie bei allen Gliedern dieser Gruppe das Molecül sich in zwei Theile spaltet, in diesem Falle in K und H_2PO_4 , und dass der Grad der Dissociation ungefähr derselbe ist, wie bei anderen Kaliumsalzen der Gruppe.

Leider sind, soweit dem Verfasser bekannt, keine Messungen des Leitungsvermögens von KH_2PO_4 in äusserster Verdünnung gemacht worden.

Der Ersatz eines zweiten Atoms Wasserstoff durch ein metallisches Atom, wie z. B. bei den beiden Phosphaten Na_2HPO_4 und $\text{Na}(\text{NH}_4)\text{HPO}_4$, führt uns sofort in die zweite Gruppe, nämlich in die Gruppe von Electrolyten, die, wie K_2SO_4 , BaCl_2 etc., zweiwerthige Radicale enthalten.

In dieser Gruppe soll eine Dissociation des Molecüls in drei Theile stattfinden und der durchschnittliche Grad dieser Dissociation ist etwa 80 Proc. in der Lösung $m = 0,01$. Unter der Annahme der Dissociation in drei Theile, nämlich $\text{Na} - \text{Na} - \text{HPO}_4$, vermögen wir nach den vorliegenden Daten den Dissociationsgrad mittels der Formel

$$\frac{\Delta}{m} = 1,89 (1 + 2 \delta)$$

zu berechnen; wo δ den Dissociationsgrad bedeutet. In dem besonderen Falle von Na_2HPO_4 würde somit der Werth von δ durch die folgende Gleichung ausgedrückt werden:

$$\frac{0,0499^\circ}{0,01} = 1,89 (1 + 2 \delta) \text{ oder}$$

$$\delta = 0,82.$$

Somit ist für Na_2HPO_4 der Dissociationsgrad in der Lösung $m = 0,01$, — 82 Proc. Werthe für das electrische Leitungsvermögen dieses Salzes in Lösung sind noch nicht bekannt.

Wird jetzt noch das dritte H-Atom durch Na ersetzt, so erhalten wir Na_3PO_4 und die beobachtete Depression für die Lösung $m = 0,01$ wird $0,0715^\circ \text{ C}$. Um diese sehr grosse Depression zu erklären, verlangt die Dissociationstheorie, dass das Salz um 93 Proc. dissociirt wird und jedes dissociirte Molecül vier Theile liefert. Indessen sind auch hier, wie in den anderen Fällen, noch keine Beobachtungen des electrischen Leitungsvermögens gemacht worden.

Um möglichst genau die interessanten Verhältnisse, die die Phosphate darbieten, studiren zu können, wurden Beobachtungen über die Gefrierpunkte verschiedener Mischungen von Na_2HPO_4 und NaOH -Lösungen angestellt. Die Resultate sind am Ende der nachstehenden Tabelle mitgetheilt, und in eben dieser Tabelle finden sich auch die Resultate für H_3PO_4 und die anderen hier besprochenen Phosphate. Die Coeffi-

cienten geben die Zahl von $\frac{1}{100}$ -Grammmoleculen der bez. Constituenten in den Lösungen an.

1.	2.	3.
	Δ	Successive Differenzen
1 H_3PO_4	0,0282°	
1 KH_2PO_4	0,0358	0,0076°
1 Na_2HPO_4	0,0499	0,0141
1 Na_2HPO_4	0,0715	0,0216
1 $\text{Na}_2\text{HPO}_4 + 1 \text{ NaOH}$	0,0706	
1 $\text{Na}_2\text{HPO}_4 + 2 \text{ NaOH}$	0,0995	0,0289
1 $\text{Na}_2\text{HPO}_4 + 3 \text{ NaOH}$	0,1279	0,0284

Die aufeinander folgenden Differenzen, welche die Reihe aufweist, sind nicht ohne Interesse. Angenommen, dass wir an Stelle des Salzes $\text{KH}_2\text{PO}_4 - \text{NaH}_2\text{PO}_4$ hätten, und dass die entsprechende, dem Natriumsalze zuzuschreibende Depression etwa dieselbe wie die des Kaliumsalzes ¹⁾ wäre, so liesse sich beobachten (vgl. Tabelle), dass das Hinzukommen des ersten Atoms Na die Depression um 0,0076° C. vermehrt, das des zweiten um 0,0141° C. und das des dritten um 0,0216° C. Wir würden dann die Verbindung Na_3PO_4 erreicht haben, mit welcher 1 $\text{Na}_2\text{HPO}_4 + 1 \text{ NaOH}$ äquivalent ist, wenigstens soweit, als die Genauigkeitsgrenzen der letzteren Lösung verlangen.

Das weitere Hinzufügen von 1 NaOH, wie bei 1 $\text{Na}_2\text{HPO}_4 + 2 \text{ NaOH}$, welches als Aequivalent von 1 $\text{Na}_3\text{PO}_4 + 1 \text{ NaOH}$ angesehen werden kann, vermehrt die Depression um 0,0289. Bis hierher scheinen die aufeinander folgenden Differenzen successive Multipla von 0,0073° C. zu sein. Das fernere Hinzufügen von 1 NaOH, wie bei 1 $\text{Na}_2\text{HPO}_4 + 3 \text{ NaOH}$, was äquivalent ist zu $\text{Na}_3\text{PO}_4 + 2 \text{ NaOH}$, ist nur von etwa derselben Zunahme begleitet, wie das Hinzufügen des vorhergehenden Molecüls von NaOH, nämlich um 0,0284° C. Es scheint, als ob die Verwandtschaft des Natriumatoms zum Rest des Molecüls in den untersuchten Verbindungen mehr

1) Meine Versuche, Lösungen von NaH_2PO_4 zu bereiten, die bei der Analyse sich genügend exact erwiesen, waren bisher vergeblich. Nach aller Analogie scheint jedoch die obige Annahme wahrscheinlich zu sein.

und mehr mit der Zunahme der Zahl der Natriumatome abnimmt, und dieser Umstand mag vielleicht genügen, um die zunehmenden alkalischen Eigenschaften dieser Reihe von Salzen zu erklären. Leider zeigten sich diese Beziehungen erst bei der Ausarbeitung dieser Schrift (Mai-Juni), und es konnten somit keine weiteren Beobachtungen gemacht werden. Ich betone aber nochmals, dass die Resultate für Na_3PO_4 sicher mit bedeutenden Fehlern behaftet sind, die bis zu 7 Proc. ansteigen. Augenblicklich vermag ich aber nicht zu entscheiden, in welcher Richtung dieser Fehler liegt. Die einzige Entschuldigung dafür, dass ich trotzdem die Resultate veröffentlichte, ist die Thatsache, dass selbst ein so grosser Fehler wie dieser, entweder + oder -, nicht im Stande ist, das eigentliche Wesen der interessanten Beziehungen, die das Studium der Phosphate ans Licht gebracht hat, zu beeinflussen. Die Untersuchung dieser Frage in Hinsicht auf das electrische Leitungsvermögen ist sehr wünschenswerth, denn es scheint als ob die Dissociationstheorie hier auf eine sehr entscheidende Prüfung stösst.

Die organischen Säuren.

Essigsäure, Oxalsäure, Bernsteinsäure, Weinsäure und Citronensäure.

Bereitung der Lösungen. — Die Essigsäure wurde durch Titrirung nach den Grundsätzen, die bei der Bereitung der Lösungen des folgenden Aufsatzes angewandt wurden, auf normale Stärke reducirt. Ebenda ist die Bereitung der Oxalsäure beschrieben. Bernstein-, Wein- und Citronensäure wurden aus Fabriken in gewohnter Reinheit bezogen, und nach sorgfältigem Trocknen, soweit es anging, wurden sie durch directes Abwägen zu Lösungen von der verlangten Stärke reducirt. Jede wurde dann titirt und entsprechend dem Titrirungsergebnisse corrigirt, und zwar unter der Annahme, dass ein eventueller Mangel an der angenommenen Stärke einer Schwierigkeit im vollkommenen Trocknen derselben zuzuschreiben sei. Indessen können die Correctionen allgemein vernachlässigt werden, selbst bei der Bernsteinsäure, wo sie auf 0.5 Proc. ansteigen.

Die Resultate sind unten in Tabellenform gegeben, und graphisch unten bei Fig. 2.

Tabelle VI.

Essigsäure, $C_2H_4O_2$. $\mu_\infty = 364$.

1. m	2. Δ	3. $\frac{\Delta}{m}$	4. Δ th.	5. $\frac{\Delta}{m}$ th.	6. Δ th - Δ gef.	7. $\frac{\Delta$ th - Δ exp. in Proc. von Δ gef.
0,01	0,0196°	1,96	0,0196°	1,96	+ 0,0°	+ 0,0
0,02	0,0375	1,88	(0,0388)	(1,94)	0,0013	3,5
0,03	0,0559	1,86	0,0579	1,93	0,0020	3,6
0,05	0,0928	1,86	0,0960	1,92	0,0032	3,4
0,10	0,1800	1,86	0,191	1,91	0,0055	3,0
0,20	0,3732	1,87	0,382	1,91	0,0090	2,4
0,30	0,5629	1,88	—	—	—	—
0,50	0,9378	1,88	—	—	—	—
1,00	1,886	1,89	1,90	1,90	0,01	0,5

Oxalsäure $(COOH)_2$. $\mu_\infty = 365$ (?).

0,01	0,0328	3,28	(0,0351)	(3,51)	+ 0,0023	+ 7,0
0,02	0,0640	3,20	(0,0676)	(3,38)	0,0036	5,6
0,05	0,1519	3,04				
0,10	0,2848	2,85				
0,20	0,5329	2,66				

Bernsteinsäure, $C_4H_6O_4$. $\mu_\infty = 356$.

0,0100	0,0202	2,02	0,0204	2,04	+ 0,0002	+ 1,0
0,0199	0,0391	1,96	0,0398	2,00	0,0007	1,8
0,0498	0,0965	1,94	0,0976	1,96	0,0011	1,1
0,0995	0,1876	1,89				
0,1990	0,3751	1,89				

Weinsäure, $C_6H_8O_6$. $\mu_\infty = 356$.

0,0100	0,0234	2,34	(0,0239)	(2,39)	+ 0,0005	+ 2,1
0,0200	0,0435	2,18	(0,0454)	(2,27)	0,0019	4,4
0,0499	0,1042	2,09	(0,1070)	(2,14)	0,0028	2,7
0,0997	0,2018	2,02				
0,1994	0,3993	2,00				

Citronensäure, $C_6H_8O_7$.

0,0100	0,0226	2,26				
0,0200	0,0424	2,12				
0,0499	0,1029	2,06				
0,0998	0,1999	2,00				
0,1997	0,3978	1,99				

Keine Data

Bei der Essigsäure sind die Werthe Kohlrausch's für das electrische Leitungsvermögen zur Berechnung der theoretischen Werthe der Depressionen benutzt worden. In den übrigen Fällen wurden Ostwald's Messungen benutzt. In allen Fällen ist Ostwald's Werth für μ_{∞} als der wahrscheinlichste angenommen; dieser Werth steht oben an in den einzelnen Tabellen. Electriche Messungen sind bei Citronensäure, soviel ich weiss, noch nicht publicirt worden. Es mag erwähnt werden, dass gerade die hier vorliegenden Säuren gewählt wurden, weil man sie in einem hohen Reinheitsgrade erhalten und leicht zu Lösungen von exacter Molecularstärke machen kann.

Discussion der Resultate.

Die vorliegende Reihe organischer Säuren ist hauptsächlich wegen der Beziehung zwischen den beobachteten Depressionen und den von der Dissociationstheorie geforderten interessant.

Es scheint, als ob bei Essig-, Bernstein- und Weinsäure die Uebereinstimmung zwischen beobachteten und theoretischen Werthen für die äusserste Verdünnung in einem Grade genau ist, dass sie — mit Berücksichtigung der Beobachtungsfehler — als vollkommen angesehen werden kann. Ferner zeigen diese theoretischen Werthe der Depressionen an, dass Ostwald's Werthe für η_{∞} sehr wahrscheinlich sind, wenn auch bei Essigsäure die experimentellen Werthe für das electrische Leitungsvermögen, wie sie von Kohlrausch gefunden wurden, vielleicht nicht einen so hohen Werth annehmen lassen würden.

Man darf aber die Ausnahme, die sich bei der Oxalsäure zeigt, nicht übersehen.

Letztere Säure bietet aber ausserdem noch andere Schwierigkeiten dar, und vielleicht ist eine genauere Kenntniss ihrer Lösungen im Stande, die „theoretischen“ Depressionen des Gefrierpunktes mit den beobachteten in Einklang zu bringen.

Ueber das Thermometer.

Zum Schluss möchte ich die ganze Reihe von Beobachtungen des Nullpunktes des $\frac{1}{100}^{\circ}$ -Thermometers, die während der letzten Messungsperiode gemacht wurden, vorlegen. Dieses Thermometer ist seit vier Jahren in Gebrauch. Es wurde auf

Zimmertemperatur gehalten, mit Ausnahme der Messungsperiode, wo es constant innerhalb der Grenzen $+ 0^{\circ}$ und $- 3^{\circ}$ C. gehalten wurde.

In nachstehender Tabelle sind die beobachteten Nullpunkte in Columnne 4 gegeben und die auf 760 mm und eine Zimmertemperatur von 0° C. corrigirten Werthe in Columnne 5.

1.	2.	3.	4.	5.
1896	Barometer-stand	Zimmer-temperatur	Beobachteter Nullpunkt	Nullpunkt cor. auf 0° C. u. 760 mm.
Jan. 6	769,9	$+ 0^{\circ}$ C.	0,0438	0,0422
7	766,6	0	0,0439	0,0428
20	763,3	5	0,0468	0,0439
22	762,0	6	0,0469	0,0438
29	765,6	6	0,0475	0,0438
Febr. 3	754,6	5	0,0457	0,0442
10	753,1	5	0,0458	0,0447
13	754,4	5	0,0460	0,0446
17	770,1	0	0,0451	0,0433
19	749,3	5	0,0454	0,0449
22	766,1	2	0,0456	0,0437
26	750,3	2	0,0440	0,0447
März 3	751,6	3	0,0447	0,0447
4	753,1	3	0,0447	0,0445
5	753,9	5	0,0465	0,0452
11	749,1	4	0,0450	0,0449
12	747,8	4	0,0449	0,0452
16	756,2	4	0,0458	0,0445
17	756,4	5	0,0466	0,0449

Die Resultate sind in Fig. 3 graphisch dargestellt. Die Ordinaten stellen die Thermometerablesungen dar, die Abscissen die Beobachtungszeiten.

Die Scala ist so gewählt, dass die beobachteten Aenderungen des Thermometers ungefähr 120 fach vergrößert sind. Um die Vergleichung des beobachteten Verlaufes des Nullpunktes mit demjenigen zu erleichtern, der bei einem gleichförmigen Ansteigen von $0,0022^{\circ}$ während der Periode resultiren würde, ist von $0,0428$ bis $0,0450^{\circ}$ eine gerade Linie gezogen worden. Wir bemerken, dass die erste Ablesung $0,0422^{\circ}$ ist. Die letzte im vorhergehenden Winter war $0,0417^{\circ}$.

Somit scheint es, als ob während der neunmonatlichen Ruheperiode der Nullpunkt des Thermometers constant geblieben ist. Das Gesamtsteigen während der vorliegenden

Periode ist etwa $0,002^{\circ}\text{C.}$; während des vorhergehenden Winters war es etwas mehr als $0,002^{\circ}\text{C.}$ Ferner bemerken wir, dass der Verlauf des beobachteten Nullpunktes viel weniger im „Zick-Zack“ ist, als früher. Dieser Umstand, glaube ich, ist der Reduction des Beobachtungsfehlers und der grösseren Constanz des Thermometers selbst, herbeigeführt durch sein Alter und den langen Gebrauch, zuzuschreiben.

Die plötzlichen Aenderungen zwischen dem 13. und 22. Februar müssen, wie ich glaube, auf das Thermometer selbst und nicht auf Beobachtungsfehler zurückgeführt werden, da die Depressionsreihen, die an diesen selben Tagen gemessen wurden, keine correspondirenden Fehler anzeigen. Die HNO_3 -Reihe wurde am 19. Februar gemessen, wo der Nullpunkt zu hoch zu sein scheint. Während nun diese besondere Reihe ungewöhnlich grosse Beobachtungsfehler aufweist, so deuten doch die Fehler nicht darauf hin, dass der Nullpunkt zu hoch war. Die übrigen Nullpunkte in dieser Periode auffallender Variation des Thermometer wurde zusammen mit den Messungen von Lösungen gemacht, die noch nicht für die Publication fertig sind; dieselben deuten aber auch nicht darauf hin, dass die Nullpunkte fehlerhaft bestimmt sind. Ich werde später bei passender Gelegenheit hierauf zurückkommen.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Die Methode, die im Jahre 1893 entwickelt wurde, ist ohne irgend welche Aenderung angewandt worden, um die Depression des Gefrierpunktes folgender Lösungen zu bestimmen:

LiCl , CaCl_2 , SrCl_2 , SnCl_4 ,

HNO_3 , KOH , NaOH ,

KH_2PO_4 , Na_2HPO_4 , $\text{Na}(\text{NH}_4)\text{HPO}_4$, Na_3PO_4 ,

Na_2SiO_3 .

$\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2$, $(\text{COOH})_2$, $\text{C}_4\text{H}_6\text{O}_4$, $\text{C}_4\text{H}_6\text{O}_6$, $\text{C}_6\text{H}_6\text{O}_7$.

2. Es stellte sich heraus, dass jetzt die durchschnittliche Variation in einer Reihe von fünf gänzlich selbstständigen Bestimmungen des Gefrierpunktes einer Lösung $0,0005^{\circ}$ beträgt, oder etwa die Hälfte des früheren Betrages. Hierdurch

wird eine Reduction der Beobachtungsfehler angedeutet, und es wird dies durch die grössere Regelmässigkeit der Resultate in der Region extremer Verdünnung bestätigt. Ich glaube, dass diese Abnahme des experimentellen Fehlers ausschliesslich der grösseren Constanz der Zimmertemperatur zuzuschreiben ist.

3. Die Beobachtungen über die vier Chloride der vorliegenden Reihe, nebst derjenigen fünf Chloride, die früher studirt wurden, begründen den Satz, dass *für alle Chloride die Moleculardepression des Gefrierpunktes einen Minimalwerth* erreicht. Diese Depression ist bei den binären Chloriden sehr ausgesprochen (vgl. Fig. 1).

SnCl_4 lieferte so enorme Depressionen, dass die Messungen nicht weit genug ausgedehnt werden konnten, um in dieser Beziehung einen Schluss zu gestatten. Indessen liegt kein Grund vor, zu glauben, dass dies Chlorid nicht auch einen Minimalwerth der Moleculardepression zeigen sollte, wenn die Messungen in die Region grösserer Concentration ausgedehnt worden wären.

4. Zinnchlorid in der Verdünnung, $m = 0,01$, bewirkt eine Moleculardepression von 12,61. Diese Zahl ist mehr als fünfmal so gross als die van't Hoff'sche Constante (1,89). Demnach vermag die Hypothese von Arrhenius die Depression nicht zu erklären, da die grösste mögliche Zahl von „activen Molecülen“, die ein Molecül von SnCl_4 liefern könnte, *fünf* sein würde und somit die Maximalmoleculardepression, die dies Salz herbeiführen könnte, $5 \times 1,89$ oder 9,45 sein müsste. Die beobachtete Moleculardepression war indessen bei $m = 0,01$, — 12,61. Es ist möglich, dass SnCl_4 in Lösung die Eigenschaften einer Mischung von SnCl_2 und 2HCl besitzt; in diesem Falle würde die Moleculardepression etwa 12,44 betragen, was dem beobachteten Resultate nahe kommt. Die stark saure Reaction der Lösungen von SnCl_4 spricht für diese letztere Annahme.

5. Das Studium der Phosphate macht es wahrscheinlich, dass H_3PO_4 in wässriger Lösung einfach in zwei Theile dissociirt wird, nämlich H und H_2PO_4 . Dies ergibt sich aus der Thatsache, dass ihr Salz KH_2PO_4 eine Depression liefert, die zur ersten Gruppe gehört, nämlich zu den Electrolyten, die beim Process der Dissociation zwei Theile liefern (NaCl , KCl etc.).

Es spaltet sich nämlich das Salz in K und H_2PO_4 , und somit wird man zu dem Schluss geführt, dass die Säure sich ebenso verhält.

Ferner scheint es, dass die allmähliche Einführung eines einwerthigen metallischen Radicals in ein Salz der Phosphorsäure die Depression um einen bestimmten Betrag für jedes so zugefügte Radical vermehrt. Auf Grund der Dissociationstheorie kann dies erklärt werden, indem man sagt, dass die Einführung eines jeden metallischen Radicals die Zahl der Theile, in die das Molecül dissociirt ist, um einen vermehrt, ohne eine wesentliche Aenderung im *Grad* der Dissociation zu bewirken.

So z. B. sind in KH_2PO_4 , zwei Theile, K und H_2PO_4
in Na_2HPO_4 , drei Theile, $Na - Na - HPO_4$
in Na_3PO_4 , vier Theile, $Na - Na - Na - PO_4$

vorhanden.

6. Natriumsilicat, Na_2SiO_3 , weist dieselbe Schwierigkeit auf wie $SnCl_4$, d. h., die Depression ist viel grösser, als nach der einfachen Hypothese von Arrhenius zu erwarten ist.

7. Die organischen Säuren — Essig-, Oxal-, Bernstein-, Wein- und Citronensäure — zeigen die Charaktere von Electrolyten und nicht von Nichtelectrolyten. Die einzige Ausnahme bildet Essigsäure, die sich in den mehr concentrirten Lösungen ganz wie ein Nichtelectrolyt verhält, nämlich es *wächst* über $m = 0,10$ hinaus die Moleculardepression *gleichmässig* mit der Concentration.

8. Eine Vergleichung der experimentellen Resultate mit denen, die nach den Theorien von van't Hoff und Arrhenius zu erwarten sind, zeigt, dass bei $LiCl$ und $CaCl_2$ die Uebereinstimmung thatsächlich vollkommen ist. Eine sehr auffallende Uebereinstimmung findet sich bei Essig-, Wein- und Bernsteinsäure, und ziemlich gut ist sie bei $SrCl_2$.

Demgegenüber weichen HNO_3 , KOH und $NaOH$ sehr stark von der „Theorie“ ab: die Differenzen zwischen beobachteten und von der Theorie von Arrhenius verlangten Werthen betragen 8—11 % in den am stärksten verdünnten Lösungen. Die Thatsache jedoch, dass diese Differenzen in der Region grösster Concentration sehr klein werden, legt es

nahe, dass hier eine unbekannte, den Lösungen eigenthümliche Fehlerquelle existirt.

Bei den übrigen Fällen, SnCl_4 , Citronensäure und den Salzen der Phosphorsäure sind bisher noch keine Messungen des electrischen Leitungsvermögens gemacht worden, und somit liegen keine Daten zur Berechnung des theoretischen Werthes der Depressionen vor. Diese Messungen sind sehr wünschenswerth, ebenso wie die für die stark verdünnten Lösungen von MgCl_2 und NH_4Cl .

Princeton, Physik. Lab. d. Universität, U. S. A.

11. *Ueber das specifische Gewicht und das electrische Leitungsvermögen der Normallösungen von Natrium- und Kaliumhydroxyd, von Salzsäure, Schwefelsäure, Salpetersäure und Oxalsäure; von E. H. Loomis.*

Die verschiedenen Tabellen des specifischen Gewichtes dieser gewöhnlichen alkalischen und sauren Lösungen weichen in manchen Fällen so erheblich voneinander ab, dass Versuche, das specifische Gewicht einer besonderen Lösung von bekannter Stärke mittels dieser Tabellen zu berechnen, sehr unsicher ausfallen.

Diese Unsicherheit machte es wünschenswerth, das specifische Gewicht gewisser Normallösungen, über die am meisten Zweifel herrschten, zu messen, und ich unternahm es zu diesem Zweck solche Lösungen von NaOH , KOH , HCl , HNO_3 , H_2SO_4 und $(\text{COOH})_2$ herzustellen. Bei dieser Gelegenheit habe ich ferner das electrische Leitungsvermögen gemessen.

Die verschiedenen Lösungen wurden durch Titriren dargestellt. Die Titrirung gründet sich auf Normallösungen von Natriumcarbonat und Oxalsäure, deren Darstellung zuerst beschrieben werden soll.

Normales Natriumcarbonat. Doppeltkohlensaures Natron (NaHCO_3 , Trommsdorff) wurde durch Glühen in Na_2CO_3 verwandelt, und eine gesättigte Lösung dieses Productes mit einem Strom reiner CO_2 behandelt, bis das NaHCO_3 völlig niedergeschlagen war. Dieses niedergeschlagene NaHCO_3 wurde dann sorgfältig bei einer Temperatur etwas unter Rothgluth erhitzt, bis das Gewicht constant wurde. Das so erhaltene Na_2CO_3 halte ich für die vorliegenden Zwecke für genügend rein.

Das Moleculargewicht dieses Salzes ($\text{O} = 16$) ist 106,12. Demnach verlangt eine Normallösung 53,06 g pro Liter.

Die verwendete Literflasche enthielt 1000 ccm bei 18° C.

Eine einfache Rechnung zeigt, dass eine solche Flasche scheinbar 997,667 g Wasser halten soll, dessen Temperatur 18° C. ist, wenn das Abwiegen in der Luft mit Messinggewichten gemacht wird. Die Marke an der Flasche wurde in dieser Weise fixirt. Das Volumen einer solchen Flasche ist genau ein Liter, d. h. dasjenige von 1000 g Wasser bei 4° C.

Normale Oxalsäurelösung. Die Säure wurde durch zweimaliges Umkrystallisirenlassen aus Wasser und schliesslich durch Wiederkrystallisiren aus Alkohol (nach Mohr) gereinigt. Die Krystalle wurden dann von der Mutterlauge befreit und zwar erst durch einen mechanischen Process und dann durch Rollen und Pressen zwischen Filtrirpapier.

Zwar hinterliess die so präparirte Säure, wenn auf dem Platinblech verdampft, eine schwache Färbung, jedoch hielt ich sie für meine Zwecke für hinreichend rein. Das Moleculargewicht von Oxalsäure $(\text{COOH})_2$, $2 \text{ H}_2\text{O}$ ist 108. Demgemäss wurden 54 g in Wasser gelöst und die Lösung bei 18° C. bis zu einem Liter verdünnt. Diese Normallösungen von Na_2CO_3 und $(\text{COOH})_2$ wurden dann miteinander verglichen und als äquivalent befunden, wodurch die Genauigkeit beider bestätigt wurde.

Die übrigen Normallösungen wurden durch directe Titrirung mit der einen oder anderen von diesen beiden präparirt oder mit einer anderen Normallösung, die direct mit diesen ausgeglichen wurden.

Alle Titrirungen wurden von Hrn. Hulett im Chemischen Laboratorium zu Princeton vorgenommen, und ich möchte an dieser Stelle ihm ganz besonders meinen besten Dank sowohl für die Sorgfalt, mit der er diese Arbeit ausführte, als auch für seine weitere Unterstützung bei der Bereitung und Reinigung so manchen Materials aussprechen.

Natrium- und Kaliumhydroxyd. Die Hydroxyde wurden durch directe Vereinigung des Metalles mit Wasser in einem Silbergefässe hergestellt.

Die Metalle wurden in der freien Luft bei etwa 0° C. sorgfältig von „Krusten“ befreit. Die Lösungen wurden durch Asbest gefiltert.

Die NaOH-Lösung war vollkommen farblos, während die concentrirte KOH-Lösung eine leichte Strohfärbung behielt, die Spuren organischer Substanz anzeigte. Vorsicht wurde angewendet, bei diesen Operationen, CO_2 von den Lösungen auszuschliessen.

Die NaOH- und KOH-Lösung wurde je durch Titrirung mit einer Normallösung von H_2SO_4 , die bereits direct mit Normal- Na_2CO_3 geprüft war, auf Normalstärke gebracht.

Bei diesen und den folgenden Titrirungen wurde Methyl-Orange als Indicator gebraucht, und, wenn irgend möglich, wurde eine zweite Titrirung mit Phenolphthaleïn als Indicator gemacht, um die Arbeit zu controliren.

Es muss hinzugefügt werden, dass die schliessliche Reduction der gegebenen Lösung zu normaler Stärke mit einer $\frac{1}{10}$ -Normallösung des Normal- Na_2CO_3 -Respectus $(\text{COOH})_2$ gemacht wurde. Nachdem die erforderliche Menge von Wasser oder der Verbindung hinzugefügt worden war, wurde zuletzt noch eine Titrirung vorgenommen, um gegen eventuelle Fehler gesichert zu sein.

Salzsäure. Die Säure (Baker & Adamson) wurde erhitzt und das entweichende HCl-Gas durch eine Platinröhre in Wasser geleitet. Die HCl-Lösung wurde dann durch Titrirung mit Normal-NaOH bis zur normalen Stärke verdünnt. Dann wurde sie mit dem Normal- Na_2CO_3 verglichen und als exact befunden.

Salpetersäure. Die Säure (Baker & Adamson) wurde von Chlor frei befunden und dann durch Platin hindurch destillirt. Die Säure wurde darauf durch directes Titriren mit Na_2CO_3 zur normalen Stärke gebracht.

Schwefelsäure. Die Säure (Baker & Adamson) schien für meine Absicht genügend rein zu sein. Sie wurde direct mit Na_2CO_3 als Muster titirt.

Bestimmung des specifischen Gewichtes.

Als Einheit wurde Wasser bei 4°C . genommen und die Temperatur der Lösungen war stets 18°C . Die angewandte Methode war die von Sprengel mit den Modifica-

tionen, wie ich sie bereits in einer früheren Arbeit¹⁾ beschrieben habe.

Das electrische Leitungsvermögen.

Die Messungen wurden nach Kohlrausch's Methode gemacht. Das Widerstandsgefäß war vom Doppeltypus (Kohlrausch, Leitfaden der Physik. Leipzig 1892. 4 Fig., p. 304). Es ergab sich, dass seine „Widerstandscapacität“ (unter Zugrundlegung von Kohlrausch's Werth für Normal-NaCl 696×10^9) 0,00158 Hg-Einheiten war.

Das Gefäß und sein Inhalt wurden in einem Wasserbad sorgfältig etwa 30 Minuten lang auf $18^\circ \text{C.} \pm 0,05^\circ$ gehalten, bevor die Messung angestellt wurde.

Die Resultate.

In der nachstehenden Tabelle findet sich das specifische Gewicht in Columnne 2, und in Columnne 3 das electrische Leitungsvermögen K multiplicirt mit dem Factor 10^7 . Das Leitungsvermögen ist auf Quecksilber bei 4°C. bezogen.

Verbindung	Spec. Gew. $\begin{smallmatrix} 18^\circ \\ 4^\circ \end{smallmatrix}$	$K \times 10^7$
NOH	1,0418	145
KOH	1,0481	170
HCl	1,0165	279
HNO ₃	1,0324	278 ₅
$\frac{1}{2} \text{H}_2\text{SO}_4$	1,0306	183
$\frac{1}{2} (\text{COOH})_2$	1,0199	55

Ausser der NaOH-Lösung, deren Werth in der Tabelle gegeben ist, wurde eine zweite Lösung von Hrn. Hulett bereitet durch zweimalige Reinigung von Trommsdorff's c. p. NaOH durch den bekannten Athyl-Alkoholprocess. Der ganze Process wurde in gänzlich von CO₂ befreiter Luft vorgenommen. Das Product war völlig farblos und fast durchsichtig. Ich glaube, dass dies Hydroxyd fast so rein ist, wie die Alkoholmethode es ermöglicht.

1) Loomis, Wied. Ann. 51. p. 495. 1896.

Das specifische Gewicht dieser Normallösung ist 1,0417 und das electriche Leitungsvermögen 146×10^7 . Diese Resultate stimmen nicht ganz mit denen, die bei der Lösung, die direct vom metallischen Na gewonnen wurden, überein. Zweifellos liefert letztere Methode reineres Hydroxyd und für dieses sind die Resultate in der Tabelle gegeben.

Physik. Laborat. der Universität Princeton, U. S. A.

12. Ueber ein Verfahren zur Demonstration und zum Studium des zeitlichen Verlaufes variabler Ströme; von Ferdinand Braun.

1. Die im Folgenden beschriebene Methode benutzt die Ablenkbarkeit der Kathodenstrahlen durch magnetische Kräfte. Diese Strahlen wurden in Röhren erzeugt, von deren einer ich die Maasse angebe, da mir diese die im allgemeinen günstigsten zu sein scheinen (Fig. 1). *K* ist die Kathode aus Aluminiumblech, *A* Anode, *C* ein Aluminiumdiaphragma; Oeffnung des Loches = 2 mm. *D* ein mit phosphorescirender Farbe überzogener Glimmerschirm. Die Glaswand *E* muss möglichst gleichmässig und ohne Knoten, der phosphorescirende Schirm

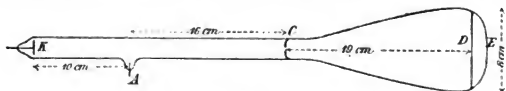


Fig. 1.

so angebracht sein, dass man durch das Glas und den Glimmer hindurch den von den Kathodenstrahlen hervorgebrachten Fluoreszenzfleck sehen kann. — Für manche Versuche ist es zweckmässig, den Glimmerschirm unter 45° gegen die Rohraxe zu stellen. — Es empfiehlt sich, um das Rohr in der Nähe des Diaphragmas Stanniol zu wickeln, welches zur Erde geleitet ist (besser noch würde voraussichtlich directe Ableitung des Diaphragmas wirken)¹⁾.

Die Röhren hatte Hr. Franz Müller (Dr. Geissler's Nachfolger) in Bonn die Freundlichkeit in bekannter vorzüglicher Weise herzustellen und können solche von ihm bezogen werden.

Die Kathodenstrahlen wurden erzeugt meist mit einer 20plattigen Töpler'schen Influenzmaschine; für viele Versuche genügt auch ein rasch spielender Inductionsapparat. Eine in den Kreis geschaltete variable Funkenstrecke gestattet die je günstigste Entladungsart aufzusuchen.

1) Hat sich nicht bewährt.

Schiebt man an das Rohr in der Nähe des Diaphragmas eine kleine Magnetisirungsspule, welche *Indicatorspule* genannt werden soll, ihre Axe etwa senkrecht zur Rohraxe gestellt, und lässt dieselbe von Strom durchfliessen, so wird der Lichtfleck wie bekannt abgelenkt. Ein Wechselstrom versetzt ihn in Schwingungen.

Man wird bei diesem Verfahren sicher frei von Eigenschwingungen des anzeigenden Apparates und voraussichtlich auch von Trägheit. Wenigstens ist, bis zum Beweis des Gegentheiles — welches nachzuweisen sehr interessant wäre — anzunehmen, dass letztere sich höchstens in Zeiträumen geltend machen könne, die sich bemessen aus Lichtgeschwindigkeit und linearen Dimensionen des Rohres. Ein sehr grosser Vortheil ist ausserdem die gleichmässige Beweglichkeit des Kathodenstrahles nach allen Richtungen einer Ebene. Ein Nachtheil liegt in der Intermittenz der Kathodenstrahlen. Dieser letztere haftet den von Fröhlich ¹⁾ (Telephonmembranen) und Puluj ²⁾ (elastische Stäbe) angegebenen Methoden nicht an; aber das Vertrauen, welches man ohne weitere Discussion von Fehlerquellen zu den Angaben des hier vorgeschlagenen Verfahrens haben kann, ist für manche wissenschaftliche Zwecke doch von grossem Vortheil.

Ich beschreibe einige Versuche.

Schwingungsform von Strömen.

Die Curven sind nach dem Aussehen im rotirenden König'schen Spiegel gezeichnet.



Fig. 2a gibt die Schwingungsform des Wechselstromes der Strassburger Centrale (50 ganze Schwingungen pro Secunde). Der Strom wurde nach Abschwächung auf ein halbes Ampère (mittels vorgeschalteter Glühlampe) durch eine Spirale von 50 mm Länge, 22 mm äusserem, 10 mm innerem Durchmesser

- 1) Fröhlich, Electrotechn. Zeitschr. 8. p. 210. 1887; 10. p. 65. 1889.
- 2) Puluj, Electrotechn. Zeitschr. 14. p. 686. 1893.

mit eingeschobenem Eisenkern geleitet. Die Spule liegt horizontal; ihre Axe, senkrecht zur Rohraxe, schneidet das Diaphragma. Amplitude der Curven 2—4 cm; nach Belieben auch darüber.

Die Curve ist überraschend sinusartig; Fig. 2 *b* gibt die von einer Stimmgabel geschriebene, entsprechend vergrösserte, Curve. Sie ist als punktirte noch in 2 *a* fortgesetzt.

Fig. 3 und 4 beziehen sich auf einen ebenso gestellten kleinen Inductionsapparat mit Platinunterbrecher (Länge der Spule 75 mm).

Fig. 3 *a* giebt die Schwingungsform des primären Kreises (secundärer Kreis offen). Der aufsteigende Ast $\alpha\beta$ wird so

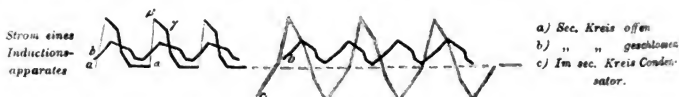


Fig. 3.

rasch zurückgelegt, dass er wegen zu geringer Lichtstärke schwer erkennbar ist. $\beta\gamma$ ist offenbar der Theil des Oeffnungsstromes, während dessen der Oeffnungsfunken noch Contact



Fig. 4.

giebt. Die horizontale, hellste Strecke entspricht der Stromlosigkeit.

Fig. 3 *b* zeigt die Schwingungsform, wenn der secundäre Kreis metallisch geschlossen ist, der dann gleichzeitig auf den Kathodenstrahl wirkt. Die Amplitude wird etwa $2\frac{1}{2}$ mal kleiner, die Schwingungsform sinusartiger.

Fig. 3 *c* erläutert die electrischen Vorgänge, wenn der secundäre Kreis durch einen Paraffinpapiercondensator (wie er in grösseren Inductionsapparaten sich befindet) geschlossen ist. Seine Capacität habe ich nicht bestimmt. Ein Urtheil über dieselbe ergiebt sich daraus, dass beim Laden mit dem

(120 voltigen) Wechselstrom der Centrale eine eingeschaltete Glühlampe auf dunkle Rothgluth sich erhitzt.

Die Figuren zeigen die relative Lagerung der Curven. Es ergibt sich aus ihr: Bei ungeschlossenem secundärem Kreise wird der Eisenkern des Inductionsapparates nach jeder Unterbrechung wieder unmagnetisch; metallische Schliessung des secundären Kreises bewirkt, dass der Kern dauernd magnetisch bleibt; Einschalten des Condensators, dass derselbe durch den Entladungsstrom des letzteren ummagnetisirt wird.

3. *Lissajous'sche Curven.* — Der Wechselstrom geht durch eine vertical über das Diaphragma gestellte Spule; unterhalb der Röhre wird ein kleiner Magnetstab (100 mm lang, 14 mm breit, 6 mm dick) in einer Horizontalebene in Rotation versetzt. Mit wachsender Rotationsgeschwindigkeit beschreibt der leuchtende Punkt die verschiedensten Lissajous'schen Curven; doch sind nur einige derselben hinreichend ruhig, um befriedigend zu erscheinen (z. B. 2:1). Auf unisono konnte ich

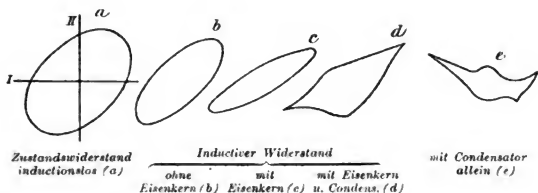


Fig. 5.

die Rotationsgeschwindigkeit des Magneten mit meiner Vorrichtung nicht bringen.

4. Erläuterung von *Phasenverschiebung* des Stromes gegen die electromotorische Kraft in Folge von *Induction* und *Condensatorwirkung*.

Der Wechselstrom der Centrale durchläuft 1—6 parallel geschaltete Glühlampen, um seine Stärke zwischen 0,5 und 3 Amp. variiren zu können. Er fließt ferner durch eine Indicatorspule, welche den Kathodenstrahl horizontal schwingen lässt (Richtung I der Fig. 5) und endlich durch den primären Kreis des erwähnten kleinen Ruhmkorff, dessen Unterbrecher

festgestellt ist. Der secundäre Kreis des Apparates versorgt eine feindrähtige Spule (70 mm lang, 30 mm Durchmesser) mit eingelegtem Eisendrahtbündel, die als zweite Indicatorspule dient und den Lichtzeiger in verticaler Richtung oscilliren lässt (vgl. die ähnliche Anordnung Fig. 6 d); er geht dann zu einem Umschalter, welcher gestattet entweder die Spule eines Helmholtz'schen Schlittenapparates oder einen gleich grossen inductionsfreien Widerstand einzuschalten. (Die Versuchsbedingungen würden besser so gewählt sein, dass als Indicatorspulen zwei gleiche und von zwei gleichen secundären Spulen gleichphasig gespeiste Rollen benutzt würden.)

Fig. 5 a zeigt die Phasenverschiebung des secundären Kreises gegen den primären Wechselstrom. Eingeschaltet ist ausser den unumgänglichen zwei Spulen ein inductionsfreier Widerstand von 353 Ω .

Fig. 5 b giebt die Phasenänderung, wenn der inductionslose Widerstand durch einen inductiven von gleichem Ohm'schen Widerstand ersetzt ist. Die Constanten desselben waren:

Ohm'scher Widerstand	= 353 Ω ,
Selbstinductionscoefficient	= $0,83 \cdot 10^9$ cm,
Schwingungszahl des Stromes	= 50 sec^{-1} ,
daher die Inductanz	= 258 Ω
und der scheinbare Widerstand (Impedanz)	= 437 Ω .

Wird in den inductiven Widerstand ein Eisendrahtbündel eingeschoben, so entsteht die Curve 5 c; Fig. 5 d, wenn nun noch dem inductiven Widerstand der früher erwähnte Condensator parallel geschaltet wird; Fig. 5 e, wenn die Spule entfernt ist und nur der Condensator sich im Kreis befindet. Sie zeigt ausser der Phasenverschiebung die Ueberlagerung einer etwa dreimal schnelleren Condensatorschwingung.

5. *Phasenverschiebung durch Polarisation.*¹⁾ Der auf 0,5 Amp. reducirte Wechselstrom gabelt sich in zwei gleiche

1) Vgl. F. Kohlrausch, Pogg. Ann. Jubelband p. 290. 1874; Oberbeck, Wied. Ann. 19. p. 213. 1883, 21. p. 139, 1884; Winkelmann, Wied. Ann. 20. p. 91. 1883.

Indicatorspulen der sub 1 angegebenen Maasse. Sie sind senkrecht gegeneinander gestellt.

Man schiebt die Spulen nach Einschalten von gleichen Ballastwiderständen in beiden Zweige so, dass die Lissajous'sche Figur in eine gerade Linie unter 45° Neigung gegen den Horizont übergeht.

Fig. 6 giebt einige Resultate; l bez. r in Fig. 6 a geben die Bewegung des Punktes durch die im linken, bez. rechten Zweig gelegene Spule (Fig. 6 d); im linken Zweig kann durch eine Wippe entweder ein unpolarisirbarer ZnSO_4 -Widerstand oder der gleich grosse eines SH_2O_4 -Voltameters mit blanken Platinplatten eingeschaltet werden.

Fig. 6 b zeigt: rechts 2Ω ; links ZnSO_4 von 2Ω .

Fig. 6 c: rechts 2Ω , links das Voltameter. Die Ellipse

Phasendifferenz durch Polarisation.

Fig. 6 a. Fig. 6 b. Fig. 6 c.

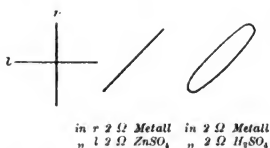
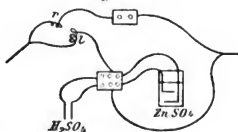


Fig. 6 d.



zieht sich beim theilweisen Herausheben der Electroden unter Aenderung der Axenlage stärker elliptisch aus.

Wird das Voltameter durch ein Kohlrausch'sches Widerstandsgefäss mit platinirten Platinelectroden und verdünnter SH_2O_4 gefüllt ersetzt, so geht die Curve wieder in eine gerade Linie über, genau wie beim ZnSO_4 .

6. Endlich will ich von Versuchen über die *Fortpflanzungsgeschwindigkeit magnetischer Erregung* durch Eisen hindurch einen beschreiben.

Ein Eisenstab von 1,2 m Länge und 9 mm Durchmesser liegt horizontal und senkrecht zur Rohraxe, sein eines Ende dem Diaphragma möglichst nahe. Auf dem Stab lässt sich eine kleine Magnetisirungsspule verschieben; eine zweite ebensolche ist einer Verticalebene gleichfalls senkrecht zum Rohr angeordnet, so dass unter der gleichzeitigen Einwirkung eines

Wechselstroms in beiden Spulen der Lichtfleck eine Curve beschreibt, welche wesentlich durch die dem Diaphragma am nächsten befindlichen Pole bedingt ist. Beide Spulen werden vom gleichen Wechselstrom durchlaufen.

Verschiebt man auf dem langen Stabe die Spule, so ändert sich Gestalt und Orientirung der Schwingungsellipse, und wenn die Spulenmitte etwa 42 cm vom Ende des Stabes entfernt ist, zeigt sie eine Phasendifferenz von $\pi/2$ an (unabhängig von der Stärke des Stromes); aus der Schwingungszahl (50) des Wechselstroms ergibt sich damit eine „Fortpflanzungsgeschwindigkeit“ der magnetischen Erregung von 86 (m/sec), ein Werth, welcher mit dem von Oberbeck¹⁾ unter ähnlichen Versuchsbedingungen gefundenen (88,7 m für einen 8,7 mm dicken Eisenstab und die Schwingungszahl 133) gut übereinstimmt.

Es handelt sich bei diesem Vorgang, wie bekannt, um complicirte Erscheinungen²⁾; in der That zeigten mir Versuche, dass ein eingehenderes Studium erforderlich sein wird, um die Einzelheiten der Beobachtungen zu deuten.

Die magnetische Kraft, welche vom freien Ende des langen Stabes ausgeht, nimmt mit zunehmender Entfernung der Spule ausserordentlich stark ab und zwar viel stärker für Wechsel- als für constanten Strom.

Dies mag durch die folgenden Zahlen erläutert werden:

	Ablenkung durch constanten Strom	Halbe Ablenkung durch Wechselstrom
Spule am Ende des Stabes ³⁾	32 mm	31 mm
„ verschoben um 10 cm	26 „	23 „
„ „ „ 20 „	16 „	6 „
„ „ „ 30 „	9 „	4 „
„ „ „ 40 „	6 „	1 „

7. Eine Trägheit des Kathodenstrahles ist mir nicht aufgefallen. Jedenfalls folgt er den Schwingungen der Ent-

1) Oberbeck, Wied. Ann. **22**. p. 81. 1884.

2) Vgl. Oberbeck, l. c. u. Wied. Ann. **21**. p. 672. 1884.

3) Ihr nächstes Ende ist 6 cm vom Diaphragma entfernt.

ladung einer einzigen Leydener Flasche. Auch wenn sie sich ohne Funkenstrecke durch die secundäre Spule eines ganz kleinen (als Indicatorspule benutzten) Inductionsapparates entlud, wurde der Lichtfleck bald nach oben, bald nach unten um 1 bis 1,5 cm aus der Ruhelage herausgeworfen. Die Methode verlangt, wenigstens bei der bis jetzt benutzten rohen Beobachtungsform ziemlich starke Kräfte, doch darf ihr Zeitintegral warscheinlich recht klein sein.

Strassburg, i. Els., Physikal. Institut.

13. Ueber die Lage der Absorptionsbüschel in zweiaxigen pleochroitischen Krystallen; von W. Voigt.

(Aus den Nachrichten der K. Gesellsch. d. Wissenschaften zu Göttingen.
Math.-physik. Klasse. 1896. Heft 3.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 24. October 1896.)

Die merkwürdigen Absorptionsbüschel, welche man wahrnimmt, wenn man durch eine senkrecht zu einer optischen Axe aus einem zweiaxigen pleochroitischen Krystall geschnittene Platte nach einer hellen Fläche, z. B. nach dem Himmel blickt, liegen in den bekanntesten Fällen normal zu der Ebene der optischen Axen, und man hat hieraus, wie sich an verschiedenen Stellen in der Literatur zeigt, mitunter gefolgert, dass diese Orientirung *stets* stattfinde. Indessen habe ich bei Ableitung der allgemeinen Theorie¹⁾ ein anderes Resultat erhalten und dasselbe auch kürzlich durch die Beobachtung bestätigen können.

Die Theorie giebt folgende einfache Regel an die Hand.

Für eine jede Farbe ist ein Krystall charakterisirt durch zwei Systeme von rechtwinkligen Symmetrieaxen, deren eines als Elasticitäts- oder Polarisationsaxensystem, deren anderes als Absorptionsaxensystem bezeichnet werden mag, und durch zwei Tripel auf diese bezüglicher Constanten, die analog Polarisations- und Absorptionsconstanten genannt werden mögen.

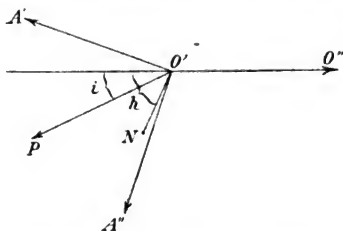
Die ersteren Constanten a_1, a_2, a_3 stellen die Quadrate der Halbaxen des bekannten Fresnel'schen Polarisations-ovaloides dar, das bei durchsichtigen Krystallen zur geometrischen Construction der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ebener Wellen dient; die letzteren a'_1, a'_2, a'_3 bestimmen ähnlich ein zweites Ovaloid, das als Absorptionsovaloid bezeichnet werden möge.

Die Normalen auf den Kreisschnitten des *ersten* Ovaloides

1) W. Voigt, Compendium der theoretischen Physik 2. p. 725 ff. Leipzig 1896.

sind bei durchsichtigen Krystallen bekanntlich die sogenannten optischen Axen O' und O'' , und sie behalten diese Eigenschaften auch bei denjenigen schwachen Absorptionen, die in den gewöhnlichen pleochroitischen Krystallen stattfinden, wie denn bei solchen die Gesetze der Fortpflanzungsgeschwindigkeit und der Polarisation durch die Absorption überhaupt nicht merklich modificirt werden. Die Normalen auf den Kreisschnitten des zweiten Ovaloides haben im allgemeinen keine directe physikalische Bedeutung; nur bei sehr schwacher Doppelbrechung fallen sie nahezu in die Richtungen, in denen die beiden fortgepflanzten Wellen gleichstark absorbtirt werden. Wir bezeichnen diese Normalen als die Axen A' , A'' und benutzen sie, wie überhaupt vielfach in der allgemeinen Theorie absorbirender Krystalle, so besonders zur Veranschaulichung der Lage der Absorptionsbüschel.

Da diese Büschel in der Nähe der optischen Axen besonders merklich sind, so stellen wir in der Figur ein Stück einer um die



Lichtquelle — oder das beobachtende Auge — construirten Hohlkugel aus dem pleochroitischen Krystall in der Nähe der Austrittsstelle O' der optischen Axe dar. N sei die Austrittsstelle der Wellennormale und somit der Beobachtungsrichtung; in den Ebenen $O'O'$, $O'A'$, $O'A''$ liegen die Axen O' , A' , A'' , und zwar sei der Winkel $\overline{O'O'}$ zwischen den beiden optischen Axen gross gegen den Winkel zwischen N und O' . Das Azimuth der Beobachtungsrichtung N sei durch den Winkel h gegen die Ebene der optischen Axen bestimmt; ausserdem führen wir noch das Azimuth i der Halbirungsebene $O'P$ des Winkels $A'O'A''$ gegen die Ebene der optischen Axen ein.

Dann lautet die angekündigte Regel: „die wahrgenommene grösste Dunkelheit findet in den Richtungen $h = 2i \pm \frac{1}{2}\pi$, die grösste Helligkeit in den Richtungen $h' = 2i$ und $h' = 2i + \pi$ statt“; erstere Orientirung wird man sonach auch kurz den Absorptionsbüscheln zusprechen.

Hieraus folgt, dass jederzeit, wenn die Axen A' , A'' entweder in der Ebene der Axen O' , O'' oder symmetrisch in einer dazu normalen liegen, $h = \pm \frac{1}{2} \pi$ wird, dass dann also die Büschel sich normal zur Ebene der optischen Axen zeigen. Dies *gilt stets* bei rhombischen Krystallen, sowie bei monoklinen dann, wenn die optischen Axen in der Symmetrieebene liegen; es *gilt nicht* bei allen triklinen Krystallen und denjenigen monoklinen, deren optische Axen sich in einer zur Symmetrieebene normalen Ebene befinden.

Monokline pleochroitische Krystalle, welche deutlich Büschel zeigen und dem zweiten Typus angehören, sind mir nicht zugänglich geworden; dagegen bietet der *Axinit* ein Beispiel eines triklinen Krystalles, bei dem die Abweichungen der Büschel von der zur optischen Axenebene normalen Lage sehr merklich ist; bei dem schönen Präparat, das ich der Firma Dr. Steeg & Reuter in Bad Homburg verdanke, dürfte sie gegen 20° betragen. Um dies festzustellen, muss man die Ebene der optischen Axen bestimmen, was ziemlich leicht, aber freilich nicht sehr genau gelingt, wenn man das Präparat innerhalb einer hoch brechenden Flüssigkeit im convergenten Lichte beobachtet und die Neigungsrichtung aufsucht, bei welcher sich die isochromatischen Curven lemniskatisch auseinanderziehen.

Während diese Beobachtung einerseits die Folgerung der Theorie bestätigt, beweist sie zugleich, dass im *Axinit* die Symmetrieaxen der Polarisation erheblich gegen diejenigen der Absorption geneigt sind.

Göttingen, im October 1896.

14. *Theoretische Untersuchungen über elastische Körper und Licht; von Paul Glan.*

XII. Längskreisschwingungen in Krystallen.

Die Gleichung für die Bewegung im Innern elastischer Körper, wie sie hier entwickelt ist, bedarf erstens einer Bestimmung der Temperatur t in ihrer Abhängigkeit von der im Körper vor sich gehenden betrachteten Bewegung. Die Gleichung zur Ermittlung der Temperatur t enthält nun die Theilableitungen der Grösse der Theilkräfte der elastischen Kräfte nach den Kantenrichtungen $Ud\rho_{\omega_1}$, $Ud\rho_{\omega_2}$, $Ud\rho_{\omega_3}$ eines Parallelepipedes, das vor der Gestaltsänderung ein Würfel mit den Kantenrichtungen ω_1 , ω_2 , ω_3 war, nach der Temperatur. Die Ausdrücke für dieselben bei einem Krystalle sollen jetzt gegeben werden mit den zuvor entwickelten, in diesem Falle geltenden Werthen der Vektoren der elastischen Kräfte α_1 , α_2 , α_3 . Nicht in Betracht gezogen sollen hierbei Glieder werden, welche in Bezug auf die Gestaltsvariablen oder ihre Ableitungen von höherer als der ersten Ordnung sind. Die zu entwickelnden Scalare $D_t S \alpha_1 Ud\rho_{\omega_1}$, $D_t S \alpha_2 Ud\rho_{\omega_2}$. . . sind in der Gleichung zur Bestimmung der Temperatur mit Ableitungen der Gestaltsvariablen multiplicirt; es sind hier deshalb nur die Glieder derselben in Betracht zu ziehen, welche die Gestaltsvariablen oder ihre Ableitungen nicht enthalten. Von den Gliedern erster Ordnung in Bezug auf die Gestaltsvariablen und ihre Theilableitungen sollen ferner nur die beibehalten werden, welche nicht das Product zweier anderer kleiner Werthe, z. B. der thermischen Ausdehnungsindices und der Temperaturcoefficienten elastischer Constanten enthalten. Dann ergibt sich mit den früher gegebenen Ausdrücken für α_1 , α_2 , α_3

$$D_t S \alpha_1 Ud\rho_{\omega_1} = e_1 r^{-1} [-a_1 (1 - w_2'' w_3'') + a_2 (w_1' - w_3' w_1'') + a_3 (w_1'' - w_2'' w_1')],$$

$$D_t S \alpha_2 Ud\rho_{\omega_2} = e_2 r^{-1} [a_1 (w_2' - w_3' w_2'') - a_2 (1 - w_3' w_1'') + a_3 (w_1''' - w_2'' w_2')],$$

$$D_t S \alpha_3 Ud\rho_{\omega_3} = e_3 r^{-1} [a_1 (w_3' - w_2' w_3') + a_2 (w_3'' - w_1'' w_3') - a_3 (1 - w_1'' w_2')].$$

Es wird weiter

$$D_t S \alpha_1 U d \varrho_{\omega_1} = D_t v'_{1,1} \cdot (n_1 - \int_0^t d_t n_1) + D_t v'_{1,2} \cdot D_t (n_1 - \int_0^t d_t n_1) \\ + \dots - v'_1 D_t \int_0^t d_t n_1 - v'_{1,2} D_t [D_t \int_0^t d_t n_1] - \dots$$

Nehmen wir $d_t n_1 = -b_{1,1} v'_{2,0} n_1 dt \cdot v_2'^{-1}$, wie es sich nach dem Vorigen wegen der jedenfalls stattfindenden Aenderung der Verdrehung der Temperaturveränderung allein infolge der Abhängigkeit der elastischen Constanten von der Temperatur ergibt, und bemerken wir, dass

$$\int_0^t n_1 D_t t dt < n_{1, \max} (t - t_0),$$

also von der Ordnung der Verdrehungsvariablen ist, so kann im vorliegenden Falle $D_t S \alpha_1 U d \varrho_{\omega_1}$ ausser Betracht bleiben, ebenso auch $D_t S \alpha_2 U d \varrho_{\omega_1}$ und $D_t S \alpha_3 U d \varrho_{\omega_1}$.

Es soll nun die betrachtete Bewegung derart sein, dass sie für alle Theilchen einer Ebene im Körper die gleiche ist, welche ohne den Einfluss von Kräften auf denselben senkrecht zu einem Vector γ ist, dass also der Vector ϱ eines solchen Theilchens sich in der Form

$$\varrho = \omega + \varphi(g, t)$$

darstellen lässt, wenn

$$g = S \omega \gamma$$

ist. Die für diesen Fall zuvor aufgestellte Gleichung zur Bestimmung von t oder \mathfrak{T} hat dann, da hier nur Glieder erster Ordnung in Bezug auf die Gestaltsvariablen oder deren Ableitungen berücksichtigt werden, die Lösung:

$$\mathfrak{T} = \mathfrak{T}_0 \varepsilon^{h_1(g, t)},$$

in der

$$f_1(g, t) = (s c_v n)^{-1} \{ D_t S [\alpha_1 U d \varrho_{\omega_1} m_1 + \alpha_2 U d \varrho_{\omega_2} m_2 + \alpha_3 U d \varrho_{\omega_3} m_3] \\ + \int k_\gamma (s c_v)^{-1} dt D_g^2 \cdot D_t S [\alpha_1 U d \varrho_{\omega_1} m_1 + \alpha_2 U d \varrho_{\omega_2} m_2 \\ + \alpha_3 U d \varrho_{\omega_3} m_3] + \int k_\gamma (s c_v)^{-1} dt D_g^2 \cdot \int k_\gamma (s c_v)^{-1} dt D_g^2 \\ \cdot D_t S [\alpha_1 U d \varrho_{\omega_1} m_1 + \alpha_2 U d \varrho_{\omega_2} m_2 + \alpha_3 U d \varrho_{\omega_3} m_3] + \dots \}.$$

Wenn jetzt in der Gleichung für die Bewegung im Innern elastischer Körper in der Form

$$s D_t^3 \varrho dt = - [d(\Delta \alpha_1)_{\omega_1} + d(\Delta \alpha_2)_{\omega_2} + d(\Delta \alpha_3)_{\omega_3}],$$

mit Berücksichtigung, dass $d(d_1 n_1)_{\omega_1}$, mit dem Werthe

$$d(-b_{n_1} v'_{2,0} n_1 D_t t dt \cdot v_2^{-1})_{\omega_1},$$

indem $D_t t$ aus dem soeben für \mathfrak{T} gefundenen Ausdrucke zu bilden ist, klein zweiter Ordnung in Bezug auf die Gestaltsvariablen oder ihre Ableitungen der Grösse nach zu rechnen ist, also hier fortfallen kann, wie auch $d(d_1 n_1)_{\omega_1}, \dots d(d_1 n_3)_{\omega_3}$, für $\Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2, \Delta \alpha_3$ die Werthe gesetzt werden, welche sie nach den zuvor entwickelten Werthen der Vektoren der elastischen Kräfte für Krystalle erhalten werden, und für ϱ der zuvor angenommene Werth, folgt aus dieser Gleichung die weitere:

$$s D_t^3 \varphi = - \varphi'.$$

In dieser Gleichung hat die vector Function φ' folgende Bedeutung. Es ist:

$$\begin{aligned} r \varphi' = & [-e_1 (1 - w_2'' w_3'') \omega_1 S \omega_1 \gamma + e_2 (w_2' - w_3' w_2'') \omega_2 S \omega_2 \gamma \\ & + e_3 (w_3' - w_2' w_3'') \omega_3 S \omega_3 \gamma] D_t (D_3 m_1 - a_1 D_3 \mathfrak{T}) \\ & + [e_1 (w_1' - w_3' w_1'') \omega_1 S \omega_1 \gamma - e_3 (1 - w_3' w_1'') \omega_2 S \omega_2 \gamma \\ & + e_3 (w_3' - w_1' w_3'') \omega_3 S \omega_3 \gamma] D_t (D_3 m_2 - a_2 D_3 \mathfrak{T}) \\ & + [e_1 (w_1' - w_2' w_1'') \omega_1 S \omega_1 \gamma + e_2 (w_2'' - w_1' w_2'') \omega_2 S \omega_2 \gamma \\ & - e_3 (1 - w_1' w_2'') \omega_3 S \omega_3 \gamma] \cdot D_t (D_3 m_3 - a_3 D_3 \mathfrak{T}) \\ & - (v_1' \omega_2 S \omega_1 \gamma + v_2' \omega_1 S \omega_2 \gamma) D_{t,3}^2 n_1 - (v_2' \omega_3 S \omega_2 \gamma \\ & + v_3' \omega_2 S \omega_3 \gamma) D_{t,3}^2 n_2 - (v_1' \omega_3 S \omega_1 \gamma + v_3' \omega_1 S \omega_3 \gamma) D_{t,3}^2 n_3 \\ & + \dots \end{aligned}$$

Die folgenden Glieder der Entwicklung entstehen aus dem Angeführten dadurch, dass an Stelle von $e_1, \dots v_3''$ gesetzt wird $-e'_{1,i}, \dots v'_{3,i}$, und für i die Reihe der ganzen Zahlen von 2 beginnend genommen wird, während zugleich statt D_t zu nehmen ist D_t^i .

Es ist:

$$D_0 \mathfrak{T} = \mathfrak{T} (s c_v a)^{-1} [\{e_1 r^{-1} [-a_1 (1 - w_2'' w_3'') + a_2 (w_1'' - w_3' w_1'') \\ + a_3 (w_1''' - w_2''' w_1'')] D_0 m_1 + e_2 r^{-1} [a_1 (w_2' - w_3' w_2'') \\ - a_2 (1 - w_3' w_1'') + a_3 (w_2''' - w_1''' w_2'')] D_0 m_2 + e_3 r^{-1} [a_1 (w_3' \\ - w_2' w_3'') + a_2 (w_3'' - w_1'' w_3') - a_3 (1 - w_1'' w_2'')] D_0 m_3\} \\ + k_\gamma (s c_v)^{-1} \int D_0^2 \{ \dots \} dt + k_\gamma^2 (s c_v)^{-2} \int dt \int D_0^4 \{ \dots \} dt + \dots,$$

weil hier nur Glieder erster Ordnung in Bezug auf die Gestaltsvariablen oder deren Ableitungen berücksichtigt werden und in dieser Gleichung ist der Inhalt der geschweiften Klammern stets derselbe und $k_\gamma (s c_v)^{-1}$ bezeichnet den von der Gestaltsänderung unabhängigen Theil dieses Quotienten. Da nun

$$D_0 m_1 = -S \omega_1 \gamma S \omega_1 D_0^2 q, \\ D_0 m_2 = -S \omega_2 \gamma S \omega_2 D_0^2 q, \\ D_0 m_3 = -S \omega_3 \gamma S \omega_3 D_0^2 q, \\ D_0 n_1 = -S [\omega_1 S \omega_2 \gamma + \omega_2 S \omega_1 \gamma] D_0^2 q, \\ D_0 n_2 = -S [\omega_2 S \omega_3 \gamma + \omega_3 S \omega_2 \gamma] D_0^2 q, \\ D_0 n_3 = -S [\omega_3 S \omega_1 \gamma + \omega_1 S \omega_3 \gamma] D_0^2 q$$

ist, wird q' eine vector Function von $D_0^2 q$, $D_0^4 q$ und der weiteren geraden Ableitungen von q nach g . Die elastischen Constanten in q' , und im besonderen in den Integralen von $D_0 \mathfrak{T}$, sind unabhängig von der Temperatur zu behandeln. Sie erhalten den Werth für diejenige Temperatur, welche \mathfrak{T}_0 entspricht, wie sich hier ergibt, wenn $t = \mathfrak{T}_0 e^{f(g, t)} - 273$ durch Entwicklung der Exponentialfunction als Reihe dargestellt wird.

Die Glieder in q' , welche durch $\mathcal{A}' \alpha_1$, $\mathcal{A}' \alpha_2$, $\mathcal{A}' \alpha_3$ bestimmt sind, die also nur $D_{0, t}^2 m_1, \dots D_{0, t}^2 n_3$, $D_{0, t}^3 \mathfrak{T}$ enthalten, haben die Form

$$\zeta_1 S \omega_1 D_{0, t}^3 q + \zeta_2 S \omega_2 D_{0, t}^3 q + \zeta_3 S \omega_3 D_{0, t}^3 q \\ + q_1 (D_0^4 q) + q_2 (\int D_0^6 q dt) + q_3 (\int dt \int D_0^8 q dt) + \dots;$$

entsprechend gestaltet sind die Glieder in q' , welche aus $\mathcal{A}'' \alpha_1, \dots \mathcal{A}''' \alpha_1, \dots$ entstehen. Da nun hier die Factoren der Glieder in $a_1 D_{0, t}^2 \mathfrak{T}$ wie $\mathfrak{T} (s c_v a)^{-1} a_1^2 e_1$ klein sind und diese Glieder ausserdem $D_{0, t}^2 m_1$ oder $D_{0, t}^2 m_2$ oder $D_{0, t}^2 m_3$,

bez. $D_0^3 m_1, \dots, \int D_0^3 m_1 dt \dots$ als Factoren enthalten, soll in *erster Näherung* statt $D_t(D_0 m_1 - a_1 D_0 \mathfrak{T})$ genommen werden $D_{t,0}^2 m_1$; entsprechend anstatt $D_t(D_0 m_2 - a_2 D_0 \mathfrak{T})$ oder $D_t(D_0 m_3 - a_3 D_0 \mathfrak{T})$ bez. $D_{t,0}^2 m_2$ oder $D_{t,0}^2 m_3$. Dann nimmt φ' die Form an:

$$\Sigma [\zeta_1^{(i)} S \omega_1 D_{0,0}^{i,i-2} \varphi + \zeta_2^{(i)} S \omega_2 D_{0,0}^{i,i-2} \varphi + \zeta_3^{(i)} S \omega_3 D_{0,0}^{i,i-2} \varphi],$$

in welcher Form für i die Reihe der ganzen Zahlen von 3 beginnend zu setzen ist und in der die Factoren $\zeta_1^{(i)}, \zeta_2^{(i)}, \zeta_3^{(i)}$ entsprechend dem zuvor entwickelten Ausdrücke für φ' zu bilden sind.

Es soll nun angenommen werden, dass in einem Würfel eines Krystalles, dessen Kanten die Richtungen der krystallographischen Axen haben, allein durch eine Dehnung m_2 desselben nach der Richtung der Kanten parallel ω_2 an den Endflächen desselben senkrecht zu ω_1 eine elastische Kraft von gleicher Grösse mit derjenigen entsteht, welche allein eine Dehnung m_1 von gleicher Grösse mit m_2 der Richtung nach parallel ω_1 an den Endflächen desselben Würfels an den Endflächen senkrecht zu ω_3 erzeugen würde, wenn beide Dehnungen bei constanter Temperatur erfolgen. Aus den allgemeinen Ausdrücken für die Vektoren der elastischen Kräfte α_1, α_2 , welche hier in Betracht kommen, ergiebt sich daraus die Gleichung:

$$\begin{aligned} & [e_1 m_2 - e'_{1,2} D_t m_2 - e'_{1,3} D_t^2 m_2 - \dots] (w_1'' - w_3'' w_1''') \\ &= [e_2 m_1 - e'_{2,2} D_t m_1 - e'_{2,3} D_t^2 m_1 - \dots] (w_2' - w_3' w_2''). \end{aligned}$$

Da sie stattfinden soll, wie auch m_1 oder das ihm gleiche m_2 von der Zeit t abhängen mögen, folgen aus ihr die weiteren Gleichungen:

$$\begin{aligned} e_1 (w_1'' - w_3'' w_1''') &= e_2 (w_2' - w_3' w_2''), \\ e'_{1,2} (w_1'' - w_3'' w_1''') &= e'_{2,2} (w_2' - w_3' w_2''), \\ e'_{1,3} (w_1'' - w_3'' w_1''') &= e'_{2,3} (w_2' - w_3' w_2''), \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

Aus ihnen ergeben sich die Beziehungen:

$$e_1 : e_2 = e'_{1,2} : e'_{2,2} = e'_{1,3} : e'_{2,3} = \dots$$

Wenn nur eine Dehnung m_3 parallel ω_3 an den Endflächen senkrecht zur Richtung von ω_2 der Grösse nach dieselbe

elastische Kraft erzeugt, wie allein eine gleich grosse Dehnung m_3 parallel ω_3 an den Endflächen senkrecht zu ω_3 , ergeben bei constanter Temperatur die allgemeinen Ausdrücke für die Vektoren α_2 und α_3

$$\begin{aligned} & [e_2 m_3 - e'_{2,2} D_t m_3 - e'_{2,3} D_t^2 m_3 - \dots] (w_2'' - w_1'' w_2') \\ & = [e_3 m_2 - e'_{3,2} D_t m_2 - e'_{3,3} D_t^2 m_2 - \dots] (w_3'' - w_1'' w_3'). \end{aligned}$$

Da diese Gleichung für jede Art von Abhängigkeit des m_3 oder des gleichen m_3 von der Zeit t gelten soll, folgen aus ihr die Gleichungen:

$$e_2 (w_2''' - w_1''' w_2') = e_3 (w_3'' - w_1'' w_3'),$$

und

$$e'_{2,2} (w_2''' - w_1''' w_2') = e'_{3,2} (w_3'' - w_1'' w_3'),$$

$$e_2 : e_3 = e'_{2,2} : e'_{3,2} = e'_{2,3} : e'_{3,3} = \dots$$

Wenn endlich allein eine Dehnung m_1 parallel ω_1 an den Endflächen senkrecht zu ω_3 der Grösse nach dieselbe elastische Kraft hervorbringt, wie an den Endflächen senkrecht zu ω_1 eine einzige Dehnung m_3 parallel ω_3 , welche von gleicher Grösse mit m_1 ist, und dabei die Temperatur stets unverändert bleibt, so folgt aus den Ausdrücken für die Vektoren α_3 , α_1 der elastischen Kräfte, dass

$$\begin{aligned} & [e_3 m_1 - e'_{3,2} D_t m_1 - e'_{3,3} D_t^2 m_1 - \dots] (w_3' - w_2' w_3'') \\ & = [e_1 m_3 - e'_{1,2} D_t m_3 - e'_{1,3} D_t^2 m_3 - \dots] (w_1'' - w_2'' w_1') \end{aligned}$$

ist. Da diese Gleichung für jede Art Veränderlichkeit der gleichen Scalare m_1 und m_3 mit der Zeit t gültig sein soll, führt sie zu den Beziehungen:

$$e_3 (w_3' - w_2' w_3'') = e_1 (w_1'' - w_2'' w_1'),$$

$$e'_{3,2} (w_3' - w_2' w_3'') = e'_{1,2} (w_1'' - w_2'' w_1'),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$e_3 : e_1 = e'_{3,2} : e'_{1,2} = e'_{3,3} : e'_{1,3} = \dots$$

Wir wollen abkürzend

$$\begin{aligned} q^{(i)} (D_{\theta^i, i-2}^i q) &= \zeta_1^{(i)} S \omega_1 D_{\theta^i, i-2}^i q + \zeta_2^{(i)} S \omega_2 D_{\theta^i, i-2}^i q \\ &\quad + \zeta_3^{(i)} S \omega_3 D_{\theta^i, i-2}^i q \end{aligned}$$

setzen. Aus dem allgemeinen Ausdrucke für q' ergibt sich bei dem hier eingehaltenen Grade der Annäherung

$$\begin{aligned}
V[\zeta_1^{(3)} \omega_1 + \zeta_2^{(3)} \omega_2 + \zeta_3^{(3)} \omega_3] = & [e_3 (w_3'' - w_1' w_3') - e_2 (w_2'' \\
& - w_1''' w_2')] \omega_1 S \omega_2 \gamma S \omega_3 \gamma \cdot r^{-1} + [-e_3 (w_3' - w_2' w_3') \\
& + e_1 (w_1''' - w_2''' w_1')] \omega_2 \cdot S \omega_3 \gamma S \omega_1 \gamma \cdot r^{-1} + [e_2 (w_2' \\
& - w_3' w_2'') - e_1 (w_1' - w_3' w_1'')] \omega_3 S \omega_1 \gamma S \omega_2 \gamma \cdot r^{-1} = 0.
\end{aligned}$$

Es ist deshalb $\varphi^{(3)}(D_{\theta^3, t}^3 \varphi)$ dann eine selbstconjugirte Function von $D_{\theta^3, t}^3 \varphi$. Es ergibt sich weiter

$$\begin{aligned}
V[\zeta_1^{(4)} \omega_1 + \zeta_2^{(4)} \omega_2 + \zeta_3^{(4)} \omega_3] = & -[e_{3,2}' (w_3'' - w_1' w_3') - e_{2,2}' (w_2'' \\
& - w_1''' w_2')] \omega_1 S \omega_2 \gamma S \omega_3 \gamma \cdot r^{-1} - [-e_{3,2}' (w_3' - w_2' w_3') \\
& + e_{1,2}' (w_1''' - w_2''' w_1')] \omega_2 S \omega_3 \gamma S \omega_1 \gamma \cdot r^{-1} - [e_{2,2}' (w_2' \\
& - w_3' w_2'') - e_{1,2}' (w_1' - w_3' w_1'')] \cdot \omega_3 S \omega_1 \gamma S \omega_2 \gamma \cdot r^{-1} = 0;
\end{aligned}$$

es ist auch dann $\varphi^{(4)}(D_{\theta^4, \rho}^4 \varphi)$ eine selbstconjugirte Function von $D_{\theta^4, \rho}^4 \varphi$; es ergibt sich dann allgemein, dass $\varphi^{(i)} D_{\theta^i, t}^{i-2} \varphi$ eine selbstconjugirte Function von $D_{\theta^i, t}^{i-2} \varphi$ ist.

Wenn φ die Form erhält

$$\varphi = f_1(g, t) \omega_1' + f_2(g, t) \omega_2' + f_3(g, t) \omega_3',$$

in der $\omega_1', \omega_2', \omega_3'$ drei beliebige diplanare Vektoren sein mögen, die als drei zu einander rechtwinklige Einheitsvectoren gewählt werden können, von denen einer senkrecht zur Ebene $S\omega\gamma = g$ ist, so wird dann

$$\begin{aligned}
\varphi^{(i)}(D_{\theta^i, t}^{i-2} \varphi) = \varphi^{(i)}[D_{\theta^i, t}^{i-2} f_1 \cdot \omega_1' + D_{\theta^i, t}^{i-2} f_2 \cdot \omega_2' \\
+ D_{\theta^i, t}^{i-2} f_3 \cdot \omega_3']
\end{aligned}$$

und da $\varphi^{(i)}$ hier eine distributive Function ist, wird dann

$$\begin{aligned}
\varphi^{(i)}(D_{\theta^i, t}^{i-2} \varphi) = \varphi^{(i)}(D_{\theta^i, t}^{i-2} f_1 \cdot \omega_1') + \varphi^{(i)}(D_{\theta^i, t}^{i-2} f_2 \cdot \omega_2') \\
+ \varphi^{(i)}(D_{\theta^i, t}^{i-2} f_3 \cdot \omega_3').
\end{aligned}$$

Es lässt sich in diesem Falle diese Function als Summe dreier selbstconjugirter Functionen bez. von ω_1' oder ω_2' oder ω_3' darstellen in der Form

$$\varphi^{(i)}(D_{\theta^i, t}^{i-2} \varphi) = \varphi_{0,1}^{(i)}(\omega_1') + \varphi_{0,2}^{(i)}(\omega_2') + \varphi_{0,3}^{(i)}(\omega_3').$$

Hat die vector Function φ die Eigenschaft, dass

$$D_{\theta^3, t}^{i-2} \varphi = \text{const. } D_{\theta^3, t}^3 \varphi,$$

ist φ' eine selbstconjugirte Function von $D_{\theta^3, t}^3 \varphi$.

Es sei nun im besonderen

$$\varrho = \omega + g \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} l^{-1} \cdot l^{-1} - h t V_t \gamma_1, \text{ und } T_t = 1.$$

Die Gleichung stellt ebene Wellen dar mit Kreisschwingungen, deren Ebene im allgemeinen schräg zur Wellenebene liegt. Sie schreiten in der Richtung des Vectors γ fort. Der Vector γ_1 ist dadurch bestimmt, dass die Verschiebung $\varrho - \omega$ gleich $g \varepsilon^{-j_0 \cdot 4 l^{-1}} V_t \gamma_1$ ist, wenn $g \cdot l^{-1} + h t = 0$ wird.

Setzen wir:

$$j:4 = g_1 \cos u, \quad \pi:2 = g_1 \sin u$$

$$\cos \left[(g \cdot l^{-1} + h t) \frac{\pi}{2} + i u \right] = \cos_i,$$

$$\sin \left[(g \cdot l^{-1} + h t) \frac{\pi}{2} + i u \right] = \sin_i,$$

$$V_t \gamma_1 \cos_i - t V_t \gamma_1 \sin_i = x_i,$$

ergibt sich:

$$m_1 = -g g_1 \cdot l^{-1} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S \omega_1 \gamma S \omega_1 x_1,$$

$$m_2 = -g g_1 \cdot l^{-1} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S \omega_2 \gamma S \omega_2 x_1,$$

$$m_3 = -g g_1 \cdot l^{-1} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S \omega_3 \gamma S \omega_3 x_1,$$

$$n_1 = -g g_1 \cdot l^{-1} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S [(\omega_1 S \omega_2 \gamma + \omega_2 S \omega_1 \gamma) x_1],$$

$$n_2 = -g g_1 \cdot l^{-1} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S [(\omega_2 S \omega_3 \gamma + \omega_3 S \omega_2 \gamma) x_1],$$

$$n_3 = -g g_1 \cdot l^{-1} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S [(\omega_3 S \omega_1 \gamma + \omega_1 S \omega_3 \gamma) x_1],$$

$$D_0 m_1 = -g g_1^2 \cdot l^{-2} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S \omega_1 \gamma S \omega_1 x_2,$$

$$D_0 m_2 = -g g_1^2 \cdot l^{-2} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S \omega_2 \gamma S \omega_2 x_2,$$

$$D_0 m_3 = -g g_1^2 \cdot l^{-2} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S \omega_3 \gamma S \omega_3 x_2,$$

$$D_0 n_1 = -g g_1^2 \cdot l^{-2} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S [(\omega_1 S \omega_2 \gamma + \omega_2 S \omega_1 \gamma) x_2],$$

$$D_0 n_2 = -g g_1^2 \cdot l^{-2} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S [(\omega_2 S \omega_3 \gamma + \omega_3 S \omega_2 \gamma) x_2],$$

$$D_0 n_3 = -g g_1^2 \cdot l^{-2} \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} S [(\omega_3 S \omega_1 \gamma + \omega_1 S \omega_3 \gamma) x_2].$$

Da hier $\varphi = g \varepsilon^{j_0 \cdot 4 l^{-1}} x_0$ und

$$x_i = - \left(\frac{2}{\pi h} \right)^2 D_t^2 x_i = \left(\frac{2}{\pi h} \right)^4 D_t^4 x_i = - + \dots$$

$$D_t x_i = -\frac{\pi h}{2} [V_t \gamma_1 \sin_i + i V_t \gamma_1 \cos_i] = -\left(\frac{2}{\pi h}\right)^2 D_t^3 x_i \\ = +\left(\frac{2}{\pi h}\right)^4 D_t^5 x_i = - + \dots, = -\frac{\pi h}{2} x'_i,$$

wird:

$$\varphi' = -g \varepsilon^{j_3 \cdot 4 l^{-1}} \left[-\left(\frac{\pi h}{2}\right)^2 \varphi'_1(x_2) - \frac{\pi h}{2} \varphi'_2(x'_2) \right] g_1^2 \cdot l^{-2}$$

und es sind $\varphi'_1(x_2)$ und $\varphi'_2(x'_2)$ selbstconjugierte Functionen; denn es wird, nach früheren Bezeichnungen,

$$\varphi'_2(x'_2) = \left[\zeta_1^{(3)} - \left(\frac{\pi h}{2}\right)^2 \zeta_1^{(5)} + \left(\frac{\pi h}{2}\right)^4 \zeta_1^{(7)} - + \dots \right] S \omega_1 x'_2 \\ + \left[\zeta_2^{(3)} - \left(\frac{\pi h}{2}\right)^2 \zeta_2^{(5)} + \left(\frac{\pi h}{2}\right)^4 \zeta_2^{(7)} - + \dots \right] S \omega_2 x'_2 \\ + \left[\zeta_3^{(3)} - \left(\frac{\pi h}{2}\right)^2 \zeta_3^{(5)} + \left(\frac{\pi h}{2}\right)^4 \zeta_3^{(7)} - + \dots \right] S \omega_3 x'_2,$$

und es ist, nach dem Vorigen,

$$V \left\{ \left[\zeta_1^{(3)} - \left(\frac{\pi h}{2}\right)^2 \zeta_1^{(5)} + - \dots \right] \omega_1 + \left[\zeta_2^{(3)} - \left(\frac{\pi h}{2}\right)^2 \zeta_2^{(5)} + - \dots \right] \omega_2 \right. \\ \left. + \left[\zeta_3^{(3)} - \left(\frac{\pi h}{2}\right)^2 \zeta_3^{(5)} + - \dots \right] \omega_3 \right\} = 0.$$

Entsprechende Gleichungen in Betreff $\varphi'_1(x_2)$, welche nach dem Früheren gelten, beweisen die Selbstconjugation von $\varphi'_1(x_2)$. Es entsteht $\varphi'_1(x_2)$ aus den Gliedern von φ' , welche gerade Ableitungen, und $\varphi'_2(x'_2)$ aus denen, welche ungerade Ableitungen von $D_g m_1, \dots, D_g n_3$ nach der Zeit t enthalten.

Da hier

$$D_t^3 \rho = \left(\frac{\pi h}{2}\right)^3 [V_t \gamma_1 \sin_0 + i V_t \gamma_1 \cos_0] g \varepsilon^{j_3 \cdot 4 l^{-1}} \\ = \left(\frac{\pi h}{2}\right)^3 x'_0 g \varepsilon^{j_3 \cdot 4 l^{-1}},$$

ergibt sich in diesem Falle aus der Gleichung für die Bewegung im Innern von Krystallen die folgende, wenn $h l = V'$ gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der betrachteten ebenen Wellen in der Richtung ihrer Normalen ist,

$$s \frac{\pi^2}{4} V'^2 x'_0 = -g_1^2 \left[\frac{\pi h}{2} \varphi'_1(x_2) + \varphi'_2(x'_2) \right].$$

Es ist nun

$$g_1^2 \cos 2u = \frac{j^2}{16} - \frac{\pi^2}{4},$$

$$g_1^2 \sin 2u = \frac{\pi j}{4},$$

und demnach mit den früheren Werthen von x_i , x'_i

$$g_1^2 x'_2 = \left(\frac{j^2}{16} - \frac{\pi^2}{4} \right) x'_0 + \frac{\pi j}{4} x_0,$$

$$g_1^2 x_2 = \left(\frac{j^2}{16} - \frac{\pi^2}{4} \right) x_0 - \frac{\pi j}{4} x'_0.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt:

$$\left(\frac{j^2}{16} + \frac{\pi^2}{4} \right)^2 x'_0 = g_1^2 \left[\left(\frac{j^2}{16} - \frac{\pi^2}{4} \right)^2 x'_2 - \frac{\pi j}{4} x_2 \right]$$

und aus der zuvor hergeleiteten Gleichung als Folge derjenigen für die Bewegung im Innern von Krystallen ergibt sich danach die weitere

$$\begin{aligned} s \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{j^2}{16} + \frac{\pi^2}{4} \right)^{-2} V'^2 \left(x'_2 \left(\frac{j^2}{16} - \frac{\pi^2}{4} \right) - x_2 \pi j : 4 \right) \\ = - \frac{\pi h}{2} \varphi'_1(x_2) - \varphi'_2(x'_2). \end{aligned}$$

Da φ'_1 und φ'_2 distributiv sind und mithin ein Coefficient ihrer Variablen als Factor vor das Functionszeichen gesetzt werden kann, lässt sich allen ihren Gliedern entweder \sin_2 oder \cos_2 als Factor vorziehen. Die Gleichung muss nun für jeden Zeitpunkt t gelten und deshalb müssen alle Glieder in ihr mit dem Factor \sin_2 in Summa verschwinden, wie auch die mit dem Factor \cos_2 . Dies führt zu den beiden Gleichungen:

$$\begin{aligned} s \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{j^2}{16} + \frac{\pi^2}{4} \right)^{-2} V'^2 \left(V_t \gamma_1 \left(\frac{j^2}{16} - \frac{\pi^2}{4} \right) + \iota V_t \gamma_1 \pi j : 4 \right) \\ = - \frac{\pi h}{2} \varphi'_1(\iota V_t \gamma_1) - \varphi'_2(V_t \gamma_1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{j^2}{16} + \frac{\pi^2}{4} \right)^{-2} V'^2 \left(\iota V_t \gamma_1 \left(\frac{j^2}{16} - \frac{\pi^2}{4} \right) - V_t \gamma_1 \pi j : 4 \right) \\ = - \frac{\pi h}{2} \varphi'_1(V_t \gamma_1) - \varphi'_2(\iota V_t \gamma_1). \end{aligned}$$

Jetzt soll die *Ebene der Kreisschwingungen* lothrecht zur *Wellenebene* genommen werden; dann liegt ihre vector Axe ι in der Wellenebene und einer ihrer Radien in dem Wellenloth.

Der beliebig zu nehmende Anfangspunkt der Zeit kann dann so gewählt werden, dass

$$\gamma_1 = \gamma, \quad V \iota \gamma_1 = V \iota \gamma$$

wird, dass also, wenn $g \cdot l^{-1} + h t = 0$, der variable Radius der Kreisschwingung in dem Wellenloth γ liegt. $V \iota \gamma$ liegt dann in der Wellenebene und es ist

$$\iota V \iota \gamma_1 = \iota V \iota \gamma = -\gamma.$$

Es stellt $-\varphi'_1$ den Theil von $-\varphi'$ dar, welcher von $D_{\alpha, \beta}^3 m_1, \dots, D_{\alpha, \beta}^3 n_3$ beginnend, allgemein die Glieder desselben mit $D_{\alpha, \beta}^{2i+1} m_1, \dots, D_{\alpha, \beta}^{2i+1} n_3$ enthält, wenn i die Reihe der positiven ganzen Zahlen durchläuft. Dieser Theil, der auch dann, und zwar dann allein in Betracht kommt, wenn nur gerade Ableitungen der Gestaltsvariablen nach der Zeit von Null verschieden sind, in welchem Falle $(d\alpha_{1\omega_1} + d\alpha_{2\omega_2} + d\alpha_{3\omega_3})$ auch dann nicht verschwindet, wenn keine Gestaltsänderung eingetreten ist und die Theilchen nur Geschwindigkeiten zu einer solchen besitzen, oder nur ungerade Ableitungen der Gestaltsvariablen nach der Zeit zu berücksichtigen sind in dem Ausdrucke für $(d\alpha_{1\omega_1} + d\alpha_{2\omega_2} + d\alpha_{3\omega_3})$, — dieser Theil, der in der Form

$$\varphi'_1(\gamma)$$

nur von den Beschleunigungen oder den geraden Ableitungen der Gestaltsvariablen nach der Zeit einer Gestaltsänderung abhängt, bei der die Theilchen sich in parallelen Richtungen bewegen, wird von derselben Richtung angenommen werden können.

Es sei

$$T\gamma = 1, \quad \gamma' = \gamma : V',$$

gleich dem Vector der reciproken Wellengeschwindigkeit, dann wird

$$V'^2 = -\gamma'^{-2}$$

und nimmt die vorige Gleichung

$$\begin{aligned} & s \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{j^2}{16} + \frac{\pi^2}{4} \right)^{-1} V'^2 \left(V \iota \gamma_1 \left(\frac{j^2}{16} - \frac{\pi^2}{4} \right) + \iota V \iota \gamma_1 \pi j : 4 \right) \\ & = \frac{\pi h}{2} \varphi'_1(\iota V \iota \gamma_1) - \varphi'_2(V \iota \gamma_1), \end{aligned}$$

die Form an:

$$\begin{aligned} \varphi'_2(V\iota\gamma) + s \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{j^2}{16} + \frac{\pi^2}{4} \right)^{-2} \gamma \cdot \gamma'^{-2} \frac{\pi j}{4} + \frac{\pi h}{2} \varphi'_1(\gamma) \\ = s \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{j^2}{16} + \frac{\pi^2}{4} \right)^{-2} \gamma'^{-2} V\iota\gamma \left(\frac{j^2}{16} - \frac{\pi^2}{4} \right). \end{aligned}$$

Setzen wir

$$\left[s \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{j^2}{16} + \frac{\pi^2}{4} \right)^{-2} \gamma'^{-2} \left(\frac{j^2}{16} - \frac{\pi^2}{4} \right) \right]^{-1} \varphi'_2 = \varphi''_2,$$

dann ist, da φ'_2 distributiv und selbstconjugirt ist, es auch φ''_2 . Aus der vorletzten Gleichung ergibt sich dann in abkürzender Bezeichnung

$$\begin{aligned} (\varphi''_2 - \gamma'^{-2}) V\iota\gamma = \frac{\pi j}{4} \gamma \cdot \gamma'^{-2} : \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16} \right) \\ + \frac{\pi h}{2} \varphi'_1(\gamma) \left[s \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{j^2}{16} + \frac{\pi^2}{4} \right)^{-2} \gamma'^{-2} \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16} \right) \right]^{-1}. \end{aligned}$$

Sie kann auch, wenn ihre rechte Seite in der Form

$$\begin{aligned} \gamma' \left\{ S \gamma'^{-1} \gamma \cdot \gamma'^{-2} \frac{\pi j}{4} : \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16} \right) \right. \\ \left. + \frac{\pi h}{2} S \gamma'^{-1} \varphi'_1(\gamma) \left[s \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{j^2}{16} + \frac{\pi^2}{4} \right)^{-2} \gamma'^{-2} \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16} \right) \right]^{-1} \right\} \end{aligned}$$

geschrieben wird, die Gestalt erhalten:

$$(\varphi''_2 - \gamma'^{-2}) V\iota\gamma = \gamma' \left\{ S \gamma'^{-1} \gamma \cdot \gamma'^{-2} \frac{\pi j}{4} : \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16} \right) + \dots \right\}.$$

Bezeichnen wir mit

$$(\varphi''_2 - \gamma'^{-2})^{-1} \gamma' \left\{ S \gamma'^{-1} \gamma \cdot \gamma'^{-2} \frac{\pi j}{4} : \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16} \right) + \dots \right\},$$

oder ausführlicher mit

$$(\varphi''_2 - \gamma'^{-2})^{-1}_{(V\iota\gamma)} \gamma' \left\{ S \gamma'^{-1} \gamma \cdot \gamma'^{-2} \frac{\pi j}{4} : \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16} \right) + \dots \right\}$$

die *Lösungsfunktion* der vorigen Gleichung, die auch distributiv und selbstconjugirt ist, da

$$(\varphi''_2 - \gamma'^{-2})$$

ist, so folgt:

$$V\iota\gamma = (\varphi''_2 - \gamma'^{-2})^{-1} \gamma' \left\{ S \gamma'^{-1} \gamma \cdot \gamma'^{-2} \frac{\pi j}{4} : \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16} \right) + \dots \right\}.$$

Operirt man an ihr mit $S\gamma'$, wird:

$$0 = S\gamma'(\varphi''_2 - \gamma'^{-2})\gamma',$$

denn auf der rechten Seite der vorletzten Gleichung kann der nicht verschwindende Factor

$$\{S\gamma'^{-1}\gamma \cdot \gamma'^{-2} \frac{\pi^j}{4} : \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{j^2}{16}\right) + \dots\}$$

als Coefficient vorgezogen werden, da $(\varphi''_2 - \gamma'^{-2})^{-1}$ distributiv ist, und dann in der letzten Gleichung fortfallen. Aus dieser folgt aber, dass die zu einer Wellenebene zugehörigen Werthe von γ' mittelst des Ellipsoids

$$S\gamma''\varphi''_2(\gamma'') = 1$$

— diese Gleichung stellt hier ein solches dar, weil $T\gamma''$ gleich gewissen Werthen von $T\gamma'$, wie sich ergibt, sein muss und $T\gamma' = V'^{-1}$ nie unendlich werden kann nach der physikalischen Bedeutung von V' — so bestimmt werden, dass die Längen der Hauptaxen eines centralen Schnittes desselben parallel der Wellenebene auf dem Loth der Schnittebene abgetragen werden.

Die Längen dieser Hauptaxen, also die zugehörigen Werthe von $T\gamma''$ oder V'^{-1} , geben die reciproken Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Längskreisschwingungen, welche einer ebenen Welle im Krystall zugehören. Nun ist, nach dem Vorigen

$$SV'^{-1}V_t\gamma\varphi''_2(V'^{-1}V_t\gamma) = 1,$$

$$S\gamma V'^{-1}V_t\gamma = 0,$$

$$S\gamma V'^{-1}V_t\gamma\varphi''_2(V'^{-1}V_t\gamma) = 0.$$

Aus diesen Gleichungen folgt aber, dass $V'^{-1}V_t\gamma$ die Vektoren der Hauptaxen des elliptischen Schnittes sind, der durch das Centrum des Ellipsoids

$$SV'^{-1}V_t\gamma\varphi''_2(V'^{-1}V_t\gamma) = 1$$

parallel der Wellenebene geht. Diese Vektoren sind die Werthe von γ'' , welche einer Wellenebene zugehören, da $T(V'^{-1}V_t\gamma) = V'^{-1} = T\gamma''$ ist.

Die Vektoren der Hauptaxen eines der Wellenebene parallelen centralen Schnittes des Ellipsoids

$$S\gamma''\varphi''_2(\gamma'') = 1$$

bestimmen durch ihre Richtung die der Durchschnitte der Ebenen der beiden Längskreisschwingungen, welche einer Wellenebene allein zugehören, im Krystall und in zu ihr senkrechten Ebenen schwingen, mit der Wellenebene und durch ihre Längen die reciproken Werthe der zugehörigen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten.

Diesen Längskreisschwingungen kommt Doppelbrechung in Krystallen zu gemäss den Gesetzen der Doppelbrechung des Lichtes.

Berlin, den 31. October 1896.

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND 60.

1. Ueber electrische Schwingungen, welche durch Resonanz erregt und durch Strahlung gedämpft werden; von Max Planck.

(Aus den Sitzungsber. der k. preuss. Akad. der Wissensch. zu Berlin, phys.-math. Klasse, vom 20. Febr. 1896; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

§ 1.

In meiner vorigen Mittheilung ¹⁾ an die Akademie habe ich die Bedingungen der stationären Resonanz untersucht, welche eintritt, wenn eine vollkommen periodische, im übrigen beliebige, im freien Luftraum fortschreitende electromagnetische Welle auf einen geradlinigen Resonator trifft, dessen Lineardimensionen klein sind gegen die Länge der erregenden Welle. Es ergaben sich damals für die vom Resonator emittirte und absorbirte Energie aus den allgemeinen Maxwell'schen Feldgleichungen ganz bestimmte Beträge, ohne dass ein näheres Eingehen auf die Natur des Resonators nöthig gewesen wäre. Wenn im Resonator Vernichtung von electrischer Energie durch Joule'sche Wärme stattfindet, so wird beim stationären Mitschwingen sowohl diese als auch der Betrag der Emission durch Absorption von Energie gedeckt. Wenn aber, wie häufig bei den Hertz'schen Schwingungen, und immer bei denjenigen Schwingungen, welche die Wärmestrahlung der Substanzen bilden, die Joule'sche Wärme gar nicht in Betracht kommt, so ist die Absorption genau gleich der Emission. Dann äussert sich der Einfluss der Natur des Resonators nur in einer einzigen charakteristischen Constanten: der Phasendifferenz zwischen der erregenden (primären) und der erregten (secundären) Welle, welche von dem Unterschied der Eigenperiode des Resonators und der Periode der primären

1) M. Planck, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss. in Berlin, math.-phys. Klasse, 21. März 1895, p. 289; Wied. Ann. 57. p. 1. 1896.

Welle herrührt.¹⁾ In welcher Weise aber die Phasendifferenz durch diesen Unterschied der Perioden, sowie durch andere Eigenschaften des Resonators beeinflusst wird, lässt sich nicht unmittelbar übersehen, ebensowenig die weitere Frage, wie der stationäre Zustand überhaupt zu Stande kommt. Dies wird erst möglich, wenn man zur Betrachtung von Schwingungen mit veränderlicher Amplitude und Wellenlänge übergeht, wobei der Allgemeinheit halber auch die erregende Welle als veränderlich anzunehmen ist. Dann zeigt sich allerdings ein etwas näheres Eingehen auf die Natur des Resonators als nothwendig; doch wollen wir, um speciellere Voraussetzungen möglichst zu vermeiden, zunächst untersuchen, ob nicht, ähnlich wie in dem Falle stationärer Resonanz, auch hier sich Sätze allgemeinerer Art aufstellen lassen, ohne dass man allzu tief in beschränkende Annahmen einzugehen braucht. Das wird sich nun in der That als durchführbar erweisen unter einer gewissen Bedingung, welche ganz der früher gemachten Annahme entspricht, dass die Lineardimensionen des Resonators klein sind gegen die Wellenlänge. Nur kann man hier, bei veränderlichen Wellen, nicht mehr von einer Wellenlänge in bestimmtem Sinne sprechen, sondern man muss statt dessen einführen das Product der bekannten Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen und einer gewissen Zeitgrösse, welche ich unten den reciproken Werth der „verhältnissmässigen Aenderungsgeschwindigkeit“ des electromagnetischen Feldes nennen werde. Die Bedingung, dass dieses Product gross ist gegen die Lineardimensionen des Resonators, schliesst, wie sich zeigen wird, zugleich die andere mit ein, dass die Schwingungen schwach gedämpft sind.

Wie im Falle der stationären Resonanz findet auch bei veränderlichen Schwingungen im Resonator Emission und Absorption electromagnetischer Energie statt. Betrachten wir einmal den Specialfall, dass die erregende Welle Null ist; dann ergiebt sich auch die Absorption gleich Null, und wir erhalten das einfache Abklingen einer irgendwie einmal im

1) Die Periode der Resonatorschwingung ist beim stationären Mitschwingen, wie selbstverständlich, ganz allein durch die Periode der erregenden Welle bestimmt.

Resonator angefachten Schwingung. Da wir die Joule'sche Wärme gar nicht in Betracht ziehen wollen, so erfolgt die Verausgabung der Schwingungsenergie nur durch Emission. Hier kommt also der Einfluss der Dämpfung durch Strahlung am charakteristischsten zum Vorschein, über den zuerst einige allgemeinere Worte vorausgeschickt werden sollen.

So oft bisher die Dämpfung einer electrischen oder akustischen Schwingung rechnerisch behandelt wurde, ist gewöhnlich die Rolle, welche die Ausstrahlung bei der Dämpfung spielt, ausser Betracht gelassen worden, oder, wenn von ihr ausdrücklich die Rede war, hat man sie doch von vornherein als in das Glied mit inbegriffen angenommen, welches die Dämpfung durch Leitungswiderstand bez. durch Reibung bezeichnet.¹⁾ Und doch sind beide Arten von Dämpfung im Grunde verschieden. Die letztgenannte spielt bei langsamen Schwingungen die Hauptrolle. Je schneller die Schwingungen werden, um so kleiner wird bekanntlich bei der nämlichen Reibungsconstanten das logarithmische Decrement. Gerade das Umgekehrte findet statt bei der Dämpfung durch Strahlung. Während diese bei langsamen Schwingungen im allgemeinen ganz zu vernachlässigen ist, nimmt ihre Bedeutung für schnellere Schwingungen rasch zu, so dass sie schon bei den Hertz'schen Schwingungen, wenn der Leitungsdraht nicht gar zu dünn ist, den Einfluss der inneren Dämpfung übersteigt. Doch ist dies, wie ich am Schluss dieser Arbeit an einem speciellen Beispiel zeigen werde, nicht so zu verstehen, als ob die durch Strahlung bewirkte Dämpfung mit wachsender Schwingungszahl unter allen Umständen zunimmt; denn sie hängt nicht allein von der Schwingungszahl ab.

Ein weiterer charakteristischer Unterschied ist, dass die Dämpfung durch Reibung oder durch Leitungswiderstand wesentlich von der inneren Beschaffenheit des Resonators ab-

1) H. Hertz, Wied. Ann. 36. p. 12. 1889, hat zuerst eine Berechnung der während einer electrischen einfach periodischen Schwingung ausgestrahlten Energie ausgeführt, und Hr. Poincaré, Oscillations électriques, Paris 1894, p. 92 ff., hat eine Methode zur Bestimmung der Dämpfung durch Strahlung angegeben, die jedoch von der hier entwickelten gänzlich verschieden ist. Weiter ist mir keine Behandlung dieses Gegenstandes bekannt.

hängt, die Dämpfung durch Strahlung dagegen nur von den Bedingungen, welche an der Grenze und im Innern des Mediums gelten, das den Resonator umgiebt, im übrigen aber gar nicht von der Natur des Resonators. Die Dämpfung durch Reibung oder Leitungswiderstand kann man in gewissen Fällen gänzlich ausser acht lassen, ohne einen principiellen Fehler zu begehen, die durch Strahlung niemals. Denn es hindert einerseits nichts, anzunehmen, dass die Joule'sche Wärme in gewissen gut leitenden Substanzen, oder dass die innere Reibung, etwa in einer schwingenden Stimmgabel, ganz zu vernachlässigen ist. Andererseits aber verliert auch eine absolut elastische Stimmgabel, welche in der Luft schwingt, unter allen Umständen Energie in ganz bestimmtem Betrage durch Aussendung von Wellen in die Luft. Wenn sie isolirt im Vacuum schwingt, kann man allerdings von jeglicher Dämpfung absehen, dann fällt aber auch die Möglichkeit der Erregung von Schwingungen durch Resonanz fort. Bei electricischen Schwingungen fehlt die Analogie mit dem akustischen Vacuum ohnehin völlig. Hiermit hängt auch zusammen, was ich schon in meiner früheren Arbeit erwähnt habe: dass die Berücksichtigung der durch Strahlung bewirkten Dämpfung für jeden Resonator, auch bei absoluter Uebereinstimmung seiner Eigenperiode mit der Periode der erregenden Welle, ein bestimmtes endliches Maximum des Mitschwingens ergiebt, während man im Falle der Beschränkung auf Reibungswiderstände die Stärke der Resonanz bei vollständiger Uebereinstimmung der Perioden beliebig gross, und bei verschwindender Reibung über alle Grenzen gross findet. im Widerspruch mit den Thatsachen.

Die bei weitem wichtigste Eigenschaft der Dämpfung durch Strahlung ist aber die, dass sie dem Princip der Erhaltung der Energie Genüge leistet, ohne dass man ausser der Schwingungsenergie noch eine andere Energieart einzuführen braucht, während bei der inneren Dämpfung stets Schwingungsenergie verloren geht und Wärme erzeugt wird. Man muss daher die durch Strahlung bewirkte Dämpfung zu den sogenannten conservativen Wirkungen rechnen. Dieser „conservativen Dämpfung“ kann man dann die durch Reibung oder Leitungswiderstand bewirkte Dämpfung, welche immer im Sinne der Verzehrung von Schwingungsenergie thätig ist, als „con-

sumptive Dämpfung“ gegenüberstellen. Das Studium der conservativen Dämpfung scheint mir desshalb von hoher Wichtigkeit zu sein, weil sich durch sie ein Ausblick eröffnet auf die Möglichkeit einer allgemeinen Erklärung irreversibler Processe durch conservative Wirkungen — ein Problem, welches sich der theoretisch-physikalischen Forschung täglich drängender entgegenstellt. Doch muss die Weiterführung dieses Gedankens anderen Untersuchungen vorbehalten bleiben.

§ 2.

Es sollen nun die Schwingungen eines im Luftraum oder Vacuum befindlichen geradlinigen electrischen Resonators untersucht werden, auf den irgend eine gegebene electromagnetische Welle trifft, unter der Annahme, dass die Dämpfung lediglich durch Strahlung erfolgt. Eine etwa stattfindende innere Dämpfung und Erzeugung von Joule'scher Wärme lässt sich übrigens leicht zur Vervollständigung der unten aufzustellenden Energiegleichung anbringen. Wir machen, wie in der vorigen Arbeit, einen Punkt des Resonators zum Anfangspunkt der Coordinaten und legen die *Z*-Axe in die Richtung der in ihm stattfindenden electrischen Schwingungen, setzen ferner allgemeiner als dort:

$$(1) \quad F = \frac{1}{r} f\left(t - \frac{r}{c}\right).$$

Dann stellen folgende Ausdrücke die 6 Componenten der electrischen und der magnetischen Kraft in einer vom Resonator nach allen Richtungen ausgehenden Welle vor, gültig für alle Zeiten *t* und für solche Entfernungen *r*, welche gross sind gegen die Lineardimensionen des Resonators:

$$(2) \quad \begin{cases} X = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} & Y = \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial z} & Z = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \\ L = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial t} & M = -\frac{1}{c} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial t} & N = 0 \end{cases}$$

oder, wenn man die Polarcoordinaten einführt:

$$x = r \cos \varphi \sin \vartheta \quad y = r \sin \varphi \sin \vartheta \quad z = r \cos \vartheta$$

$$(3) \quad \begin{cases} X = \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{3}{r} \frac{\partial F}{\partial r} \right) \cos \varphi \sin \vartheta \cos \vartheta \\ Y = \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{3}{r} \frac{\partial F}{\partial r} \right) \sin \varphi \sin \vartheta \cos \vartheta \\ Z = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \sin^2 \vartheta + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} (1 - 3 \cos^2 \vartheta) \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} L = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial t} \sin \varphi \sin \vartheta \\ M = -\frac{1}{c} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial t} \cos \varphi \sin \vartheta, \\ N = 0 \end{cases}$$

wobei

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = c^2 \Delta F = \frac{c^2}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial F}{\partial r} \right).$$

Nun nehmen wir ausser dieser vom Resonator ausgehenden, als „secundär“ zu bezeichnenden Welle eine irgendwo in grosser Entfernung erregte „primäre“ Welle an, welche über den Resonator und das ihn umgebende Feld hinwegstreicht. Ihre Kraftcomponenten seien $X' Y' Z' L' M' N'$. Dieselben sind überall ausserhalb der primären Erreger endliche und stetige Functionen des Ortes und der Zeit und brauchen nicht periodisch zu sein. Dann stellen auch die Summen:

$$X + X' \quad Y + Y' \quad Z + Z' \quad L + L' \quad M + M' \quad N + N'$$

einen im Luftraum möglichen electromagnetischen Vorgang dar, der auch in Wirklichkeit eintreten wird, wenn die entsprechenden Grenzbedingungen erfüllt sind. Es handelt sich nun darum, diesen Vorgang zu untersuchen und die für den Resonator gültigen Grenzbedingungen zu befriedigen. Zu diesem Zwecke führen wir von vornherein eine vereinfachende Beschränkung ein. Wir setzen nämlich fest, dass die Linear-dimensionen des Resonators klein sein sollen gegen alle diejenigen Längen, welche durch den Ausdruck:

$$(5) \quad c \cdot \frac{X}{\frac{\partial X}{\partial t}}$$

dargestellt werden, falls man für X irgend eine electriche oder magnetische Kraftcomponente der primären oder secundären Welle in irgend einem Punkte des Luftraumes zu irgend einer Zeit einsetzt. Man kann diese Beschränkung auch so aus-

drücken, dass das Product der Länge des Resonators und der „verhältnissmässigen Aenderungsgeschwindigkeit“ des electromagnetischen Feldes klein sein soll gegen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c . Für periodische oder nahezu periodische Wellen heisst dies, dass der Resonator klein sein soll gegen die Wellenlänge.

Berechnen wir nun für den betrachteten Vorgang die Energiemenge, welche im Zeitelement dt durch eine Kugelfläche mit dem Anfangspunkt der Coordinaten als Mittelpunkt nach aussen strömt. Den Radius der Kugel R können und wollen wir gross annehmen gegen die Lineardimensionen des Resonators, dagegen klein gegen alle Ausdrücke von der Form (5). Das heisst:

$$(6) \quad \frac{R}{c} \frac{\partial X}{\partial t} \text{ klein gegen } X.$$

Da nun nach den allgemeinen Gleichungen des electromagnetischen Feldes das Product $(1/c)(\partial X/\partial t)$ von der Grössenordnung der räumlichen Differentialquotienten $(\partial N/\partial y)$ etc. ist, so folgt, dass das Product von R in einen räumlichen Differentialquotienten einer Kraftcomponente klein ist gegen die Kraftcomponente selbst.

Aus dem Satze von Poynting ergibt sich die gesuchte Energieströmung als:

$$\frac{c}{4\pi} \frac{dt}{dt} \int dS [(Y' + Y)(N' + N) - (Z' + Z)(M' + M)] \cos(rx) + \dots,$$

wobei die angedeutete Summation sich auf die cyklische Vertauschung der Buchstaben xyz bezieht und die Integration über alle Elemente dS der Kugelfläche zu erstrecken ist. Diese Energiemenge zerfällt in 3 Theile:

$$(7) \quad E_1 + E_2 + E_3$$

entsprechend der Zerlegung des Ausdrucks:

$$(Y' + Y)(N' + N) - (Z' + Z)(M' + M)$$

in die 3 Theile:

$$(Y' N' - Z' M') + (Y N - Z M) + (Y' N + Y N' - Z' M - Z M')$$

und ebenso für die beiden anderen, auf y und z bezüglichen Glieder.

1. Der erste Theil der ausströmenden Energie ist:

$$E_1 = \frac{cdt}{4\pi} \int dS \left[(YN - ZM) \frac{x}{R} + (ZL - XN) \frac{y}{R} + (XM - YL) \frac{z}{R} \right].$$

Er entspricht dem Fall, dass der Resonator ganz beseitigt und die primäre Welle allein im Felde vorhanden ist. Da nun die primäre Welle für sich allein einen in der Natur möglichen Vorgang darstellt, so bedeutet nach dem Energieprincip E_1 zugleich die Abnahme der gesamten innerhalb der Kugelfläche befindlichen Energie der isolirten primären Welle in der Zeit dt . Bezeichnen wir daher die innerhalb der Kugel vom Radius R befindliche electromagnetische Energie für den Fall, dass die primäre Welle allein im Felde vorhanden gedacht wird, mit V , so haben wir:

$$(8) \quad E_1 = - \frac{\partial V}{\partial t} dt.$$

2. Der zweite Theil der ausströmenden Energie ist:

$$E_2 = \frac{cdt}{4\pi} \int dS \left[(YN - ZM) \frac{x}{R} + (ZL - XN) \frac{y}{R} + (XM - YL) \frac{z}{R} \right].$$

Er entspricht der Ausstrahlung des Resonators. Zur Ausführung der Integration benutzen wir die durch (3) und (4) in Polarcoordinaten ausgedrückten Werthe der electrischen und magnetischen Kraftcomponenten und erhalten zunächst:

$$E_2 = \frac{dt}{4\pi} \int dS \sin^2 \vartheta \frac{\partial^2 F}{\partial R \partial t} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial F}{\partial R} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \right),$$

wobei der Kürze halber statt $(\partial F / \partial r)_{r=R}$ einfach $\partial F / \partial R$ gesetzt ist. Da nun in dem Oberflächenintegral F nur von R und t abhängt, so erhält man:

$$E_2 = \frac{dt}{4\pi} \frac{\partial^2 F}{\partial R \partial t} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial F}{\partial R} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \right) \int dS \sin^2 \vartheta,$$

$$E_2 = \frac{2}{3} R dt \frac{\partial^2 F}{\partial R \partial t} \left(\frac{\partial F}{\partial R} - \frac{R}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \right)$$

oder anders geschrieben:

$$(9) \quad E_2 = \frac{dt}{3} R \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial F}{\partial R} \right)^2 - \frac{2R}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial R \partial t} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \right\}.$$

Hierin ist nach (1) zu setzen:

$$F = \frac{1}{R} f \left(t - \frac{R}{c} \right).$$

Also

$$\frac{\partial^2 F}{\partial R \partial t} = \frac{1}{R} f'' \left(t - \frac{R}{c} \right),$$

wenn unter f'' der zweite Differentialquotient von f nach t verstanden wird. Ebenso:

$$\frac{\partial^3 F}{\partial R \partial t} = -\frac{1}{R^2} f' \left(t - \frac{R}{c} \right) - \frac{1}{c R} f'' \left(t - \frac{R}{c} \right).$$

Hieraus erhält man, in abgekürzter Schreibweise:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial R \partial t} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} &= -\frac{1}{R^2} f' f'' - \frac{1}{c R^2} f''^2 \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2 R^2} f'^2 + \frac{1}{c R^2} f' f'' \right) + \frac{1}{c R^2} f' f''' . \end{aligned}$$

Setzt man noch zur Abkürzung:

$$(10) \quad \frac{R}{3} \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial R} \right)^2 + \frac{2 R}{c^2} \left(\frac{1}{2 R^2} f'^2 + \frac{1}{c R^2} f' f'' \right) \right\} = W,$$

so wird aus (9):

$$(11) \quad E_2 = d t \left(\frac{\partial W}{\partial t} - \frac{2}{3 c^2} f' f''' \right).$$

Da endlich nach der Voraussetzung (6) für alle Zeiten:

$$(12) \quad \frac{R}{c} f' \text{ klein gegen } f, \text{ ebenso } \frac{R}{c} f'' \text{ klein gegen } f', \text{ u. s. w.,}$$

so kann man ohne merklichen Fehler in dem Ausdruck von $f R = 0$ gesetzt denken und f als Function von t allein betrachten.

3. Der dritte Theil der aus der Kugelfläche ausströmenden Energie ist:

$$E_3 = \frac{c d t}{4 \pi} \int d S \left[(Y' N + Y N' - Z' M - Z M') \frac{x}{R} + \dots \right]$$

oder, wenn man für X, Y, Z, L, M, N nach (3) und (4) ihre Werthe setzt:

$$\begin{aligned} E_3 &= -\frac{d t}{4 \pi} \int d S \sin \vartheta \left[(X' \cos \varphi \cos \vartheta + Y' \sin \varphi \cos \vartheta \right. \\ &\quad \left. - Z' \sin \vartheta) \frac{\partial^2 F}{\partial R \partial t} + c (L' \sin \varphi - M' \cos \varphi) \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial F}{\partial R} \right) \right]. \end{aligned}$$

Da nun die gestrichelten Grössen nebst ihren Differentialquotienten im Centrum der Kugel endlich und stetig sind, so

lassen sie sich für alle Punkte in der nächsten Umgebung des Centrums nach dem Taylor'schen Satze als lineäre Functionen der rechtwinkligen Coordinaten xyz darstellen, und zwar gilt diese Entwicklung auch noch für die Punkte der Kugelfläche, weil nach der zu (6) gemachten Bemerkung das Product von R in einen räumlichen Differentialquotienten einer Kraftkomponente klein ist gegen die Kraftkomponente selber. Wir haben daher für irgend einen Punkt der Kugelfläche:

$$X' = X'_0 + \left(\frac{\partial X'}{\partial x}\right)_0 R \sin \vartheta \cos \varphi \\ + \left(\frac{\partial X'}{\partial y}\right)_0 R \sin \vartheta \sin \varphi + \left(\frac{\partial X'}{\partial z}\right)_0 R \cos \vartheta$$

u. s. w. für die übrigen 5 Kraftkomponenten, wobei der Index 0 bedeutet, dass $r = 0$ zu setzen ist.

Dann ergibt die Substitution des Werthes von F aus (1) und die Integration über die ganze Kugelfläche, unter Vernachlässigung der Glieder, welche R im Zähler als Factor haben:

$$E_3 = -\frac{dt}{3} \left[2Z'_0 f'' - \left\{ \left(\frac{\partial M'}{\partial x}\right)_0 - \left(\frac{\partial L'}{\partial y}\right)_0 \right\} c f \right].$$

Nun ist aber nach den Gleichungen des electromagnetischen Feldes:

$$\left(\frac{\partial M'}{\partial x}\right)_0 - \left(\frac{\partial L'}{\partial y}\right)_0 = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial Z'}{\partial t}\right)_0 = \frac{1}{c} \frac{\partial Z'_0}{\partial t}.$$

Folglich:

$$E_3 = -\frac{dt}{3} \left[2Z'_0 f'' - \frac{\partial Z'_0}{\partial t} f' \right]$$

oder:

$$(13) \quad E_3 = dt \left[\frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial t} (Z'_0 f') - Z'_0 f'' \right],$$

wobei f auch wieder, wie oben in dem Ausdruck von E_3 , ohne wesentlichen Fehler als Function von t allein betrachtet werden kann.

§ 3.

Die gesammte im Zeitelement dt aus der angenommenen Kugelfläche ausströmende Energie (7) ist nach dem Energieprincip gleich der Abnahme der innerhalb der Kugelfläche befindlichen Energie, also, wenn wir die letztere mit U bezeichnen:

$$(14) \quad \frac{\partial U}{\partial t} dt + E_1 + E_2 + E_3 = 0,$$

oder mit Substitution der Werthe aus (8), (11) und (13):

$$(15) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left(U - V + W + \frac{1}{3} Z'_0 f \right) - \frac{2}{3 c^2} f' f''' - f' Z'_0 = 0.$$

Mittelst dieser Gleichung wird sich f als Function der Zeit t bestimmen und somit die Aufgabe lösen lassen, die Schwingung des Resonators anzugeben, falls die in seine Richtung fallende electriche Kraftcomponente Z'_0 der erregenden Welle für alle Zeiten gegeben ist. Man ersieht sogleich aus der Gleichung, dass im Allgemeinen

$$(16) \quad f''' \text{ von der Grössenordnung } c^3 Z'_0 \text{ sein wird.}$$

Vor allem handelt es sich nun um den Werth der gesammten innerhalb der Kugel vom Radius R vorhandenen Energie U . Untersuchen wir zunächst das den Resonator unmittelbar umgebende electromagnetische Feld, bis zur Entfernung R , welche gross ist gegen die Lineardimensionen des Resonators. Soweit die Gleichungen (1) und (2) in diesem Raum überhaupt gelten, lässt sich erkennen, dass hier überall die Kraftcomponenten der primären Welle verschwindend klein sind gegen die der secundären Welle. Denn nach (16) ist:

$$Z'_0 \text{ von der Grössenordnung } \frac{f'''}{c^3}.$$

Aber nach (12) ist durch Differentiation nach t :

$$\frac{R}{c} f''' \text{ klein gegen } f''.$$

Folglich:

$$(17) \quad Z'_0 \text{ klein gegen } \frac{f''}{R c^2},$$

was nach (2) und (1) nichts anderes heisst, als dass Z'_0 klein ist gegen Z für $r = R$. Wir können also, wenn es sich um die Berechnung der Energie U handelt, in der Entfernung R und um so mehr in allen kleineren Entfernungen, auch da, wo die Gleichungen (2) gar nicht mehr gelten, die primäre Welle gegen die secundäre ganz vernachlässigen. Fassen wir nun die letztere ins Auge, für solche Entfernungen r , welche kleiner als R , aber immer noch gross sind gegen die Lineardimensionen des Resonators.

Da nach (6) überall und zu allen Zeiten:

$$\frac{\partial F}{\partial t} \text{ klein gegen } \frac{c}{R} F$$

oder:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \text{ klein gegen } \frac{c}{R} \frac{\partial F}{\partial t},$$

so ist a fortiori überall:

$$\frac{\partial^3 F}{\partial t^3} \text{ klein gegen } \frac{c^2}{R^2} F.$$

Nun ist innerhalb des betrachteten Gebietes F/R^2 von gleicher oder kleinerer Grössenordnung als F/r^2 , und F/r^2 ist nach (1) von gleicher Ordnung wie $\partial^3 F / \partial z^3$; also haben wir für das betrachtete Gebiet:

$$\frac{\partial^3 F}{\partial t^3} \text{ klein gegen } c^2 \frac{\partial^3 F}{\partial z^3},$$

und die Gleichungen (2) gehen über in:

$$(18) \quad \begin{cases} X = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z} & Y = \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial z} & Z = \frac{\partial^3 F}{\partial z^3} \\ L = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial t} & M = -\frac{1}{c} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial t} & N = 0. \end{cases}$$

Die electricischen Kraftcomponenten lassen sich daher schreiben:

$$X = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad Y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad Z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

d. h. sie haben ein Potential:

$$\varphi = -\frac{\partial F}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{r} f \left(t - \frac{r}{c} \right) \right]$$

und mit der schon wiederholt benutzten Annäherung:

$$\varphi = -f(t) \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r} = f(t) \cdot \frac{z}{r^3},$$

das Potential eines electricischen Dipols vom Moment $f(t)$, gerichtet nach der Z -Axe. Hierdurch ist das electricische Feld in dem untersuchten Gebiet (r kleiner als R , aber gross gegen den Resonator) bis auf verschwindend kleine Grössen bestimmt.

Für solche Entfernungen r , die in endlichem Verhältniss zu den Dimensionen des Resonators stehen, bleibt noch eine weit ausgedehnte Willkür in den Annahmen über die Beschaffenheit des Feldes bestehen. Wir wollen nun in der Folge den einfachsten Fall voraussetzen, dass die gesammte

innerhalb der Kugelfläche mit dem Radius R befindliche Energie von derselben bekannten Form ist, wie die Energie eines in einfachen Schwingungen begriffenen electromagnetischen Systems, bei denen sich fortwährend electrische und magnetische Energie ineinander umwandeln. Die erstere setzen wir proportional dem Quadrat des Moments $f(t)$ des electrischen Dipols, die letztere proportional dem Quadrat der Intensität des electrischen Stromes zwischen den Enden des Dipols, welche durch $f'(t)$ bestimmt wird. Also haben wir:

$$(19) \quad U = \frac{1}{2} K f^2 + \frac{1}{2} L f'^2,$$

wobei K und L positive Constanten bedeuten, die von der Beschaffenheit des Resonators abhängen, nicht aber von R , weil sich das Feld, dessen Energie U ist, bis auf Entfernungen vom Resonator erstreckt, welche im Vergleich zu dessen Grösse als unendlich anzusehen sind.

Ferner ist:

$$K \text{ gross gegen } \frac{1}{R^3}$$

und

$$L \text{ gross gegen } \frac{1}{c^2 R},$$

wie sich ergibt, wenn man durch Quadrirung der Kraftcomponenten in (3) und (4), zunächst für $r = R$, den Ausdruck der Energiedichte des Feldes bildet und weiter bedenkt, dass die Energiedichte in der Entfernung R vom Resonator jedenfalls klein ist gegen die Energiedichte in Entfernungen, welche klein gegen R sind.

Bei dieser Grössenordnung von K und L folgt aus (12), dass a fortiori für alle Zeiten:

$$(20) \quad \left\{ \begin{array}{l} K f \text{ gross gegen } \frac{1}{c^3} f''' \\ \text{und} \\ L f \text{ gross gegen } \frac{1}{c^3} f' \end{array} \right.$$

Nun ist leicht zu sehen, dass in Gleichung (15) die Grössen V , W und $\frac{1}{2} Z'_0 f$ gegen U verschwinden, wobei man nur die Werthe von V und W in (8) und (10), sowie die Grössenordnung von Z'_0 in (16) zu berücksichtigen hat. Ausdrücklich muss aber bemerkt werden, dass die Glieder, die

wir hier in Gleichung (15) vernachlässigen, keineswegs klein, zum Theil sogar gross sind gegen die folgenden Glieder derselben Gleichung, welche wir beibehalten, und deren Einfluss erst bei der Integration über grössere Zeiten hervortritt. Die vorgenommene Vereinfachung ergibt somit:

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \frac{2}{3c^3} f'' f''' - f'' Z'_0 = 0$$

oder nach (19):

$$(21) \quad K f f'' + L f'' f'' - \frac{2}{3c^3} f'' f''' - f'' Z'_0 = 0.$$

Für diese aus 4 Gliedern bestehende Gleichung ist charakteristisch, dass jedes der beiden ersten Glieder nach (20) und (16) gross ist gegen jedes der beiden letzten Glieder. Infolge dessen sind die beiden ersten Glieder von der nämlichen Grössenordnung, also:

$$(22) \quad K f \text{ von der Grössenordnung } L f''.$$

Vernachlässigt man, um eine erste Annäherung zu gewinnen, die beiden letzten Glieder ganz, so ergibt sich in bekannter Weise eine einfach periodische, ungedämpfte und unerzwungene Schwingung, deren Periode von dem Verhältniss $K:L$ abhängt. Die Berücksichtigung der folgenden kleinen Glieder ergibt daher eine geringe Abweichung von einer einfach periodischen Schwingung, und zwar liefert das dritte Glied den Einfluss der ausgestrahlten Energie, das vierte den Einfluss der aus der primären Welle absorbirten Energie.

Aus den Beziehungen (20) und (22) lässt sich eine wichtige Bedingung zwischen den Constanten K und L ableiten. Nach (20) ist:

$$(23) \quad L f'' \text{ gross gegen } \frac{1}{c^3} f''''.$$

Dagegen ist nach (22):

$$L f'''' \text{ von derselben Grössenordnung wie } K f''.$$

Folglich:

$$L f'' \text{ gross gegen } \frac{K f''}{c^3 L}$$

oder:

$$L f'''' \text{ gross gegen } \frac{K f''}{c^3 L}$$

oder endlich, mit abermaliger Benutzung der Beziehung (23), a fortiori:

$$L f''' \text{ gross gegen } \frac{K}{c^6 L^3} f''',$$

und dies ist nur möglich, wenn

$$(24) \quad K \text{ klein gegen } c^6 L^3.$$

Mit Weglassung des Factors f'' in (21) erhält man die lineare Differentialgleichung:

$$(25) \quad Kf + Lf'' - \frac{2}{3c^3} f''' = Z'_0,$$

welche sich, wie man sieht, von der Gleichung einer durch eine äussere Kraft Z'_0 erzwungenen und durch Reibung gedämpften Schwingung nur dadurch unterscheidet, dass der Einfluss der Dämpfung nicht durch ein Glied mit f' , sondern durch ein Glied mit f''' dargestellt wird.

§ 4.

Die zuletzt gewonnene Differentialgleichung für die Schwingung im Resonator ist von dritter Ordnung, lässt sich aber sogleich allgemein auf eine solche zweiter Ordnung zurückführen. Denn von den drei Wurzeln der cubischen Gleichung:

$$K + Lx^2 - \frac{2}{3c^3} x^3 = 0,$$

welche bekanntlich der Bildung des allgemeinen Integrals zu Grunde gelegt werden müssen, sind offenbar zwei complex, liefern also eine alternirende Schwingung; die dritte aber ist positiv und entspricht daher einem Vorgang, bei dem die Werthe der Kräftecomponenten beständig zunehmen. Indem wir einen solchen Vorgang, der hier keine Bedeutung hat, ausschliessen, lösen wir die Differentialgleichung (25) dadurch, dass wir setzen:

$$(26) \quad \alpha f(t) + \beta f''(t) + f'''(t) = \varphi(t)$$

und die Constanten α und β , sowie die Function φ geeignet bestimmen. Dies geschieht am einfachsten auf folgendem Wege: durch Differentiation der letzten Gleichung nach t , Multiplication mit $2/3 c^3$ und Addition zu (25) erhalten wir:

$$Kf + \frac{2\alpha}{3c^3} f'' + \left(L + \frac{2\beta}{3c^3} \right) f''' = Z'_0 + \frac{2}{3c^3} \frac{d\varphi}{dt}.$$

Weiter ergibt sich durch Multiplication von (26) mit $(L + 2\beta/3c^3)$ und Subtraction von der letzten Gleichung:

$$\left\{ K - \alpha \left(L + \frac{2\beta}{3c^3} \right) \right\} f + \left\{ \frac{2\alpha}{3c^3} - \beta \left(L + \frac{2\beta}{3c^3} \right) \right\} f'' \\ = Z'_0 + \frac{2}{3c^3} \frac{d\varphi}{dt} - \left(L + \frac{2\beta}{3c^3} \right) \varphi.$$

Diese Gleichung wird befriedigt, wenn man setzt:

$$K - \alpha \left(L + \frac{2\beta}{3c^3} \right) = 0, \\ \frac{2\alpha}{3c^3} - \beta \left(L + \frac{2\beta}{3c^3} \right) = 0, \\ Z'_0 + \frac{2}{3c^3} \frac{d\varphi}{dt} - \left(L + \frac{2\beta}{3c^3} \right) \varphi = 0.$$

Von diesen drei Gleichungen ergeben die beiden ersten unter Berücksichtigung der Beziehung (24) mit derselben Annäherung, die wir bis jetzt immer benutzt haben:

$$\alpha = \frac{K}{L} \qquad \beta = \frac{2K}{3c^3 L^2}$$

und die dritte unter Berücksichtigung der Beziehung (20), die, wie für f , so auch für φ gilt:

$$\varphi = \frac{Z'_0}{L},$$

sodass die Differentialgleichung (26) übergeht in:

$$(27) \qquad Lf''' + \frac{2K}{3c^3 L} f'' + Kf = Z'_0.$$

Dies ist die bekannte Form der Gleichung für eine durch eine gegebene äussere Kraft angeregte und durch innere Reibung gedämpfte Schwingung. Sie lehrt, dass bei schwach gedämpften Schwingungen die Dämpfung durch Strahlung sich von der Dämpfung durch Reibung nur dadurch unterscheidet, dass der Dämpfungscoefficient im zweiten Glied der Gleichung nicht eine von der Substanz des Resonators abhängige Constante, sondern eine ganz bestimmte Grösse ist, umgekehrt proportional dem Quadrate der Periode der maximalen Resonanz und dem Cubus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen im umgebenden Medium.

Die Periode der maximalen Resonanz (hier nur unwesentlich unterschieden von der Eigenperiode des Resonators, die infolge der Dämpfung etwas grösser ist) wird gegeben durch:

$$(28) \quad \tau_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{K}}$$

und das logarithmische Decrement der Dämpfung durch:

$$(29) \quad \sigma = \tau_0 \frac{K}{3c^2 L^2} = \frac{2\pi}{3c^2} \sqrt{\frac{K}{L^3}}$$

oder auch:

$$(30) \quad \sigma = \frac{16\pi^4}{3\lambda^3 K}$$

wenn $\lambda = c\tau_0$ die Wellenlänge im Luftraum bezeichnet.

Aus (24) folgt, wie schon wiederholt bemerkt wurde, dass σ eine kleine Zahl ist.

Umgekehrt ergeben sich K und L aus σ und τ_0 in folgender Weise:

$$K = \frac{16\pi}{3c^2 \sigma \tau_0^2},$$

$$L = \frac{4\pi^2}{3c^2 \sigma \tau_0}.$$

Man kann also das ganze Verhalten des Resonators, anstatt durch K und L , auch durch τ_0 und σ charakterisiren und erhält dann aus (27) die Schwingungsgleichung:

$$(31) \quad f'' + \frac{2\sigma}{\tau_0} f' + \frac{4\pi^2}{\tau_0^2} f = \frac{3c^2 \sigma \tau_0}{4\pi^2} Z'_0.$$

§ 5.

Wir wollen das gefundene Schwingungsgesetz zunächst dazu verwenden, um den in meiner vorigen Untersuchung behandelten Fall der stationären Resonanz, wie sie durch eine vollkommen periodische primäre Welle hervorgerufen wird, vollständiger zu erledigen, als es damals, ohne ein näheres Eingehen auf die Natur des Resonators, möglich war. Dort blieb in dem Ausdruck, welcher die Abhängigkeit der Amplitude α der Resonatorschwingung von der A der primären Welle darstellt, noch eine gewisse Constante, die Phasendifferenz $\delta' - \delta$, unbestimmt, und es liess sich von vornherein nur soviel sagen, dass dieselbe um so kleiner sein wird, je

besser die Uebereinstimmung ist zwischen der Periode der primären Welle und der Eigenperiode des Resonators. Hier werden wir erkennen, in welcher Weise jene Phasendifferenz bei gegebener Periode τ der primären Welle von den charakteristischen Constanten σ und τ_0 des Resonators abhängt.

Die primäre Welle sei wieder gegeben durch:¹⁾

$$Z'_0 = A \cos \left(\frac{2\pi t}{\tau} + \delta' \right).$$

Die Secundärschwingung im Falle der stationären Resonanz wieder durch:

$$f = \alpha \sin \left(\frac{2\pi t}{\tau} + \delta \right),$$

wobei A und α positiv gewählt sind. Dann wird die Differentialgleichung (31) für alle Zeiten befriedigt, wenn:

$$\sin(\delta' - \delta) = \frac{16\pi^4 \alpha}{3c^3 \sigma \tau_0 A} \left(\frac{1}{\tau^2} - \frac{1}{\tau_0^2} \right)$$

und:

$$(32) \quad \cos(\delta' - \delta) = \frac{16\pi^3 \alpha}{3c^3 \tau \tau_0^2 A}.$$

Daraus folgt:

$$\operatorname{tg}(\delta' - \delta) = \frac{\pi}{\sigma} \left(\frac{\tau_0}{\tau} - \frac{\tau}{\tau_0} \right).$$

Da A und $\alpha > 0$, so kann man $\delta' - \delta$ zwischen $+\pi/2$ und $-\pi/2$ annehmen. Im allgemeinen wird nun, da σ klein ist, die Differenz $\delta' - \delta$ nahe gleich $\pi/2$ oder $-\pi/2$ werden, d. h. α verschwindet, und es findet keine merkliche Resonanz statt. Nur in dem speciellen Fall, dass $(\tau_0 - \tau)/\tau$ klein ist, rückt $\delta' - \delta$ von dem Grenzwert fort, und es tritt Resonanz ein. Dann kann man ohne wesentlichen Fehler die letzte Formel schreiben:

$$\operatorname{tg}(\delta' - \delta) = \frac{2\pi}{\sigma} \frac{\tau_0 - \tau}{\tau}.$$

oder nach (30):

$$\operatorname{tg}(\delta' - \delta) = \frac{3\lambda^3 K}{8\pi^3} \frac{\tau_0 - \tau}{\tau}.$$

Ferner aus (32):

$$\alpha = \frac{3\lambda^3 A}{16\pi^3} \cos(\delta' - \delta).$$

1) l. c. Gleichung (11).

Diese Formeln bleiben gültig auch für den allgemeinen Fall, dass $\tau_0 - \tau$ ganz beliebig ist, da dann die Resonanz ohnehin verschwindet. Die letzte ist identisch mit der früher für die stationäre Resonanz gefundenen Beziehung.

§ 6.

Wir betrachten schliesslich den speciellen Fall, dass die primäre Welle verschwindet, also $Z'_0 = 0$. Dann haben wir im Resonator einfach eine Schwingung, die mit constanter Dämpfung abklingt. Wenn man die Constanten des Resonators K und L kennt, lässt sich aus den obigen Formeln die Periode τ_0 und das logarithmische Decrement σ berechnen, und wir können dadurch die Theorie mit der Erfahrung vergleichen.

Am eingehendsten hat sich mit dem Studium der electrischen Resonanz Hr. Bjerknes beschäftigt. Seine Resonatoren waren allerdings kreisförmig gebogen, sodass die hier entwickelten Formeln nicht unmittelbar auf seine Messungen mit Resonatoren anwendbar sind; dagegen befand sich unter seinen „Oscillatoren“ ein geradliniger, in der Form eines vollständigen Umdrehungskörpers.¹⁾ Als Capacitäten dienten zwei Messingscheiben von je 30 cm Durchmesser, welche in ihren Mittelpunkten an Messingröhren von etwas mehr als 1 cm Dicke befestigt waren. Diese Röhren konnten wieder über zwei dünnere Röhren gleiten, sodass die Gesamtlänge des Oscillators durch Ausziehen zwischen 74 und 135 cm verändert werden konnte. Die dünneren Röhren waren durch kleine Messingknöpfe verschlossen, zwischen welchen die primären Funken spielten.

Die Constanten K und L dieses Apparates lassen sich aus der Gleichung (19) entnehmen. Bedenkt man nämlich, dass f das Moment des electrischen Dipols, also das Product aus der augenblicklichen Ladung ϵ einer Scheibe und dem Abstand l der Scheiben bedeutet, so folgt:

$$(33) \quad f = \epsilon l,$$

1) V. Bjerknes, Bihang till K. Svenska Vet.-Akad. Handlingar. 20. Afd. I. Nr. 5. Ueber electrische Resonanz II. p. 6. 1895.

ferner:

$$(34) \quad f' = l \frac{d\varepsilon}{dt} = lJ,$$

wenn J die Intensität des Stromes im Leiter bezeichnet. Nun sei die electrostatische Capacität einer einzelnen Scheibe mit dem Durchmesser D :¹⁾

$$C = \frac{D}{\pi}.$$

Dann ist die electriche Energie einer mit ε geladenen Scheibe:

$$\frac{1}{2} \frac{\varepsilon^2}{C} = \frac{\pi \varepsilon^2}{2D}$$

und die electriche Energie des ganzen Feldes bis zu Entfernungen, welche gross gegen l , aber klein gegen die Wellenlänge sind, angenähert gleich der Summe der von beiden Scheiben einzeln herrührenden Energien:

$$\frac{1}{2} K f'^2 = \frac{\pi \varepsilon^2}{D}$$

oder mit Rücksicht auf (33):

$$K = \frac{2\pi}{l^2 D}.$$

Für die magnetische Energie desselben Feldes erhält man ferner aus (19) und (34) den Ausdruck:

$$\frac{1}{2} L f'^2 = \frac{1}{2} L l^2 J^2.$$

Es ist also das Product $L l^2$ nichts anderes als das Selbstpotential²⁾ des geradlinigen Leiters im electrostatischen Maasse:

$$L l^2 = \frac{2l}{c^2} \log \frac{2l}{e\rho}$$

oder

$$L = \frac{2}{c^2 l} \log \frac{2l}{e\rho},$$

wenn ρ den Radius des ringförmigen Querschnitts bezeichnet.

Die gefundenen Werthe von K und L in (28) eingesetzt ergeben für die Eigenperiode des Oscillators:

$$\tau_0 = \frac{2\pi}{c} \sqrt{\frac{ll'}{\pi} \log \frac{2l}{e\rho}}$$

1) Z. B. Kirchhoff, Vorlesungen über Electricität, p. 36.

2) Z. B. M. Wien, Wied. Ann. 53. p. 929. 1894.

und für die Wellenlänge:

$$(35) \quad \lambda^2 = 4 \pi l D \log \frac{2}{e} \frac{l}{\rho}.$$

Das logarithmische Decrement σ endlich folgt aus (30):

$$(36) \quad \sigma = \frac{8 \pi^2 P D}{3 \lambda^3}.$$

Für den Bjerknes'schen Oscillator ist nach den obigen Angaben $D = 30$ cm, $\rho = 0,5$ cm zu setzen. Für l und λ hat Hr. Bjerknes¹⁾ folgende zusammengehörige Werthe gemessen, alles in Centimetern:

$$\begin{array}{ccc} l = & 74 & 99 & 134 \\ \lambda = & 357,6 & 413,5 & 518,0. \end{array}$$

Hiernach ist die Voraussetzung der Theorie, dass λ gross ist gegen l , zwar angenähert, aber doch nicht so weit erfüllt, dass man eine genaue Uebereinstimmung der theoretischen mit den experimentellen Werthen erwarten könnte. Mit den drei angegebenen Werthen von l berechnet sich λ aus der Formel (35) zu:

$$\lambda = 361,7 \quad 431,2 \quad 516,7$$

wodurch die Theorie, soweit es hier möglich ist, bestätigt wird. Mit den theoretischen Werthen von λ erhält man ferner in den drei Fällen aus der Formel (36) das logarithmische Decrement der Dämpfung durch Strahlung:

$$\sigma = 0,29 \quad 0,30 \quad 0,32.$$

Die Dämpfung ist also immerhin so schwach, dass die Anwendung der theoretischen Formel für eine angenäherte Berechnung gerechtfertigt wird. Wie man ersieht, wächst die Dämpfung hier mit zunehmender Wellenlänge, da in der Gleichung (36) mit wachsendem λ der Zähler schneller zunimmt als der Nenner (vgl. die Bemerkung oben p. 579).

Hr. Bjerknes hat aus verschiedenen Versuchen das logarithmische Decrement seines geradlinigen Oscillators im Gesamtmittel zu 0,4 berechnet.²⁾ Sinn und Grösse der Abweichung des wirklichen Werthes von dem theoretischen er-

1) V. Bjerknes, a. a. O. p. 9.

2) V. Bjerknes, a. a. O. p. 34.

klären sich wohl hauptsächlich aus den beiden folgenden Umständen:

Erstlich ist zu berücksichtigen, dass der oben berechnete Werth von σ sich auf den isolirt aufgestellten Oscillator bezieht, während bei den Bjerknes'schen Versuchen ziemlich dicht neben dem Oscillator, nur wenige Centimeter von ihm entfernt, die für die Messungen benutzte lange Drahtleitung ihren Anfang nahm, durch welche die Abfuhr der Energie noch weiter gefördert wird.

Zweitens ist der Einfluss der „consumptiven“ Dämpfung in Betracht zu ziehen, welche von dem Leitungswiderstand sowohl der Messingröhren, als auch namentlich des Funkens herrührt. Beträgt der Gesamtwiderstand der Leitung w Ohm, also im electrostatischen Maasse:

$$\frac{w \cdot 10^9}{c^2},$$

so ist wegen der Joule'schen Wärme die Energiegleichung (14) zu vervollständigen durch das Glied:

$$+ \frac{J^2 w \cdot 10^9}{c^2} dt.$$

Dies bedingt in der Gleichung (21) den Zusatz:

$$+ \frac{J^2 w 10^9}{c^2}$$

oder, da nach (34):

$$J = \frac{f'}{l},$$

$$+ \frac{w \cdot 10^9}{l^2 c^2} f'^2.$$

Somit erhält man in der Gleichung (27) noch das weitere Dämpfungsglied:

$$+ \frac{w \cdot 10^9}{l^2 c^2} f',$$

welches, durch das dort schon vorhandene dividirt, das Verhältniss der Dämpfung durch Leitungswiderstand: σ_w zu der Dämpfung durch Strahlung: σ liefert:

$$\frac{\sigma_w}{\sigma} = \frac{w \cdot 10^9}{l^2 c^2} \cdot \frac{3 c^3 L}{2 K}$$

oder mit Berücksichtigung von (28):

$$\frac{\sigma_w}{\sigma} = \frac{3}{8\pi^2} \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 \frac{w \cdot 10^9}{c}.$$

Setzen wir nun $c = 3 \cdot 10^{10}$, und nehmen schätzungsweise den Widerstand des Funkens (die Rohrleitung kommt dagegen nicht in Betracht) zu $w = 10$ Ohm an, im Anschluss an eine Berechnung von Hrn. Bjerknes, so ergibt sich damit für die drei oben berechneten Fälle:

$$\frac{\sigma_w}{\sigma} = 0,30 \quad 0,24 \quad 0,19$$

und daraus das logarithmische Decrement der consumptiven Dämpfung:

$$\sigma_w = 0,09 \quad 0,07 \quad 0,06$$

Mithin die Gesamtdämpfung des isolirt aufgestellten Oscillators:

$$\sigma + \sigma_w = 0,38 \quad 0,37 \quad 0,38,$$

welche den gemessenen Werthen schon näher kommt. Immerhin spielt bei den hier betrachteten Schwingungen die Strahlung offenbar die Hauptrolle unter den dämpfenden Wirkungen, während der Leitungswiderstand, sowie etwaige andere Umstände erst in zweiter Linie in Betracht kommen. Dies steht auch in vollkommener Uebereinstimmung mit den Anschauungen, zu welchen Hr. Bjerknes durch seine Versuche gelangt ist.

2. Ueber die Verwendung schneller electrischer Schwingungen in der Brückencombination; von W. Nernst.

Vor einigen Jahren habe ich in einer (im Folgenden mit l. c. bezeichneten) Arbeit¹⁾ eine Methode zur Bestimmung von Dielectricitätsconstanten beschrieben, deren Princip darin besteht, dass die Capacität eines dielectrischen Troges unter Anwendung des 'Telephons in der Wheatstone'schen Brücke mit derjenigen eines Glascondensators von verstellbarer Capacität verglichen und die Leitfähigkeit des Troges mittels eines Nebenschlusses am Glascondensator compensirt wird.

Dieser Apparat ist inzwischen mehrfach, sowohl im hiesigen Institut wie auswärts, zu verschiedenartigen Messungen benutzt worden; eine irgendwie erhebliche Abänderung habe ich bisher nicht für nöthig finden können, einige weitere kleine Winke, die seine, wie auch gleich von mir betont, nicht ganz einfache Handhabung erleichtern, hoffe ich nebst weiteren Messungen demnächst mittheilen zu können.

Der erwähnte Apparat erlaubt Flüssigkeiten bis zur Leitfähigkeit 2×10^{-10} und wohl noch darüber exact zu untersuchen. Bei erheblich grösseren Leitfähigkeiten werden die Störungen infolge von Polarisaton, wie auch die Schwierigkeiten einer hinreichend vollständigen Compensation der Leitfähigkeit alsbald sehr gross. Da nun bekanntlich sowohl die Wirkung der Polarisationscapacität wie diejenige eines neben einen Condensator geschalteten Widerstandes immer mehr zurücktritt, je öfter die benutzten Ströme ihre Richtung wechseln, so bietet sich als nächstliegendes Mittel, die erwähnten Hindernisse zu beseitigen, die Anwendung von Wechselströmen höherer Frequenz dar, wie man sie bekanntlich

1) Ztschr. f. physik. Chem. 14. p. 622. 1894; vgl. auch Nernst, Wied. Ann. 57. p. 209. 1896. Bei dieser Gelegenheit möchte ich einen Irrthum berichtigen; eingangs ersterer Arbeit ist die Anziehung zweier Electroden $E^2 D q / l$ anstatt $E^2 D q / l^2$ proportional gesetzt (sie beträgt bekanntlich $E^2 D q / 8 \pi l^2$).

leicht durch oscillatorische Entladung eines Condensators durch eine mit Selbstinduction behaftete Leitung erhalten kann. Da in der Wheatstone'schen Brücke derartige Wechselströme meines Wissens zu Messungen noch nicht benutzt worden sind, so möchte ich die bisher von mir gemachten Erfahrungen mittheilen, die vielleicht nicht nur für dielectriche Messungen allein nützlich sein können; ich glaube vielmehr, dass die messende Physik sich zu mannichfachen Zwecken mit Vortheil einer mit sehr schnellen electricen Schwingungen gespeisten Brückenordnung bedienen können.

§ 1. *Erregung und Nachweis der Schwingungen. Allgemeines.* Zur Erregung der Schwingungen diene in bekannter Weise¹⁾ ein Kreis, gebildet aus einer Selbstinduction, Capacität und (durch ein Inductorium erzeugten) Funkenstrecke; die Anregung eines geschlossenen Kreises (d. h. ohne Funkenstrecke) durch einen plötzlichen Inductionsstoss²⁾, wie er durch Oeffnen einer inducirenden stromdurchflossenen Spirale geliefert werden kann, dürfte für die hier befolgten Zwecke Schwingungen zu kleiner Amplitude liefern.

Als Funkenstrecke diene ein während des Funkenspiels verstellbares und mit Zinkkugeln³⁾ versehenes Funkenmikrometer; das Licht der Funkenstrecke konnte abgeblendet werden. Als Indicator für die Nullstellung diene je nach Umständen eine Funkenstrecke oder eine Vacuumröhre; von sonstigen Vorrichtungen, die auf Wechselströme hoher Frequenz ansprechen, kämen wohl noch in erster Linie Bolometer, Thermoelement, Electrodynamometer und Electrometer in Betracht, doch habe ich hiermit noch keine Versuche angestellt. Nach den bisher mit schnellen Schwingungen gemachten Erfahrungen dürfte die Benutzung dieser Wechselstromindicators kaum wesentlich empfindlicher, aber sehr viel umständlicher sein, als Funkenstrecke oder Vacuumröhre.

Funkenindicator. Ein solcher muss, um empfindlich zu sein, den beiden Bedingungen genügen, dass die Funkenstrecke äusserst fein verstellbar und bequem sichtbar ist. Sehr

1) Vgl. z. B. Drude, Physik des Aethers, p. 345.

2) Helmholtz, ges. Abh. I. p. 531.

3) Himstedt, Wied. Ann. 52. p. 473. 1894.

brauchbar erwies sich das beigezeichnete Modell (Fig. 1). Zwei dünne geschärfte Platinplatten stehen einander im rechten Winkel gegenüber; ihr Abstand kann durch Verstellen einer Schraube sehr fein regulirt werden, indem die eine (in der Figur rechte) Platte an einem um eine Axe beweglichen Träger befestigt ist. Dieser Träger ruht in Spitzenschrauben und wird durch eine schwache Feder an die Stellschraube gedrückt. Ursprünglich benutzte ich als beweglichen Träger eine federnde Platte, aber hier zeigte sich die elastische Nachwirkung sehr hinderlich, indem sie allmählich nach dem Einstellen die Funkenstrecke änderte. Diese Störung ist bei der beschriebenen Construction (die von dem Institutsmechaniker

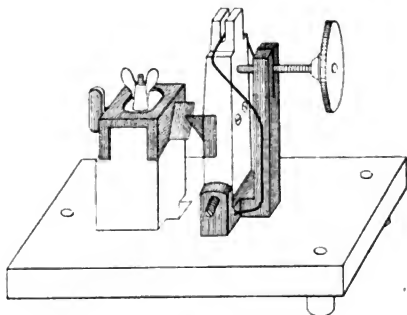


Fig. 1.

O. Schlüter herrührt) beseitigt. Allmählich werden die Platinplatten durch die Fünkchen abgenutzt; man braucht aber nur die am festen Träger (in der Figur links) befindliche Platinplatte nach dem Lüften der seitlichen (in der Figur theilweise verdeckten) Flügelschraube zu verschieben, um zwei frische Stellen der Platinschneiden einander gegenüber zu bringen. Erst nach oftmaligem Verstellen und demgemäss sehr langen Gebrauch ist ein erneutes Schärfen der Platinschneiden nöthig. Eine grobe Verschiebung des festen Trägers ist schliesslich durch Lüften der auf ihm sitzenden Flügelschraube ermöglicht. Die schraffirten Theile sind aus Messing bez. Platin, die übrigen aus Hartgummi.

Vacuumröhren. Häufig sind die gewöhnlichen Spectralröhren (etwa mit Stickstoff oder Wasserstoff gefüllt) zur Noth brauchbar. Sehr empfindlich sind die bekannten Röhren nach Zehnder, doch ist hier gewöhnlich das Minimum recht verwaschen. Bei weitem am besten bewährten sich Röhrchen, die man sich leicht selber herstellen kann und einfach aus einer beiderseitig zugeschmolzenen dünnwandigen Glasröhre von ca. 10 cm Länge und ca. 6 mm Lumen bestehen. In der Mitte ist das Rohr ein wenig ausgezogen, zwei aussen aufgeklebte Stanniolringe dienen als Electroden. Das Vacuum beträgt einige zehntel Millimeter; man pumpt am einfachsten solange, bis das Rohr gut anspricht und stellt sich, indem man diese Manipulation mit einem längeren, an geeigneten Stellen ausgezogenem Glasrohr vornimmt, gleich 3 bis 5 Stück her. Ob ihre

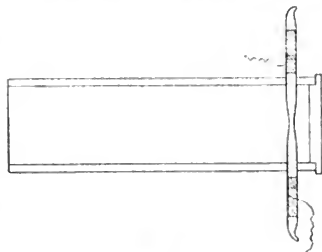


Fig. 2.

Empfindlichkeit und Haltbarkeit durch Natriumfüllung nach Art der Zehnder'schen Röhren sich steigern liesse, habe ich bisher nicht versucht. Man steckt ein solches Röhrchen passend in eine

Hartgummiröhre von ca. 3 cm Lumen (Fig. 2), deren eines Ende geschlossen ist; drückt man das Auge an das andere offene Ende der Röhre, so ist jede Verdunkelung des Zimmers überflüssig. Häufig ist übrigens das Minimum so deutlich, dass es auch nicht einmal der schützenden Hartgummiröhre bedarf. Ehe man auf das Minimum einstellt, bringe man immer die Vacuumröhre einige Augenblicke (z. B. durch starkes Verschieben des Messcondensators) zum hellen Leuchten, was ihre Empfindlichkeit steigert. Auch Anlegen zweier Finger an die beiden unbelegten Enden der Vacuumröhre ist zuweilen vortheilhaft, weil die hierdurch an den Enden erzeugten Lichterscheinungen auch die inneren Theile empfindlicher machen.

Die im Nachfolgenden gegebenen Werthe der Selbst-

induction der benutzten Solenoide wurden mittels Brücke und Telephon¹⁾ durch Vergleich mit einer Wien'schen Einheitsrolle²⁾ erhalten, deren Werth 10^6 cm betrug; seitdem der Besitz solcher trefflichen Etalons durch Wien's Bemühungen allgemein zugänglich gemacht ist, dürfte die Messung von Selbstinductionen kaum umständlicher sein, als etwa eine gewöhnliche Widerstandsmessung. Bemerkt sei, dass als Inductorium mit Vortheil ein Saiteninductor (l. c. p. 629) mit *dickdrähtiger* secundärer Wickelung³⁾ benutzt werden kann; man erleichtert sich die Einstellung sehr, wenn man eine, wenn auch nur beschränkt variable Selbstinduction zu Hülfe nimmt (ich wählte zwei gegeneinander verschiebbare Drahtrollen von 7 cm Durchmesser und je 9 Windungen; Selbstinduction variabel von $3 - 4 \times 10^4$), die zunächst mit der Einheitsrolle calibriert wurde. Die eigentlichen Messungen wurden sämmtlich mit Hülfe der variablen Selbstinduction ausgeführt, indem ein Schleifcontact, der zwischen jener und der zu messenden Selbstinduction lag, und die Brücke (Kohlrausch'sche Walzenbrücke) so lange verstellt wurde, bis bei Aenderung der variablen Selbstinduction ein deutliches „Selbstinductionsminimum“ gehört wurde. Uebrigens fand ich keine Schwierigkeit, auch Selbstinductionen, die sich wie 1:100 verhielten, bis auf einige Procent sicher zu vergleichen, sodass innerhalb dieser (für die hier befolgten Zwecke ausreichenden) Genauigkeit mit Hülfe der erwähnten variablen Selbstinduction ein Intervall von $3 \cdot 10^2 - 4 \cdot 10^6$ cm der Messung zugänglich war.

Die im Folgenden angegebenen Condensatorcapacitäten wurden durch Vergleich mit einem aus zwei kreisförmigen Platten (Durchmesser 25 cm) gebildeten Luftcondensator gewonnen, dessen Capacität (295,92 cm bei Benutzung von 0,1386 cm dicken kleinen Glasstückchen; auch die im Nachfolgenden angegebenen Zahlen sind Centimeter nach dem electro-

1) Zuerst scheint L. Lorenz diese Methode benutzt zu haben (Wied. Ann. 7. p167. 1879); vgl. ferner F. Kohlrausch, Leitfaden, 8. Aufl. p. 394.

2) M. Wien, Wied. Ann. 58. p. 553. 1896.

3) Wer im Besitz eines gewöhnlichen (dünndrähtigen) Saiteninductors ist, wickle 6 Lagen von 0,5 mm dickem Draht über die dünn-drähtige Wickelung.

statischen Maasssystem) nach der Kirchhoff'schen Formel berechnet war. Zum Vergleich dienten wieder Saiteninductor, Walzenbrücke und Telephon; giebt man auf alle Nebencapacitäten hinreichend Obacht, so lassen sich mit dieser Methode bei völliger Isolation die Messungen leicht bis auf Bruchtheile eines promille sicher ausführen. Fast immer aber stören Spuren von Leitung; *man kann aber auch dann das Minimum äusserst scharf machen, wenn man parallel zu den zu vergleichenden Condensatoren geeignete Nebenschlüsse legt.* (Ich fand brauchbar einen Graphitstrich von ca. 30 cm Länge und ca. 0,6 cm Breite, dessen Enden mit der Walzenbrücke verbunden waren; darauf war ein aus einem keilförmigen, mit Stanniol bewickelten Kork gebildeter Schleifcontact verschiebbar, der mit dem Verbindungsdraht zwischen den beiden Condensatoren leitend verbunden war.) Das Telephon liegt an den Enden der Brücke.

Von sonstigen allgemeinen Bemerkungen wäre etwa noch Folgendes zu erwähnen. Man achte auf *gute Contacte*; die Ausbildung kleiner Funkenstrecken in den verschiedenen Brücken Zweigen kann sehr störend sein. Sehr nützlich ist folgende Regel. Bekanntlich ist eine Brückenordnung dann besonders empfindlich, wenn das mittlere Potential der vier Seitenzweige nicht zu grosse Verschiedenheiten aufweist. Man wählt die Selbstinductionen, Capacitäten oder Widerstände der vier Zweige, wenn angängig, daher etwa so, dass die Funken, die man beobachtet, wenn man einen Draht an das eine Ende eines Zweiges legt und das andere Ende dieses Drahtes dem anderen Ende dieses Zweiges nähert, für alle vier Zweige etwa von gleicher Grössenordnung sind. Mit dieser Regel kommt man oft über viel Herumprobiren hinweg. Wichtig ist ferner, zu beachten, dass die Spannung von Wechselströmen und zwar besonders solchen von hoher Frequenz, leicht transformirbar ist. Sätze von Solenoiden aus Kupferdraht jeder Dicke, die bequem übereinander geschoben werden können, leisten als Transformatoren grosse Dienste; Eisenkerne sind bei schnellen Schwingungen bekanntlich überflüssig und schädlich. Als orientirendes Maass dafür, ob das Transformationsverhältniss den Versuchsbedingungen günstig gewählt ist, dient wiederum am einfachsten die Funkenlänge.

Was die Theorie der Wheatstone'schen Brücke¹⁾ anlangt, so sei daran erinnert, dass bei Wechselströmen der Periode τ anstatt des Widerstandes w der Ausdruck

$$\sqrt{w^2 + \left(p \frac{\pi}{\tau} - \frac{1}{c} \frac{\tau}{\pi}\right)^2}$$

zur Berechnung der mittleren Stromstärke aus der mittleren electromotorischen Kraft eines Stromkreises dient, der die Selbstinduction p und die (eingeschaltete) Capacität c enthält. Wenn man, wie es im Folgenden geschieht, mit Strömen einer Wechselzahl von mehreren Millionen operirt, so kann man für die meisten Zwecke electrolytische Widerstände als selbstinductions- und polarisationsfrei, Solenoide aus Kupferdraht als widerstandslos, einigermassen isolirende Condensatoren als reine (d. h. mit unendlichem Widerstand begabte) Capacitäten auffassen. Die mittlere Potentialdifferenz solcher Leitertheile ist demgemäss proportional, bez. w , $p \pi / \tau$, $\tau / c \pi$. Setzen wir also z. B. $\pi / \tau = 10^7$, von welcher Zahl man selten weit entfernt ist, wenn man mit gewöhnlichen Leydener Flaschen und nicht gar zu dünndrähtigen Solenoiden operirt, so ist ein Ohm äquivalent der Selbstinduction 100 cm und der Capacität 0,1 M. F. ($= 9 \cdot 10^4$ cm). Hiernach ist durch eine sehr einfache Rechnung jederzeit auszuwerthen, wie man die Zweige einer Brücke zweckmässig zu dimensioniren hat.

§ 2. *Gewöhnliche Brückenordnung.* Zur Bestimmung von Dielectricitätsconstanten und Widerständen ergibt sich nun von selbst die Fig. 3 skizzirte Versuchsanordnung. Die Schwingungen werden erzeugt, indem der von einem mittलगrossen Inductorium J erregte Funken bei f_1 überspringt und dadurch die oscillatorische Entladung des Condensators C auslöst. Die Rolle p_1 inducirt in p_2 Schwingungen, welche die Brücke speisen. Die Funkenstrecke f_2 dient als Indicator. Die Zweige 3 und 4 sind Condensatoren variabler Capacität mit oder ohne Nebenschluss; 1 und 2 enthalten zwei Widerstände, oder, was weit vorzuziehen ist, zwei Condensatoren. In der Regel wird man natürlich vorthailhaft 1 und 2 ein-

1) Näheres siehe Oberbeck, Wied. Ann. 17. p. 820. 1882; Lord Rayleigh, Proc. Roy. Soc. 49. p. 203. 1891 und besonders M. Wien, Wied. Ann. 44. p. 689. 1891.

ander sehr nahe gleich machen, was im Folgenden stets angenommen sein soll. (Vgl. auch die p. 605 erwähnte Regel.)

Bei dieser Versuchsanordnung erwies sich die Anwendung einer Funkenstrecke als Indicator- weit empfindlicher als die einer Vacuumröhre; Funkenlosigkeit tritt nur ein, wenn 3 und 4 sowohl in Widerstand wie in Capacität einander gleich sind. Nebeneinander waren, genau wie bei dem eingangs erwähnten dielectrischen Apparat, sowohl Widerstands- wie Capacitätsminimum deutlich zu erkennen.

Nach vielem Ausprobiren blieb ich bei folgenden Dimensionen stehen. C ist eine Glastafel von ca. 0,7 mm Dicke, mit Stanniolbelegungen von je 270 cm², Capacität = 2430 cm. p_1 besteht aus 10 Windungen eines 3 mm dicken Kupferdrahtes, Selbstinduction = $1,63 \times 10^3$; p_2 besteht aus 32 Windungen eines 0,8 mm dicken Drahtes, die über ein Ebonitrohr von 3,2 cm Lumen gewickelt sind, das über p_1 geschoben ist; Selbstinduction = $1,36 \times 10^4$. Die Zweige 1 und 2 sind kleine Leydener Flaschen oder belegte Glastafeln von je 200 bis 400 cm Capacität. Die Brücke, welche die Funkenstrecke f_2 enthält, wird durch einen Transformator gebildet, dessen innere primäre Rolle 36 Windungen eines 2 mm dicken Drahtes enthält, Selbstinduction = $5,0 \times 10^3$; über diese passt ein 12 cm langes Glasrohr von 3,3 cm Lumen, worauf 150 Windungen eines 0,6 mm dicken Drahtes gewickelt sind (Selbstinduction = $1,55 \times 10^5$), dessen Enden zum Funkenindicator führen.

Die Zweige 3 und 4 sind von den beiden Messcondensatoren gebildet, die (genau wie bei meinem älteren dielectrischen Apparat) aus Luftcondensatoren bestehen, zwischen denen Glasplatten verschiebbar sind; nur war es nöthig, den Abstand der Condensatorplatten, und demgemäss auch die Dicke der Glasplatten etwas grösser zu wählen, als bei den früher von mir benutzten Messcondensatoren, um einem Ueber- springen der Funken vorzubeugen. Die Dimensionen der

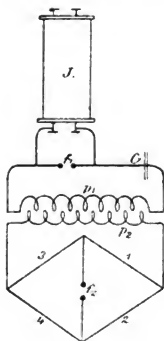


Fig. 3.

Messingplatten sind $13,7 \times 6,8$ cm, die Dicke der Glasplatten, deren Stellung an einer feinen Metalltheilung abgelesen werden kann, ist 3,5 mm. Die Capacität eines solchen Condensators ist durch Verschieben der Platte zwischen den Grenzen 50 bis 130 cm veränderlich.

Bemerkt sei noch, dass die Windungszahl von p_2 so gewählt war, dass ein Ueberspringen der Funken zwischen den Platten der Messcondensatoren nicht so leicht mehr stattfand. Nöthigenfalls wurde diesem Solenoid auch noch ein Flüssigkeitswiderstand parallel geschaltet. Der Transformator, der vor der Funkenstrecke f_2 liegt, hat den Zweck, die Spannung an letzterer soweit zu erhöhen, dass anstatt kurzer dicker Fünkchen, welche die Platinschneiden des Funkenindicators schnell zerstören, längere dünne Funken auftreten, die immer noch hinreichend hell sind, ohne einen allzu kleinen Abstand der Platinschneiden zu erfordern.

Die Schwingungszahl n des primären Kreises berechnet sich (indem wir von der gegenseitigen Beeinflussung beider Kreise absehen) nach der bekannten Formel (v = Lichtgeschwindigkeit).

$$n = \frac{v}{\pi \sqrt{p c}}$$

zu 4,8 Millionen, diejenige des secundären Kreises (dessen Selbstinduction durch p_3 , dessen Capacität durch die vier Brückenweige bestimmt ist) zu etwa 6 Millionen. Letztere ändert sich natürlich mit der Einstellung der Messcondensatoren; ausserdem ist zu beachten, dass den Messcondensatoren meistens mehr oder weniger grosse electrolytische Widerstände parallel geschaltet sind. Nach weiter unten mitgetheilten Erfahrungen wirken solche Widerstände sehr stark dämpfend auf die Schwingungen ein, wodurch die Schwingungszahl des secundären Kreises merklich verkleinert werden muss. Eine theoretische Behandlung eines solchen Falles (Schwingungsdauer eines Kreises, der eine Selbstinduction und zwei hintereinander geschaltete Capacitäten enthält, von denen eine einen leitenden selbstinductionsfreien Nebenschluss besitzt) scheint mir nicht nur für die hier befolgten Zwecke von Wichtigkeit. Jedenfalls aber geht aus obigem hervor, dass die von mir durch Ausprobiren als die günstigsten gefundenen Verhältnisse von

einer Resonanz zwischen beiden Kreisen nicht weit entfernt sind.

Als Inductorium diente bei der Mehrzahl der folgenden Versuche ein mittelgrosses (4—6 cm Funkenlänge) mit Hammerunterbrechung, zuweilen wurde ein Deprez-Unterbrecher benutzt; bei den Versuchen mit relativ gut leitenden Lösungen erwies sich ein grösseres Inductorium (20 cm Funkenlänge) als vortheilhaft.

Wer in der Benutzung des Telephons zu feineren Messungen Uebung besitzt, weiss die treffliche Eigenschaft dieses Messinstruments zu würdigen, dass es fast jede gefährliche Fehlerquelle durch Unschärfe der Einstellung oder starke Unsymmetrie der Klangfarbe zu beiden Seiten des Minimums selbstthätig anzeigt. Etwas Aehnliches findet ein geübtes Auge bei der Benutzung des Funkenindicators oder der Vacuumröhre als Nullinstruments wieder. Beim ordentlichen Functioniren des ganzen Apparates müssen die Fünkchen scharf begrenzt und glänzend erscheinen und beim Einstellen des Messcondensators auf beiden Seiten des Minimums plötzlich abreissen; ein Flackern der Fünkchen und allmähliches Erlöschen weist auf eine Störung hin. Auch bei der Vacuumröhre (vgl. § 5) erkennt man bei einiger Uebung allerlei Nüancen der Minimumeinstellung.

§ 3. *Dielectrische Messungen.* Bei den in diesem und dem folgenden Abschnitt beschriebenen Messungen dient als Indicator, wie erwähnt, stets eine Funkenstrecke; man findet, dass selbst bei äusserster Kleinheit derselben ein mehr oder minder ausgedehntes Gebiet existirt, innerhalb dessen die Fünkchen völlig erloschen sind, und zwar sowohl beim Capacitäts- wie beim Widerstandsminimum. Man kann die hierdurch für die dielectrischen Messungen bedingte Ungenauigkeit sehr stark vermindern, wenn man die beiden Stellungen des Messcondensators bestimmt, bei denen die Fünkchen gerade verschwinden und als Nullpunkt das Mittel dieser beiden Ablesungen annimmt. Man vereinfacht diese Messung sehr, indem man sich (eventuell nach Einstellung des Widerstandsminimums) zunächst dem Minimum durch Hineinschieben der Glastafel nähert und mit derselben gleichzeitig einen kleinen Hartgummicylinder (oder dgl.) vorschiebt, für den als Führung die beiden Schienen

dienen, zwischen denen die Glastafel läuft; sobald die Fünkchen erlöschen, lässt man den Hartgummicylinder als Index liegen, geht mit der Glastafel tiefer hinein und stellt diese dann von der anderen Seite her auf das Verschwinden der Fünkchen ein. Man kann diese beiden Einstellungen sehr rasch hintereinander in völliger Dunkelheit ausführen und hinterher bei geeigneter Beleuchtung die gesuchten beiden Stellungen der Glasplatte ablesen, aus denen das Mittel zu nehmen ist. Uebrigens lassen sich bei günstigen Verhältnissen die Unterschiede zwischen beiden Stellungen bis auf einige Millimeter und noch weniger, die Genauigkeit der Messung also leicht bis auf wenige zehntel Millimeter bringen.

Bei der oben beschriebenen Versuchsanordnung verhält sich Wasser, selbst wenn es relativ viel leitende Verunreinigungen enthält (z. B. $k = 2 \times 10^{-9}$) wie ein ideales Dielectricum, d. h. das Widerstandsminimum tritt völlig hinter dem viel stärker ausgeprägten Capacitätsminimum zurück. Im Folgenden sind zwei Reihen mitgetheilt, bei denen neben S die Verschiebungen der Glastafel des rechten Messcondensators verzeichnet sind, die dem Hinzuschalten des mit den darüber verzeichneten Füllungen beschickten dielectrischen Troges entsprachen; als Trog diente ein Platintiegel mit Hartgummi-deckel, in dem eine kleine Electrode befestigt war (l. c. p. 635).

Eine mit einem provisorischen Apparat erhaltene Zahlenreihe war ($t = 20 - 22^\circ$):

Füllung:	Luft	Benzol	Aether	Alkohol	Wasser
S	6,0	9,0	14,9	64,0	142 mm
D {ber.	[1,00]	2,2	4,7	[25]	78
{anstatt	1,00	2,2	4,3	25	79

Die Werthe von D sind, indem Alkohol als Aichungsflüssigkeit diente, berechnet nach der Formel (l. c. p. 639)

$$D = (D_0 - 1) \frac{S - s}{s_0 - s} + 1,$$

worin $D_0 = 25$, $s_0 = 64,0$, $s = 6,0$ zu setzen ist.

Eine zweite Zahlenreihe mit dem schliesslichen Apparat lieferte ($t = 18$):

Füllung:	Luft	Aether	Amylalkohol	Alkohol	Wasser
S { beob.	2,8	5,1	14,5	22,1	63 mm
ber.	[2,8]	5,3	14,6	[22,1]	64,0 „
D { ber.	[1,00]	4,0	16,0	[25,8]	78
anstatt	1,00	4,2	16,1	25,8	79,6

Bei Flüssigkeiten von erheblich grösserem Leitvermögen ist eine Compensation durch einen an den anderen Messcondensator gelegten Nebenschluss unerlässlich. Letzterer bestand aus einem mit gut leitender Schwefelsäure gefüllten Röhrchen, in das unten eine Electrode eingeschmolzen, oben eine zweite verschiebbare eingesetzt war; häufig wurde der Widerstand eines solchen Röhrchens durch Verschieben eines in dasselbe getauchten Glasstäbchens geändert, während die obere Electrode in einer am oberen Ende befindlichen Erweiterung fest montirt war (Fig. 4). Freilich wird die Beobachtung etwas difficil, weil im völlig verdunkelten Zimmer Messcondensator und Compensationswiderstand wiederholt abwechselnd eingestellt werden müssen.

Principiell ist es bei einer derartigen Versuchsanordnung sicher möglich, auch relativ gut leitende Lösungen zu untersuchen, doch gelang es mir bisher nicht, befriedigend genaue Messungen anzustellen. Durch die parallel zu den Messcondensatoren geschalteten Widerstände wird die Empfindlichkeit sehr herabgedrückt; sucht man sie durch Steigerung der Intensität der electricen Schwingungen, d. h. durch Anwendung eines sehr kräftigen Inductoriums, zu erhöhen, so wird die Erwärmung der Flüssigkeitswiderstände, die sich oft bis zum Kochen steigerte, äusserst störend. Ausserdem wird durch die Selbstinduction der Zuleitungsdrähte zum dielectricen Trog sowohl wie zum Compensationswiderstand die Einstellung des Messcondensators stark beeinflusst, und zwar wirkt Zuschalten von Draht wie eine negative, dem betreffenden Messcondensator parallel geschaltete Capacität. Diese Verschiebungen sind um so grösser, je geringer der betreffende Widerstand ist, ferner der zugeschalteten Selbstinduction annähernd proportional. Während sie bei Widerständen unter 3×10^4 Ohm unmerklich waren, bildeten sie bei Widerständen

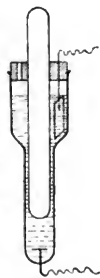


Fig. 4.

von 100 Ohm eine für dielectricische Messungen höchst gefährliche Fehlerquelle, die mich anfänglich gänzlich irregeführt hat und sich überhaupt nur durch mancherlei Vorsichtsmaassregeln einigermaassen vermeiden liess.

Gewisse andere allerdings geringere Störungen, auf die ich bei der Untersuchung leitender Lösungen stiess, wie Wandern des Nullpunktes, Abhängigkeit der Einstellung von der Richtung des Primärstromes, lassen mich den zahlreichen und höchst langwierigen Messungen, die ich an besser leitenden Salzlösungen angestellt habe, nicht allzuviel Werth beimessen. Mit allem Vorbehalt theile ich daher nur die folgenden Mittelwerthe mit:

$$0,005 \text{ KCl } D = 1,03 \ (k = 0,58 \times 10^{-7});$$

$$0,01 \text{ KCl } D = 1,05 \ (k = 1,15 \times 10^{-7});$$

$$\frac{2}{3} \text{ Mannit-Borsäurelösung: } D = 0,98 \ (k = 0,9 \times 10^{-7}).$$

Die Zahlen bedeuten die auf Wasser gleich eins bezogenen Werthe der Dielectricitätsconstanten für 18°.

Inzwischen hat Drude¹⁾, allerdings mit Benutzung etwa hundertmal schnellerer Schwingungen, durch directe Wellenlängenbestimmung gefunden, dass geringer Salzzusatz keinen merklichen Einfluss ausübt. Cohn²⁾ beobachtete früher nach der gleichen Methode, jedoch bei Benutzung von kleineren Schwingungszahlen als Drude (10^8 gegen 4×10^6) eine deutliche Zunahme durch geringen Kochsalzzusatz, der bis $k = 0,5 \times 10^{-7}$ ging. Smale fand nach dem electrometrischen Verfahren bei Benutzung nahe der gleichen Schwingungszahlen, auf die sich meine Messungen beziehen, eine noch grössere Wirkung des Salzzusatzes, nämlich 1,034, 1,113, 1,019 für die obigen drei Lösungen (vgl. nachfolgende Arbeit). Weitere Untersuchungen können wohl erst Aufklärung bringen.

§ 4. *Widerstandsmessungen.* Einfach und genau gestaltet sich mit dem im § 3 beschriebenen Apparat die Untersuchung des Widerstandes relativ gut leitender Lösungen. Die Einstellung des Messcondensators darf zwar nicht unterbleiben, geschieht aber leicht mit hinreichender Genauigkeit, weil das

1) Drude, Wied. Ann. 59. p. 61. 1896.

2) Cohn, Wied. Ann. 45. p. 375. 1892.

Capacitätsminimum hinter dem Widerstandsminimum sehr zurücktritt.

Die Polarisationscapacität stört nicht infolge der Anwendung schneller Schwingungen, wie von vornherein zu erwarten war und wovon ich mich u. a. durch folgende Versuche überzeugt habe. Dem einen Messcondensator wurde ein Widerstand von constanter Grösse parallel geschaltet, dem anderen der Reihe nach drei mit bestleitender Schwefelsäure gefüllte Röhrchen von verschiedenem Durchmesser q mit verschiebbaren Electroden, welche letzteren bis zum Verschwinden der Fünkchen eingestellt wurden, das beim Abstand d eintrat.

q	d	$\frac{d}{q^2}$	s
0,8 mm	8,5 mm	1,33	63,5 mm
1,5 „	33,5 „	1,49	61,0 „
3,0 „	113 „	1,25	62,5 „

Würde Polarisation vorhanden sein, so müsste d/q^2 mit abnehmendem d wachsen, ferner würde die Einstellung s des Messcondensators beeinflusst werden und schliesslich hätten Capacitäts- wie Widerstandsminimum verwaschen werden müssen. Da nichts hiervon eintrat, so sind wir zu dem Schluss berechtigt, dass in bestleitender Schwefelsäure unplatinirte Electroden als polarisationsfrei anzusehen sind, selbst wenn sie bis auf 8,5 mm (und vermuthlich noch sehr viel weniger) genähert werden. Zum Vergleich sei bemerkt, dass nach den von F. Kohlrausch¹⁾ gegebenen Vorschriften *platinirte* Electroden bei Anwendung bestleitender Schwefelsäure in cylindrischen Gefässen erst dann als polarisationsfrei anzusehen sein würden, wenn man sie mindestens etwa 240 cm entfernte. Die Polarisationscapacität erscheint also bei unseren Messungen so gut wie völlig eliminirt; freilich wird damit auch die Aussicht gering, diese Grösse für schnelle Schwingungen zu messen, was in mehrfacher Hinsicht theoretisches Interesse bieten dürfte, z. B. mit Rücksicht auf die Frage, ob auch bei so schnellen Schwingungen der Uebertritt der Electricität von

1) Kohlrausch, Wied. Ann. 49. p. 237. 1893.

Electrode zur Lösung an electrolytische Auflösung gebunden ist.

Um die Genauigkeit der Widerstandsmessung zu prüfen, wurde der p. 610 erwähnte Platintiegel mit verschiedenen Lösungen gefüllt und dem einen Messcondensator parallel geschaltet, während an dem anderen Messcondensator ein variabler Flüssigkeitswiderstand (Cylinder von 1,13 cm Lumen, gefüllt mit 0,05 KCl) angelegt wurde. Letzterer wurde — natürlich mit gleichzeitiger Einstellung auf das Capacitätsminimum — verschoben, bis Funkenlosigkeit eintrat. Hierauf wurde das Verhältniss dieser beiden Flüssigkeitswiderstände (Tiegel und Cylinder) in der gewöhnlichen Weise bestimmt, indem einfach die Zweige 1 und 2 (Fig. 3) durch eine Brücke, der Funkenindicator durch ein Telephon und der Transformator durch ein kleines Inductorium ersetzt wurden. Die Einstellung auf das Funkenminimum geschah natürlich wieder von beiden Seiten aus (vgl. p. 609 und 610).

Lösung:	0,001 KCl	0,005 KCl	Mannitborsäure	0,01 KCl	0,01 HCl
Widerstands-					
verhältniss	0,947	0,944	0,960	0,960	(0,929) ¹⁾

Das Widerstandsverhältniss ergibt sich hinreichend constant; das Verhältniss der Capacitäten, die bei diesen Bestimmungen die Zweige 1 und 2 bildeten, ergab sich, mit Telephon bestimmt, zu 0,962, d. h. vom Mittelwerth obiger Zahlen (0,955) nur wenig verschieden.

Eine zweite, mit grösserer Sorgfalt und Uebung ausgeführte Reihe ergab:

Lösung:	0,01 KCl	0,01 HCl	0,05 KCl	Mannitborsäure
Widerstandsverhältniss	0,980	0,970	(0,958) ¹⁾	0,971

Bemerkt sei, dass der Widerstand des mit 0,01 KCl beschickten Platintiegels ca. 130 Ohm betrug. — Wir können also schliessen, dass sich mit dem beschriebenen Apparat Flüssigkeitswiderstände von etwa 25 bis 1300 Ohm sehr leicht bis auf 1—2 Proc., bei sorgsamem Arbeiten wohl bis auf 0,5 Proc. sicher bestimmen lassen. Uebrigens ist kaum zu bezweifeln, dass die Genauigkeit sich nöthigenfalls noch sehr erheblich steigern liesse.

1) Telephonminimum infolge von Polarisation mangelhaft.

Dass der Widerstand auch für die benutzten schnellen Schwingungen innerhalb der erwähnten Fehlergrenzen ebenso gross ist wie für stationären Strom, ist an sich nicht ohne Interesse.¹⁾ Die Versuche beweisen aber auch, dass ein merkliches Auseinanderdrängen der Stromlinien²⁾ bei den benutzten Schwingungen nicht stattfindet, dass also die bekannte Unempfindlichkeit des menschlichen Körpers gegen Wechselströme hoher Frequenz keineswegs, wie man oft angegeben findet, darauf beruht, dass diese Wechselströme nur von der Oberfläche fortgeleitet werden und gar nicht ins Innere dringen.³⁾

§ 5. *Differentialerreger für schnelle Schwingungen.* Sehr zweckmässig erwies sich die Benutzung einer Schaltungsweise, die eine erhebliche Vereinfachung der in § 2 beschriebenen darstellt und an den Ersatz zweier Seitenzweige und des Haupt-

1) E. Cohn fand bereits (Wied. Ann. 21. p. 646. 1884), dass für Wechselzahlen bis 25 000 das Ohm'sche Gesetz auf Electrolyte Anwendung findet. Vgl. auch E. Cohn, Wied. Ann. 38. p. 217. 1889 und J. J. Thomson, Proc. Roy. Soc. 45. p. 269. 1889.

2) Uebrigens ergibt dies auch die Rechnung. Vgl. Stefan, Wied. Ann. 41. p. 413. 1890. Merkbar wird der erwähnte Effect für die benutzten Schwingungszahlen erst bei den viel besser leitenden Metallen.

3) Ich möchte bei dieser Gelegenheit darauf hinweisen, dass die Zellenstructur des Organismus auf eine Abhängigkeit der physiologischen Wirkung von der Frequenz der Wechselströme mit Nothwendigkeit hinführen scheint; diese Wirkung dürfte nämlich verschwinden, sobald die durch den Strom verursachten *Concentrationsänderungen* an den (für gewisse Electrolyte bez. Ionen undurchlässigen) Zellmembranen unmerklich werden, und jene sind wiederum für eine gegebene Intensität eines Wechselstromes offenbar um so kleiner, je rascher der Strom seine Richtung wechselt. Diese Concentrationsänderungen sind übrigens theoretisch berechenbar, da ja für jedes Jon mit der Beweglichkeit U während der Dauer τ einer Schwingung die Verschiebung

$$\int_0^{\tau} U \frac{\partial v}{\partial x} dt$$

beträgt, worin das Potentialgefälle

$$\frac{\partial v}{\partial x} = i W$$

ist, wenn i die Stromintensität zur Zeit t und W den Widerstand von 1 cm Länge des betrachteten Leitertheiles bezeichnet.

zweiges durch einen Differentialinductor¹⁾ erinnert. In Fig. 5 sind p_1 und p_2 zwei (in der Regel nahe gleiche) Solenoide, deren Selbstinduction je nach Umständen zwischen $0,5$ bis 50×10^4 gewählt wurde; c_1 und c_2 sind die p. 607 beschriebenen Messcondensatoren. Der Wechselstromindicator befindet sich bei f_2 ; die Nullpunktsbedingung ist für $p_1 = p_2$ natürlich einfach $c_1 = c_2$ und für etwaige Nebenschlüsse, die an den Messcondensatoren liegen, $w_1 = w_2$.

Man kommt bei dieser Anordnung mit einen erheblich kleineren Inductorium aus, als bei derjenigen des § 2; es genügt allenfalls bereits ein solches von $1-2$ cm Funkenlänge. Als Indicator ist das p. 602 beschriebene Funkenmikrometer mit einem Transformator brauchbar, dessen primäre Rolle etwa 120 Windungen von $0,5$ mm dicken Draht, dessen

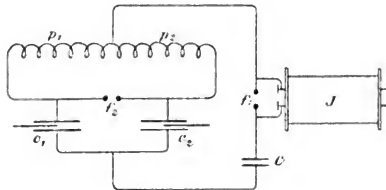


Fig. 5.

secundäre Rolle etwa 330 Windungen von $0,3$ mm dicken Draht enthält. Die beiden Einstellungen, bei denen der Funken abreißt, differiren nur um $1-2$ mm, der Mittelwerth dürfte vom wahren Nullpunkt nur um wenige zehntel Millimeter abweichen.

Weit bequemer und noch genauer erwies sich jedoch die Vacuumröhre, besonders die p. 603 beschriebene Form derselben. Man kann die Messungen im tageshellen Zimmer ausführen, wenn man sich der Fig. 2 gezeichneten Schutzvorrichtung bedient. Das Minimum ist überraschend scharf, die Einstellung auch für den Ungeübten ausserordentlich leicht. Beliebig herausgegriffene Einstellungen sind z. B.:

64,7	64,5	64,3	64,2	64,8	64,1	Mittel	64,4 mm
74,3	74,1	74,0	74,1	74,3	74,2	Mittel	74,2 mm

1) Elsas, Wied. Ann. 42. 165. 1891.

Eine Genauigkeit bis auf 0,1 mm ist also sehr leicht zu erhalten; es entspricht dieser Betrag etwa einer Aenderung der Capacität des Messcondensators um 0,07 Proc. Betont sei noch, dass der Nullpunkt sehr constant bleibt, wie auch zu erwarten, da ja doch p_1/p_2 völlig unverändert zu erhalten ist, wenn man vor Verbiegungen der Zuleitungsdrähte sich in acht nimmt.

Bei den im § 6 mitgetheilten Messungen betrug die Selbst-induction von p_1 und p_2 , wo nichts anderes bemerkt ist, je ca. 10^4 ; man stellt sich ein derartiges Solenoid sehr einfach her, indem man auf ein Glasrohr von ca. 15 mm äusserem Durchmesser ca. 150 Windungen eines 0,6 mm starken Kupferdrahtes wickelt und in der Mitte einen Ableitungsdraht anlöthet (vgl. Fig. 5). Von der Gleichheit von p_1 und p_2 überzeugt man sich durch Commutiren und corrigirt nöthigenfalls durch spiralisches Wickeln der Zuleitungsdrähte. — In die Hauptleitung schaltet man meistens zweckmässig eine Capacität C (kleine Leydener Flasche von etwa 300—400 cm); bei der Untersuchung selbst schlecht leitender Flüssigkeiten ist dies sogar nothwendig, damit bei f_1 der Funke überhaupt einsetzt. Die Schwingungszahl beträgt etwa 3 Millionen.

§ 6. *Messungen mit dem Differentialerreger.* Die folgenden Messungen haben lediglich den Zweck, die Genauigkeit der Differentialschaltung zur Bestimmung von Dielectricitätsconstanten zu prüfen, insbesondere auch mit Rücksicht darauf, ob ihr Werth sich von dem mit langsameren Wellen gefundenen unterscheidet. Ueber weitere Messungen hoffe ich bald berichten zu können.

Zu obigem Zwecke wurde ein Nickelcondensator von variabler Capacität (l. c. Fig. 3, p. 634) mit verschiedenen Flüssigkeiten beschickt und jedesmal sowohl dem Messcondensator des im § 5 beschriebenen Apparates, wie dem meines alten Nebenschlussapparates parallel geschaltet; die Capacität wurde, um von jedem Caliberfehler der beiden Messcondensatoren unabhängig zu sein, durch Verschieben der Condensatorplatte so regulirt, dass der Ausschlag stets nahe gleich war. Es ergab sich so:

Verschiebung in Millimetern.

Füllung	alter Apparat	neuer Apparat	Verhältniss
Aether	57,3	86,4	1,508
Chloroform	57,0	86,1	1,510
Anilin	59,8	90,6	1,515

Bei Anwendung des Platincondensators ergab sich

Verschiebung in Millimetern.

Füllung	alter Apparat	neuer Apparat	Verhältniss
Anilin	49,3	76,0	1,542
Alkohol	48,9	74,9	1,532
Wasser	49,3	76,1	1,544

In beiden Zahlenreihen schwankt das Verhältniss beider Verschiebungen nur um wenige pro mille um den Mittelwerth; bis zum gleichen Grade der Genauigkeit ist bewiesen, dass das Verhältniss der unter sich höchst verschiedenen Dielectricitätsconstanten der fünf untersuchten Flüssigkeiten für Schwingungen von ca. 10^4 und $3 \cdot 10^6$ einander gleich ist. Ferner kann man schliessen, dass die Einstellungsfehler beim neuen Apparat 0,2 mm nicht überschreiten. — Dass übrigens das Verhältniss der Verschiebungen für beide Zahlenreihen ein wenig verschieden ist, erklärt sich aus einer Verschiedenheit der Nebencapacitäten (Zuleitung u. dergl.) beim Anschalten der Condensatoren.

Ferner bestimmte ich den Absolutwerth des Benzols in einem Condensator, der aus einem schmalen parallelepipedischen Metallkästchen gebildet war, in das eine an einem Metallstift befestigte Platte tauchte; dieser Condensator besitzt hinreichende Capacität; andererseits aber befindet sich die Condensatorplatte vom Trog hinreichend entfernt, sodass die Funken in Luft nicht überschlagen, ein Umstand, der die Anwendung des Nickelcondensators ohne Füllung unmöglich macht. Es wurden die Differenzen der Einstellungen beobachtet, während der Condensator dem rechten oder linken Messcondensator parallel geschaltet war und zwar der Reihe nach 1. während die Platte in Luft eintauchte (S_1), 2. nachdem, *ohne die Platte im geringsten zu verschieben*, Benzol bis fast zum Rande einpipettirt war (S_2), 3. mit der gleichen Benzolfüllung, während anstatt

der Platte ein kurzer Stift eingesetzt war (s_2), 4. Stift ohne Benzolfüllung (s_1) (l. c. p. 656). Auf absolut constante Stellung des Stiftes kommt es natürlich weniger an.

S_1	S_2	s_1	s_2	$\frac{S_2 - s_2}{S_1 - s_1}$
28,7	58,8	7,6	10,0	2,318
28,4	58,6	7,1	9,1	2,324

Der Mittelwerth der in der letzten Columnne berechneten Dielectricitätsconstanten 2,318 kommt dem für die gleiche Benzolprobe mit dem Nebenschlussapparat gefundenen Werthe, nämlich 2,310, sehr nahe; die gute Uebereinstimmung zwischen den beiden mit dem neuen Apparat gefundenen Zahlen unter sich, wie mit der mittels des alten Apparates erhaltenen Zahl beweist, dass bei diesen Versuchen die Einstellungen bis auf 0,1 mm sicher waren.

Wenn die Selbstinduction p_1 bez. p_2 ca. 10^4 beträgt, so lassen sich Flüssigkeiten bis zur Leitfähigkeit etwa 3×10^{-9} wie Nichtleiter, d. h. ohne Widerstandscompensation untersuchen; Vergrößerung der Selbstinduction drückt jene Grenze natürlich herab, weil sie die Frequenz der Ströme vermindert und wenn die Selbstinduction bis zu 10^6 ansteigt, so wird bereits bei gewöhnlichem, destillirtem Wasser (Leitfähigkeit 6×10^{-10}) das Minimum merklich unscharf. Bei Benutzung grösserer Selbstinduction (z. B. 10^6) kann man das Minimum durch Widerstandscompensation verbessern, während bei kleineren (z. B. 10^4) die Widerstandscompensation das Minimum zwar sauber, aber gleichzeitig sehr abgeflacht macht, offenbar infolge einer stärkeren Dämpfung der schnelleren Schwingungen. So gelang es daher auch nicht, bei Anwendung der Vacuumröhre ein scharfes Widerstandsminimum zu erhalten, das zur Messung der Leitfähigkeit brauchbar war; wohl aber ist das Funkenmikrometer mit dem § 5 beschriebenen Transformator hierzu sehr gut brauchbar, das also auch bei Benutzung des Differentialerregers für die Bestimmung der Dielectricitätsconstante besser leitender Flüssigkeiten mit Widerstandscompensation vorzuziehen sein wird.

Offenbar ist die Vacuumröhre in allen Fällen brauchbar, wo wir Schwingungen von schwacher Dämpfung haben, während

das Funkenmikrometer auch bei stark abnehmenden Schwingungen nicht versagt. Dass übrigens evacuirte Räume auf schwach gedämpfte Schwingungen auffallend gut ansprechen, lehren die bekannten Untersuchungen von E. Wiedemann und Ebert.

§ 7. *Verstärkung durch Resonanz.* Bekanntlich hat M. Wien in den letzten Jahren vielfach mit gutem Erfolge einen Resonanzapparat zum Nachweis der Wechselströme im Brückenweig verwendet und zwar konnte er bei seinen verhältnissmässig geringen Wechselzahlen (250—500) die mechanische Resonanz einer schwingenden Membran verwenden. Für unsere Zwecke kann allein die von Hertz so vielfach verwandte *electriche Resonanz* in Betracht kommen¹⁾; ich habe denn auch mehrfach versucht, die Empfindlichkeit des Funkenindicators durch Anschalten eines Luftcondensators variabler Capacität an die Klemmen desselben zu steigern, wobei dann diese Capacität mit der secundären Spirale des vor den Funkenindicator gelegten Transformators ein electriche Eigenschwingungen fähiges System bilden. Bei Benutzung der Vacuumröhre schaltete ich ihr ein Solenoid parallel, dessen Enden ebenfalls ein Luftcondensator variabler Capacität angeschlossen war. In allen Fällen war bei richtiger Regulirung des Luftcondensators eine verstärkende Wirkung der Resonanz zu erkennen, doch fast immer auf Kosten der Deutlichkeit des Minimums. Nach meinen bisherigen Erfahrungen steht der Gewinn in keinem Verhältniss zu der damit verbundenen Complication, die überdies nicht ohne Fehlerquellen erscheint.

§ 8. *Vergleich von Selbstinductionen; Theorie des Differentialerregers.* Solange man $p_1 = p_2$ macht, ist es selbstverständlich, dass die Minimumsbedingung in $c_1 = c_2$ besteht; wenn aber p_1 und p_2 verschieden sind, entsteht die Frage, ob eine strenge Minimumeinstellung überhaupt möglich ist, und wir wollen deshalb die Theorie des Differentialerregers kurz erläutern.

Die allgemeinen Gleichungen der Stromverzweigung sind bekanntlich:

1) Eine Vereinigung der mechanischen mit der electriche Resonanz scheint bei Messapparaten noch nicht in Anwendung gekommen zu sein.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & i = i_1 + i_2; \\
 (2) \quad & x = p \frac{di}{dt} + iw + p_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 w_1 + \frac{1}{c_1} \int i_1 dt; \\
 (3) \quad & x = p \frac{di}{dt} + iw + p_2 \frac{di_2}{dt} + i_2 w_2 + \frac{1}{c_2} \int i_2 dt.
 \end{aligned}$$

w_1 und w_2 sind die Widerstände von p_1 und p_2 ; p ist die Selbstinduction, w der Widerstand des Hauptkreises; vom Einschalten eines Condensators in den Hauptkreis (C in Fig. 5, p. 616) sehen wir ab; übrigens wird dadurch nichts wesentliches an den folgenden Betrachtungen geändert. Von der im Hauptkreis wirkenden electromotorischen Kraft x nehmen wir zunächst an, dass sie eine Sinusfunction der Zeit sei; dann müssen auch die Stromintensitäten i , i_1 , i_2 Sinusfunctionen der Zeit sein:

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & i = a \sin mt; \quad i_1 = a_1 \sin (mt + \varphi_1); \quad i_2 = a_2 \sin (mt + \varphi_2), \\
 & \text{worin } \varphi_1 \text{ und } \varphi_2 \text{ die Phasenverschiebungen in den Nebenzweigen sind; } m \text{ ist gleich } \pi / \tau, \text{ wo } \tau \text{ die (halbe) Schwingungsdauer bedeutet. Die Nullpunktsbedingungen sind bekanntlich} \\
 (5) \quad & \varphi_1 = \varphi_2 \text{ und } p_1 c_1 = p_2 c_2.
 \end{aligned}$$

Aus (1), (4) und (5) folgt

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0$$

und es wird somit aus (2), (3) und (4)

$$\begin{aligned}
 (6) \quad & a = a_1 + a_2; \\
 (7) \quad & x = a p m \cos mt + a w \sin mt + a_1 w_1 \sin mt \\
 & \quad + \left(p_1 - \frac{1}{c_1 m^2} \right) a_1 m \cos mt; \\
 (8) \quad & x = a p m \cos mt + a w \sin mt + a_2 w_2 \sin mt \\
 & \quad + \left(p_2 - \frac{1}{c_2 m^2} \right) a_2 m \cos mt.
 \end{aligned}$$

Für x findet man aus diesen Gleichungen bekanntlich einen Ausdruck der Form

$$x = B \sin (mt + q).$$

Um nun die electriche Eigenschwingung des Systems zu finden, brauchen wir nur zu untersuchen, welches der Werth von m ist für den Fall

$$x = 0, \quad w = 0, \quad w_1 = 0, \quad w_2 = 0;$$

denn durch einmalige Anregung eines Stromkreises wird eben diejenige Schwingung erzeugt, die ohne Dämpfung, d. h. für den Fall verschwindenden Widerstandes, beliebig lange fort-dauern würde, ohne dass eine electromotorische Kraft wirksam ist.

Es ergibt sich so

$$(9) \quad a p m + a_1 p_1 m = \frac{a_1}{c_1 m};$$

$$(10) \quad a p m + a_2 p_2 m = \frac{a_2}{c_2 m}.$$

Multiplizieren wir (9) mit c_1 , (10) mit c_2 und addiren, so folgt sofort

$$\frac{1}{m} = \frac{\tau}{\pi} = \sqrt{p(c_1 + c_2) + p_1 c_1} = \sqrt{p(c_1 + c_2) + p_2 c_2}$$

oder auch

$$(11) \quad \tau = \pi \sqrt{c_1 \left(p_1 + p \frac{c_1 + c_2}{c_1} \right)} = \pi \sqrt{c_2 \left(p_2 + p \frac{c_1 + c_2}{c_2} \right)}.$$

Wir können den Differentialerregger in der Nullstellung also als zwei zum Theil parallel geschaltete Stromkreise auffassen; die Capacität des einen ist c_1 , seine Selbstinduction

$$p_1 + p \frac{c_1 + c_2}{c_1},$$

während für den anderen c_2 und

$$p_2 + p \frac{c_1 + c_2}{c_2},$$

die entsprechenden Werthe sind.

Wir können nun leicht auch die Wirkung des Widerstandes discutiren; letztere äussert sich bekanntlich in der Dämpfung, die $w\sqrt{c/p}$ beträgt.¹⁾ Da der Widerstand der beiden Stromkreise, in die wir nach dem obigen den Differentialerregger uns zerlegt denken können, nun aber offenbar

$$w_1 + w \frac{c_1 + c_2}{c_1} \quad \text{bez.} \quad w_2 + w \frac{c_1 + c_2}{c_2}$$

beträgt, so führt die Bedingung, dass in beiden die Dämpfung gleich gross sein muss, um ein scharfes Minimum zu erhalten, zur Gleichung

1) Vgl. z. B. Drude, Physik des Aethers, p. 477.

$$\left(w_1 + w \frac{c_1 + c_2}{c_1}\right) \sqrt{\frac{c_1}{p_1}} = \left(w_2 + w \frac{c_1 + c_2}{c_2}\right) \sqrt{\frac{c_2}{p_2}}$$

oder mit Beachtung von (5)

$$(11) \quad \frac{w_1}{w_2} = \frac{p_1}{p_2} = \frac{c_2}{c_1},$$

d. h. für den Differentialerreger gilt auch bezüglich des Widerstandes die gleiche Bedingung wie für die gewöhnliche Brücke.

Bei Benutzung von Solenoiden aus Kupferdraht und nicht zu grossen Capacitäten ist die Dämpfung durch den Widerstand des Solenoides so klein, dass sie auf das Minimum nicht schädlich einwirkt; die Dämpfung im Hauptkreis (etwa in der Funkenstrecke) kommt, wie aus der obigen Ableitung ersichtlich, überhaupt nicht in Betracht, demgemäss erhält man beim Vergleich von sehr verschieden dickem Kupferdraht gewickelten Solenoiden ein gutes Minimum, obwohl die Bedingung (11) nicht annähernd erfüllt ist (vgl. auch p. 606). Der Differentialerreger ist also gleichzeitig ein sehr einfacher und genauer Apparat zur Vergleichung von Selbstinductionen, die nicht mehrere übereinander gelagerte Drahtlagen enthalten (hier kann ein Durchschlagen von Funken und Störung durch die Capacität der Rollen hindernd dazwischentreten).

Als Beispiel sei angeführt, dass ich das Verhältniss der Selbstinductionen zweier Solenoide, von denen das erste bei 0,85 Ohm Widerstand aus 210 Windungen eines 0,5 mm dicken Drahtes von 1,6 cm Durchmesser, das zweite bei 1,90 Ohm Widerstand aus 300 Windungen eines 0,2 mm dicken Drahtes von 1 cm Durchmesser gebildet war, mit dem Differentialerreger zu 1,0024, mit dem Telephon zu 1,0028 bestimmte, wobei natürlich im letzteren Falle Widerstandscompensation nöthig war; in beiden Fällen liessen sich die Einstellungen bis auf Bruchtheile eines pro mille ausführen und ebenso weit geht die Uebereinstimmung. — Es würde wohl nicht ohne Interesse sein, die Veränderung der Selbstinduction mit der Wechselzahl der Ströme, die mit der Abstossung der Stromlinien verbunden, im obigen Falle aber verschwindend ist, auf diesem Wege quantitativ zu untersuchen.

Bemerkt sei noch, dass bei Benutzung einer Vacuumröhre die Nullpunktseinstellungen im unverdunkelten Zimmer

weithin sichtbar sind, wovon ich in der Vorlesung zur Erläuterung der Theorie der Brückencombination mehrfach Gebrauch gemacht habe. Auch sei noch erwähnt, dass das Einbringen von einem kleinen Metallstäbchen in die Solenoide p_1 oder p_2 (Fig. 5) die Vacuumröhre zum hellen Leuchten bringt.¹⁾

Zusammenfassung.

1. Es lassen sich sowohl mit der gewöhnlichen Brückencombination, wie auch besonders bei Benutzung des Differentialerregers Dielectricitätsconstanten bis zur Leitfähigkeit etwa 2×10^9 ohne Widerstandscompensation mit einer Genauigkeit von Bruchtheilen eines Procents bestimmen; als Wechselstromindicator empfiehlt sich in der gewöhnlichen Brückenanordnung (§ 2) eine Funkenstrecke, für den Differentialerregger (§ 5) eine Vacuumröhre.

2. Eine genaue Messung der Dielectricitätsconstanten besser leitender Flüssigkeiten ist mit den erwähnten Apparaten principiell sicher möglich, doch sind hier noch gewisse Störungen zu beseitigen.

3. Electrolytische Widerstände von 25—13000 Ω lassen sich bis auf Bruchtheile von Procenten sicher bestimmen, wobei jede Störung durch Polarisirung wegfällt.

4. Nahe gleiche Selbstinductionen lassen sich mit dem Differentialerregger bis auf Bruchtheile eines pro mille vergleichen, aber auch der Vergleich erheblich verschiedener Selbstinductionen ist ausführbar. Eine Widerstandscompensation ist bei Kupferdrahtsolenoiden nicht erforderlich. Besonders für den Vergleich *äusserst kleiner* Selbstinductionen erscheint die Methode gegenüber den bisherigen nicht ohne Vorzüge.

5. Eine Reihe Flüssigkeiten lieferte für Schwingungen von 10^4 und 10^7 bis auf mindestens wenige pro mille gleiche Werthe der Dielectricitätsconstanten.

Göttingen, Institut f. physikal. Chemie, Februar 1897.

1) Zur Theorie dieser Erscheinung vgl. M. Wien, Wied. Ann. 49. p. 306. 1893.

3. Bestimmung der Dielectricitätsconstanten einiger Salzlösungen nach der electrometrischen Methode¹⁾; von F. J. Smale.

Zur Bestimmung der Dielectricitätsconstante einiger Salzlösungen von nicht zu grosser Leitfähigkeit (bis ca. 10^{-7}) benutzte ich die neulich von mir beschriebenen Electrometer,²⁾ welche, um die störenden Wirkungen durch Polarisirung auszuschliessen, mit Wechselströmen von der Schwingungszahl $10^6 - 10^7$ geladen wurden.

Im Einzelnen ist etwa noch Folgendes zu bemerken. Zur Suspension dienten Quarzfäden; die Zuleitung der secundären Rolle (150 Windungen von 0,4 mm-Draht) eines Tesla-Transformators geschah durch breite Kupferstreifen, um die Selbstinduction zu verringern. Durch die primäre Rolle (80 Windungen von 1 mm-Draht) dieses Transformators wurden die Entladungen einer Leydener Flasche mittlerer Grösse geschickt. Das benutzte Inductorium (Funkenlänge ca. 4 cm) war mit Deprez-Unterbrecher versehen, und wurde durch 4 Cupron-elemente getrieben. Die Länge der Funkenstrecke betrug etwa 1 mm. Um sicher zu sein, dass die beiden parallelgeschalteten Electrometer in jedem Augenblick gleiche Potentialdifferenz besitzen, wurde die Verbindung ihrer Pole durch breite Kupferstreifen hergestellt. Auf gute Contacte musste sehr geachtet werden, Ausbildung kleiner Funkenstrecken gab zu groben Störungen Anlass.

1) Die hier mitgetheilten Messungen hat Hr. Smale bereits im Sommersemester 1895 auf meine Anregung ausgeführt; mit der Veröffentlichung wurde so lange gezögert, weil Aussicht vorhanden war, ihr auffallendes Ergebniss, nämlich die beträchtliche Zunahme der dielectricischen Leitfähigkeit des Wassers durch geringen Salzzusatz, auf einem zweiten, unabhängigen Wege zu prüfen. Leider haben bisher jedoch (vgl. die nachstehende Arbeit) meine Bemühungen nicht zu dem gewünschten Erfolge geführt; immerhin deuten auch die nach der Brückenmethode gewonnenen Zahlen auf die obige Wirkung des Salzzusatzes hin. Vgl. jedoch Drude, Wied. Ann. 59. p. 61. 1896. W. Nernst.

2) Wied. Ann. 57. p. 215. 1886.

Von den beiden Electrometern war das eine beständig mit reinem Wasser, das andere mit der zu untersuchenden Salzlösung beschickt; da die Ausschläge ziemlich constant waren, so bot die abwechselnde Ablesung mit 2 Fernrohren (2 m Abstand) keine Schwierigkeit. Nur einer Störung muss ich Erwähnung thun. Beim Schliessen des Stromes stellt sich die Nadel bei Anwendung besser leitender Lösungen nicht sofort ein, sondern es findet eine allmähliche Zunahme des Ausschlages während 1—2 Minuten statt; nach Oeffnen des Stromes kehrte die Nadel nicht sofort zum alten Nullpunkt zurück, sondern blieb um ca. 1 cm verschoben — um etwa den gleichen Betrag der eben erwähnten allmählichen Wanderung — um wiederum erst allmählich die alte Ruhelage einzunehmen. Am nächstliegenden scheint wohl die Annahme, dass locale Erwärmungen die Ursache dieser Erscheinungen sind.

Bei den Messungen verfuhr ich in der Weise, dass ich die erste feste Einstellung der Nadel nach Schliessen des Stromes notirte, und als Ausschlag die Differenz dieser Einstellung gegen die anfängliche Ruhelage annahm. Dass die erwähnte Störung Fehler von mehreren Procent verursachen könnte, ist nicht anzunehmen. Um den Electrometerausschlägen eine passende Grösse zu ertheilen, war in der Leitung, welche die Electrometer enthielt, ein verstellbarer Flüssigkeitswiderstand eingeschaltet. Als die beiden Electrometer mit Wasser gefüllt waren, ergab sich folgendes Verhältniss der Ausschläge:

Electrom. I.	Electrom. II	II : I
1,18 cm	1,15 cm	0,974
2,79	2,75	0,982
6,79	6,07	0,965
9,73	9,50	0,974
17,37	17,00	0,984
		Mittel 0,976

Dies Verhältniss, das sich natürlich nach jeder Erneuerung der Quarzfäden änderte, wurde sehr oft bestimmt. Es zeigte sich stets, dass *innerhalb von Ausschlägen von etwa 17 cm das Verhältniss der Ausschläge der beiden Electrometer als constant angesehen werden darf.*

In der nachstehenden Tabelle steht eine Reihe der mit 0,005 normal HCl ausgeführten Ablesungen, welche als Beispiel der Constanz der Verhältnisse der Ausschläge und der Methode der Ablesungen gegeben werden mag.

Electrom. I		Electrom. II		Ausschlag I
Ruhelage	Ausschlag	Ruhelage	Ausschlag	Ausschlag II
31,7	7,75 cm	22,10	6,80	1,066
31,7	7,35	22,10	6,90	1,065
31,68	7,55	22,10	7,05	1,069
31,67	7,50	22,10	6,95	1,079
31,65	8,15	22,10	7,80	1,045
31,65	7,85	22,10	7,40	1,061
31,65	7,80	22,10	7,40	1,054
31,65	7,45	22,10	7,00	1,064
31,65	7,85	22,10	7,40	1,061
31,65	8,15	22,10	7,70	1,060
Mittel 7,67			7,30	1,062

Wie man sieht, ist die Abweichung von dem Mittelwerth in den verschiedenen Ablesungen nicht sehr gross. Ferner ergab sich das Verhältniss der Ausschläge gleich gross, als die Capacität der benutzten Leydener Flasche im Verhältniss ca. 1 : 9, die Wechselzahl der Ströme also etwa im Verhältniss 1 : 3 geändert wurde.

Dielectricitätsconstanten in Bezug auf Wasser.

Normal- gehalt	KCl	HCl	CuSO ₄	Mannitborsäure- lösung
0,001	1,013	0,990		
0,002	1,018	1,033	1,012	
0,005	1,034	1,064	1,017	
0,008	1,070	1,090	1,050	
0,010	1,113	1,126	1,086	
0,030	1,160			
0,020			1,128	
0,050			1,155	
0,333				1,007
0,666				1,019

40°

Erwähnt sei noch, dass ich mit den benutzten schnellen Schwingungen das Verhältniss der Dielectricitätsconstanten von Wasser zu Alkohol 3,15 fand, während ich früher (l. c.) 3,11 dafür gefunden hatte. Die erhaltenen Resultate sind in der vorhergehenden Tabelle zusammengestellt.

Beim ersten Blick auf die obige Tabelle scheint ein Parallelismus zwischen Dielectricitätsconstanten und Leitfähigkeit vorhanden zu sein. Zum Beispiel leiten 0,08 n. KCl, 0,01 n. HCl und 0,05 n. CuSO₄ ungefähr gleich gut, und ihre Dielectricitätsconstanten stehen ganz nahe aneinander. Dies muss aber nur als Zufall angesehen werden, denn wir brauchen nur eine einzelne Reihe, z. B. die KCl-Reihe, zu betrachten, um schnell überzeugt zu werden, dass diese Uebereinstimmung nur eine scheinbare ist. Wenn wir bei den höheren Concentrationen anlangen, nimmt die Dielectricitätsconstante nicht in demselben Grad zu wie in den niedrigeren Concentrationen. Auch eine $\frac{2}{3}$ Normal-Mannit-Borsäure-Lösung, welche etwa so gut wie eine 0,08 n. KCl-Lösung leitet, giebt eine viel niedrigere Dielectricitätsconstante. Wir müssen also schliessen, *dass die Dielectricitätsconstante gut leitender Flüssigkeiten zwar mit steigender Concentration zunimmt, dass diese Zunahme aber keineswegs der Leitfähigkeit proportional erfolgt.*

Göttingen, Institut für physikalische Chemie, August 1895.

4. Ueber eine Methode zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten fester Körper; von H. Starke.¹⁾

Die Bestimmung der Dielectricitätsconstanten fester Körper mit Hülfe der bisher gebräuchlichen Methoden bietet insofern Unbequemlichkeiten, als eine sorgfältige Bearbeitung und genaue Dimensionsmessung des Materials, meist auch grössere Quantitäten desselben erforderlich sind. Im Folgenden möchte ich eine Methode vorzuschlagen mir erlauben, welche mit verhältnissmässig wenig Substanz in sehr einfacher Weise die Dielectricitätsconstante derselben zu messen gestattet, welche aber allerdings nur dann angewendet werden kann, wenn der zu untersuchende Körper ein Isolator ist.

§ 1. *Das Princip der Methode* ist dasselbe wie dasjenige der Schwebemethode zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper. Die ponderomotorischen oder electromotorischen Eigenschaften eines mit einer nichtleitenden Flüssigkeit erfüllten electrischen Feldes erfahren durch Einführung eines festen Isolators an Richtung und Grösse nur dann keine Aenderung, wenn Flüssigkeit und fester Körper dieselbe Dielectricitätsconstante besitzen. Ein solcher Fall ist leicht zu realisiren, wenn man die Dielectricitätsconstante der Flüssigkeit durch Hinzumischen einer zweiten von anderer Dielectricitätsconstante in hinreichend weiten Grenzen variiren kann. Kann dann noch der Punkt, in dem die Gleichheit der Dielectricitätsconstanten des flüssigen und des festen Mediums erreicht ist, genügend scharf erkannt werden, so ist nun die Dielectricitätsconstante des festen Körpers durch Bestimmung derjenigen der Flüssigkeit leicht zu ermitteln.

1) Verhandl. d. physik. Ges. Berlin, p. 69—73. 1896; Inaug.-Diss. Berlin, 1896.

Principiell ist dies Verfahren wohl auf alle Methoden zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten von Flüssigkeiten anwendbar. Experimentell habe ich Messungen nach demselben nur durch Beobachtung der Capacitätsänderung eines Flüssigkeitscondensators durchgeführt, welche eintritt, wenn man den festen Körper zwischen dessen Belegungen bringt. Die Dielectricitätsconstante der den Condensator erfüllenden Flüssigkeit wird durch Hinzumischen einer zweiten Flüssigkeit solange geändert, bis die genannte Capacitätsänderung nicht mehr eintritt. Dann ist die Dielectricitätsconstante des festen Körpers gleich derjenigen der Flüssigkeit, und darauf nur noch die letztere zu bestimmen.

§ 2. Es handelte sich nun darum, eine solche der bekannten Methoden der Capacitätsvergleichung anzuwenden, welche es erlaubt, bei möglichst kleinen Stücken des festen Körpers noch die geringen Capacitätsänderungen wahrzunehmen. Als recht geeignet und zugleich bequem erwies sich die Nernst'sche Methode zur Bestimmung der Dielectricitätsconstanten von Flüssigkeiten, bequem, weil man mit derselben Anordnung zusammen mit der Abgleichung des festen Körpers und der Flüssigkeit gleich die Dielectricitätsconstante der letzteren bestimmt.

Die Nernst'sche Anordnung soll hier nur kurz skizzirt werden.

Der von einem kleinen Inductionsapparat kommende Wechselstrom vertheilt sich in die vier Zweige einer Wheatstone'schen Brückencombination, die durch vier Flüssigkeits-

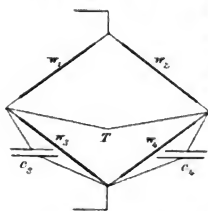


Fig. 1.

widerstände w_1 , w_2 , w_3 , w_4 gebildet werden. Den Widerständen w_3 und w_4 sind zwei Condensatoren c_3 und c_4 parallel geschaltet. Die Capacität von c_3 kann durch eine zwischen den Belegungen ablesbar zu verschiebende Glasplatte geändert werden. Nach Anbringung kleiner Correctionen, welche durch Unregelmäßigkeiten in der geometrischen Form des Condensators und der Glasplatte bedingt sind und aus einer für den Condensator ein für alle Mal aufgestellten Correctionstabelle gewonnen werden, sind die

Capacitätsänderungen den abgelesenen Verschiebungen der Glasplatte proportional. Das in der Brücke befindliche Telephon T schweigt, wenn $w_1 : w_2 = w_3 : w_4 = c_4 : c_3$ ist. Wird zu c_4 ein Flüssigkeitscondensator parallel geschaltet, so muss man, um das nun tönende Telephon zum Verstummen zu bringen, die Capacität von c_3 durch Einschieben der Glasplatte entsprechend vergrössern. Aus diesen Verschiebungen lässt sich in einfacher Weise die Dielectricitätsconstante der den Condensator erfüllenden Flüssigkeit berechnen. Sind die durch die Hinzuaddirung des leeren, des mit einer Flüssigkeit der bekannten Dielectricitätsconstante k_0 und des mit der zu untersuchenden Flüssigkeit der Dielectricitätsconstante k gefüllten Condensators bewirkten Verschiebungen gleich s, s_0, S , so ist:

$$k = (k_0 - 1) \frac{S - s}{s_0 - s} + 1.$$

§ 3. Nehmen wir nun an, der Flüssigkeitscondensator sei mit einer isolirenden Flüssigkeit von der Dielectricitätsconstante k_1 gefüllt und in der Anordnung sei alles so abgeglichen, dass auf das Tonminimum des Telephons eingestellt ist. Sobald wir jetzt eine Platte eines festen Körpers zwischen die Belegungen des Flüssigkeitscondensators einführen, der eine andere Dielectricitätsconstante k besitzt, so wird die Capacität des Flüssigkeitscondensators geändert, und das Telephon beginnt zu tönen. Aus dem Sinn, wie wir die Glasplatte des Messcondensators verschieben müssen, um das Tönen des Telephons zum Aufhören zu bringen, können wir erkennen, ob die Dielectricitätsconstante des festen Körpers grösser oder kleiner als diejenige der Flüssigkeit ist, ob wir, um Gleichheit der Dielectricitätsconstanten zu erreichen, eine Flüssigkeit höherer oder niederer Dielectricitätsconstante hinzufügen müssen. Dies wird solange wiederholt, bis die Einstellung des Telephonminimums vom Messcondensator dieselbe bleibt, gleichviel ob sich im Flüssigkeitscondensator allein das Flüssigkeitsgemisch oder Flüssigkeit und fester Körper befinden. Dieselbe Einstellung giebt uns zugleich das S der Formel oben und damit die Dielectricitätsconstante des Flüssigkeitsgemisches und des festen Körpers.

Bevor eine solche Messung durch Beispiele erläutert wird,

muss noch einiges über den Flüssigkeitscondensator, sowie über die anzuwendenden Flüssigkeiten gesagt werden.

§ 4. Als *Flüssigkeitscondensator* benutzte ich den von Nernst beschriebenen Nickelcondensator, an dem ich noch eine kleine Aenderung getroffen habe. Den constanten Abstand der Condensatorplatte von dem die andere Belegung bildenden Gefässboden bewirkt nämlich Nernst durch ein kleines, an die Condensatorplatte angekittetes Glasplättchen. Dies geht hier, wo zwischen die Platten ein fester Körper gebracht wird, nicht mehr an. Andererseits genügt der Ebonitdeckel, auch wenn er sorgfältig an den Rand des Condensatorgefässes angedreht ist, nicht, den Plattenabstand ganz constant

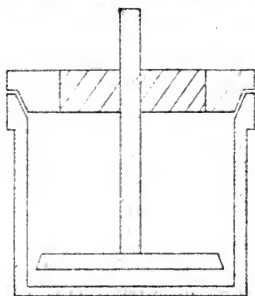


Fig. 2.

zu halten. Wenn nämlich sein Rand von Flüssigkeiten, wie Aether, Benzol benetzt wird, was bei dem häufigeren Oeffnen des Condensators zwecks Einlegens oder Herausnehmens des festen Körpers nicht zu vermeiden ist, so quillt er etwas auf, und es ist infolge dessen unmöglich, den Deckel jedesmal genau wie vorher einzusetzen. Deswegen liess ich den Rand des Ebonitdeckels ca. 4 mm weit abdrehen, sodass

in der Mitte noch eine Ebonitscheibe von $2\frac{1}{2}$ cm Durchmesser blieb, durch deren Mitte der zur Platte führende Stift hindurchgeht (s. Fig.). Diese Scheibe wurde fest mit einem massiven, schwach konischen Messingrand umgeben, welcher in die ebenfalls schwach konisch ausgedrehte Oeffnung des Condensatorgefässes genau einpasst und oben noch einen zwei Millimeter weit überstehenden Rand hat, mit dem er auf dem Trogrand aufsitzt. Damit bei der konischen Ausdrehung des Condensatorgefässes der obere Rand nicht zu dünn wird, wurde dieser vorher mit einem schmalen Messingreif umgeben. Die Bequemlichkeit in der Handhabung dieses Condensators ist nun eine weit grössere. Man braucht den Deckel nur in den Trog gleiten zu lassen, der Condensatorplattenabstand ist stets derselbe.

§ 5. Als zu mischende Flüssigkeiten können alle dienen, welche nicht leiten und welche sich in jedem Verhältniss mischen lassen. Für Bestimmungen von Dielectricitätsconstanten bis ca. 4,2 sind als Flüssigkeiten niederer Dielectricitätsconstante Benzol, Xylol, Benzin und viele andere, als eine solche höherer besonders Aether gut geeignet, für die Messung von Dielectricitätsconstanten, welche grösser als 4,2 sind, ein Gemisch von Benzol und Aethylenchlorid. Alle diese Flüssigkeiten haben die in diesem Fall sehr angenehme Eigenschaft der Flüchtigkeit, sodass die Reinigung und das Trocknen des Flüssigkeitscondensators keine Umstände bereitet. Reines Aethylenchlorid hat nach Landolt und Jahn¹⁾ bei 0° die Dielectricitätsconstante 11,31. Die angewandten Flüssigkeiten, namentlich das Aethylenchlorid müssen, wie nachher bei der Besprechung des Einflusses der Leitfähigkeit auseinandergesetzt wird, öfters über Natrium destillirt werden.

Als Aichflüssigkeit für den Condensator wurde durchweg durch zweimaliges Ausfrieren und Destilliren über Natrium gereinigtes Benzol angewandt. Dieses hat nach Fl. Ratz²⁾ bei der Temperatur t° die Dielectricitätsconstante:

$$k_t = 2,2582 - 0,00164 (t - 15).$$

Ebensogut ist Aether zu verwenden. Die Reinigung geschieht hier durch oft wiederholtes Ausschütteln mit Wasser, Trocknen mittels Natrium und Abdestilliren. Der so gereinigte und getrocknete Aether hat (ebenfalls nach Fl. Ratz) die Dielectricitätsconstante:

$$k_t = 4,3150 - 0,01857 (t - 15).$$

§ 6. Die folgenden beiden Tabellen geben als Beispiele zwei an einer Sylvio- und einer Glasplatte mit einem Gemisch von Benzol und Aethylenchlorid ausgeführte Messungen. Die erste Columne giebt die Dielectricitätsconstanten des jeder Reihe entsprechenden Gemisches, die zweite und dritte die corrigirten Einstellungen der Glasplatte des Messcondensators, wenn im Flüssigkeitscondensator 1. das Gemisch, 2. das Gemisch und die Sylvio- bez. Glasplatte sich befinden. Die vierte Columne endlich giebt die Differenzen jener Einstellungen, d. h. also die Glasplattenverschiebung, die die Einführung des

1) Landolt u. Jahn, Zeitschr. f. phys. Chem. 10. p. 313. 1892.

2) Fl. Ratz, Zeitschr. f. phys. Chem. 19. p. 94. 1896.

festen Körpers in den Flüssigkeitscondensator bewirkt, in Millimetern.

I. Sylvinplatte. Rechteckiges Spaltstück von 2/2,5 cm Seitenlänge und 2 mm Dicke.

Corrigirter Stand der Glasplatte des Messcondensators ohne zu c_4 parallel geschalteten Flüssigkeitscondensator: 107,8, mit parallel geschaltetem, leeren Flüssigkeitscondensator: 98,6.

k	1	2	mm
2,24	87,8	76,9	- 10,9
3,07	80,6	75,8	- 4,8
4,79	65,6	64,9	- 0,7
4,88	64,8	64,5	- 0,3
4,99	63,8	63,8	0,0
5,12	62,7	63,1	+ 0,4
5,25	61,6	62,3	+ 0,7

Befand sich im Flüssigkeitscondensator Benzol von der Dielectricitätsconstante 2,24, so betrug die durch Einführung der Sylvinplatte bewirkte Glasplattenverschiebung 10,9 mm nach Seite der Capacitätsvergrößerung. Es musste also Aethylenchlorid hinzugefügt werden. Mit zunehmender Dielectricitätsconstante des Gemisches wird die Verschiebung immer kleiner, wird für $k = 4,99$ gleich Null und nimmt dann nach entgegengesetzter Richtung wachsende Werthe an. Die Dielectricitätsconstante des Sylvins ergibt sich hieraus also gleich 4,99.

II. Glasplatte. Runde Scheibe von 3 cm Durchmesser und 1 mm Dicke.

Einstellung ohne addirten Flüssigkeitscondensator: 119,0, mit addirtem, leeren Condensator: 108,1.

k	1	2	mm
2,25	95,8	80,9	- 14,9
4,22	76,4	67,0	- 9,4
5,64	62,5	57,2	- 5,3
7,65	42,8	42,8	0,0
8,27	36,5	38,3	+ 1,8

Die Dielectricitätsconstante dieses Glases ist hiernach 7,65.

§ 7. Schon ohne genaue Abgleichung des festen Körpers und der Flüssigkeit kann man durch Interpolation aus naheliegenden Werthen die Dielectricitätsconstante des festen

Körpers bestimmen. Aus den beiden in der für Sylvén angeführten Bestimmungstabelle dem Werthe 4,99 benachbarten Werthen und den dazu gehörigen Verschiebungen ergibt sich durch Interpolation die Verschiebung Null für die Dielectricitätsconstante 4,98. Durch Inter- und Extrapolation aus einer Anzahl anderer Reihen ergeben sich die Werthe 5,00; 5,02; 4,97; 4,96; 5,07. Ebenso ergeben sich aus verschiedenen Reihen der für die Glasplatte angegebenen Tabelle die Werthe: 7,60; 7,50; 7,64; 7,46; 7,60. Wie man sieht, stimmen diese Werthe noch recht gut mit den wahren Werthen überein, auch wenn sie aus Dielectricitätsconstanten interpolirt werden, die von denselben weit verschieden sind. Allgemein wird dies letztere nicht der Fall sein. Doch darf man, wie ich in der Dissertation gezeigt habe, in der That innerhalb weiter Grenzen interpoliren, bez. aus engeren Grenzen weit extrapoliren, wenn eine bestimmte Bedingung erfüllt ist, nämlich die, dass der feste Körper einen Theil des homogenen Condensatorfeldes so ausfüllt, dass er beiden Belegungen anliegt, und seine seitliche Begrenzung überall normal zu den Belegungen ist. Eine solche Einführung des festen Körpers wirkt bei hinreichend grossem Condensator nicht störend auf die Geradlinigkeit des Kraftlinienverlaufes ein. Je vollkommener die genannte Bedingung erfüllt ist, mit desto grösserer Annäherung ist die Interpolationsformel anwendbar. Schon ohne genaue Abgleichung der Flüssigkeit und des festen Körpers ist also die Dielectricitätsconstante des letzteren zu bestimmen mit Hülfe der Formel:

$$k = (k_2 - k_1) \frac{\partial_1}{\partial_1 - \partial_2} + k_1,$$

wo ∂_1 , ∂_2 die Glasplattenverschiebungen sind, die die Einführung des festen Körpers in den mit den Flüssigkeiten der Dielectricitätsconstante k_1 bez. k_2 gefüllten Condensator bewirkt.

Ich habe einige Dielectricitätsconstanten an Platten fester Körper, deren Form die genannte Bedingung annähernd erfüllte, auf diese Weise bestimmt. Die Werthe sind in der folgenden Tabelle unter I angegeben, während unter II Werthe stehen, welche an denselben Platten die Bestimmung mittels des Gemisches von Aethylenchlorid und Benzol ergab. Be-

stimmungsflüssigkeiten waren Benzol und Aether. Als Flüssigkeitscondensator diente für I ein aufrecht in ein Becherglas tauchendes Plattenpaar von 4,2 cm Plattendurchmesser.

	I.	II.
Ebonit	2,76	2,80
Sylvin	4,96	4,94
Glas I	7,49	7,65
„ II	7,53	7,66
„ III	8,44	8,07

In praxi wird man diese Messungsweise der Interpolation in weiteren Grenzen nicht anwenden, da man hierbei auf die äussere Form des festen Körpers achten muss, während die Unabhängigkeit von derselben gerade der wesentlichste Vortheil der Methode ist. Wohl ist aber die Interpolation zwischen nahen Werthen der Dielectricitätsconstante mit dem Vortheil der Zeitersparniss anzuwenden. Hier bewirken Abweichungen von der für die Interpolation in weiten Grenzen verlangten Form nicht mehr Fehler von in Betracht kommender Grösse.

§ 8. Die auf p. 634 angegebenen Tabellen gestatten auch einen Einblick in die *Genauigkeit* der Bestimmung mittels Flüssigkeitsgemischen. Die Werthe der Dielectricitätsconstante des dem Werth 4,99 der Sylvintabelle vorhergehenden (4,88) und folgenden (5,12) Gemisches weichen von dem erhaltenen Werth 4,99 um etwa 2 Proc. ab. Diese Abweichung liess sich hier aber noch deutlich wahrnehmen. Die Genauigkeit hängt natürlich von der Form des festen Körpers wesentlich ab. Zu genauer Bestimmung am geeignetsten sind dünne Platten des festen Körpers von 1 bis 2 mm Dicke, weil dann die Platten des Flüssigkeitscondensators, welche am besten in jedem Fall so weit voneinander abstehen, dass sie den festen Körper gerade berühren, einander nahe, und so die Capacität selbst, wie auch ihre Aenderungen relativ gross sind. Bei Platten, deren Grösse drei bis vier Quadratcentimeter nicht unter- und deren Dicke die oben genannte Grösse nicht überschreitet, werden bei Anwendung des Nickelcondensators sorgfältige Bestimmungen Abweichungen zeigen, die ein bis zwei Procent wohl nicht übersteigen.

Damit möglichst kleine Aenderungen in der Capacität des Flüssigkeitscondensators noch Verschiebungen der Glasplatte

des Messcondensators zur Folge haben, empfiehlt es sich, die Verzweigungswiderstände w_1 und w_2 (vgl. p. 630) der Wheatstone'schen Brückenordnung verschieden zu machen, $w_2:w_1$ etwa gleich 2. Ist w_2 doppelt so gross als w_1 , so muss, da die Bedingung für die Stromlosigkeit der Brücke

$$w_2:w_1 = c_3:c_4$$

ist, einer Capacitätsänderung von c_4 eine doppelt so grosse von c_3 entsprechen. Doch darf hier nicht über ein gewisses Maass hinausgegangen werden. Bei grösserem Verhältniss $w_2:w_1$ ist es nämlich nicht mehr möglich, die Glasplatte des Messcondensators auf $\frac{1}{10}$ mm genau einzustellen, weil so kleine Verschiebungen derselben das Gleichgewicht in der Brücke nicht mehr merklich stören. Man thut überhaupt hier gut, sich zu überzeugen, ob die angewandte Verschiedenheit der Verzweigungswiderstände Fehler im Resultat veranlasst. Dies geschieht am besten dadurch, dass man die Dielectricitätsconstante einer Flüssigkeit bei verschiedenen Verhältnissen $w_2:w_1$ bestimmt.

§ 9. Ein Umstand ist ferner zu berücksichtigen, der leicht zu kleinen Fehlern Anlass geben kann, nämlich das Steigen des Niveaus der im Condensatortrog befindlichen Flüssigkeit infolge des Einbringens des festen Körpers. Die Capacität des Flüssigkeitscondensators ist, wie Nernst schon angiebt, von der Höhe der Füllung nur sehr wenig abhängig; sie ist es um so weniger, je höher das Niveau der Flüssigkeit im Condensator ist. Es ist deshalb gut, immer mit möglichst gefülltem Condensator zu operiren. Ist die zu untersuchende Platte des festen Körpers dünn und klein, so wird das Steigen der Flüssigkeit nur gering sein und die Capacität des Condensators nicht merklich beeinflussen. Hat sie jedoch ein grösseres Volumen, sodass das Flüssigkeitsniveau schon erheblicher steigt, so wird die Capacität des Condensators nach Einführung des festen Körpers grösser erscheinen, auch wenn die Dielectricitätsconstante des festen Körpers gleich oder gar etwas kleiner ist, als diejenige der Flüssigkeit. Man muss in einem solchen Fall bei der letzten genauen Abgleichung des festen Körpers und des flüssigen Mediums nach jedesmaliger Einführung des ersteren mittels einer kleinen Pipette ein dem Volumen desselben etwa gleiches Volumen der Flüssigkeit entfernen und

auf diese Weise das Flüssigkeitsniveau annähernd gleich erhalten.

§ 10. Erheblich den wichtigsten Anlass zu Fehlern würde ein verschiedenes Leitvermögen des festen und des flüssigen Mediums geben. Ist der Flüssigkeitscondensator nur mit einer Flüssigkeit gefüllt, so kann man deren Leitung auf die bekannte von Nernst angegebene Weise compensiren. Dies ist hier aber nicht mehr gestattet. Es ist klar, dass, wenn beide Media ein verschiedenes Leitungsvermögen besitzen, an der Grenzfläche dieser Medien Ladungen sich bilden müssen, und daher die Capacität des Flüssigkeitscondensators verändert erscheinen muss. Deswegen sind Flüssigkeiten, wie Alkohol, Anilin, deren Brauchbarkeit ihrer hohen Dielectricitätsconstante wegen sehr erwünscht wäre, nicht anzuwenden. Auch das Aethylenchlorid besitzt ein Leitvermögen, welches eine kleine Compensation mit dem capillaren Theil des Nernst'schen Compensators erfordert. Durch Abdestilliren über Natrium kann man es aber soweit herunterdrücken, dass eine Compensation überhaupt nicht mehr nöthig ist. Von Zeit zu Zeit muss man dieses Abdestilliren wiederholen, da das Aethylenchlorid nach längerem Stehen anscheinend durch Aufnahme geringer Wassermengen ein etwas besseres Leitvermögen annimmt. Durch einmaliges Destilliren über Natrium ist dies jedoch gleich wieder entfernt, und das Leitungsvermögen nun so gering, dass es nicht störend wirkt. Man erkennt dies daran, dass Bestimmungen der Dielectricitätsconstante eines und desselben festen Körpers bei Anwendung verschieden leitender Flüssigkeitsgemische — von Leitfähigkeiten, die noch gar keine Compensation erfordern, an bis zu solchen, welche schon durch eine erhebliche Verschiebung der Compensatorelectrode compensirt werden mussten — stets nur innerhalb der Genauigkeitsgrenzen liegende Abweichungen des Resultats ergaben. Zu grosse Leitfähigkeit des flüssigen sowohl wie des festen Mediums giebt sich übrigens sofort in einer nicht rückgängig zu machenden Verschlechterung des Telephonminimums kund, sodass letzteres auch bei diesen Messungen als Erkennungsmittel für störende Einflüsse dienen kann.

§ 11. *Der Bereich der Anwendbarkeit* der Methode auf isolirende feste Körper ist beschränkt durch die Grösse der

Dielectricitätsconstanten der anzuwendenden Flüssigkeiten. Die untere Grenze ist etwa 2,2, die obere etwa 10. Sie wird wohl nur von wenigen festen Körpern überschritten. Indem man dem festen Körper eine geeignete Form giebt, kann man, wie oben ausgeführt wurde, durch Extrapolation auch noch Dielectricitätsconstanten, welche ausserhalb der genannten Grenzen liegen, wenigstens angenähert, bestimmen.

Die Vortheile der vorgeschlagenen Methode sind erstens, dass schon mit verhältnissmässig wenig Material, nämlich einer Platte von ca. 3 qcm Grösse, die Dielectricitätsconstante desselben bestimmt werden kann, dann aber besonders, dass es auf geometrische Form und Beschaffenheit der Oberfläche des festen Körpers gar nicht ankommt. Da der feste Körper in den schmalen Condensatorraum eingeführt wird, ist es allerdings nöthig, dass er plattenförmig ist, doch die Umgrenzung der Platte kann unregelmässig, und ihre Oberfläche kann rau und uneben sein. Das Anschleifen an die Condensatorplatten ebenso wie die Messung der Plattendicke und des Abstandes der Condensatorplatten fällt fort.

Im Folgenden sind einige mit der Methode erhaltene Resultate mitgetheilt.

I. Gläser.

Die bisherigen Angaben verschiedener Beobachter über die Dielectricitätsconstante des Glases weichen ausserordentlich voneinander ab. Die Messungen sind meist ohne eine genauere Angabe über die Glasart mitgetheilt. Es erschien mir daher von Interesse, einige bekannte Glassorten auf ihre Dielectricitätsconstante hin zu untersuchen. Die in nachstehender Tabelle angeführten Gläser verdanke ich der Freundlichkeit der Herren Schott und Gen. in Jena.

n_D ist der Brechungsexponent für die D -Linie.

Die Zahlen unter d geben die specifischen Gewichte, diejenigen unter k die gemessenen Dielectricitätsconstanten wieder. Irgend ein regelmässiger Zusammenhang zwischen dem optischen Brechungsexponenten und der Dielectricitätsconstante ist nicht zu finden, wie wohl auch nicht anders zu erwarten. Dagegen scheint bei den ersten sieben Gläsern ein mit der Dichte annähernd proportionales Wachsen der Dielectricitäts-

constante vorhanden zu sein. Doch fügen sich die drei letzten Gläser in diese Reihe gar nicht ein.

	Fabrik Nr.	n_D	d	k	$k \cdot d$
Borat-Crown	S 186	1,50936	2,24	5,48	2,45
Boro-Silicat-Crown	01948	1,51180	2,47	6,20	2,48
Phosphat-Crown	S 169	1,52090	2,58	6,39	2,51
Borat-Flint	S 4	1,60305	3,17	7,66	2,41
Baryum-Crown	01610	1,57519	3,21	7,81	2,43
Baryt-Flint	01777	1,60284	3,40	8,28	2,44
Schwerstes Baryt-Crown	01922	1,60899	3,55	8,40	2,37
Silicat-Crown	01087	1,51883	2,54	7,20	2,33
Crown mit hoher Disp.	01335	1,52333	2,70	9,13	3,38
Halbflint	01469	1,6129	3,58	7,77	2,17

II. Porzellan.

Die drei untersuchten Porzellansorten stammen aus der Kgl. Porzellanmanufaktur zu Berlin.

I. Hartporzellan. Zusammensetzung etwa: 55 Thonsubstanz, 22,5 Quarz, 22,5 Feldspath.

II. Segerporzellan: 25 Thonsubstanz, 45 Quarz, 30 Feldspath.

III. Figurenporzellan: 30 Thonsubstanz, 12 Quarz, 60 Feldspath.

k	specif. Gewicht
I. 5,73	2,38
II. 6,61	2,40
III. 6,84	2,41

III. Hölzer.

Die Dielectricitätsconstanten des Holzes parallel und senkrecht zur Faserrichtung unterscheiden sich bedeutend voneinander. Die Grösse der Dielectricitätsconstante, wie die Grösse ihrer Unterschiede in verschiedenen Richtungen hängen sehr vom Feuchtigkeitsgehalt des Holzes ab, ob lediglich, wie sich vielleicht annehmen lässt, habe ich nicht entscheiden können. Der Wassergehalt wirkt jedenfalls sowohl der hohen Dielectricitätsconstante des Wassers wegen als auch infolge der Leitfähigkeit desselben erhöhend auf die Condensatorcapacität. Ich untersuchte die Hölzer nach mehrstündigem Erhitzen im Trockenofen und nach Abkühlung unter Bedingungen, bei welchen eine Wasseraufnahme nicht stattfinden konnte. Es war

aber immer noch ein bedeutender Unterschied in der Grösse der Dielectricitätsconstanten zu bemerken. Die in der folgenden Tabelle angegebenen Zahlen sind aus Messungen an runden Platten von ca. 2 mm Dicke und 3 cm Durchmesser erhalten.

	Rothbuche		Eiche	
		⊥		⊥
	zur Faserrichtung			
Ohne vorherige Erhitzung	4,83	7,73	4,22	6,84
2 Stunden auf 130° erhitzt und in der Luft abgekühlt	2,82	4,41	2,66	3,99
2 Stunden auf 170° erhitzt und unter Benzol abgekühlt	2,51	3,63	2,46	3,64

Die Dielectricitätsconstanten, welche für Schwefel, Ebonit, sowie für einige krystallisirte Substanzen erhalten wurden, sind in folgender Tabelle verzeichnet. Aus Schmelzfluss erstarrter Schwefel zeigt grosse Veränderlichkeit der Dielectricitätsconstante, welche offenbar in Umwandlungsvorgängen ihren Grund hat.

	Fundort	k
Schwefel	—	3,34—4,14
Ebonit	—	2,80
Kaliumalaun	—	6,67
Flussspath	Stolberg, Harz	6,92
Steinsalz	Stassfurt	6,29
Sylvin	Stassfurt	4,94
Quarz	—	4,73 ($k_c = k_a$)
Kalkspath	Island	$k_c = 8,25$; $k_a = 8,54^1$)
Beryll	Nertschinsk	$k_c = 7,85$; $k_a = 7,44$
Gyps	Montmartre	5,04
Glimmer	Finbo bei Fahlun	5,80
„	Canada	5,84
„	?	6,62

Berlin, Physik. Institut der Universität.

1) Die Zahlen für k_c sind an Platten erhalten, welche senkrecht zur optischen Axe, die Zahlen für k_a an solchen, welche parallel zur optischen Axe geschnitten waren. Hier ist jedoch zu bemerken, dass diese Zahlen nicht streng als die Dielectricitätsconstanten in den Richtungen parallel und senkrecht zur Axe anzusehen sind, da der Kraftlinienverlauf im Nickelcondensator kein durchweg geradliniger ist.

5. Ueber einige Wirkungen des electrischen Feldes auf eine Glühlampe; von M. Willibald Hoffmann.¹⁾

Befindet sich in der Nähe eines weit ausgepumpten Entladungsrohres eine stromdurchflossene electrische Glühlampe, so beobachtet man, dass von dem Entladungsrohre auf den

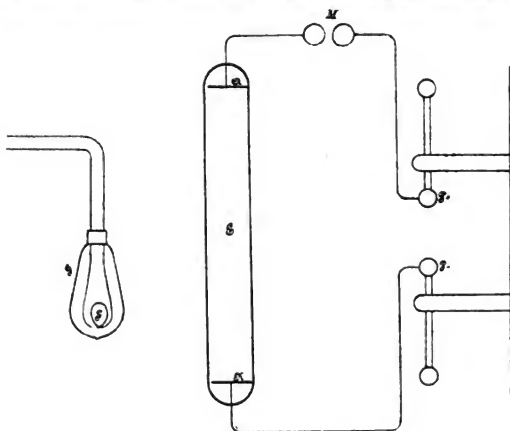


Fig. 1.

Faden der Glühlampe Kräfte ausgeübt werden. Bei langsamem Aufeinanderfolgen der einzelnen Entladungen tritt ein Schwingen des Glühfadens ein; schnellere Entladungen zwingen dem Faden eine feste Stellung, eine gewisse Starrheit auf: er sucht seine Lage im Raum zum Entladungsrohre beizubehalten, wenn man die Glühlampe dem Entladungsrohr nähert oder von demselben entfernt.

1) Mitgetheilt aus den Berichten der Societas physico-medica in Erlangen vom 13. Januar 1896.

In der Fig. 1 bedeuten $P+$ und $P-$ die Pole einer zwanzigplattigen Influenzmaschine.¹⁾ Der Strom geht vom positiven Pol durch ein Funkenmikrometer M zur Anode A des 40 cm langen und 3 cm weiten cylindrischen Entladungsrohres E , von hier durch das Gas über die Kathode K des Rohres zum negativen Pol der Maschine zurück. Anode und Kathode bestehen aus je einer 0,2 cm dicken Aluminiumplatte von 1 cm Radius. In ca. 30 cm Abstand von dem Entladungsrohre stand eine gewöhnliche Glühlampe G von 16 N.-K.²⁾ Ihr Faden ist mit F bezeichnet.

Springen in M langsam Funken über, so schwingt der Faden tactmässig mit den Entladungen im Rohre E . Folgen aus irgend einem Grunde (etwa beim Verkürzen der Funkenstrecke oder beim schnelleren Drehen der Influenzmaschine)³⁾ die Entladungen schneller aufeinander, so werden die Schwingungen schwächer, schliesslich hören sie ganz auf und an ihre Stelle tritt die oben erwähnte Starrheit des Fadens. Wird jetzt das Rohr E der Lampe genähert bez. von derselben weiter entfernt, so führt der Glühfaden Bewegungen in Sinne der Verschiebung aus. Durch eine Reihe von Versuchen habe ich diese Erscheinungen weiter verfolgt.

1. Verhalten der Glühlampe bei langsam aufeinanderfolgenden Entladungen.

Anfänglich schien es, als ob die auf die Glühlampe ausgeübte Kraft von den Entladungen im Rohre ausginge, doch zeigte sich, dass auch in der Nähe der Influenzmaschine und des Inductoriums der Glühfaden in Schwingungen gerieth. *Schwingungen des Fadens wurden im allgemeinen überall da beobachtet, wo verhältnissmässig langsame Ladungen und schnell abfallende Entladungen auftraten.*

Zum Studium benutzte ich den einfachsten Fall.

Eine isolirte, runde Metallplatte von 35 cm Durchmesser wurde mit dem $+$ Pol der Influenzmaschine verbunden und

1) Dieselbe ist von Hrn. Prof. E. Wiedemann aus Mitteln des Elisabeth Thomson Fonds angeschafft worden.

2) Zu den Versuchen wurden Glühlampen mit 0,6 Amp. Stromverbrauch und 110 Volt Klemmenspannung benutzt.

3) Die Erscheinung kann auch bei der Erregung des Rohres durch den Strom eines Inductoriums beobachtet werden.

parallel zu ihr die Funkenstrecke an der Maschine geschaltet. Der negative Pol war mit der Erde verbunden.

Beim Drehen der Maschine erhält man eine langsame Ladung der Metallplatte bis auf ein bestimmtes Potential, das dem Abstände der Kugeln an der Maschine entspricht. Springt zwischen diesen der Funken über, so sinkt das Potential plötzlich stark. Der Faden einer in die Nähe der Platte gebrachten Glühlampe bleibt während der Ladung der Platte vollkommen in Ruhe, während er bei der Entladung derselben gegen die der Metallplatte zugekehrte Wand der Glühlampe hingerissen wird und nach kurzem Vibriren zur Ruhe kommt, bis ihm die nächste Entladung einen neuen Impuls giebt. Die Anziehungen des Fadens an die Wand der Lampe treten auch dann ein, wenn zwischen Lampe und ladende Platte Dielectrica gebracht werden, der Faden bleibt dagegen vollkommen ruhig hinter Metallplatten, gleichgültig, ob dieselben zur Erde abgeleitet werden oder nicht. Die Erscheinung ist also rein electrostatisch.

Der Strom, der den Faden zum Glühen bringt, spielt jedenfalls nur eine secundäre Rolle, vor allem hat die Temperaturerhöhung, welche er hervorruft, einen Einfluss auf die Schwingungen. Der Versuch gelingt auch, wenn man den Strom, der die Lampe durchfliesst, durch Vorschalten eines Widerstandes nach und nach schwächt oder schliesslich ganz unterbricht: die Anziehungen werden zwar schwächer, sind aber immer noch deutlich zu erkennen.

Ein Aufschluss, weshalb der Faden nur bei den *Entladungen* der Platte in Schwingungen geräth, scheint durch die folgenden Versuche gegeben zu sein (vgl. Fig. 2 auf folgender Seite).

Ein Glasballon *G* von der Grösse einer mittleren Glühlampe, der an seinem engeren Theile einen ca. 2,5 cm weiten Schliff besass, wurde an die Quecksilberluftpumpe angeschmolzen. Den Stempel des Schiffes durchsetzten zwei stärkere Platindrähte *p* und *p*₁, mit denen eine Schlinge *F* aus dünnerem Platindraht durch zwei kleine Klemmen *K* und *K*₁ verbunden war. Diese „Lampe“ wurde hintereinander mit einer grossen Glühlampe von 32 N.-K. und 110 Volt Klemmenspannung, welche als Vorschaltwiderstand diente, und einem kleinen

Kurbelwiderstand an die Lichtleitung des Instituts angeschlossen. Die schon oben erwähnte influenzierende Metallplatte *P* wurde in der Nähe der zu Anfang des Versuches noch mit Luft von ca. 760 mm Druck gefüllten Lampe aufgestellt.

Während der Ladung der Platte wurde von dieser die stromlose Platinschlinge angezogen, bei ihrer *Entladung* losgelassen. Die Anziehungen erfolgten ebenso, wenn der Faden *F*

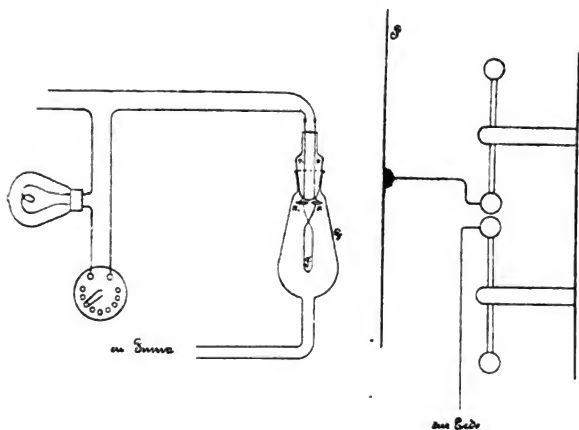


Fig. 2.

ausserhalb des Glasballons frei in der Luft neben der Platte hing: die Erscheinung beruht in beiden Fällen auf einer gewöhnlichen Influenzwirkung.

Wurde der Platinfaden durch den electricchen Strom ins Glühen gebracht, so erschienen die Anziehungen an die Platte bedeutend schwächer: *der glühende Draht zerstreute theilweise die auf ihm influenzierte Electricität, welche derjenigen der ladenden Platte entgegengesetzt war.* Diese Schwächung der von der Platte auf den Faden ausgeübten Anziehung hat ihren Grund darin, dass sich die vom Faden zerstreute Electricität auf die der Platte zunächst gelegene Wand der Glühlampe begiebt

und so die Wirkung der ladenden Platte theilweise aufhebt. Eine solche Zerstreuung von electricischen Ladungen ist schon früher, vor allem von J. Elster und H. Geitel¹⁾ näher beschrieben worden. Während jedoch in den von Elster und Geitel beobachteten Fällen nur die negative Electricität zerstreut wird, ist es bei unseren Versuchen gleichgültig, ob die Platte *P* mit negativer oder positiver Electricität geladen wird. Die *Zerstreuung* ist also hier eine *bipolare*.

Bei abnehmendem Drucke in der Glühlampe bemerkte man auch dann, wenn der Faden nicht glühte, ein Nachlassen der Anziehungen des Fadens an die Platte, dasselbe trat noch schneller ein, wenn der Faden beim Auspumpen gleichzeitig durch den Strom zum Glühen gebracht wurde. *Die Anziehungen traten in um so kürzerer Zeit auf, je heller der Faden glühte, die verdünnte Luft scheint hiernach das Abfließen der auf dem Faden influenzirten Electricität ebenso wie die erhöhte Temperatur zu erleichtern.*

Als noch weiter ausgepumpt wurde, hörten die Anziehungen an die Platte *P* während der *Ladung* derselben ganz auf. Der Faden hing vollkommen ruhig, wurde aber jetzt bei jeder *Entladung* der influenzirenden Platte zur Glaswand hingerrissen. Mit sinkendem Drucke in der Lampe wurde dieses Heranschwingen des Fadens an die Wand des Ballons stärker. Schliesslich liess sich kein Unterschied mehr gegen das Verhalten des Kohlenfadens einer gewöhnlichen Glühlampe erkennen. Bei noch tieferem Vacuum nehmen die Amplituden der Schwingungen ab. Man kann ein Maximum der Wirkung der Platte auf den Faden erreichen. Dasselbe ist, wenn der Faden stark rothglühend erhalten wird, allein durch den Druck in der Glasbirne bestimmt.

Der Versuch zeigt, dass durch die geladene Platte auf dem Glühfaden entgegengesetzte Electricität influenzirt wird, während die gleichartige zur Erde abfliesst. Infolge des Vacuums in der Lampe und der hohen Temperatur des Fadens entweicht jedoch die anfänglich auf dem Faden erregte Electricität und sammelt sich möglichst nahe dem influenzirenden Körper, in diesem Falle also auf der Glaswand, an. So wird

1) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 38. p. 27. 1889.

der Faden, solange sich die Platte noch ladet, nach und nach immer schwächer electricisch, da neue Electricität auf ihm infolge der Wirkung der geladenen Glaswand nicht mehr influenziert werden kann. Bei der Entladung der Platte P kann sich die auf der Glaswand befindliche Electricität durch das Vacuum nur langsam mit der von ihr influenzierten ungleichnamigen des Fadens vereinigen: der Faden wird jetzt von der *geladenen Wand* angezogen. *Das tiefe Vacuum lässt hiernach eine momentane Neutralisation der Electricitäten bei der schnellen Entladung der influenzirenden Platte P nicht zu, denn würde die Neutralisation plötzlich eintreten, so müsste der Faden in Ruhe bleiben.*

Wenn man diese Entladungen verzögert, müssen die plötzlichen Anziehungen des Fadens verschwinden, da durch einen allmählichen Abfall der Ladung von P die für den Ausgleich der Electricitäten in der Lampe nöthige Zeit gewonnen wird.

Um eine langsame Entladung der Platte zu erhalten und gleichzeitig den Unterschied zwischen den hier auftretenden Erscheinungen und den vorhin beschriebenen zu ermitteln, wurde in ca. 30 cm Abstand von der Platte P eine gleich grosse P_1 aufgestellt, die mit dem zweiten Pole der Maschine durch eine Leitung, in welche eine ca. 50 cm lange Hanfschnur eingeschaltet war, in Verbindung stand. Eine Erdleitung konnte in diesem Falle nicht benutzt werden.

Beim Gange der Maschine wurden bei dieser Anordnung beide Platten gleichzeitig geladen. Wenn der Funke übersprang, entlud sich P momentan, die zweite Platte P_1 aber relativ langsam infolge des grossen Widerstandes der in die Zuleitung eingeschalteten Schnur. Die Wirkung des Systems auf die Glühlampe entsprach den Erwartungen. An der Platte, deren Leitung durch die Hanfschnur unterbrochen war, blieb die Lampe vollkommen ruhig, ebenso an der Zuleitung von dieser bis zu dem Ende der Schnur, das der Funkenstrecke zunächst war. Von hier aus, über die Funkenstrecke bis zur Platte P , traten wieder die heftigsten Bewegungen des Fadens auf.

2. Verlauf der Entladungen im Stromkreise eines Entladungsrohres.

Nach den vorigen Ausführungen ist die electrische Glühlampe ein Mittel zur Erkenntniss schnell verlaufender Entladungen. Es lag nahe, dort wo die Schwingungen des Glühfadens zuerst beobachtet wurden, im Stromkreise eines Entladungsrohres, den Entladungsvorgang näher zu untersuchen. *Hier zeigte sich, dass der Faden der Lampe von der Kathode bis zum negativen Pol der Maschine bez. des Inductoriums nicht erregt wurde, im ungünstigsten Falle, d. h. bei schlechter Ausbildung des dunklen Raumes vor der Kathode, schwach und niemals gleichzeitig mit den das Rohr durchsetzenden Entladungen vibrirte, dass dagegen die Schwingungen desselben kräftig und vollkommen gleichzeitig mit den einzelnen Entladungen am positiven Pol der Maschine oder des Inductoriums, am Zuleitungsdraht zur Anode über die Funkenstrecke, und durch die Entladungen im verdünnten Glase selbst bis zum dunklen Raume hervorgerufen wurden.*

Die Schwingungen des Fadens treten bei mittleren Drucken nur dann auf, wenn in dem Entladungskreise eine Funkenstrecke liegt. Bei tiefem Druck im Entladungsrohre ist die Funkenstrecke nicht nöthig, da das Entladungspotential an sich ein höheres wird.

Während also die positive Entladung bei eingeschalteter Funkenstrecke sich der Glühlampe gegenüber wie eine schnell abfallende Potentialschwankungen zeigende Metallplatte verhält, ist an der Kathode eine Wirkung auf den Glühfaden zu finden, welche der einer langsam sich ladenden und entladenden Platte entspricht. Die Electricität fließt durch den dunklen Raum allmählich ab. Dies Resultat steht im Einklange mit der Thatsache, dass die Vorgänge an der Kathode lang anhaltende sind, worauf unter anderen Spottiswoode¹⁾, vor allen aber E. Wiedemann und H. Ebert²⁾ hingewiesen haben. Die Entladung im Rohr sondert sich also dem zeitlichen Verlauf nach in zwei vollkommen getrennte Theile. Wir haben einmal die schnell verlaufende positive Entladung, daneben,

1) Spottiswoode, Phil. Trans. 2. p. 180. 1880.

2) E. Wiedemann u. H. Ebert, Sitzungsber. d. phys.-med. Soc. Erlangen, Heft 24. 8. Febr. 1892; Wied. Ann. 50. p. 35. 1894.

vom dunklen Raum ab, ein langsames Abfließen der Electricität.

Leitet man bei eingeschalteter Funkenstrecke eine Stelle des Rohres auf der positiven Lichtsäule durch eine an die Aussenwand desselben angelegte Platte zur Erde ab, so bildet sich unterhalb der Platte eine secundäre Kathode. Die Glühlampe schwingt dann von der Anode aus bis zu dem neu gebildeten dunklen Raum. Obwohl das positive Licht hinter der secundären Kathode wenig an Intensität verloren hat, ist es fast ganz unwirksam auf die Lampe geworden. Durch die vor ihm liegende secundäre Kathode hat also dieser Theil der positiven Lichtsäule seine ursprüngliche Wirkung auf die Lampe verloren.

3. Verlauf der Entladungen eines Inductoriums.

In einfacher Weise lässt sich im Anschluss an die früheren Beobachtungen zeigen, dass bei einem Ruhmkorff-Inductorium der secundäre Strom nicht ein gleichmässig steigendes und abfallendes Potential besitzt, sondern dass hier infolge des im primären Kreise liegenden Condensators von der einen Klemme eine schnell abreissende Entladung in den Stromkreis gesandt wird, neben welcher alle anderen noch auftretenden Schwingungen eine untergeordnete Rolle spielen. Man findet, wenn man die secundären Klemmen mit einem Luftcondensator verbindet, auf der einen Seite des Systems starke Schwingungen des Glühfadens, auf der anderen fast vollkommene Ruhe desselben. Die Glühlampe zeigt an, dass wir in dem secundären Kreis einerseits plötzlich abfallende Potentialwerthe, andererseits ein ruhiges Schwingen der Entladungen haben, eine Erscheinung, die bei der Erregung desselben Condensators durch die Influenzmaschine nur durch das Vorschalten einer Hanfschnur vor die eine Platte erzeugt werden kann.

Zwischen den beiden Platten lässt sich eine Ebene finden, in der die Lampe still steht. Wird die eine Platte zur Erde abgeleitet, so verschwindet diese Indifferenzebene und die Ruhe des Fadens tritt erst nahe bei der zur Erde abgeleiteten Platte ein.

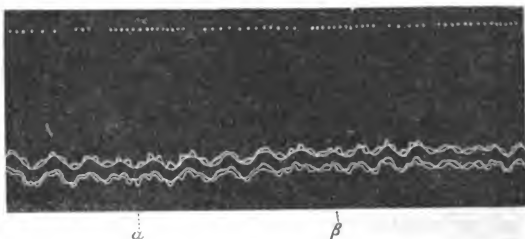
4. Beziehung zwischen den Schwingungen des Fadens und der Zahl schnell aufeinander folgender Entladungen.

Bei den beschriebenen Versuchen folgten die einzelnen Entladungen so langsam aufeinander, dass man ohne weiteres einen Synchronismus der Anziehungen des Fadens mit den einzelnen überspringenden Funken beobachten konnte.

Bei gesteigerter Zahl der Entladungen werden auch die Schwingungen des Fadens schneller, bis dieser infolge seiner begrenzten Elasticität dem Tacte der Funken nicht mehr folgen kann. Dieses Zurückbleiben ist jedoch nur ein *scheinbares*.

Mit Hülfe einer photographischen Methode konnte auch jetzt noch der frühere Synchronismus festgestellt werden.

Die Glühlampe wurde horizontal hinter einem 50×50 cm grossen Pappschirm aufgestellt, in den vor der Lampe ein 0,2 cm breiter und 6 cm langer Spalt eingeschnitten war. Oberhalb der Lampe befand sich in dem Schirm ein kreisförmiges Loch von 0,7 cm Radius, hinter dem sich die Funkenstrecke befand. Vor dem Schirm stand in ca. 1,5 m Entfernung eine gewöhnliche photographische Camera, deren Cassette jedoch horizontal verschiebbar war. Durch den Spalt wurden von der glühenden Schlinge der Lampe vier kurze Strecken ausgeblendet, die sich, wenn man die Platte bei einer Aufnahme auf ihrer Bahn vorwärts bewegte, als vier gerade Linien auf dem photographischen Bilde zeigten. Der vibrirende Faden musste in gleicher Weise aufgenommen vier Curven



geben, während sich die erregenden Funken auf der Platte in einer Reihe aufeinander folgender Punkte markirte. Die hier mitgetheilte Curve ist nach einer Originalaufnahme gezeichnet, welche bei ca. 150 Entladungen in der Secunde erhalten wurde.

Man sieht deutlich die vier kleineren synchron mit den Funken entstandenen Curven, welche aber infolge der elastischen Eigenschaften des Fadens auf- und absteigen.

Ueber den Stellen α und β der Curve folgen die Funken schneller aufeinander: hier ist im Photogramm eine Verflachung der Hauptcurve, die ja für das Auge die allein wahrnehmbare ist, deutlich zu erkennen. Es bildet sich an diesen Punkten eine gewisse Starrheit des Fadens aus. Wir haben hier das Uebergangsstadium zu der bei schnellen Schwingungen erfolgenden Ruhe des Fadens, aber zu den gleichzeitig hierbei auftretenden Verschiebungen desselben bei einem Verschieben des erregenden Leiters (vgl. p. 642). Dieses Folgen des Fadens bei Bewegungen des Leiters ist überall zu finden, wo zeitlich schnell aufeinander folgende Ladungen und Entladungen auftreten, d. h. in der Nähe von Hertz'schen Systemen. In einem Lecher'schen Drahtsystem schwingt der Faden synchron mit den Funken neben den primären Platten, an den secundären und dem Endcondensator dagegen findet man ein den Bewegungen der Platten entsprechendes Folgen desselben.

5. Ueber die Ursache der Starrheitserscheinungen des Glühlampenfadens in der Nähe schnell schwingender Systeme.

Während sich die Schwingungsbewegungen des Glühlampenfadens auf einfache electrostatische Vorgänge zurückführen liessen, scheint dies bei der oben erwähnten Starrheitserscheinung nicht der Fall sein.

Die das Folgen des Fadens erzeugende Ursache war stets an das Vorhandensein electrischer Schwingungen gebunden, doch konnte sie nicht mit der electrischen Kraft identisch sein.

Wenn nämlich zwischen die schwingende Platte und die Glühlampe eine Metallplatte gestellt wurde, musste, wenn nur die electrische Kraft die Starrheit des Fadens bedingte, jede Einwirkung der erregenden Platten auf die Lampe verschwinden. Beim Versuch zeigte sich jedoch, dass die Metallplatte die Kraft zwar schwächte, nicht aber gänzlich aufhob. Holzplatten schirmten kaum, etwas stärker Glasplatten und Wasserschichten.

Der Faden suchte immer bei Bewegungen der Lampe seinen ursprünglichen Abstand von der Platte zu bewahren,

selbst als um die Glaswand der Lampe ein zur Erde abgeleiteter Stanniolcylinder gelegt wurde.

Diese Erscheinung lässt sich vielleicht erklären, wenn man nach E. Wiedemann und H. Ebert¹⁾ annimmt, dass durch das Auftreffen schneller Potentialschwankungen auf die Grenze zweier Medien, von denen das eine ein verdünntes Gas ist, Kathodenstrahlen oder diesen ähnliche Gebilde erzeugt werden. Es entstehen in unserem Falle innerhalb der Glühlampe Kathodenstrahlen, welche die Ladung des glühenden Fadens zerstreuen. Die Electricität zerstreuende Eigenschaft der Kathodenstrahlen ist durch Lenard nachgewiesen worden. Dass zwischen erregende Platte und Glühlampe gebrachte Metallplatten die Ausbildung der Kathodenstrahlen nicht vollkommen verhindern, erklärt sich so mit der Annahme von Resonanzerscheinungen in diesen Platten. Dann ist auch ohne weiteres klar, dass dielectricische Körper die auf den Glühfaden ausgeübte Kraft nicht schirmen können.

Das Folgen des Glühfadens auf die Verschiebungen der erregenden Condensatorplatte ist also eine zu den im ersten Theile dieser Untersuchungen beschriebenen Erscheinungen analoge. Durch das Auftreffen der zerstreuenden Strahlen auf den Glühfaden kann die eine Electricität desselben auf die Glaswand entweichen, während die andere zur Erde abgestossen wird. Zieht man die schwingende Platte fort, so entsteht auf der Glaswand der Lampe ein Zustand, der mit dem bei der Entladung der Platte im Falle I verglichen werden kann. Die die electricische Vertheilung auf dem Faden erzeugende Kraft hat nachgelassen zu wirken: es muss eine Neutralisation eintreten, welche eine Anziehung des Fadens an die Wand, also *eine der Bewegung der Platte gleichgerichtete Bewegung des Fadens* hervorruft. Die umgekehrte Erscheinung tritt bei einem Nähern der Platte ein.

Herrn Prof. Dr. E. Wiedemann sowie den Herren Privatdocenten Dr. H. Th. Simon und Dr. G. C. Schmidt sage ich auch an dieser Stelle für ihre mannigfachen Anregungen und Unterstützungen bei dieser Arbeit meinen besten Dank.

Erlangen, physikalisches Institut.

1) E. Wiedemann, Zeitschrift für Electrochemie p. 159. 1895.

6. Ueber die im Entladungsfunken eines Condensators entwickelte Wärme; von W. Kaufmann.

1. *Literatur.* Ueber die im electrischen Funken entwickelte Wärme liegen Untersuchungen vor von: Paalzow¹⁾, G. Wiedemann²⁾, Naccari und Bellati³⁾, Poggendorff⁴⁾, Dewar⁵⁾, Rollmann⁶⁾, Naccari⁷⁾, Villari⁸⁾, G. Mugna⁹⁾.

Eine kurze Inhaltsübersicht der wichtigsten Arbeiten befindet sich bei: Wiedemann, *Electricität* IV. 2; p. 716 ff. 1885.

Zur Messung der Wärmeentwicklung dienten in den oben citirten Arbeiten das Luftthermometer nach Riess oder Kinnersley (vgl. Wiedemann IV. 2), das Thermoelement und das Quecksilberthermometer. In qualitativer Hinsicht stimmen die Resultate der genannten Beobachter mit den meinigen überein, doch war eine quantitative Vergleichung ausgeschlossen, da eine Berechnung der entwickelten Wärmemengen in absolutem Maasse bei den citirten Messmethoden auch nicht annähernd möglich war.

2. Zweck der vorliegenden Arbeit ist, die im Entladungsfunken entwickelte Wärme in absolutem Maasse zu bestimmen und mit der Gesamtenergie der Entladung zu vergleichen. Zu diesem Zwecke musste einerseits ein Calorimeter hergestellt werden, das bei genügender Empfindlichkeit eine absolute Aichung zuliefs, andererseits musste das Entladungspotential sowie die Capacität der Leydnerflaschen bestimmt werden.

1) Paalzow, *Pogg. Ann.* 127. p. 126. 1866.

2) G. Wiedemann, *Pogg. Ann.* 158. p. 35. 1876.

3) Naccari und Bellati, *Beibl.* 2. p. 720. 1878.

4) Poggendorff, *Pogg. Ann.* 94. p. 632.

5) Dewar, *Proc. Roy. Soc. Edinb.* 7. p. 699. 1872.

6) Rollmann, *Pogg. Ann.* 134. p. 605. 1868.

7) Naccari, *Atti di Torino* 17. 26. Febr. 1882; *Beibl.* 6. p. 599. 1882.

8) Villari, *Beibl.* 3. p. 713; 4. p. 404 u. 407; 5. p. 460; 6. p. 699; 7. p. 782.

9) G. Mugna, *Beibl.* 6. p. 953.

3. *Versuchsmethode*: Aus einigen Versuchen von Riess¹⁾ sowie aus von mir selbst angestellten Vorversuchen ging hervor, dass die Funkenwärme meist nur einen kleinen Bruchtheil der Gesamtenergie ausmacht; eine einfache Ueberschlagsrechnung zeigte deshalb, dass das Eiscalorimeter für die Messung so kleiner Wärmemengen zu unempfindlich ist. Auch das Dampfcalorimeter von Neesen hätte nur in den günstigsten Fällen ausgereicht.

Ich gab deshalb dem Luftthermometer den Vorzug, jedoch in einer von der bisher gebräuchlichen abweichenden Form, welche ich einem Vorschlage des Hrn. Prof. Warburg verdanke.

Bei dem Riess'schen Luftthermometer wird nämlich im Wesentlichen eine Druckänderung der Luft bei annähernd constantem Volumen gemessen; man muss deshalb, wie von Riess¹⁾ mathematisch entwickelt wurde, zur Erzielung grosser Empfindlichkeit das Volumen der Thermometerkugel möglichst klein machen. Dadurch werden: 1. die Wärmeverluste bedeutend vergrössert, 2. lassen sich die Ausschläge, die von Funken hervorgebracht werden, mit den von Drahtwiderständen erzeugten nicht vergleichen, da der Ausschlag des Tropfens im ersten Falle mit viel grösserer Geschwindigkeit erfolgt, als im zweiten, und deshalb die Wärmeverluste in beiden Fällen sehr verschieden sind.

Von beiden Uebelständen kann man sich befreien, wenn man die Thermometerkugel möglichst gross wählt und behufs Erlangung genügender Empfindlichkeit nicht die Druckvermehrung, sondern die Volumvermehrung bei annähernd constantem Druck zur Messung benutzt. Letztere ist, wie leicht einzusehen, von der Grösse des benutzten Gefässes ganz unabhängig. Der den Abschlusstropfen in Bewegung setzende Ueberdruck hingegen wird mit zunehmendem Volumen des Thermometers immer kleiner; die Ausschläge erfolgen deshalb langsam, sodass die Zeit, welche ein sehr dünner Draht zur Abgabe seiner Wärme an die Luft gebraucht, gegenüber der Dauer der Tropfenbewegung verschwindet; es sind deshalb die durch Erwärmung eines Drahtes hervorgerufenen Ausschläge mit den durch Funkenwärme entstehenden direct vergleichbar. Durch

1) Riess, Lehre von der Reibungselectricität.

die Versuche ergab sich denn auch, dass bei dem weiter unten zu beschreibenden Luftthermometer die Dauer des Tropfenausschlags dieselbe war bei Funken- wie bei Drahtwärme.

Die endgültige Form, die ich dem Apparat gab, war folgende (Fig. 1):

Ein Glaskolben (V_1) von etwa 7000 cm³ Inhalt trägt auf seinem Halse einen aufgekitteten Messingconus (K_1), auf welchen ein zweiter Conus (K_2) luftdicht aufgeschliffen ist. Der Deckel des letzteren ist mit 4 Hülsen (H) versehen (in der Zeichnung sind nur 3 sichtbar), in welche Glasröhren luftdicht eingekittet sind. Von letzteren communicirt eine (in der Zeichnung unsichtbar) durch einen Hahn direct mit der Aussenluft, die zweite trägt ein Schliffstück (S), an dassich dereigentliche Messapparat anschliesst, die dritte und vierte ragen bis in die

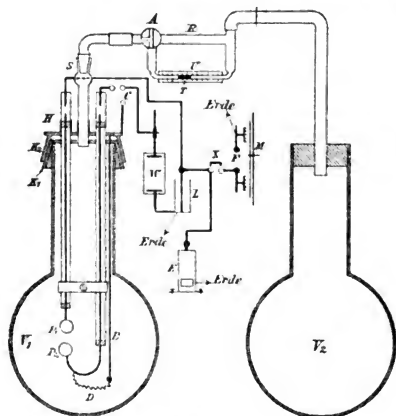


Fig. 1.

Mitte des Ballons hinein und dienen als Schutzhüllen für 4 mm dicke Kupferdrähte, die an ihrem unteren Ende die Kugeln (P_1 , P_2) tragen; letztere sind auf die Drähte aufgeschraubt und können durch Drehen voneinander entfernt oder genähert werden. Etwa 1 cm unterhalb ihres oberen Endes sind die Drähte in den Glasröhren mit Siegelack eingekittet; in das etwa 2 cm überragende Ende der Röhren wird Quecksilber eingegossen, in welches die Zuleitungsdrähte einfach hineingesteckt werden. Ausser den genannten führt noch ein dritter Draht (B) in das Gefäss, derselbe hat mit K_2 metallischen Contact und ist durch einen 0,004 cm dicken und ungefähr 20 cm langen Platindraht (D) mit der Kugel (P_2) verbunden.

Von dem Schliffe (S) aus führt ein Glasrohr unter Zwischenschaltung eines kurzen Stücks Gummischlauch zu dem Dreiweghahn (A), mittels dessen man entweder durch das Rohr (R), oder durch das Rohr (U) die Verbindung mit einem zweiten Glaskolben (V_2) von etwa 14000 cm^3 Inhalt herstellen kann. Das Rohr (U) ist $0,25 \text{ cm}$ weit und enthält einen ungefähr 20 mm langen Xyloltropfen (T), dessen Ausschläge an einer untergelegten, auf Spiegelglas getheilten Scala abgelesen werden können. Das Gefäß (V_2) hat den Zweck, die Einstellung des Tropfens von Barometerschwankungen unabhängig zu machen. Gegen Temperaturschwankungen sind beide Gefäße durch Einhüllen in Holzwole geschützt.

Zur Erzeugung der Electricität dient eine von einem Wassermotor getriebene Influenzelectrisirmaschine (M), von deren Polen (F) der eine zur Erde abgeleitet ist, während der andere durch den Ausschalter (X) zu einer Batterie von 9 Leydnerflaschen führt, deren Capacität zu je $0,006$ Mikrofarad bestimmt wurde.¹⁾

Die äussere Belegung der Batterie ist ebenfalls mit der Erde verbunden. Von der inneren Belegung führt ein Draht zu dem in Volt geachten Righi'schen Electrometer (E), ein zweiter führt direct zum Zuleitungsdraht der Kugel (P_1); von der äusseren Belegung geht die Leitung zu einem verstellbaren Flüssigkeitswiderstande (W) [ZnSO_4 und Zn -Electroden], von diesem zu einem Umschalter (C), welcher entweder durch den Draht B und D oder direct mit der Zuleitung zur Kugel (P_2) verbunden werden kann. Sämmtliche Leitungen bestehen aus $0,4 \text{ cm}$ dickem Kupferdraht und sind möglichst rechtwinklig und geradlinig geführt, sodass die Selbstinduction, und aus dieser, sowie der bekannten Capacität der Flaschen die Oscillationsdauer der Entladung berechnet werden kann. Letzteres ist deshalb nöthig, weil der Widerstand der Leitungen von der Oscillationsdauer abhängig ist; er beträgt bei meinem Apparate je nach der Flaschenzahl das 80 bis 150fache des aus der Leitfähigkeit bestimmten Widerstandes für Gleichstrom. Zur Berechnung diente die von Stefan²⁾ angegebene

1) Der Durchmesser der Flaschen betrug 20 cm , die Höhe der Belegungen 36 cm .

2) Stefan, Wied. Ann. 41. p. 400. 1890.

Formel: $w'/w = \pi a \sqrt{n\mu/\sigma}$; hierin bedeutet w' den Widerstand für Schwingungen, w den Widerstand für Gleichstrom, a den Radius des Drahtquerschnittes, n die Schwingungszahl, μ die Magnetisirungsconstante des Drahtes [für Kupfer = 1], σ seinen specifischen Widerstand in absoluten electromagnetischen Einheiten. Aus dieser Formel ergeben sich bei meinem Apparate Zuleitungswiderstände bis zu 0,60 Ohm. Bei dem Flüssigkeitswiderstände konnte seines hohen specifischen Widerstandes und seiner geringen Selbstinduction wegen $w' = w$ gesetzt werden.

4. *Aichung des Luftthermometers.* Zur Aichung des Luftthermometers wurde die Batterie durch den Draht (D) und die Funkenstrecke ($P_1 P_2$) entladen. Der Draht hatte einen Widerstand von etwa 10 Ohm für Gleichstrom, also für schnelle Schwingungen einen bedeutend höheren; man kann deshalb, wenn (W) kurzgeschlossen ist, annehmen, dass die gesammte Energie der Batterie im Luftthermometer in Wärme verwandelt wird (s. p. 661). Wenn man also das Entladungspotential mittels des Electrometers bestimmte, so konnte man die gemessenen Anschläge auf absolutes Maass zurückführen. Eine auf diese Weise ausgeführte Aichung ergab, dass 1 mm Tropfenausschlag eine Wärmemenge von 0,00116 g-Calorien entsprach.

War der Querschnitt (s) des Rohres U , sowie die Volumina V_1 und V_2 genau bekannt, so konnte man auch theoretisch den Werth der Ausschläge in g-Calorien ableiten. Es ist nämlich die entwickelte Wärmemenge:

$$(I) \quad q = x \cdot s \cdot C_p \cdot \rho_0 \cdot T \frac{V_1 + V_2}{V_2}.$$

(Hierbei bedeutet x den Ausschlag des Tropfens in Centimetern, C_p die specifische Wärme der Luft bei constantem Druck, ρ_0 ihre Dichtigkeit bei 0° C., und dem im Apparat herrschenden Druck, T die absolute Temperatur.)

Die Rechnung ergab jedoch wegen der in der Gleichung nicht berücksichtigten Wärmeverluste nur etwa die Hälfte des nach obiger Methode gefundenen Werthes.

5. Was die erreichbare Genauigkeit anbetrifft, so ist dieselbe nicht sehr gross, wie ja auch bei einem so wenig regelmässigen Vorgang, wie es die Funkenentladung ist, nicht anders zu erwarten. Bei mehreren aufeinander folgenden

Entladungen betragen die Abweichungen vom Mittel im Durchschnitt etwa 5 Proc., doch kamen manchmal abnorme Abweichungen bis zu 12 Proc. vor. Besonders die ersten Funken nach einer längeren Pause gaben oft zu grosse Ausschläge. Ich konnte durch Beobachten des Entladungspotentials leicht feststellen, dass dieses dann abnorm hoch war, eine Thatsache, die offenbar durch ein Verzögerungsphänomen¹⁾ bedingt ist.

6. Bei den eigentlichen Versuchen, deren Resultate im folgenden mitgetheilt sind, wurde der Umschalter (C) direct mit der Zuleitung zur Kugel (P_2) verbunden und die Batterie so lange geladen, bis von selbst die Entladung durch ($P_1 P_2$) eintrat.

7. *Resultate.* In den folgenden Tabellen bedeutet V_0 das Entladungspotential in Volt, N die Flaschenzahl, W den Gesamtwiderstand (Flüssigkeit + Zuleitung) in Ohm, q die beobachtete Wärme in g-Calorien, Q die Gesamtenergie der Batterie in g-Calorien.

A. Funkenstrecke zwischen Zinkkugeln.

Tabelle I.

 $V_0 = 15300$

$N = 8$ $Q = 1,35$		$N = 4$ $Q = 0,672$		$N = 2$ $Q = 0,336$	
W	q	W	q	W	q
0,35	0,150	0,42	0,082	0,50	0,045
0,45	0,116	0,52	0,064	0,60	0,040
0,77	0,082	0,84	0,049	0,92	0,030
1,10	0,068	1,17	0,038	1,25	0,028
1,42	0,055	1,49	0,035	2,20	0,022
2,05	0,047	2,77	0,026	2,85	0,019
2,70	0,041	3,42	0,024	3,50	0,017
3,35	0,038	4,07	0,021	4,15	0,016
4,0	0,034	4,72	0,020	4,80	0,015
4,65	0,032			6,40	0,014
6,25	0,028				

In Fig. 2 sind die Werthe der Tabelle graphisch dargestellt: die Beobachtungen sind durch kleine Kreise gekennzeichnet.

1) Ueber die Verzögerung s. Jaumann, Wied. Ann. 55. p. 656. 1895; Warburg, Ber. d. k. Akad. d. Wiss. zu Berlin 1896, 5. März; Wied. Ann. 59. p. 1. 1896.

zeichnet, während die eingezeichneten Curven nach der empirischen Gleichung $q = A + B/W$ berechnet sind; die nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmten Constanten A und B haben die in der folgenden Tabelle mitgetheilten Werthe (wegen der Zeile 4 bis 6 der Tabelle s. p. 661).

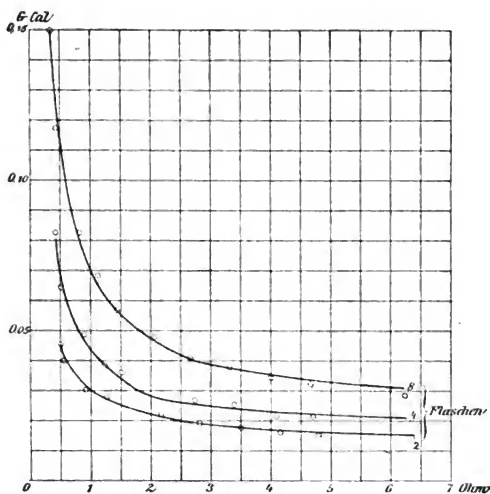


Fig. 2.

Tabelle II.

$N =$	8	4	2
$A =$	0,0243	0,0148	0,0127
$B =$	0,0429	0,0275	0,0166
$\sqrt{8} : \sqrt{4} : \sqrt{2} =$	2	1,41	1
$A_8 : A_4 : A_2 =$	1,91	1,16	1
$B_8 : B_4 : B_2 =$	2,58	1,65	1

Die folgende Tabelle III giebt die Abhängigkeit der Wärmeentwicklung vom Entladungspotential, welches durch Verlängern oder Verkürzen der Funkenstrecke ($P_1 P_2$) variirt wurde:

Tabelle III.

	$V_0 =$	6870	9080	11300	13600	15700
	$Q =$	0,271	0,474	0,735	1,06	1,42
	$q =$	0,016	0,040	0,070	0,116	0,17
I. $W = 0,35$	$\frac{q}{Q} =$	0,060	0,085	0,086	0,109	0,118
	$\frac{q}{V_0^3} \cdot 10^{18} =$	0,50	0,53	0,49	0,46	0,44
	$q =$	0,0087	0,020	0,036	0,056	0,081
II. $W = 1,4$	$\frac{q}{Q} =$	0,032	0,042	0,049	0,053	0,57
	$\frac{q}{V_0^3} \cdot 10^{18} =$	0,27	0,27	0,25	0,22	0,21
	$\frac{q_I}{q_{II}} =$	1,9	2,0	1,9	2,1	2,1

Die Funkenwärme wächst also bei steigendem Entladungspotential schneller als die Gesamtwärme. Für nicht zu hohe Entladungspotentiale ist annähernd $q/V_0^3 = \text{const}$; während für die Gesamtwärme gilt $Q/V_0^3 = \text{const}$. (vgl. p. 661).

B. *Funkenstrecke zwischen Messingkugeln*. Bei Anwendung von Messingkugeln sind die Resultate im Allgemeinen dieselben, nur sind die Ausschläge des Luftthermometers unter sonst gleichen Umständen kleiner; und zwar beträgt das Verhältniss der entwickelten Wärmemengen:

$$\frac{q(\text{Messing})}{q(\text{Zink})} = 0,54.$$

Ein ähnliches Resultat ist schon von Poggendorff¹⁾ gefunden worden.

8. *Theoretische Betrachtungen*: Legt man sich die Frage vor, ob die beobachteten Erscheinungen sich mit der Annahme eines constanten Widerstandes der Funkenstrecke (bei gleichbleibender Länge) vereinigen lassen, so sieht man leicht, dass dies nicht der Fall ist. Denkt man sich nämlich den Schliessungskreis der Batterie aus zwei Theilen bestehend mit den Widerständen w und W , wobei w dem angenommenen

1) Poggendorff (l. c.).

Widerstände der Funkenstrecke entsprechen soll, so ergibt sich für die in w entwickelte Wärmemenge:

$$(II) \quad q_w = \frac{c}{2} V_0^2 \frac{w}{w + W},$$

(c ist die Capacität der Batterie.)

Die in W entwickelte Wärmemenge dagegen beträgt:

$$(III) \quad q_W = \frac{c}{2} V_0^2 \frac{W}{w + W}$$

(Ist also w klein gegen W , so wird:

$$(IIIa) \quad q_W = \frac{c}{2} V_0^2 = Q$$

d. i. die Gesamtenergie der Batterie. Auf Gleichung (IIIa) beruht die p. 657 beschriebene Aichung des Luftthermometers).

Vergleicht man nun die Versuchsergebnisse mit Gleichung (II), so findet man, dass jene sich nicht mit der Gleichung in Einklang bringen lassen; es ist nämlich die beobachtete Wärmemenge bei gleichbleibendem W nicht proportional c (d. i. der Flaschenzahl), sondern (wie aus Zeile 4 bis 6 der Tab. II, p. 659 hervorgeht) ungefähr ihrer Quadratwurzel. Ferner lässt sich die Abhängigkeit der Wärme vom Widerstande innerhalb der Beobachtungsgrenze ausdrücken durch eine Gleichung von der Form $q = A + B/W$ (vgl. p. 659); die dieser Gleichung entsprechende Curve ist eine Hyperbel mit der Ordinatenaxe und einer zur Abscissenaxe parallelen Geraden als Asymptoten; Gleichung (II) dagegen verlangt eine Hyperbel mit der Abscissenaxe und einer der Ordinatenaxe parallelen Geraden als Asymptoten. Es ist also nicht möglich, zur Erklärung der beobachteten Erscheinungen der Funkenstrecke die Eigenschaften eines metallischen Widerstandes beizulegen. Viel wahrscheinlicher dürfte die Annahme sein, dass bei der Funkenentladung, ausser einem von den Versuchsbedingungen abhängigen Widerstande, ähnlich wie bei allen anderen Gasentladungen, ein annähernd constantes Potentialgefälle an den Enden der Funkenstrecke vorhanden ist; doch ist mir eine mathematische Formulirung der aus dieser Annahme zu ziehenden Folgerungen nicht gelungen.

Berlin, Physik. Institut. d. Univ., Februar 1897.

7. Ueber Gesetzmässigkeiten in den Spectren fester Körper; von F. Paschen.

(Zweite Mittheilung.)¹⁾

(Hierzu Taf. V.)

In dieser Mittheilung möchte ich die Resultate meiner bolometrischen Messungen über die Vertheilung der Energie in den Spectren von Kupferoxyd, Russ, der Kohle einer Glühlampe und von blankem Platin berichten. Ausser den in der ersten Mittheilung besprochenen Correctionen wurde bei der Berechnung noch eine neue Correction angebracht, welche bezweckt, die Fehler zu eliminiren, welche durch die Breite des Spaltes und des Bolometerstreifens entstehen. Die Correction ist wichtig, weil sie bewirkt, dass ein grosser Theil der ohne sie zu hoch liegenden Curve des von kleinen Wellenlängen ansteigenden Astes der Energiecurven nunmehr den Formeln folgt. Nur das äusserste Ende des ansteigenden Astes, wo die Energie nur $\frac{1}{30}$ bis $\frac{1}{160}$ derjenigen des nahen Maximums beträgt, liegt nach Anbringung der Correction noch zu hoch, und es erscheint unbedenklich, dies auf Rechnung von etwas diffusem Licht zu setzen, welches vom Maximum herrührt. Das Wissenswerthe über diese Correction ist in Anhang I enthalten. Die Resultate der Berechnungen der Eisenoxydcurven, welche diese Correction noch nicht enthalten, werden durch sie zu wenig geändert, als dass ich dieselben hier noch einmal besprechen möchte. Die Constanten der Endformeln, bei deren Ableitung das abweichende Ende des ansteigenden Astes nicht berücksichtigt wurde, bleiben gültig, und diese Formeln stellen noch einen grossen Theil des ansteigenden Astes dar, wenn dieser auf unendlich schmalen Spalt und Bolometerstreifen corrigirt wird.

Die Energiecurven der hier zu besprechenden Körper wurden schliesslich wegen der Absorption des Prismas, die von

1) Erste Mittheilung Wied. Ann. 58. p. 455. 1896.

7μ an nach grösseren Wellenlängen stärker wird, corrigirt, da sich ergab, dass man diese Correction leicht so ermitteln konnte, dass man einige beobachtete Curven mit der theoretischen Energiecurve verglich (vgl. Anhang II). Trotzdem man hierbei nur eine mässige Genauigkeit erzielte, waren die gewonnenen Punkte doch sehr werthvoll für die Betrachtungen. Die übrigen Absorptionsstreifen hätten ebenfalls so ausgefüllt werden können. Doch hätte die Ausfüllung dieser Stellen nicht viel genützt, wenn sie nicht mit grosser Genauigkeit vorgenommen wäre. Da die Stärke dieser Absorptionen mit dem Kohlensäure- und Wasserdampfgehalt der Zimmerluft variirt, konnte die nöthige Genauigkeit nur durch neue schwierige Experimente erreicht werden. Um einen ununterbrochenen Curvenzug zu haben, legte man die theoretische Curve über die beobachtete und füllte der theoretischen folgend die Lücken aus. Statt der theoretischen konnte auch eine Curve anderer Temperatur dienen. Da die Lücken, abgesehen von der starken Wasserdampfabsorption bei 6μ schmal waren, konnte man sie mit dem gleichen Erfolge auch durch einen der Curvenkrümmung vor und hinter der Lücke folgenden Strich überbrücken.

Bei der Besprechung der Resultate der schwärzeren Körper hoffe ich den Beweis für das im Anhang der ersten Mittheilung Gesagte zu erbringen, dass nämlich die dort angegebene einfache Formel die auf den ersten Blick überaus complicirt erscheinenden Strahlungsgesetze darstellt. Der Uebersichtlichkeit halber möchte ich zunächst die Folgerungen dieser Formel besprechen, welche einer directen Prüfung durch die Beobachtungen unterzogen werden, und welche am besten zur Ermittlung der Constanten aus den Beobachtungen dienen.

Die Formel lautet:

$$(I) \quad J = c_1 \lambda^{-a} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}$$

λ = Wellenlänge in μ	c_1	} Constanten.
T = absolute Temperatur	a	
e = Basis d. nat. Logarithmen	c_2	

Wenn λ_m und J_m die Wellenlänge und die Intensität des Maximums der Energiecurve bedeuten, folgt:

$$(II) \quad \lambda_m \times T = c,$$

wo

$$(IIa) \quad c = c_2 / \alpha$$

ist

$$(III) \quad J_m = c' T^\alpha$$

wo

$$(IIIa) \quad c' = c_1 \times c^{-\alpha} \times e^{-\alpha}$$

ist.

Die Form der Energiecurve ($T = \text{const.}$, $\lambda = \text{variabel}$) wird auf einen nur von λ/λ_m abhängigen Ausdruck zurückgeführt, wenn man den Quotienten J/J_m ableitet.

$$(IV) \quad J/J_m = \left\{ \frac{\lambda_m}{\lambda} e^{\frac{\lambda - \lambda_m}{\lambda}} \right\}^\alpha$$

Mit Einführung von Logarithmen lautet derselbe:

$$(IVa) \quad \log J - \log J_m = \alpha \left\{ \log e - \frac{\lambda_m}{\lambda} \log e - \log \frac{\lambda}{\lambda_m} \right\}$$

Trägt man $\log J$ als Ordinate, $\log \lambda$ als Abscisse graphisch auf, so müssen hiernach alle Energiecurven congruent werden. Um dies zu prüfen, kann man die für verschiedene Temperaturen beobachteten Energiecurven übereinander zeichnen, wie es für Eisenoxyd in der ersten Mittheilung geschehen ist. Um den Ausdruck IV bez. IVa selbst zu prüfen, habe ich für verschiedene Punkte der Energiecurven $\log J - \log J_m$ gebildet und durch die mit den zugehörigen λ und λ_m berechneten Klammerausdrücke

$$\left\{ \log e - \frac{\lambda_m}{\lambda} \log e - \log \frac{\lambda}{\lambda_m} \right\}$$

dividirt. Ich erhielt dann erstens für verschiedene Punkte einer Energiecurve denselben Quotienten. Zweitens war dieser Quotient derselbe für Energiecurven verschiedener Temperaturen, sodass für deren Congruenz ein neuer Beweis erbracht wurde.

Dieser Quotient stellt einen Werth für α vor, der allein aus Intensitäts- und Wellenlängenmessungen abgeleitet ist. Ob die Fl. IV bez. IVa gültig war, ergab sich noch auf andere Weise. Zur möglichst genauen Berechnung von λ_m , der Wellenlänge des Maximums der Energiecurve, kann man

nach diesen Formeln folgendermaassen verfahren: Man beobachte links und rechts vom Maximum zwei Wellenlängen λ_1 und λ_2 , für welche die Strahlungsintensität J die gleiche ist. Setzt man in Fl. IV einmal λ_1 und ein zweites Mal λ_2 für λ ein und eliminirt aus den beiden Ansätzen J/J_m , so folgt nach einigen Umformungen:

$$(VIb) \quad \lambda_m = \frac{(\log \lambda_2 - \log \lambda_1) \lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1) \log e}$$

Nach diesem Ausdrucke, in welchem auch α verschwunden ist, habe ich nunmehr in der graphisch aufgetragenen Curve verschiedene Paare λ_1 und λ_2 abgelesen und die Werthe für λ_m ermittelt. Aus den Beispielen wird hervorgehen, dass sich nach dieser Formel stets der gleiche Werth für λ_m ergibt, wie weit auch die Wellenlängen λ_1 und λ_2 von λ_m entfernt liegen.

Die isochromatischen Curven ($\lambda = \text{const.}$, T variabel) befolgen nach Fl. I ein Gesetz, welches in folgender Form leicht mit den Beobachtungen verglichen werden kann:

$$(V) \quad \log J = \gamma_1 - \gamma_2 \frac{1}{T}$$

Die Constanten γ_1 und γ_2 stehen mit den bereits eingeführten Constanten in folgendem Zusammenhange:

$$(Va) \quad \gamma_1 = \log c_1 - \alpha \log \lambda$$

$$(Vb) \quad \gamma_2 = \frac{c_2 \log e}{\lambda}$$

$\log J$ als Function von $1/T$ dargestellt muss hiernach eine gerade Linie sein. Diese Relation zeigte sich am schlechtesten erfüllt, wofür vielleicht ein Grund darin zu finden ist, dass diese Curven nicht wegen der Breite des Spaltes und Bolometerstreifens reducirt wurden. Die Correctur hätte sich nur so anbringen lassen, dass man aus Energiecurven verschiedener Temperatur die nothwendige Correction interpolirte. Dies liess sich wohl schätzungsweise überschlagen, sodass man sehen konnte, dass die isochromatischen Linien kleiner λ , welche sich auf das Gebiet des ansteigenden Astes der Energiecurven beziehen und ohne die Correction abweichende Constanten ergeben, durch die Correction ganz erheblich im Sinne einer Annäherung an die Gesetze geändert wurden. Eine Berechnung der Correctur mit der wünschenswerthen Genauigkeit gelang

mir nicht; deshalb zog ich es vor, für diese Curven auf die Correctur zu verzichten. Es kommt darauf wenig an, da die übrigen Beobachtungen genügen, sowohl die Formel zu prüfen, als die Constanten der Formeln zu ermitteln.¹⁾

Nach den angeführten Fln. ergibt sich²⁾ für die Gesamtstrahlung:

$$(VI) \quad \int_0^{\infty} J d\lambda = J_m \times \lambda_m \times \int_0^{\infty} \left\{ \frac{\lambda_m}{\lambda} e^{\frac{\lambda - \lambda_m}{\lambda}} \right\}^{\alpha} d \frac{\lambda}{\lambda_m}$$

Da der Integraalausdruck unabhängig von der Temperatur ist,

$$(VIa) \quad \int_0^{\infty} J d\lambda = c'' \times T^{\alpha-1},$$

(VIb) wo $c'' = c' \times c \times A$ ist, wenn mit A der Integraalausdruck bezeichnet wird. Dieser lässt sich berechnen. Mit der neuen Variablen $u = \lambda_m / \lambda$ folgt zunächst:

$$(VIc) \quad A = e^{\alpha} \int_0^{\infty} u^{\alpha-2} e^{-u\alpha} du,$$

oder mit der neuen Variablen $x = u \cdot \alpha$:

$$A = \frac{e^{\alpha}}{\alpha^{\alpha-1}} \int_0^{\infty} x^{\alpha-2} e^{-x} dx,$$

oder in der Bezeichnung von Gauss:

$$(VIId) \quad A = \frac{e^{\alpha}}{\alpha^{\alpha-1}} \Pi(\alpha - 2).$$

Zur Berechnung von $\Pi(\alpha - 2)$ dient die Relation $\Pi(\alpha - 2) = (\alpha - 2) \Pi(\alpha - 3)$. Die Functionswerthe von Π für Argumente zwischen 0 und 1 hat Gauss³⁾ angegeben. Ist α eine ganze Zahl, so ist

$$\Pi(\alpha - 2) = (\alpha - 2)! = (\alpha - 2)(\alpha - 3) \dots 1$$

1) Auch die Gesetze p. 478–479 I. Mitth., welche sich für $\beta = 1$ sehr vereinfachen, folgen leicht aus Fl. I; doch sind dieselben für die Verwerthung der beobachteten Isochromatics nicht so zweckmässig wie Fl. V.

2) Vgl. I. Mitth. p. 478. Diese Darstellung der Formeln für die Gesamtstrahlung, sowie die Berechnung des Werthes des Integrals für beliebige Werthe von α (vgl. p. 705) rührt von Hrn. Prof. C. Runge her.

3) Gauss' Werke Bd. III p. 161.

Die Berechnungen zur Ermittlung der Constanten der Formeln aus den Beobachtungen wurden folgendermaassen angestellt:

Zur Berechnung einer Energiecurve trug man dieselbe in logarithmischer Zeichnung graphisch auf. (Vgl. Fig. 1, I. Mitth.). Alsdann ermittelte man λ_m nach der Relation IVb aus möglichst vielen Punktepaaren λ_1 und λ_2 , und schliesslich denjenigen Werth von α , mit welchem die Fl. IVa für sie gültig war. Nachdem diese Berechnung mit allen Energiecurven eines Körpers, welche für verschiedene Temperaturen beobachtet sind, vorgenommen war, prüfte man die Beziehung II und ermittelte, wenn sie gültig war, den Werth von c . Zweitens bildete man das Mittel der α , welche sich aus den einzelnen Energiecurven ergeben hatten. Nunmehr wurden die beobachteten isochromatischen Curven graphisch aufgetragen und zwar mit Rücksicht auf Relation V $\log J$ als Ordinate und $1/T$ als Abscisse. Befolgtten sie das Gesetz einer geraden Linie, so berechnete man die Constanten γ_1 und γ_2 des Ausdrucks V. Aus γ_2 ergab sich nach Vb sofort ein Werth von c_2 .

Nunmehr wurden, wie es p. 465, I. Mitth. auseinander-gesetzt ist, durch wechselseitige Vergleichung correspondirender Intensitäten in den Energiecurven und den Isochromatics diejenigen für jede Curve constanten Factoren ermittelt¹⁾, welche alle Curven auf die gleiche Strahlungsempfindlichkeit des Bolometers reducirten. Zugleich berechnete man die auf gleiche Empfindlichkeit bezogenen Werthe von J_m . $\log J_m$ als Function von $\log T$ dargestellt ergab eine gerade Linie, deren Constanten Werthe für c' und α der Fl. III ergaben. Wenn das so ermittelte α mit dem aus der Form der Energiecurven (Fl. IVa) berechneten genügend übereinstimmte, konnte nun nach Relation IIIa der Werth für c_1 und nach IIa derjenige für c_2

1) Die Curven aller Körper wurden zuerst mittelst der durch einen Nebenschluss bestimmten „theoretischen Bolometerempfindlichkeit“ auf eine und dieselbe „theoretische Empfindlichkeit“ umgerechnet. Durch das Ausgleichsverfahren erzielte man, dass die Intensitäten nicht nur innerhalb der Beobachtungen eines Körpers der gleichen Strahlungsempfindlichkeit entsprachen, sondern dass diese Empfindlichkeit auch von Körper zu Körper möglichst constant blieb.

bestimmt werden. Ferner liess sich nun auch aus der Constanten γ_1 der Fl. V nach Va abermals ein Werth für c_1 berechnen.

Durch diese Art der Berechnung erreichte man, dass jede der Fln. II, III, IV und V mit den Beobachtungen confrontirt wurde, und dass alle Beobachtungen möglichst gleichmässig zur Berechnung der drei Constanten α_1 , und c_2 der Fl. I herangezogen wurden.

Ich möchte nun, soweit der Raum es gestattet, dem Leser möglichst eingehende Beweise für die gefundenen Beziehungen vor Augen führen. Die Beziehungen II und III werden leicht durch Zahlentabellen erhärtet; dagegen wird es nicht so leicht sein, den Leser von der Gültigkeit der Beziehungen IV bez. IVa, welche den Schlüssel zu dem einfachen Emissionsgesetz bildet, zu überzeugen. Zum Beweise dieser Beziehung möchte ich für jeden Körper erstens Tabellen publiciren, welche für Energiecurven verschiedener Temperatur beobachtete Werthe von J/J_m neben den nach der Formel berechneten enthalten. Ausserdem wird eine Zeichnung der Beobachtungspunkte mehrerer übereinandergelegter Energiecurven gegeben mit einem der Formel folgenden Curvenzug; drittens stelle ich eingehende Berechnungen von λ_m durch λ_1 und λ_2 nach Fl. IVb zusammen. Da dieses Beweismaterial nur ein geringer Theil des zur Verfügung stehenden ist, und da es nicht möglich ist, für die oft beträchtlichen Abweichungen stets Erklärungen hinzuzufügen, so wird der Leser schwerlich in demselben Maasse von der Gültigkeit des Gesetzes IV überzeugt, wie der Berechner des gesammten Beobachtungsmateriales, über dessen Resultate dann schliesslich nur eine Tabelle Auskunft giebt.

Trotzdem die isochromatischen Linien wegen der nicht angebrachten Correction auf unendlich schmalen Spalt und Bolometerstreifen nicht ganz fehlerfrei sind, und trotzdem nach der Erweisung der übrigen Gesetze mit Nothwendigkeit auch Fl. V folgt, sodass die Verwerthung der beobachteten Isochromatics nicht nothwendig wäre, möchte ich doch auch die Beobachtungspunkte der isochromatischen Linien wenigstens in einer graphischen Darstellung reproduciren, da dieselben unabhängig von den Energiecurven beobachtet worden sind.

Resultate der Beobachtungen an Kupferoxyd.

Das Kupferoxyd befand sich auf der einen Seitenfläche des doppelten Platinbleches. Man erzeugte auf dieser Fläche einen electrolytischen Ueberzug von Kupfer, der durch Glühen an der Luft in Oxyd verwandelt wurde. Die Dicke der Oxydschicht war so gross, dass die Fläche matt schwarzbraun erschien, und vom Platin nichts mehr hindurchschimmerte. Die Messungen geschahen mit verschiedenen Oxydüberzügen, die wohl kaum die gleiche Dicke hatten, ergaben aber stets die gleichen Resultate, wenn das Kupferoxyd längere Zeit an der Luft geglüht hatte, sodass es möglichst vollständig in Oxyd verwandelt war.

Tabelle I.

Bestimmung einiger Werthe von λ_m durch λ_1 und λ_2
nach Fl. IVb.

Energiecurve 127° C.

log λ_1 beob.	0,7473	0,7220	0,7038	0,6878	0,6635
log λ_2 beob.	0,8744	0,9008	0,9217	0,9410	0,9748
log λ_m ber.	0,8095	0,8085	0,8083	0,8081	0,8100

Mittel aus den 4 ersten Bestimmungen log $\lambda_m = 0,8086$, $\lambda_m = 6,436 \mu$.

Energiecurve 137° C.

log λ_1 beob.	0,7385	0,7133	0,6943	0,6777	0,6508
log λ_2 beob.	0,8562	0,8825	0,9033	0,9228	0,9563
log λ_m ber.	0,7957	0,7950	0,7946	0,7947	0,7974

Mittel aller log $\lambda_m = 0,7949$, $\lambda_m = 6,236 \mu$.

Energiecurve 236° C.

log λ_1 beob.	0,6605	0,6298	0,6097	0,5932	0,5782	0,4862
log λ_2 beob.	0,7410	0,7755	0,7990	0,8180	0,8352	0,9580
log λ_m ber.	0,7006	0,7006	0,7007	0,7009	0,7005	0,7009

Mittel aller log $\lambda_m = 0,7007$, $\lambda_m = 5,020 \mu$.

Energiecurve 454° C.

log λ_1 beob.	0,5092	0,4785	0,4386	0,4127	0,3913	0,3417	0,2686
log λ_2 beob.	0,5963	0,6265	0,6676	0,6963	0,7222	0,7900	0,8996
log λ_m ber.	0,5522	0,5500	0,5485	0,5468	0,5452	0,5469	0,5465

Mittel aller log $\lambda_m = 0,5480$, $\lambda_m = 3,532 \mu$.

Energiecurve 533° C.

$\log \lambda_1$	beob.	0,4560	0,4258	0,4057	0,3896	0,3632	0,3424	0,3248
$\log \lambda_2$	beob.	0,5673	0,5958	0,6156	0,6325	0,6642	0,6902	0,7120
$\log \lambda_m$	ber.	0,5098	0,5073	0,5065	0,5054	0,5050	0,5047	0,5039
$\log \lambda_1$	beob.	0,2522	0,1882	Mittel aus den 7 ersten Bestimmungen				
$\log \lambda_2$	beob.	0,8105	0,9040					
$\log \lambda_m$	ber.	0,5018	0,4981					

0,5062, $\lambda_m = 3,215$

Energiecurve 711° C.

$\log \lambda_1$	beob.	0,3605	0,3365	0,3185	0,3022	0,2883	0,2757
$\log \lambda_2$	beob.	0,4875	0,5142	0,5360	0,5524	0,5687	0,5835
$\log \lambda_m$	ber.	0,4219	0,4219	0,4229	0,4216	0,4210	0,4204
$\log \lambda_1$	beob.	0,1844	0,1138	0,0404	Mittel der 5 ersten Bestimmungen $\lambda_m = 0,4219$, $\lambda_m = 2,642$		
$\log \lambda_2$	beob.	0,6995	0,8012	0,9140			
$\log \lambda_m$	ber.	0,4168	0,4131	0,4062			

Energiecurve 914° C.

$\log \lambda_1$	beob.	0,3020	0,2828	0,2585	0,2256	0,2128	0,2003	0,1779
$\log \lambda_2$	beob.	0,3878	0,4072	0,4332	0,4725	0,4897	0,5050	0,5340
$\log \lambda_m$	ber.	0,3439	0,3437	0,3424	0,3429	0,3438	0,3438	0,3441
$\log \lambda_1$	beob.	0,1580	0,1398	0,1234	0,0823	0,0479	0,9985	— 1
$\log \lambda_2$	beob.	0,5577	0,5802	0,6017	0,6596	0,7118	0,7970	
$\log \lambda_m$	ber.	0,3427	0,3414	0,3409	0,3395	0,3384	0,3382	

Mittel aus den 8 ersten Bestimmungen $\log \lambda_m = 0,3434$, $\lambda_m = 2,205$.

Wird λ_m aus weit voneinander entfernten Werthen λ_1 und λ_2 berechnet, so ergibt sich im allgemeinen ein etwas kleinerer Werth. Die Abweichung erscheint aber nicht beträchtlich, wenn man bedenkt, dass erstens λ_1 dann bereits in das Gebiet des ansteigenden Astes fällt, welches wegen diffusen Lichtes zu hoch liegt, und dass dann zweitens λ_2 dem Gebiet der Prismenabsorption angehört.

Wenn der absteigende Ast nicht beobachtet war, oder, wie bei den Curven niederster Temperatur mit seinem grössten Theile in das Gebiet der nicht genügend sicher corrigirbaren Prismenabsorption fiel, bestimmte man λ_m unter der Voraussetzung, dass alle Energiecurven in logarithmischer Darstellung congruent seien, durch Vergleich mit einer mittleren, oder, was auf dasselbe herauskommt, mit der theoretischen Curve, welche nach Fl. IVa mit einem mittleren Werthe von

α berechnet wurde, d. h. man berechnete aus mehreren Punkten des ansteigenden Astes aus $\log J$, $\log J_m$, $\log \lambda$ und α nach Fl. IVa $\log \lambda_m$. Z. B. berechnete man aus dem ansteigenden Aste der Curve 137° allein in folgender Weise einen Werth von $\log \lambda_m$. Mit dem Werthe $\alpha = 5,609$ berechnete man nach Fl. IVa für $\log \lambda/\lambda_m = -0,05$, $-0,10$ etc. die zugehörigen Werthe $\log J_m/J$, dann suchte man in der Curve dasjenige $\log \lambda$, für welches $\log J_m/J$ den berechneten Werth hat und verminderte dies $\log \lambda$ um $\log \lambda/\lambda_m$.

Tabelle Ia.

137° C.

$\log \lambda/\lambda_m$	-0,050	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
$\log J_m/J$ ber.	0,0168	0,0698	0,1636	0,3030	0,4937	0,7417	1,0542
$\log \lambda$ abgel.	0,7425	0,6945	0,6432	0,5948	0,5439	0,4953	0,4440
$\log \lambda_m$	0,7925	0,7945	0,7932	0,7948	0,7939	0,7953	0,7940

Mittel $\log \lambda_m = 0,7940$ Aus der früheren Berechnung folgte: $\log \lambda_m = 0,7949$

Mittel 0,7945

 $\lambda_m = 6,230$.

Die folgende Tab. II enthält aus verschiedenen graphisch aufgetragenen Energiecurven für verschiedene Werthe von $\log \lambda/\lambda_m$ interpolirte Werthe von $\log J_m/J$ und die Werte von α , welche nach Fl. IVa daraus berechnet sind.

Fig. 1 sind die Beobachtungspunkte einiger Energiecurven von Kupferoxyd mit ausgelassenen Absorptionsstellen über einander gezeichnet: ähnlich wie in Fig. 2 der I. Mittheilung für Eisenoxyd. Die ausgezogene Curve ist die der Fl. IVa folgende für den Werth $\alpha = 5,609$, die gestrichelte für den Werth $\alpha = 5,000$. Mit Ausnahme des letzten Ende des ansteigenden Astes, der, wie p. 662 ausgeführt, infolge von diffusum Licht zu hoch liegen kann, folgen die Punkte der ausgezogenen Linie, und die noch vorhandenen Abweichungen können wohl auf Rechnung von Fehlern der Beobachtung oder von nicht corrigirten Störungen gesetzt werden, da sie in keinem Zusammenhange mit der Temperatur stehen. Dasselbe geht hervor aus der Zusammenstellung Tab. III der Werthe α , welche aus den einzelnen Energiecurven nach Gleichung IVa gewonnen sind. Tab. III enthält in jeder Horizontalreihe die Resultate, die

Tabelle II.

$\log \lambda / \lambda_m$	137° C.		236°		454°		533°		711°		914°		$\log J_m / J$ theoretisch (Fl. IV a)	
	$\log J_m / J$	α	$\log J_m / J$	α	$\log J_m / J$	α	$\log J_m / J$	α	$\log J_m / J$	α	$\log J_m / J$	α	$\alpha = 5,609$	$\alpha = 5,000$
+0,50													1,1389	1,0153
0,45							0,985	5,80	1,1325	5,58	0,913	5,38	0,9524	0,8480
0,40							0,8085	5,80	0,7705	5,56	0,7505	5,41	0,7775	0,6930
0,35					0,634	5,78	0,6345	5,78	0,607	5,53	0,6000	5,47	0,6153	0,5485
0,30					0,485	5,82	0,4885	5,80	0,4605	5,52	0,458	5,49	0,4676	0,4169
0,25			0,3425	5,72	0,357	5,96	0,347	5,79	0,334	5,57	0,3315	5,53	0,3362	0,2987
0,20			0,230	5,79	0,242	6,09	0,2275	5,73	0,2255	5,68	0,2200	5,54	0,2229	0,1987
0,15	0,1275	5,50	0,136	5,87	0,141	6,08	0,1315	5,68	0,132	5,70	0,1330	5,74	0,1300	0,1159
0,10	0,0595	5,57	0,0625	5,85	0,061	5,71	0,057	5,34	0,058	5,48	0,063	5,90	0,0599	0,0534
+0,05	0,014	5,1	0,015	5,4	0,014	5,1	0,013	4,7	0,0155	5,6	0,015	5,4	0,0155	0,0139
-0,05	0,0155	5,2	0,016	5,3	0,019	6,3	0,019	6,3	0,0175	5,8	0,018	6,0	0,0168	0,0150
0,10	0,0695	5,58	0,072	5,78	0,074	5,95	0,068	5,46	0,0715	5,74	0,0735	5,90	0,0698	0,0623
0,15	0,160	5,49	0,1635	5,61	0,172	5,90	0,160	5,48	0,1610	5,52	0,1665	5,71	0,1636	0,1459
0,20	0,303	5,61	0,310	5,74	0,315	5,83	0,2985	5,53	0,2885	5,34	0,291	5,38	0,3030	0,2701
0,25	0,491	5,58	0,505	5,74	0,509	5,78	0,478	5,43	0,4490	5,10	0,457	5,19	0,4937	0,4401
0,30	0,745	5,63	0,750	5,67	0,731	5,53	0,699	5,29	0,6615	5,00	0,673	5,09	0,7417	0,6612
0,36	1,049	5,58	1,056	5,62	0,992	5,28	0,966	5,14	0,9195	5,00	0,9615	5,12	1,0542	0,9397
0,40	1,378	5,37	1,435	5,59	1,278	4,96	1,235	4,81	1,2165	4,74	1,311	5,11	1,4394	1,2831
-0,45					1,580	4,65	1,518	4,47	1,5445	4,55	1,7245	5,08	1,9055	1,6986
Mittel 5,55						5,67				5,52				
										5,45				
										5,38				
											5,46			

aus einer Energiecurve folgen: die Temperatur in Celsiusgraden und Graden absoluter Temperatur, die Temperatur des Schirmes T_1 , die Wellenlänge λ_m , das Product $\lambda_m \times$ absoluter Temperatur, dann Werthe von α , welche berechnet sind einmal mit Ausschluss des äussersten Endes des ansteigenden Astes und zweitens mit Berücksichtigung aller Punkte für diejenigen Curven, für welche die Beobachtungen über ein weites Gebiet der Wellenlängen ausgedehnt waren. Schliesslich ist die Intensität J_m des beobachteten Maximums der Energie aufgeführt und zwar reducirt für alle Curven auf gleiche Empfindlichkeit. Neben den beobachteten J_m stehen Werthe von J_m , welche nach Fl. III berechnet sind, mit den Constanten:

$$c' = 6,918 \times 10^{-16}, \quad \alpha = 5,5601.$$

Aus den Energiecurven folgt als Mittel der α , wenn das letzte Ende des ansteigenden Astes unberücksichtigt bleibt 5,618, mit Berücksichtigung desselben 5,552. Da die Genauigkeit, mit der dieser Werth α bestimmt ist, weit hinter der Genauigkeit zurücksteht, mit der der Werth durch die Intensitäten der Maxima nach Fl. III bestimmt ist, schliessen wir nur, dass der Werth von α aus den Energiecurven identisch ist mit dem nach Fl. III bestimmten und nehmen den letzteren zur Constantenbestimmung an.

Aus Tab. III ist ersichtlich, dass das Product $\lambda_m \times T$ sehr nahe constant ist. Die Annäherung an die Constanz ist jedenfalls bedeutend grösser als für Eisenoxyd. Für die höchsten Temperaturen scheint der Werth ein wenig grösser zu sein. Wir können für Kupferoxyd kein besseres Gesetz aufstellen als Fl. II und erhalten als Mittelwerth der einwandfreien Energiecurven

$$c = 2562.$$

Mit den angeführten Zahlenwerthen von c' , α und c berechnet man nach den Fln. IIa und IIIa folgende Werthe der Constanten c_2 und c_1 der Fl. I:

$$c_2 = c \cdot \alpha = 2562 \times 5,5601 = 14\,245$$

$$c_1 = c' \times (c \cdot e)^a = 6,918 \times 10^{-16} (2562 \times 2,7183)^{5,5601} = 1\,611\,000,$$

dazu tritt in die Fl. I als Werth für α 5,5601. Mit diesen

Tabelle III.
Resultate für Kupferoxyd.

°C.	abs. Temp.	T_1	λ_m beob.	$\lambda_m \cdot T$ abs.	Aus d. Energiecurve			Aus der Energiecurve			J_m beob.	J_m ber.
					α	berechnet von λ/λ_m	bis λ/λ_m	α	berechnet von λ/λ_m	bis λ/λ_m		
87	360	17,3	7,110	2560	5,77	1,42	0,50	5,77	1,42	0,50	0,108	0,113
127	400	15,3	6,436	2575	5,54	1,42	0,50	5,54	1,42	0,50	0,198	0,203
131	404	17,5	6,289	2541	5,62	1,26	0,45	5,62	1,26	0,45	0,211	0,215
137	410	16,0	6,230	2555	5,54	1,42	0,40	5,54	1,42	0,40	0,228	0,233
155	428	10,7	5,873	2513	5,57	1,12	0,56	5,57	1,12	0,56	0,286	0,296
164a	437	14,6	5,767	2521	5,28	1,13	0,40	5,28	1,13	0,40	0,321	0,332
164b	437	12,4	5,787	2530	5,47	1,13	0,63	5,47	1,13	0,63	0,326	0,332
164c	437	16,5	5,897	2578	5,58	1,12	0,45	5,58	1,12	0,45	0,329	0,332
175a	448	16,7	5,721	2564	5,74	1,58	0,40	5,74	1,58	0,40	0,387	0,381
175b	448	17,2	5,787	2593	5,52	1,13	0,56	5,52	1,13	0,56	0,376	0,381
174	447	10,4	5,635	2519	5,70	1,0	0,63	5,70	1,0	0,63	0,373	0,377
193	466	12,3	5,411	2522	5,68	1,0	0,63	5,68	1,0	0,63	0,469	0,475
202	475	17,2	5,311	2523	5,56	1,78	0,40	5,56	1,78	0,40	0,528	0,529
219	492	12,0	5,115	2516	5,55	1,00	0,63	5,55	1,00	0,63	0,644	0,643
236	509	17,5	5,020	2555	5,67	1,78	0,40	5,67	1,78	0,40	0,807	0,775
248	521	16,4	4,938	2572	5,67	1,26	0,63	5,67	1,26	0,63	0,904	0,893
253	526	12,6	4,784	2517	5,69	1,13	0,71	5,69	1,13	0,71	0,941	0,931
255	528	17,1	4,773	2520	5,72	1,26	0,45	5,72	1,26	0,45	0,964	0,951
286	559	16,9	4,668	2609	5,68	1,26	0,63	5,68	1,26	0,63	1,33	1,31
288	561	15,7	4,529	2535	5,63	1,00	0,70	5,63	1,00	0,70	1,35	1,33
317	590	12,6	4,305	2541	5,05	1,00	0,71	5,05	1,00	0,71	1,79	1,77

328	601	16,7	4,223	2538	5,93	1,58	0,45	5,74	1,58	0,32	2,02	1,96
338	611	15,7	4,194	2563	5,56	1,00	0,70				2,17	2,14
335	628	16,9	4,122	2589	5,79	2,24	0,45	5,61	2,24	0,32	2,55	2,50
364	637	15,4	3,950	2516	5,74	1,58	0,50				2,74	2,70
388a	661	15,1	3,873	2560	5,69	1,00	0,56				3,42	3,32
388b	661	10,9	3,894	2574	5,62	2,24	0,45	5,45	2,24	0,32	3,38	3,32
389	662	16,4	3,875	2565	5,80	1,78	0,45	5,62	1,78	0,32	3,47	3,34
397	670	12,1	3,819	2560							3,60	3,57
405a	678	15,6	3,777	2561	5,61	1,26	0,56				3,90	3,82
405b	678	14,9	3,776	2560							3,84	3,82
437	710	16,0	3,582	2543	5,68	1,12	0,63				4,95	4,94
454	727	16,9	3,532	2567	5,74	2,24	0,45	5,52	2,24	0,32	5,77	5,63
500	773	16,5	3,328	2573	5,69	1,12	0,71				7,91	7,91
533	806	17,0	3,215	2585	5,56	2,82	0,45	5,45	2,82	0,36	10,1	9,99
625	898	17,4	2,905	2610	5,68	1,41	0,63				17,9	18,2
711	984	17,3	2,642	2600	5,47	3,16	0,45	5,38	3,16	0,36	30,1	30,4
727	1000	10,7	2,553	2553	5,43	1,26	0,80				32,7	33,1
768	1041	17,4	2,512	2615	5,49	3,16	0,45	5,38	3,16	0,36	40,4	41,4
862	1135	11,9	2,303	2614	5,64	1,0	0,80				66,0	67,0
866	1139	11,1	2,273	2589	5,65	1,12	0,71				67,0	68,4
888	1161	17,7	2,265	2630	5,38	3,55	0,45	5,31	3,55	0,36	74,8	76,0
914	1187	16,5	2,205	2617	5,51	2,82	0,45	5,46	2,82	0,45	84,3	85,9
			Mittel:	2562	5,618							
Mit neu aufgetragenen und nicht vollständig in Oxyd verwandeltem Kupfer wurden gemessen:												
265	538	16,9	4,596	2473	5,57	1,12	0,71				1,07	1,06
323	596	17,1	4,198	2502	5,6	1	0,80				1,87	1,86
376	649		3,863	2507	5,77	2,51	0,45	5,68	2,51	0,36	3,07	2,99
Geschmolzen war das Kupferoxyd bei folgender Messung:												
1103	1376	16,9	1,942	2672	5,28	1,12	0,70				182	195

Constanten giebt Fl. I eine Annäherung an die Beobachtungen, welche wohl meistens innerhalb der zuzugebenden Fehler liegt.

Die Beobachtungen der isochromatischen Linien ergaben für Kupferoxyd die folgenden Resultate, bei deren Betrachtung das p. 665 Gesagte zu berücksichtigen ist. Erstens sind in Fig. 2 die Beobachtungspunkte der isochromatischen Curven wiedergegeben.¹⁾ Da diese Curven (nach V) gerade Linien sein sollten, ist durch die Punkte jeder Curve so gut wie möglich eine gerade Linie gezogen, wie aus der Zeichnung ersichtlich ist. Durch die Gleichungen dieser geraden Linien gewann man Werthe von γ_1 und γ_2 der Fl. V und aus ihnen nach den Fln. Va und Vb Werthe von c_2 und c_1), welche in folgender Tab. IV enthalten sind.

Tabelle IV.

Resultate der isochromatischen Curven des Kupferoxyds.

$\lambda(\mu)$	$\log \lambda$	γ_1	γ_2	c_2	α	c_1
7,764	0,8901	1,2726	810,2	14 485	5,655	1 666 000
6,252	0,7960	1,8063	1006,7	14 492	5,657	1 707 000
4,586	0,6614	2,5458	1355,4	14 311	5,587	1 672 000
3,1175	0,4938	3,4163	1952,0	14 014	5,4709	1 453 000
2,241	0,3504	4,208	2713	14 000	5,465	1 435 000
1,122	0,0500	5,235	4646	12 000	4,686	325 800

Mit Ausnahme der letzten Curve $\lambda = 1,122 \mu$ ergeben diese Curven Werthe von c_2 und c_1 , welche mit den genaueren endgültigen Werthen ziemlich gut übereinstimmen. Es ergibt sich ohne Berücksichtigung der Curve $\lambda = 1,122 \mu$, welche sich auf das Gebiet des ansteigenden Astes bezieht (vgl. das p. 665 Gesagte): als Mittel der c_2 14 260, der c_1 1 587 000, während die genaueren Werthe sind: 14 245 und 1 611 000.

Aus jedem Werth von c_2 kann nach Fl. IIa unter Hinzunahme des Mittels von c ein Werth von α berechnet werden, der in der Tabelle mit aufgeführt ist. Das Mittel der α ist aus den fünf einwandfreien Curven 5,567, während der genaue Werth nach Obigem 5,560 beträgt. Dass diese Mittelwerthe

1) Für die Curven $\lambda = 1,122, 2,241, 3,118, 4,586 \mu$ entsprechen die verschieden bezeichneten Punkte verschiedenen Beobachtungsreihen, für die Curven 6,252 und 7,764 μ sind die Punkte aller Beobachtungsreihen innerhalb der Curve gleich bezeichnet.

2) Zur Berechnung von c_1 ist der Werth $\alpha = 5,560$ genommen.

der Resultate aus den fünf ersten isochromatischen Curven so gut mit den an den Energiecurven gewonnenen übereinstimmen, liegt zum Theildaran, dass die vier ersten isochromatischen Curven durch die Correction wegen der Breite des Spaltes und des Bolometerstreifens kaum merklich geändert werden, und die Aenderungen der fünften noch geringe sind. Diese Correction würde die sechste isochromatische Linie ($1,122 \mu$) soweit ändern, dass γ_2 einen Werth von etwa 5300 erhielte, was zu $c_2 = 13\,700$ führte, in naher Uebereinstimmung mit den Resultaten der übrigen Curven. Die Abweichung dieser isochromatischen Linie dürfte daher zum grössten Theil verschwinden, wenn die Correction genau angebracht würde, und die dann etwa noch vorhandene Abweichung dürfte durch diffuses Licht grösserer Wellenlänge verursacht sein.

War das Kupfer der strahlenden Schicht nicht genügend oxydirt, wie bei den Energiecurven 265° , 323° , 376° C., welche der Tab. III angehängt sind, so erhielt man ein etwas kleineres λ_m und folglich einen etwas kleineren Werth von c . Das Resultat der Energiecurve 1103° C. mit flüssigem Kupferoxyd erlaubt keinen Schluss, weil das geschmolzene Oxyd während der Messungsreihe an dem senkrecht stehenden Platinblech herunterfloss und dadurch Störungen verursachte.

Resultate der Beobachtungen an Lampenruss.

Ein 2facher oder 4facher¹⁾ blanker Platinstreif wurde auf der dem Spalte zugekehrten Fläche über einer Petroleumlampe möglichst gleichmässig berusst, sodass der bräunliche Schimmer, den schwach berusste Flächen im reflectirten Lichte zeigen, völlig verschwunden war, und die Schicht schwarz erschien. Bei einer der Energiecurven befand sich unter der Russschicht noch eine Schicht Kupferoxyd, bei einer anderen eine Schicht Eisenoxyd. Solche Umstände, sowie Verschiedenheiten in der Dicke der Russschicht, welche vor jedem Versuche frisch erzeugt wurde, liessen keine Verschiedenheiten in den Resultaten bemerken, solange die Russschicht nicht übermässig dick war. In diesem Falle war die Temperatur der strahlenden Oberfläche niedriger, als das ins Innere der Platinbleche ragende

1) F. Paschen, Wied. Ann. 49. p. 57. 1893.

Thermoelement angab. Störungen traten ein, wenn die Russchicht sich lockerte und nicht mehr fest am Platin haftete. Dann erzeugten die Strahlungen keine constanten Galvanometerausschläge. Auch in diesem Falle entsprachen die Strahlungserscheinungen einer niederen Temperatur, als vom Thermoelemente angezeigt wurde. Bei Temperaturen über 400°C . brannte der Russ während der Messung allmählich fort. Dies zeigte sich dadurch, dass die Temperatur des Platinstreifens allmählich stieg, trotzdem aber die Strahlungsintensität einer grösseren Wellenlänge sank, weil Platin überall im Spectrum bei gleicher Temperatur eine erheblich geringere Intensität ausstrahlt als Russ, und weil für längere Wellenlängen das Platin erst bei ausserordentlich viel höheren Temperaturen dieselbe Intensität emittirt, wie Russ.¹⁾ Oft löste sich die Russchicht, während sie fortbrannte, theilweise vom Platin los. Bei den Messungen für Temperaturen über 400°C . suchte man diese Störungen durch schnelles Experimentiren zu verkleinern. Die Sicherheit der gewonnenen Resultate ist für die niederen Temperaturen eine grössere.

Tabelle V.

Bestimmungen von λ_m nach Fl. IVb.Curve 296°C .

$\log \lambda_1$	beob.	0,6305	0,6221	0,6145	0,6075	0,6013	0,5705	0,5405	0,5177
$\log \lambda_2$	beob.	0,6990	0,7065	0,7165	0,7245	0,7310	0,7641	0,8015	0,8305
$\log \lambda_m$	ber.	0,6647	0,6633	0,6644	0,6644	0,6644	0,6638	0,6646	0,6648

 $\log \lambda_1$ beob. 0,4983 0,4815 0,4385 $\log \lambda_2$ beob. 0,8560 0,8790 0,9378 $\log \lambda_m$ ber. 0,6649 0,6651 0,6645Mittel aus den 7 ersten Bestimmung $\log \lambda_m = 0,6642$, $\lambda_m = 4,616 \mu$.Curve 171°C .

$\log \lambda_1$	beob.	0,7018	0,6779	0,6597	0,6438	0,6177	0,5977
$\log \lambda_2$	beob.	0,8320	0,8575	0,8792	0,8975	0,9292	0,9564
$\log \lambda_m$	ber.	0,7650	0,7645	0,7648	0,7643	0,7642	0,7647

Mittel $\log \lambda_m = 0,7646$, $\lambda_m = 5,816 \mu$.

Durch Vergleichung der Beobachtungspunkte des ansteigenden Astes mit der theoretischen Curve ($\alpha = 5,609$) ergab sich $\log \lambda_m = 0,7642$.

Das Mittel beider Bestimmungen ist $\log \lambda_m = 0,7644$, $\lambda_m = 5,813 \mu$.

1) Vgl. Tab. XIX p. 706.

Curve 368^a C.

$\log \lambda_1$ beob.	0,5920	0,5820	0,5741	0,5688	0,5602	0,5442
$\log \lambda_2$ beob.	0,6430	0,6570	0,6670	0,6735	0,6815	0,6965
$\log \lambda_m$ ber.	0,6175	0,6185	0,6200	0,6197	0,6192	0,6185
$\log \lambda_1$ beob.	0,5240	0,4708	0,4322	0,4022	0,3758	0,3413
$\log \lambda_2$ beob.	0,7182	0,7870	0,8375	0,8805	0,9184	0,9687
$\log \lambda_m$ ber.	0,6175	0,6195	0,6193	0,6196	0,6193	0,6179

Mittel aus den ersten 7 Bestimmungen $\log \lambda_m = 0,6187$, $\lambda_m = 4,157 \mu$.

Curve 420^a C.

$\log \lambda_1$ beob.	0,5598	0,5510	0,5435	0,5375	0,5210	0,5069
$\log \lambda_2$ beob.	0,6192	0,6310	0,6395	0,6465	0,6668	0,6802
$\log \lambda_m$ ber.	0,5891	0,5906	0,5905	0,5910	0,5919	0,5905
$\log \lambda_1$ beob.	0,4885	0,4595	0,4360	0,3982	0,3517	0,2962
$\log \lambda_2$ beob.	0,7003	0,7350	0,7617	0,8102	0,8717	0,9561
$\log \lambda_m$ ber.	0,5898	0,5900	0,5887	0,5880	0,5861	0,5851

Mittel aus den 7 ersten Bestimmungen $\log \lambda_m = 0,5905$, $\lambda_m = 3,895 \mu$.

Curve 127^a C. Maximumbestimmung durch Vergleich mit der theoretischen Curve ($\alpha = 5,659$ vgl. p. 671).

$\log \lambda / \lambda_m$	+0,15	+0,10	+0,05	-0,05	-0,10	-0,15	-0,20
$\log J_m / J$ ber.	0,1300	0,0599	0,0155	0,0168	0,0698	0,1636	0,3030
$\log \lambda$ abgel.	0,9560	0,9065	0,8543	0,7578	0,7083	0,6585	0,6082
$\log \lambda_m$	0,8060	0,8065	0,8043	0,8078	0,8083	0,8085	0,8082
$\log \lambda / \lambda_m$	-0,25	-0,30	-0,35	-0,40	-0,45	-0,50	
$\log J_m / J$ ber.	0,4937	0,7417	1,0542	1,4393	1,9055	2,4628	
$\log \lambda$ abgel.	0,5537	0,5042	0,4605	0,4138	0,3624	0,3063	
$\log \lambda_m$	0,8037	0,8042	0,8105	0,8138	0,8124	0,8063	

Mittel $\log \lambda_m = 0,8077$, $\lambda_m = 6,423 \mu$.

Graphische Zeichnung der Beobachtungspunkte einiger übereinander gelegter Energiecurven des Russes Fig. 3. Die Zusammenstellung der Resultate in Tabelle VII ist genau so angeordnet wie in Tabelle III für CuO. Es folgt als Mittelwerth

$$c = 2623.$$

Für die Werthe J_m ber. gilt die Fl. III mit folgenden Constanten:

$$c' = 7,860 \times 10^{-16} \quad \alpha = 5,5279.$$

Tabelle VI.

$\log \lambda / \lambda_m$	Curve 127°		171°		296°		368° α		420°		$\log J_m / J$ theoretisch	
	$\log J_m / J$	α	$\log J_m / J$	α	$\log J_m / J$	α	$\log J_m / J$	α	$\log J_m / J$	α	$\alpha = 5,609$	$\alpha = 5,000$
+0,40											0,7775	0,6930
+0,35							0,6145	5,60	0,6280	5,73	0,6153	0,5485
+0,30							0,4640	5,57	0,4820	5,78	0,4676	0,4169
+0,25					0,3475	5,80	0,3350	5,59	0,3440	5,74	0,3362	0,2997
+0,20					0,2280	5,74	0,2255	5,68	0,2375	5,97	0,2229	0,1987
+0,15	0,1340	5,78	0,1285	5,55	0,1330	5,74	0,1340	5,78	0,136	5,87	0,1300	0,1159
+0,10	0,0610	5,71	0,0630	5,90	0,0620	5,81	0,064	5,99	0,063	5,90	0,0599	0,0534
+0,05	0,0175	6,3	0,0150	5,4	0,0155	5,6	0,015	5,4	0,0165	5,9	0,0155	0,0139
-0,05	0,0175	5,8	0,0180	6,0	0,0165	5,5	0,017	5,7	0,018	6,0	0,0168	0,0150
-0,10	0,0705	5,66	0,0725	5,82	0,0725	5,82	0,0715	5,74	0,073	5,86	0,0698	0,0623
-0,15	0,1650	5,66	0,1620	5,55	0,1695	5,81	0,1685	5,78	0,164	5,62	0,1636	0,1459
-0,20	0,3040	5,63	0,3025	5,60	0,3175	5,88	0,3065	5,67	0,299	5,53	0,3030	0,2701
-0,25	0,4780	5,43	0,4905	5,57	0,5075	5,77	0,4930	5,60	0,4695	5,34	0,4937	0,4401
-0,30	0,7225	5,46	0,7360	5,57	0,7585	5,70	0,7245	5,48	0,706	5,34	0,7417	0,6612
-0,35	1,0775	5,73	1,0530	5,62	1,0485	5,58	1,0075	5,36	0,994	5,29	1,0542	0,9397
-0,40	1,4925	5,82	1,4175	5,53	1,3870	5,41	1,3385	5,22	1,323	5,16	1,4394	1,2831
-0,45	1,9485	5,74	1,8475	5,44	1,7335	5,10	1,7115	5,04	1,690	4,96	1,9055	1,6986
-0,50					2,080	4,74	2,0985	4,78	2,038	4,64	2,4628	2,1953
-0,55											3,1222	2,7832
	Mittel 5,67		5,65		5,55		5,51		5,55			

Tabelle VII.
Resultate der Beobachtungen über die Strahlung des Russes.

Aus d. Energiecurve ber. Werth α										J_m		Platin	Bemerkungen
abs. T	T_1	λ_m \times Tabs.	λ/λ_m			λ/λ_m			J_m beob.	J_m ber.			
			α	von	bis	α	von	bis					
88	356	21,7	2594	5,60	1,13	0,36	5,60	1,13	0,36	0,0972	0,0999	2fach	λ_m durch Vgl. m. d. theor. Curve best.
127	400	23,7	2570	5,67	1,41	0,32	5,67	1,41	0,32	0,1887	0,1903	2fach	ebenso
171	444	15,8	2581	5,65	1,41	0,36	5,65	1,41	0,36	0,3388	0,3392	4fach	ebenso und Maximumbestimmung
196	459	23,7	2532	5,74	1,41	0,56	5,74	1,41	0,56	0,4075	0,4068	2fach	Vgl. m. d. theor. Crv. u. Maximumbest.
235	508	15,0	2585	5,61	1,26	0,40	5,61	1,26	0,40	0,7198	0,7135	4fach	Maximumbestimmung
279	552	23,3	2684	5,60	1,00	0,63	5,60	1,00	0,63	1,158	1,128	2fach	Vgl. mit theor. Curve
296	569	16,0	2626	5,62	1,59	0,36	5,55	1,59	0,32	1,375	1,335	4fach	Maximumbestimmung
335	608	22,8	2600	5,87	1,59	0,40	5,72	1,59	0,32	1,971	1,925	2fach	ebenso [Maximumbestimmung
348	621	10,4	2607	5,73	2,00	0,50	5,61	2,00	0,35	2,179	2,164	2fach	Kupferoxyd unter der Russchicht,
368a	641	23,5	2664	5,65	1,59	0,45	5,51	1,59	0,32	2,612	2,579	2fach	Maximumbestimmung
368b	641	16,8	2674	5,66	1,59	0,50	5,66	1,59	0,50	2,563	2,579	4fach	ebenso
370	643	14,8	2568	5,66	1,78	0,40	5,54	1,78	0,32	2,634	2,626	2fach	ebenso [Maximumbestimmung
372	645	15,0	2593	5,36	1,26	0,79	5,36	1,26	0,79	2,702	2,676	2fach	Eisenoxyd unter der Russchicht,
373	646	22,6	2650	5,52	1,0	0,71	5,52	1,0	0,71	2,737	2,694	2fach	Vgl. mit theor. Curve
374	647	21,6	2661	5,38	1,0	0,50	5,38	1,0	0,50	2,740	2,712	2fach	ebenso
377	650	14,7	2614	5,77	1,78	0,40	5,67	1,78	0,32	2,775	2,782	4fach	Maximumbestimmung
400	673	14,1	2600	5,67	1,59	0,63	5,49	1,75	0,35	3,341	3,376	2fach	ebenso
414	687	22,1	2558	5,58	1,78	0,36	5,58	1,78	0,36	3,742	3,788	2fach	ebenso
420	693	13,9	2695	5,68	1,78	0,40	5,55	1,78	0,32	3,997	3,966	4fach	ebenso
447	720	16,8	2699	5,61	1,78	0,80	5,61	1,78	0,80	4,860	4,902	4fach	ebenso
485	758	15,3	2675	5,57	1,78	0,40	5,52	1,78	0,36	6,329	6,507	4fach	ebenso
498	771	14,8	2689	5,62	2,00	1,00	5,62	2,00	1,00	7,278	7,168	4fach	Vgl. mit theor. Curve
505	778	14,8	2659	5,60	2,00	1,00	5,60	2,00	1,00	7,252	7,523	4fach	Maximumbestimmung

Dieser Werth von α ist identisch mit dem aus den Energiecurven berechneten und als der genauere für die Berechnung zu verwenden. Als Constanten c_2 und c_1 der Fl. berechnen sich dann folgende:

nach IIa $c_2 = 2623 \times 5,5279 = 14\,500$,

nach IIIa $c_1 = 7,860 \times 10^{-16} (2623 \times 2,7183)^{5,5279} = 1566\,000$.

dazu tritt $\alpha = 5,5279$.

Die beobachteten isochromatischen Curven finden sich mit den Beobachtungspunkten in Fig. 4a. Die durch die Beobachtungspunkte hindurchgelegten geraden Linien ergaben folgende Werthe von γ_1 und γ_2 der Fl. V, von c_2 nach Fl. Vb, von α nach Fl. IIa unter der Voraussetzung der berechneten c_2 und von $c = 2623$ und von c_1 nach Fl. Va unter der Voraussetzung von $\alpha = 5,528$.

Tabelle VIII.

λ_μ	$\log \lambda$	γ_1	γ_2	c_2	α	c_1
7,773	0,8906	1,2659	811,0	14 180	5,534	1 546 000
6,254	0,7962	1,7849	1007,8	14 510	5,534	1 536 000
4,586	0,6614	2,5372	1367,0	14 430	5,501	1 561 000
3,121	0,4943	3,3187	1924,7	13 830	5,273	1 206 000
2,262	0,3545	3,9054	2584,0	13 460	5,133	733 000

Für das Temperaturgebiet von 70°C. bis 500°C. , innerhalb welchem diese Isochromatics untersucht sind, gehören die Wellenlängen 2,262 und auch 3,121 μ noch dem ansteigenden Ast der Energiecurven an, der durch die Correction wegen der Breite des Spaltes und des Bolometerstreifens erhebliche Aenderungen erfahren würde. Die Wellenlänge 2,262 μ verhält sich für dies Temperaturgebiet ungefähr so, wie diejenige 1,1 μ für die Temperaturgebiete, innerhalb deren Kupferoxyd und Eisenoxyd untersucht sind. Durch schätzende Bestimmung der Correctur sah man, dass diese Curve durch sie eine stärkere Neigung erhält und ein γ_2 und c_2 ergibt, welches nicht mehr von den entsprechenden Werthen der anderen abweicht. Die isochromatische Curve 1,12 μ^1) konnte nicht mehr unter-

1) Die drei beobachteten Punkte der isochromatischen Curve 1,124 μ sind, wegen der Spaltbreite schätzungsweise corrigirt in der Fig. 4a mit aufgenommen. Unter der Voraussetzung von $\alpha = 5,133$ würde diese Linie die Neigung der dort gezeichneten Geraden haben.

sucht werden, da die Energie hier für die niederen Temperaturen zu gering war. Als Mittelwerthe aus den drei ersten isochromatischen Curven folgen die Werthe:

$$c_2 = 14\,370, \alpha = 5,523, c_1 = 1\,548\,000,$$

welche mit den genaueren, oben gefundenen genügend übereinstimmen.

Nach Fl. VIa muss die Gesamtstrahlung S des Russes proportional mit $T^{4.528}$ sein, da $\alpha - 1 = 4,528$ ist. Die von mir früher erlangten Resultate über die Gesamtstrahlung des Russes¹⁾ sind noch wegen der Gesamtstrahlung des Schirmes, die bei diesen Messungen als Nullpunkt der Strahlung galt, zu corrigiren. Da diese Messungen mit einem anderen Bolometer und an einer anderen Strahlungsmenge gemacht sind, für deren Reduction auf die analogen Verhältnisse bei den spectralen Messungen die experimentellen Daten fehlen, kann die Intensität der Gesamtstrahlung des Schirmes nicht durch Rechnung nach Fl. VIb gefunden werden, sondern es muss einer der zwei folgenden Wege zu ihrer Ermittlung eingeschlagen werden.

Erste Methode der Bestimmung der Gesamtstrahlung des Schirmes von 15°C. oder 288°abs. bei den früheren Messungen: die Gültigkeit der gefundenen Beziehungen vorausgesetzt, kommt es nach Fl. VI darauf an, denjenigen Factor B zu bestimmen, mit welchem das Product $J_m \times \lambda_m$ der aus den spectralen Messungen erlangten Werthe zu multipliciren ist, damit es gleich der früher beobachteten Gesamtstrahlung S wird. Diese Bestimmung kann mit Hülfe der bei höheren Temperaturen gemachten Messungen geschehen. Wie p. 708 gezeigt wird, können wir ferner für $T = 288^\circ \text{absolut}$ J_m und λ_m mit ausreichender Genauigkeit so bestimmen, dass wir diese aus den Gesetzen irgend eines der schwärzeren Körper extrapoliren. Es ergibt sich dann mit Hülfe des Factors B die Gesamtstrahlung des Schirmes von 288° bezogen auf die Empfindlichkeit etc. der Gesamtstrahlungsmessungen.

$\log T$	$\log J_m$	$\log \lambda_m$	$\log J_m \times \lambda_m$	$\log S^2)$	$\log B$
2,8839	0,836	0,5349	1,3709	2,7099	1,3390
2,8591	0,698	0,5597	1,2577	2,5973	1,3396

Mittel 1,3393

1) F. Paschen, Wied. Ann. 49. p. 66. 1893.

2) Diese Werthe sind bereits wegen S_{288° corrigirt.

Nach den für Russ gültigen spectralen Gesetzen extrapolirt man für $T = 288^{\circ}$, $\log T = 2,4594$,

$$\log J_m = 0,4904 - 2$$

$$\log \lambda_m = 0,9594$$

$$\log J_m \times \lambda_m = 0,4498 - 1$$

$$\log B = 1,3393$$

$$\log S_{288} = \log J_m \times \lambda_m \times B = 0,7891 \quad S_{288} = 6.153.$$

Für $T = 288,3$, der genauen Schirmtemperatur der früheren Messungen, folgt: $S_{288,3} = 6,16$.

Zweite Methode der Bestimmung von $S_{288,3}$: wenn die Gleichung $S = c'' T^{\epsilon}$ das Gesetz der Gesamtstrahlung ausdrückt, müssen die früher beobachteten Strahlungen s folgender Gleichung genügen:

$$s + S_{288,3} = c'' T^{\epsilon}.$$

Es würden sich also aus drei Beobachtungspunkten die drei Unbekannten $S_{288,3}$, c'' und ϵ ermitteln lassen. Auf einem Wege, der im wesentlichen durch diesen Gedankengang vorgezeichnet wurde, fand ich allein aus den früheren Beobachtungen $S_{288,3} = 6,25$ als diejenige Intensität, welche zu s addirt werden muss, damit $\log(s + S_{288,3})$ als Function von $\log T$ betrachtet, möglichst geradlinig verläuft.

Die überraschende Uebereinstimmung der zwei auf verschiedene Weise bestimmten Zahlen beruht zum Theil auf Zufall. Als Mittel aus beiden Zahlen habe ich 6,21 angenommen. Es ergibt sich dann aus meinen früheren Beobachtungen folgendes:

Gesamtstrahlung des Russes.

T abs.	351,3	373	423	473	523
s beob.	8,23	12,7	26,9	48,4	81,8
$s + S_{288,3}$ beob.	14,44	18,91	33,1	54,6	87,5
S ber.	14,49	19,01	33,6	55,6	88,1
T abs.	573	623	673	723	765,4
s beob.	126	186	269	389	506,2
$s + S_{288,3}$ beob.	132,2	192,2	275,2	395,2	512,4
S ber.	133,1	194,6	276,8	392,0	494,4

S ber. folgt der Fl. VIa mit den Constanten:

$$c'' = 4,208 \times 10^{-11} \quad a - 1 = 4,532.$$

Diese Constanten sind so berechnet, dass Fl. VIa sich möglichst an die beobachteten Werthe $s + S_{288,3}$ anschliesst. Der Werth $a - 1 = 4,532$ ist innerhalb der Beobachtungsfehler gleich dem Werth 4,528, der für $a - 1$ aus den Spectralmessungen folgt. Die Uebereinstimmung dieser zwei Werthe kann kaum einem Zufall zugeschrieben werden. In Fig. 4b finden sich erstens die beobachteten Werthe von $\log J_m$ als Function von $\log T$ aufgetragen, zweitens die wegen $S_{288,3}$ corrigirten beobachteten Werthe von $\log S$ als Function von $\log T$. Die geraden Linien entsprechen den Formeln.

Resultate der Beobachtungen an Kohlen, welche sich innerhalb oder ausserhalb einer Glashülle befanden.

Eine auf Platin niedergeschlagene Russschicht brennt in der Luft bei 400° C. langsam und bei 500° C. bereits ziemlich schnell fort. Setzt man sie ins Vacuum, so tritt ein neuer Uebelstand dadurch auf, dass sie bei höheren Temperaturen abblättert. Um die Strahlung der Kohle bei höherer Temperatur zu erzeugen, wandte ich darum eine Graphitschicht an, welche in freier Luft viel langsamer zerstört wird als Russ, und für deren vorzügliches Verhalten im Vacuum unsere Glühlampen zeugen. Die Versuchsanordnung war folgende (Fig. 5a und b p. 686). Durch einen Kork *K* wurden 2 dicke Kupferdrähte *C* geführt, welche in Platinblechhülsen *P* endigten. Bei *A* wurden zwei übereinander gelegte, ca. 6 mm breite Streifen von leitender Holzkohle mit Graphit und Theer eingekittet. In den Zwischenraum zwischen den Kohlestreifen war bei *a* die Schmelzstelle des Thermoelementes *Th* eingeführt, dessen Drähte ebenfalls den Kork *K* durchsetzten. Um die Kohlebänder zu präpariren, tauchte man sie sammt ihren Kittungen und dem zwischen ihnen eingeklemmten Thermoelement unter flüssiges Benzin und erhitze sie in langsamer Steigerung zur Roth-, Gelb- und Weissgluth. Dabei setzte sich eine graue, graphitartige Kohlenstoffschicht auf den Bändern ab, welche die Ungleichmässigkeiten der Kohlen ausglich und die Drähte des Thermoelementes befestigte. Zugleich härteten sich die Kittstellen, indem die flüchtigen Bestandtheile des Theers ausgetrieben wurden. War die Schicht genügend dick und gleichmässig, so schob man die ganze, durch den Kork *K* gehaltene Vorrichtung durch die untere Oeffnung

in das Innere der Glaskugel *G*, sodass die Kohlebänder sich im Mittelpunkt der Kugel vor der Röhre *R* befanden, welche durch ein vorgekittetes Flussspathfenster *F* verschlossen war. Der Kork wurde mit Siegelack umgeben und verkittet. Durch *f* stand die Kugel mit der Quecksilberluftpumpe in Verbindung. Man evacuirt unter beständigem Glühen der Kohle, bis diese nur noch wenig Gas abgab, und schmolz dann ab. Die aus

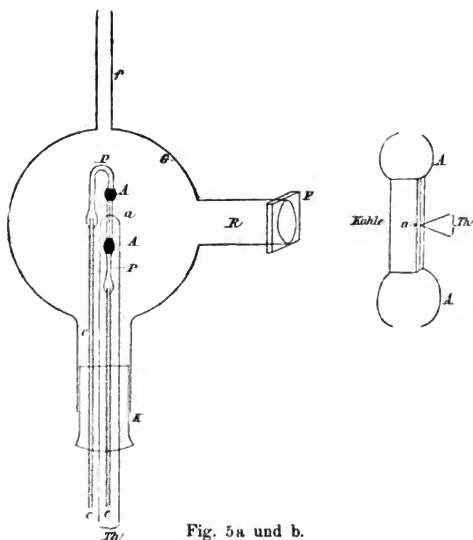


Fig. 5a und b.

dem Fenster austretende Strahlung wurde untersucht. Nach einigem Gebrauche musste die Glühlampe wieder von neuem evacuirt werden. Die Kohlen nutzten sich schneller durch längeres Weissglühen ab, als die Kohlen unserer Glühlampen; doch gelang es, sie so zu präpariren, dass eine Reihe von Messungen mit einer und derselben Kohle gemacht werden konnten, ehe sie abgenutzt war.

Die Drähte des Thermoelementes waren so fest eingebettet, dass der Erhitzungsstrom einen völlig konstanten Zweigstrom

durch den Kreis des Thermoelementes sandte, den man entweder durch Commutiren des Erhitzungstromes eliminirte, oder falls er zu beträchtlich war, durch ein besonderes Verfahren compensirte.

Sei K_1 (Fig. 6) der Kreis des Thermoelementes mit der Schmelzstelle S , und es entspreche der Zweigstrom in diesem Kreise einer Spannungsdifferenz p Volt zwischen den Punkten A und B , so bestand die Compensation darin, dass man mit einer Hülfskette E zwischen diesen Punkten denselben Spannungsunterschied mit umgekehrten Vorzeichen $-p$ herstellte. Die Hülfskette hatte 1—20 Volt Spannung und war durch zwei Widerstände ω_1 und ω_2 von zusammen 20 000 Ohm geschlossen. Von einem passenden Theile ω_1 dieses Widerstandes zweigte man zu den Punkten A und B ab und sorgte nur dafür, dass der Widerstand des Kreises K_2 gross war im Vergleich zu dem des Kreises K_1 , der bei ω' und ω'' Widerstände enthielt, weil anderenfalls grosse Correctionen an den Ausschlägen des Galvanometers G nöthig gewesen wären. Man veränderte die Widerstände ω_2 und ω_1 solange, bis beim Commutiren des Erhitzungstromes und zugleich des von der Kette E herrührenden Stromes der Ausschlag im Galvanometer G ungeändert blieb. Dieser Ausschlag entsprach dann allein dem Thermostrome und ergab die Temperatur bei S .

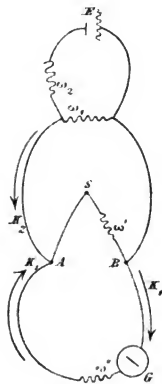


Fig. 6.

Wenn die Lampe längere Zeit mit Temperaturen von 1000° oder mehr glühte, schienen die Drähte sich zu lockern, sodass der Zweigstrom seine Constanz verlor, und die Temperaturmessungen mühsamer und ungenauer wurden. Zugleich begann dann auch die Zerstäubung der Graphitschicht.

Wenn man nicht sorgfältigst vermied, dass Benzindämpfe mit in die Glashülle gelangten, trat im Spectrum ein neuer Absorptionsstreifen auf, welcher so scharf wie der Kohensäurestreifen bei $4,3 \mu$ war und sein Maximum bei $3,45 \mu$ hatte. Diese Absorption muss ausserordentlich stark sein, denn ich erhielt bei einem Gasdruck von höchstens 5 mm Hg

und einer Schichtdicke von ca. 10 cm eine Absorption von ca. 15 Proc. im Maximum.

Von 7μ an musste ausser der Correction für die Absorption des Prismas noch eine besondere für die Absorption des Flussspathfensters vor der Glühlampe angebracht werden. Beide Correctionen wurden zusammen empirisch ermittelt in ähnlicher Weise, wie es in Anhang II gezeigt ist.

Messungen sind gemacht an vier verschiedenen Kohlestreifen in der Glühlampe, die als Kohle I, II, III, IV unterschieden sind. Von den Messungen an Kohle I theile ich nichts mit, da sie stark durch die Benzinabsorption gestört und noch mit einer mangelhaften Temperaturmessung ausgeführt waren. Mit Kohle II sind nur Energiecurven beobachtet, ebenso mit Kohle III. Die Intensitäten der verschiedenen Messungsreihen konnten mithin (vgl. I. Mittheilung p. 465 und hier p. 667) nur mittels der durch den Nebenschluss bestimmten Bolometerempfindlichkeit aufeinander bezogen werden. Bei Kohle II war die Temperaturmessung noch nicht befriedigend. Es wurde noch nicht darauf geachtet, dass im Kreise der Compensation K_2 ein sehr grosser Widerstand liege, sodass es möglich ist, dass die Temperaturen etwas zu niedrig gemessen sind. Erst von Kohle III an war auch hierfür Sorge getragen. Mit Kohle IV sind auch isochromatische Curven beobachtet; doch wurde es nöthig, zwischendurch die Kohle überzupräpariren. Demgemäss unterscheide ich Kohle IVa vor, und Kohle IVb nach der Präparirung. Die Isochromatics sind meist mit K IVb gemessen. Ihre Genauigkeit ist nicht gross. Sie können zur Reduction der Energiecurve von K IVa und IVb dienen. Schliesslich wurde der Kohlestreifen IVb aus der Glashülle herausgenommen und als Kohle IVc in freier Luft strahlend in Bezug auf seine Energiecurven untersucht.

Bei der Glühlampenordnung benutzte ich keine Linse und keinen Hohlspiegel, um die Strahlung auf den Spalt zu werfen, sondern begnügte mich mit einem schmalen Lichtbündel. Infolge dessen war es schwierig, niedere Temperaturen als 300° zu untersuchen.

Wegen der häufigen Aenderungen der Glühlampenordnung ist es nur möglich, einzelne Folgerungen der Emissionsformeln an diesen Beobachtungen genauer zu prüfen. Die

Endconstanten der Fl. I können nicht mit derselben Genauigkeit aus den Beobachtungen abgeleitet werden wie für die anderen Oberflächen.

Tabelle IX.

Bestimmungen von λ_m nach Fl. IVb.

Kohle IVb 343° C.

$\log \lambda_1$	0,5895	0,5555	0,5335	0,5008	0,4745	0,3637
$\log \lambda_2$	0,6695	0,7075	0,7324	0,7735	0,8064	0,9656
$\log \lambda_m$	0,6289	0,6292	0,6292	0,6297	0,6300	0,6305

Mittel $\log \lambda_m = 0,6296$, $\lambda_m = 4,262 \mu$.

Kohle II 528° C.

$\log \lambda_1$	0,4157	0,3973	0,3665	0,3432	0,3225	0,3064	0,2564
$\log \lambda_2$	0,5880	0,6110	0,6460	0,6762	0,7025	0,7270	0,8010
$\log \lambda_m$	0,4988	0,5000	0,4987	0,4992	0,4987	0,4997	0,5007

Mittel $\log \lambda_m = 0,4994$, $\lambda_m = 3,158 \mu$.

Kohle III 728° C.

$\log \lambda_1$	0,3543	0,3099	0,2822	0,2592	0,2225
$\log \lambda_2$	0,4863	0,5330	0,5693	0,6003	0,6508
$\log \lambda_m$	0,4187	0,4166	0,4182	0,4185	0,4191

 $\log \lambda_1$ 0,2064 0,1918 0,1783 0,1176 $\log \lambda_2$ 0,6738 0,6948 0,7152 0,8057 $\log \lambda_m$ 0,4192 0,4194 0,4194 0,4171Mittel $\log \lambda_m = 0,4185$, $\lambda_m = 2,621 \mu$.

Kohle IV a 873° C.

$\log \lambda_1$	0,2836	0,2430	0,2142	0,2017	0,1902
$\log \lambda_2$	0,4280	0,4765	0,5134	0,5296	0,5442
$\log \lambda_m$	0,3537	0,3548	0,3552	0,3554	0,3553

 $\log \lambda_1$ 0,1796 0,1694 0,1598 0,1503 $\log \lambda_2$ 0,5595 0,5724 0,5853 0,5976 $\log \lambda_m$ 0,3557 0,3554 0,3553 0,3550Mittel $\log \lambda_m = 0,3551$, $\lambda_m = 2,265 \mu$.

Kohle IV a 787° C.

$\log \lambda_1$	0,3127	0,2916	0,2736	0,2585	0,2456
$\log \lambda_2$	0,4726	0,4966	0,5168	0,5341	0,5507
$\log \lambda_m$	0,3899	0,3899	0,3895	0,3888	0,3890

 $\log \lambda_1$ 0,2333 0,2217 0,2116 0,2017 0,1925 $\log \lambda_2$ 0,5665 0,5817 0,5956 0,6083 0,6210 $\log \lambda_m$ 0,3891 0,3895 0,3895 0,3892 0,3894Mittel $\log \lambda_m = 0,3894$, $\lambda_m = 2,451 \mu$.

Kohle III 960° C.

$\log \lambda_1$	0,3005	0,2715	0,2501	0,1495
$\log \lambda_2$	0,3970	0,4258	0,4478	0,5675
$\log \lambda_m$	0,3478	0,3474	0,3454	0,3419
$\log \lambda_1$	0,1317	0,0731	0,0392	0,9922—1
$\log \lambda_2$	0,5897	0,6693	0,7225	0,8040
$\log \lambda_m$	0,3407	0,3375	0,3371	0,3366

Mittel aus den 6 ersten Bestimmungen $\log \lambda_1 = 0,3435$, $\lambda_m = 2,205 \mu$.

Kohle III 1206° C.

$\log \lambda_1$	0,2175	0,1593	0,0580	0,0252
$\log \lambda_2$	0,3135	0,3708	0,4921	0,5383
$\log \lambda_m$	0,2648	0,2610	0,2572	0,2568
$\log \lambda_1$	0,9862—1	0,9455—1	0,9208—1	0,8777—1
$\log \lambda_2$	0,5980	0,6696	0,7184	0,8084
$\log \lambda_m$	0,2568	0,2584	0,2601	0,2629

Mittel $\log \lambda_m = 0,2597$, $\lambda_m = 1,818 \mu$.

Tabelle X.

Zeichnung einiger Energiecurven der von der Glashülle umgebenen Kohle Fig. 7a, der Kohle ohne Glashülle Fig. 7b.

$\log \lambda / \lambda_m$	Kohle in der Glashülle					
	Kohle III 728°	Kohle III 1206°	Kohle IVb 342°	Kohle II 353°	Kohle II 528°	Kohle IVa 489°
	$\log J_m / J \alpha$	$\log J_m / J \alpha$	$\log J_m / J \alpha$	$\log J_m / J \alpha$	$\log J_m / J \alpha$	$\log J_m / J \alpha$
+0,55		1,1695 4,91				
+0,50		1,0005 4,93				
+0,45		0,8385 4,94				
+0,40	0,7135 5,15	0,6865 4,95				
+0,35	0,5725 5,22	0,5535 5,05			0,5725 5,22	
+0,30	0,4355 5,22	0,4160 4,99			0,4370 5,24	
+0,25	0,3150 5,26	0,3010 5,02				
+0,20	0,2110 5,31	0,2050 5,16				
+0,15	0,1255 5,42	0,1195 5,16	0,117 5,05	0,1195 5,15	0,1220 5,27	0,1165 5,03
+0,10	0,0585 5,48	0,0535 5,01	0,056 5,24	0,0530 4,96	0,0530 4,96	0,0545 5,11
+0,05	0,0155 5,6	0,0115 4,2	0,014 5,1	0,0115 4,2	0,0130 4,7	0,0140 5,0
-0,05	0,0165 5,5	0,0180 6,0	0,015 5,0	0,0150 5,0	0,0125 4,2	0,0145 4,9
-0,10	0,0650 5,22	0,0650 5,22	0,064 5,14	0,0615 4,94	0,0630 5,06	0,0620 4,98
-0,15	0,1550 5,31	0,1470 5,04	0,155 5,31	0,1485 5,09	0,1515 5,19	0,1430 4,90
-0,20	0,2775 5,32	0,2615 4,84	0,284 5,26	0,2775 5,14	0,2895 5,36	0,2645 4,90
-0,25	0,4620 5,25	0,4250 4,83	0,454 5,16	0,4515 5,13	0,4665 5,30	0,4390 4,99
-0,30	0,6715 5,08	0,6400 4,84	0,663 5,01	0,6705 5,07	0,6805 5,14	
-0,35	0,9215 4,91	0,9305 4,95	0,915 4,87	0,9500 5,06	0,9465 5,04	
-0,40	1,2070 4,70	1,3075 5,10	1,209 4,71	1,2550 4,89	1,2365 4,82	
-0,45	1,5225 4,49	1,7255 5,08		1,5950 4,69	1,5815 4,49	
-0,50				1,9775 4,51		
	5,19	5,00	5,07	5,00	5,08	4,98

			Kohle ausserhalb der Glashülle							
$\log \frac{\lambda}{\lambda_m}$	$\log J_m/J$ theoretisch		Kohle IV c		Kohle IV c		Kohle IV c		Kohle IV c	
			407°		365°		179°		246°	
	$\alpha = 5,000$	$\alpha = 5,609$	$\log J_m/J$	α	$\log J_m/J$	α	$\log J_m/J$	α	$\log J_m/J$	α
+0,55	1,1906	1,336								
+0,50	1,0153	1,1389								
+0,45	0,8490	0,9524								
+0,40	0,6930	0,7775								
+0,35	0,5485	0,6153								
+0,30	0,4169	0,4676								
+0,25	0,2997	0,3362			0,3370	5,62				
+0,20	0,1981	0,2229			0,2235	5,63				
+0,15	0,1159	0,1300	0,1280	5,52	0,1365					
+0,10	0,0534	0,0599	0,0585	5,48	0,0645	6,04	0,0595	5,57	0,0600	5,62
+0,05	0,0139	0,0155	0,0160	5,8	0,0180	6,5	0,0165	6,0	0,0155	5,6
-0,05	0,0150	0,0168	0,0170	5,7	0,0175	5,8	0,0170	5,7	0,0170	5,7
-0,10	0,0623	0,0698	0,0695	5,58	0,0680	5,46	0,072	5,70	0,0685	5,50
-0,15	0,1459	0,1636	0,1670	5,73	0,1655	5,67	0,162	5,52	0,1630	5,59
-0,20	0,2701	0,3030	0,3060	5,66	0,3120	5,78	0,299	5,53	0,3050	5,65
-0,25	0,4401	0,4937	0,5005	5,69	0,5060	5,75	0,487	5,53	0,4955	5,63
-0,30	0,6612	0,7417	0,7500	5,67	0,7485	5,66	0,7515	5,68	0,7400	5,60
-0,35	0,9397	1,0542	1,0405	5,54	1,0395	5,53	1,0665	5,68		
-0,40	1,2831	1,4394	1,3695	5,33						
-0,45	1,6986	1,9055	1,7325	5,10						
-0,50	2,1953	2,4628								
			Mittel	5,56		5,71		5,61		5,60

Die Fl. IVb zeigt sich für die Energiecurven der aus der Glashülle heraustretenden Strahlung besser erfüllt, als für diejenige irgend einer der anderen untersuchten Strahlungsquellen.

Ich habe für diejenigen Kohlen, für die sich erheblich verschiedene Werthe α aus den Energiecurven und der J_m -Beziehung ergaben, das Mittel der α genommen und damit einen Werth für c_2 abgeleitet. Einen Werth für c_1 kann man mit dem mittleren α und dem für die J_m -Beziehung gültigen c' nicht erhalten, da die Aenderungen im Werthe von α grosse Aenderungen im Werthe von c' nach sich ziehen. Einen Werth für c_1 berechne ich daher nur für diejenigen Kohlen, für welche beide Werthe von α genügend übereinstimmen. Die letzte Columnne der Tab. XII giebt diejenigen Werthe von c_1 , welche

erhalten würden, wenn die Anordnung der strahlenden Kohle vor dem Spalte genau so gewesen wäre, wie die Anordnung der Oxyde auf dem Platinblech bei den besprochenen Messungen an diesen (vgl. p. 705).

Tabelle XI.

Resultate der Beobachtungen über die Strahlung der Glühlampenkohle.

Aus d. Energiecurven ber. Werthe von α												
°C	abs. T	T_1	λ_m beob.	λ_m $\times T$	α	λ/λ_m		α	λ/λ_m		J_m beob.	J_m ber.
						von	bis		von	bis		
Kohle II. $\lambda_m \times T = 2528$. $J_m = 9,956 \times 10^{-17} T^{5,674}$.												
316	589	15,7	4,290	2527	5,00	1,58	0,45				0,262	0,275
358	626	16,0	4,060	2542	5,06	1,78	0,40	5,00	1,78	0,32	0,374	0,386
410	683	16,0	3,723	2544	5,10	1,78	0,36	4,99	1,78	0,32	0,620	0,627
483	756	15,8	3,314	2505	4,98	2,00	0,40				1,054	1,048
528	801	16,3	3,158	2529	5,13	2,24	0,40	5,08	2,24	0,36	1,588	1,525
626	899	17,4	2,835	2549	5,00	2,51	0,50	4,95	2,51	0,40	2,913	2,905
672	945	15,7	2,644	2498	5,27	2,51	0,36				3,780	3,829
(834)	1107	15,4	2,243	2409	5,39	3,55	0,40				10,62	9,25 ¹⁾
Mittel 2528					5,078			5,006				
Kohle III. $\lambda_m \times T = 2678$. $J_m = 6,210 \times 10^{-16} T^{5,285}$.												
640	913	17,1	2,855	2607	5,38	2,24	0,45	5,29	2,24	0,36	2,780	2,749
728	1001	16,2	2,621	2624	5,28	2,51	0,45	5,19	2,51	0,36	4,434	4,396
943	1216	17,4	2,229	2710	5,0	1,0	0,8				13,40	12,51
960	1233	16,7	2,205	2719	5,30	3,17	0,40	5,21	3,17	0,32	13,37	13,46
1078	1351	17,2	2,030	2739	4,8	1,13	0,8				21,57	21,78
1136	1409	14,5	1,898	2675	5,5	1,0	0,8				29,14 ²⁾	27,23
1167	1440	14,0	1,821	2622	5,5?	1,12	0,80				?	
1206	1479	16,5	1,818	2689	5,00	3,55	0,36	5,00	3,55	0,36	35,34	35,24
1301	1574	14,0	1,728	2719	5,5?	1,12	0,8				42,41 ³⁾	48,88
Mittel 2678					5,25			5,17				
Kohle IVa. $\lambda_m \times T = 2575$. $J_m = 2,383 \times 10^{-16} T^{5,400}$.												
489	762	14,8	3,347	2551	4,98	1,59	0,56				0,873	0,869
533	806	15,4	3,157	2544	4,96	1,42	0,63				1,161	1,178
670	943	14,9	2,740	2585	5,00	1,41	0,71				2,790	2,750
787	1060	14,9	2,451	2598	5,04	1,59	0,63				5,183	5,179
873	1146	15,8	2,265	2596	5,01	1,78	0,63				7,869	7,892
Mittel 2575					4,995							

1) Temperatur unsicher, wahrscheinlich höher.

2) Empfindlichkeit des Bolometers nicht bestimmt.

3) Durch Auseinandernehmen der Lampe bewirkte Aenderungen machen den Vergleich dieses J_m mit den anderen unsicher.

° C.	abs. T	T_1	λ_m beob.	λ_m $\times T$	Aus d. Energiecurven ber. Werthe von α						J_m beob.	J_m ber.
					α	λ/λ_m		α	λ/λ_m			
						von	bis		von	bis		

Kohle IVb. $\lambda_m \cdot T = 2645$. $J_m = 3,058 \times 10^{-16} T^{5,338}$.

342	615	16,1	4,262	2621	5,07	1,41	0,40				0,234	0,236
445	718	14,9	3,676	2639	4,99	1,42	0,56				0,535	0,539
500	773	15,5	3,397	2626	4,98	1,26	0,50				0,789	0,801
611	884	15,9	3,006	2657	5,00	1,59	0,63				1,649	1,635
663	936	16,0	2,809	2629	5,00	1,42	0,71				2,237	2,220
707	980	14,8	2,685	2630	5,00	1,42	0,63				2,851	2,834
828	1101	15,5	2,411	2655	5,14	1,58	0,71				5,237	5,277
944	1217	15,8	2,189	2664	5,4?	1,1	0,8				9,110	9,024
1041	1314	15,6	2,041	2682	5,0	1	0,8				13,59	13,57
Mittel 2645					5,026							

Kohle IVc in freier Luft. $\lambda_m \times T = 2505$. $J_m = 6,251 \times 10^{-16} T^{5,472}$.

179	452	16,3	5,489	2481	5,61	1,26	0,45				0,214	0,212
244	517	16,3	4,824	2494	5,40	1,26	0,56				0,445	0,441
246	519	16,3	4,790	2486	5,61	1,26	0,50				0,461	0,451
310	583	16,1	4,338	2529	5,61	1,26	0,56				0,770	0,851
323	598	16,8	4,162	2489	5,51	1,26	0,40				1,022	0,977
361	634	16,9	3,955	2508	5,59	1,00	0,63				1,406	1,347
365	638	15,8	3,957	2525	5,71	1,78	0,45	5,71	1,78	0,45	1,234	1,393
405	678	16,0	3,728	2527	5,51	1,26	0,56				2,036	1,945
407	680	16,5	3,674	2509	5,63	1,41	0,45	5,56	1,41	0,36	2,068	1,977
Mittel 2505					5,576							

Tabelle XII.

Resultate der Tabelle XI und Werthe von c_2 nach Fl. IIa,
von c_1 nach Fl. IIIa.

c	a. Energie.	α			c'	c_2	c_1	c_1 red.
		a. Energie.	a. J_m	Mittel				

K. II	2528	5,078	5,574	5,326		13 470		
K. III	2678	5,250	5,285	5,267	$6,210 \times 10^{-17}$	14 110	136 200	1009 000
K. IVa	2575	4,995	5,400	5,1975		13 380		
K. IVb	2645	5,026	5,338	5,182		13 710		
Mittel	2606	5,087	5,399	5,243		13 670		
K. IVc	2505	5,576	5,472	5,524	$6,251 \times 10^{-16}$	13 830	933 200	1 687 000

Die isochromatischen Curven, welche hauptsächlich mit Kohle IVb beobachtet sind, finden sich Fig. 8. Die geraden Linien, welche in der gezeichneten Weise hindurchgezogen sind, ergaben die folgenden Werthe der Constanten der Fln. V, Va, Vb, wenn man nur den Werth $c = 2645$, der für Kohle IVb gefunden ist, voraussetzt, c_1 aber mit dem aus jeder Curve berechneten α bestimmt:

Tabelle XIII.
Isochromatics K. IVb.

λ	$\log \lambda$	γ_1	γ_2	c_2	α	c_1	c_1 red.
6,254	0,7962	0,8117	972,5	14010	5,295	106 600	1 023 000
4,584	0,6615	0,5359	1325	14000	5,291	108 800	1 043 000
3,127	0,4951	2,4130	1942	13980	5,285	107 000	1 026 000
2,255	0,3531	3,1840	2702	14030	5,304	114 100	1 095 000
1,132	0,0539	4,272	4667	12160	4,599	331 20	318 000

Mit Ausschluss der Curve 1,132 μ , die sich auf den ansteigenden Ast bezieht, und durch die Correction wegen der Unreinheit des Spectrums verbessert würde, folgen die Mittelwerthe:

$$c_2 = 14\,005, \alpha = 5,294, c_1 = 109\,100, c_1 \text{ red.} = 1\,046\,000.$$

Die isochromatischen Curven der Kohle fügen sich den geraden Linien nicht besser, als diejenigen des Kupferoxydes, aber die Genauigkeit der Messungen an der Kohle ist geringer. Die Constante c_1 , welche u. a. abhängt von der Lichtmenge, welche der Messung unterworfen ist (Grösse des Lichtkegels vom Spalt aus gesehen), ist von Kohle zu Kohle verschieden, weil die Kohlen, die zu weit vom Spalt entfernt standen, um die Oeffnung des Prismas zu füllen, verschiedene Grösse hatten. Der Winkel des Lichtkegels ist nicht gemessen. Kohle IVc befand sich näher dem Spalt, war aber auch nicht breit genug, um die Prismenöffnung zu füllen. Die unter c_1 red. aufgeführten Werthe sind nach einer Vergleichung der J_m der Kohlen mit den J_m gleicher Temperatur der Oxyde und des Russes ermittelt und nur näherungsweise richtig (vgl. p. 705). Aus den Zahlenwerthen c_1 dürften Schlüsse nicht zu ziehen sein. Dagegen beanspruchen die Werthe für c_2 , α und c Beachtung. Die in der Glashülle strahlenden Kohlen ergeben erheblich kleinere Werthe für α , als Kohle IVc, welche identisch ist mit Kohle IVb, aber ohne Glashülle strahlte.

Der Werth 5,0, der aus der Form der Energiecurve folgt, wird wieder etwas erhöht durch den Werth, der nach Fl. III resultirt. Für Kohle IVb ergibt sich im Mittel $\alpha = 5,182$. Im Mittel folgt für die Kohlen in der Glashülle $\alpha = 5,24$, während Kohle IVc wie die anderen Körper $\alpha = 5,5$ zeigt. An den graphischen Energiecurven Fig. 7a und b und aus Tab. X ist dies Verhalten gut zu ersehen. Für diese Thatsache glaube ich darin einen Grund sehen zu dürfen, dass die Strahlung der Kohle in der Glashülle durch die Reflexion an den Glaswänden derjenigen des absolut schwarzen Körpers genähert ist (vgl. Anhang III, p. 722 und 706). Der Werth von c ist für die Kohle ausserhalb der Glashülle 2505 und für dieselbe Kohle in der Glashülle 2645 gefunden. Das Mittel der Messungen mit Glashülle ist 2606. Es scheint also c für diese Anordnung grösser zu sein. Die Werthe von c_2 sind innerhalb der Fehlergrenzen identisch, Kohle IVb giebt 13710, das Mittel der Kohlen in der Hülle ist 13670, Kohle IVc ergibt 13830. Man beachte, dass für das Temperaturintervall 300—400° C. Messungen vorliegen, bei denen sich die Anordnungen nur durch das Vorhandensein oder Fehlen der Glashülle unterscheiden. Die Erscheinung ist unabhängig von der Temperaturmessung constatirt, denn sie folgt aus der Form der Energiecurven, gleichgültig, ob deren Temperatur richtig bestimmt ist. Sie tritt sogar am klarsten hervor, wenn man von den Relationen absieht, in welche die Temperatur eingeht. Obwohl die Temperaturmessungen schwieriger waren, als beim Platinblech, halte ich sie doch für soweit sicher, dass die Relationen zu berücksichtigen sind, welche auf diese Temperaturmessungen gegründet sind.

Resultate der Beobachtungen am Platin.

Der Plan meiner Versuche liess mir auch die Untersuchung eines stark reflectirenden und deshalb dem absolut schwarzen Körper ferne stehenden Strahlers als wünschenswerth erscheinen. Gerade die Resultate dieser Strahlungen, über welche die Theorie allerdings keine Auskunft giebt, sind für die Schlüsse dieser Untersuchung wichtig. Den Resultaten vorgreifend bemerke ich, dass die Gesetze auch für Platin immer noch mit einiger Annäherung gelten, und dass ich die Resultate daher

mit Rücksicht auf diese Gesetze analog geordnet, wie bei den schwärzeren Körpern, mittheile.

Dasselbe Platin, welches mit den Oxyden oder mit Russ bedeckt untersucht ist, wurde vorher mit blanker Oberfläche strahlend benutzt, und zwar entweder das 4fache (Pt. *A*) oder das 2fache Platinblech. Von letzterem wurden 2 Exemplare (Pt. *B* und Pt. *C*) mit verschiedenem Platin verwendet. Die Resultate scheinen aber für alle die gleichen zu sein, wenn man sorgfältigst weiter nichts an der Anordnung variirte, als die Oberfläche des Platines.

Tabelle XIV.

Berechnung von λ_m nach Fl. IVb.Platin *B*. 509° C.

$\log \lambda_1$	0,4158	0,3870	0,3664	0,3490	0,3350	0,3224
$\log \lambda_2$	0,5295	0,5605	0,5845	0,6058	0,6230	0,6402
$\log \lambda_m$	0,4712	0,4709	0,4708	0,4710	0,4708	0,4717
$\log \lambda_1$	0,3111	0,3002	0,2920	0,2828	0,2217	
$\log \lambda_2$	0,6552	0,6701	0,6837	0,6982	0,8043	
$\log \lambda_m$	0,4718	0,4720	0,4732	0,4741	0,4809	

Mittel aus den 6 ersten Bestimmungen $\log \lambda_m = 0,4711$, $\lambda_m = 2,959$.

Platin *B*. 787° C.

$\log \lambda_1$	0,2840	0,2625	0,2455	0,2305	0,2169	0,2043	0,1930	0,1738
$\log \lambda_2$	0,3982	0,4238	0,4418	0,4588	0,4757	0,4906	0,5055	0,5314
$\log \lambda_m$	0,3394	0,3401	0,3399	0,3396	0,3401	0,3399	0,3400	0,3405
$\log \lambda_1$	0,1573	0,1416	0,0984	0,0857	0,0502	0,9995—1	0,9362—1	
$\log \lambda_2$	0,5568	0,5807	0,6437	0,6617	0,7124	0,7985	0,9177	
$\log \lambda_m$	0,3418	0,3428	0,3429	0,3423	0,3401	0,3394	0,3381	

Mittel aus den ersten 7 Bestimmungen $\log \lambda_m = 0,3399$, $\lambda_m = 2,188$.

Platin *B*. 1367° C.

$\log \lambda_1$	0,1423	0,1285	0,1016	0,0827	0,0668	0,0522	0,0401
$\log \lambda_2$	0,2374	0,2505	0,2780	0,2973	0,3153	0,3299	0,3453
$\log \lambda_m$	0,1886	0,1881	0,1872	0,1856	0,1850	0,1835	0,1838
$\log \lambda_1$	0,0287	0,9342—1	0,8697—1	0,8440—1	0,8204—1	0,7670—1	
$\log \lambda_2$	0,3583	0,4912	0,6050	0,6544	0,7018	0,8083	
$\log \lambda_m$	0,1828	0,1833	0,1867	0,1881	0,1890	0,1880	

Mittel $\log \lambda_m = 0,1861$, $\lambda_m = 1,535$.

Platin B. 633° C.

$\log \lambda_1$	0,3650	0,3358	0,3161	0,3000	0,2743	0,2524	0,2343
$\log \lambda_2$	0,4530	0,4845	0,5082	0,5288	0,5622	0,5907	0,6172
$\log \lambda_m$	0,4079	0,4079	0,4085	0,4093	0,4102	0,4107	0,4117
$\log \lambda_1$	0,2177	0,2023	0,1883	0,1756	0,1167	0,0579	
$\log \lambda_2$	0,6428	0,6660	0,6886	0,7088	0,8016	0,8973	
$\log \lambda_m$	0,4131	0,4137	0,4148	0,4152	0,4149	0,4121	

Mittel aus den 4 ersten Bestimmungen $\lambda_m = 0,4083$, $\lambda_m = 2,561$.

Platin B. 346° C.

$\log \lambda_1$	0,5515	0,5290	0,5095	0,4838	0,4650	0,4350	0,4108	0,3561
$\log \lambda_2$	0,6185	0,6455	0,6720	0,7035	0,7295	0,7702	0,8076	0,9033
$\log \lambda_m$	0,5845	0,5861	0,5882	0,5891	0,5904	0,5917	0,5941	0,6011

Mittel der 3 ersten Bestimmungen $\log \lambda_m = 0,5863$, $\lambda_m = 3,857$.

Platin B. 1171° C.

$\log \lambda_1$	0,1703	0,1448	0,1247	0,1082	0,0923	0,0443	0,9970—1
$\log \lambda_2$	0,2935	0,3193	0,3388	0,3555	0,3703	0,4202	0,4840
$\log \lambda_m$	0,2309	0,2293	0,2279	0,2257	0,2239	0,2188	0,2178
$\log \lambda_1$	0,9838—1	0,9718—1	0,9229—1	0,8911—1	0,8197—1	0,7697—1	
$\log \lambda_2$	0,5041	0,5228	0,6104	0,6705	0,8070	0,9097	
$\log \lambda_m$	0,2182	0,2185	0,2223	0,2239	0,2235	0,2215	

Mittel $\log \lambda_m = 0,2240$ ¹⁾, $\lambda_m = 1,675$.

Unte der $\lambda_m \times T$ -Columnne ist in Tab. XVI der mittlere Werth 2336 notirt. Dieses Product ist aber nicht mehr constant. Will man die Abweichung von der Constanz formuliren, so kann dazu ähnlich wie beim Eisenoxyd, die Formel dienen:

$$\text{VII)} \quad \lambda_m \times T^\beta = C.$$

Sie schmiegt sich mit folgenden Constanten den Beobachtungen an:

$$\beta = 0,8642, \quad C = 913,2.$$

Die berechneten Werthe J_m genügen Fl. III mit folgenden Werthen der Constanten:

$$c' = 2,300 \times 10^{-19}, \quad \alpha = 6,4233.$$

Als Mittel der aus der Form der Energiecurven nach Fl. IVa berechneten α , deren Werthe allerdings stärker schwan-

1) Das Mittel ist 0,2232. Ich habe den ersten Bestimmungen mehr Gewicht zugetheilt.

Tabelle XV.
Messkurven Platin. Zeichnung der Beobachtungspunkte einiger Energiekurven in Fig. 9.

	Pt B 1367° C.	Pt B 1171° C	Pt B 882° C	Pt B 700° C	Pt A 569° C	Pt A 371° C	Pt C 614° C	theoretisch								
	$\log J_m/J$	$\log J_m/J$	$\log J_m/J$	$\log J_m/J$	$\log J_m/J$	$\log J_m/J$	$\log J_m/J$	$\alpha = 5,609$ $\alpha = 5,000$								
+ 0,700	1,954	5,55	1,840	5,35				1,9764	1,7618							
+ 0,65	1,738	5,56	1,6835	5,38				1,7553	1,5647							
+ 0,60	1,532	5,57	1,4895	5,42	1,500	5,46			1,5414	1,3740						
+ 0,55	1,329	5,58	1,302	5,47	1,3075	5,49			1,3356	1,1906						
+ 0,50	1,141	5,62	1,1175	5,51	1,122	5,53	1,0335	5,11		1,0153						
+ 0,45	0,9575	5,64	0,9365	5,48	0,945	5,56	0,878	5,17	0,993	4,89	1,1389	1,0153				
+ 0,40	0,7895	5,69	0,7690	5,56	0,7735	5,60	0,732	5,28	0,6645	4,80	0,6930	0,6380				
+ 0,35	0,6310	5,75	0,6170	5,63	0,6205	5,66	0,581	5,39	0,5425	4,95	0,5755	5,25	0,6153	0,5485		
+ 0,30	0,4820	5,78	0,4785	5,74	0,4815	5,78	0,4565	5,48	0,4250	5,10	0,4676	0,4169				
+ 0,25	0,3480	5,81	0,3510	5,86	0,357	5,96	0,338	5,64	0,3140	5,24	0,3362	0,2997				
+ 0,20	0,2300	5,79	0,2335	5,87	0,243	6,11	0,2285	5,75	0,2165	5,45	0,2229	0,1987				
+ 0,15	0,1340	5,78	0,1320	5,70	0,1445	6,24	0,1365	5,89	0,1320	5,70	0,1300	0,1159				
+ 0,10	0,0585	5,48	0,0570	5,34	0,065	6,08	0,061	5,71	0,0620	5,81	0,059	5,52	0,068	6,37	0,060	0,0534
+ 0,05	0,0130	4,7	0,0120	4,4	0,0155	5,6	0,016	5,8	0,0160	5,8	0,0125	4,5	0,019	6,8	0,0155	0,0139
- 0,05	0,0185	6,2	0,022	7,3	0,021	7,0	0,015	5,0	0,0160	5,3	0,017	5,7	0,0145	4,8	0,0168	0,0150
- 0,10	0,0685	5,50	0,0765	6,14	0,080	6,42	0,072	5,78	0,0745	5,98	0,0655	5,26	0,074	5,94	0,0698	0,0623
- 0,15	0,156	5,35	0,1600	5,48	0,1755	6,02	0,176	6,03	0,181	6,21	0,1465	5,02	0,184	6,31	0,1636	0,1458
- 0,20	0,294	5,44	0,2825	5,28	0,308	5,70	0,338	6,07	0,347	6,42	0,2705	5,01	0,340	6,29	0,3030	0,2701
- 0,25	0,4895	5,56	0,4670	5,31	0,4575	5,54	0,511	5,81	0,557	6,33	0,4595	5,22	0,541	6,15	0,4937	0,4401
- 0,30	0,7455	5,64	0,7200	5,44	0,7025	5,31	0,732	5,54	0,804	6,08	0,7045	5,83	0,7895	5,97	0,7417	0,6612
- 0,35	1,0820	5,76	1,0340	5,50	0,989	5,16	0,974	5,18	1,075	5,85	0,986	5,25	1,0930	5,82	1,0542	0,9397
- 0,40	1,4645	5,71	1,3935	5,43	1,304	5,08	1,299	5,06	1,381	5,38			1,4610	5,69	1,4334	1,2831
- 0,45			1,7885	5,27	1,709	5,03	1,644	4,84	1,723	5,07			1,8930	5,57	1,9055	1,6986
Mittel	5,63		5,52		5,66		5,46		5,59		5,43		5,61			

ken, als bei den schwärzeren Körpern, ergibt sich $\alpha = 5,536$. Die Differenz der α ist grösser, als bei irgend einem anderen Körper. Um die sämtlichen Gesetze durch ein Gesetz zusammen zu fassen, will ich erstens die Abweichungen von den allgemeinen Gesetzmässigkeiten unberücksichtigt lassen, z. B. die Differenz der zwei Werthe α vernachlässigend, den genauer bestimmten $\alpha = 6,4233$ annehmen und nach den allgemeinen Formeln Werthe von c_1 und c_2 bestimmen. Diese werden mit denen der anderen Körper vergleichbar. Zweitens soll die Formel abgeleitet werden, welche die Abweichungen von den Gesetzen darstellt, und deren Constanten berechnet werden.

Es ergibt sich erstens aus $c' = 2,300 \times 10^{-19}$, $\alpha = 6,4233$ und $c = 2336$ nach den Fl. IIa und IIIa

$$c_2 = 2336 \times 6,4233 = 15\,000$$

$$c_1 = 2,300 \times 10^{-19} (2336 \times 2,7183)^{6,4231} = 614\,700.$$

Zweitens mit Berücksichtigung der Abweichungen folgt aus den Beziehungen:

$$(VII) \quad \lambda_m \cdot T^\beta = C$$

$$(IV) \quad \frac{J}{J_m} = \left\{ \frac{\lambda_m}{\lambda} e^{\frac{\lambda - \lambda_m}{\lambda}} \right\}^{\alpha_1},$$

$$(III) \quad J_m = c' T^{\alpha_2}$$

als zusammenfassende Formel:

$$(VIII) \quad J = C_1 \frac{T^{(\alpha_2 - \beta \alpha_1)}}{\lambda^{\alpha_1}} e^{-\frac{C_2}{\lambda T^\beta}}$$

ähnlich der Fl. (E) im Anhang der ersten Mittheilung p. 489, welche die ähnlichen Abweichungen für Eisenoxyd berücksichtigen soll. Die Constanten C_1 und C_2 der Fl. VIII werden berechnet:

$$(VIIIa) \quad C_1 = c' (e \cdot C)^{\alpha_1}, \quad C_2 = C \cdot \alpha_1.$$

Aus den Zahlenwerthen $C = 913,2$, $\alpha_1 = 5,536$, $c' = 2,300 \times 10^{-19}$, $\alpha_2 = 6,4233$ ergeben sich die Werthe von C_1 und C_2 der Fl. VIII $C_1 = 1,431$, $C_2 = 5056$ und es ist $\beta = 0,8642$.

Aus Fl. VIII lässt sich die Constante α_2 noch eliminiren. Es zeigt sich nämlich, dass der Zahlenwerth von $\alpha_1/\alpha_2 = 5,536/6,423 =$

Tabelle XVI.
Resultate der Beobachtungen an Platin.

° C.	abs. T	T_1	λ_m	$\lambda_m \times T$	α auf die Energiecurve berechnet										J_m		Pt
					α	λ/λ_m		α	λ/λ_m								
											von	bis	von	bis			
321	594	14,5	3,716	2207	5,0	1,13	0,44					0,143	0,151	A			
846	619	15,4	3,857	2388	4,01	2,0	0,36	4,01	2,0	0,36		0,188	0,197	B			
371	644	14,7	3,517	2265	5,43	1,41	0,45	5,43	1,41	0,45		0,245	0,253	A			
381	654	14,7	3,549	2321	5,06	1,26	0,58					0,266	0,280	A			
391	664	16,3	3,468	2308	5,08	1,26	0,56					0,297	0,309	B			
434	707	13,6	3,027	2140	4,97	1,59	0,45	4,97	1,59	0,45		0,440	0,461	A			
473	746	14,7	3,051	2276	5,08	2,24	0,36	5,06	2,24	0,36		0,639	0,651	B			
498	771	13,6	2,911	2245	5,45	1,26	0,63					0,809	0,807	B			
500	773	13,8	2,905	2245	5,28	1,78	0,32	5,28	1,78	0,32		0,825	8,820	A			
509	782	15,8	2,959	2314	4,94	2,25	0,32					0,874	0,882	B			
510	783	15,9	2,796	2190	5,35	1,78	0,63					0,907	0,891	C			
562	835	16,1	2,734	2283	5,18	3,16	0,36					1,373	1,345	B			
569	842	14,2	2,686	2262	5,59	2,51	0,36	5,59	2,51	0,36		1,453	1,418	A			
570	843	13,6	2,650	2233	5,78	1,26	0,71					1,46	1,43	B			
581	852	10,6	2,640	2251	5,96	1,26	0,71					1,60	1,55	B			
595	868	10,3	2,571	2231	5,90	1,42	0,71					1,78	1,73	C			
614	887	14,8	2,513	2229	5,61	3,16	0,28	5,61	3,16	0,28		2,22	1,99	C			

0,8620, also gleich β ist. Dann folgt für $\alpha_2 - \beta\alpha_1 = \alpha_2(1 - \beta^2) = \alpha_1(1/\beta - \beta)$, sodass in Fl. VIII nur eine Constante mehr enthalten ist, als in Fl. I, ähnlich wie in Fl. (E) I. Mitth. p. 489. Fl. VIII geht für $\beta = 1$ wieder in Fl. I über, wie Fl. E l. c.

Die beobachteten Punkte der isochromatischen Curven sind in Fig. 10a eingetragen. Sie befolgen das Gesetz der geraden Linie (Fl. V) schlechter, als die Isochromatics der anderen Körper. Die in Fig. 10 gezogenen Geraden ergeben folgende Constanten: γ_1 , γ_2 , c_2 nach Vb, α mit Hülfe von $c = 2336$ nach IIa, c_1 mit Hülfe von $\alpha = 6,4233$ nach Va.

Tabelle XVII.

λ	$\log \lambda$	γ_1	γ_2	c_2	$\alpha^1)$	$c_1^2)$
7,772	0,8905	0,4316	895,4	16020	6,858	1 421 000
6,253	0,7961	1,0007	1165	16780	7,183	1 303 000
4,589	0,6617	1,7552	1527	16140	6,907	1 015 000
3,121	0,4943	2,7405	2169	15590	6,673	823 200
2,249	0,3521	3,5223	2844	14730	6,306	608 600
1,124	0,0508	4,9114	5075	13140	5,624	172 900

Mit Vernachlässigung der letzten Curve folgt als Mittel:

$$c_2 = 15\,850, \alpha = 6,785,$$

während oben gefunden wurden:

$$c_2 = 15\,000, \alpha = 6,423.$$

Die Werthe von c_1 , welche nach Fl. Va sehr von dem Werthe α beeinflusst werden, sind so wenig constant, dass aus ihnen nichts zu schliessen ist. Gemäss Fl. VIII wäre das Gesetz der isochromatischen Linien nicht das hier vorausgesetzte der Fl. V, sondern ein ähnliches, wie es I. Mitth. p. 490 für Eisen-oxd abgeleitet ist. Es müsste nämlich $\log J - (\alpha_2 - \beta\alpha_1) \log T$ als Function von $1/T^\beta$ eine gerade Linie sein, deren Ermittelung zu den Constanten C_1 und C_2 der Fl. VIII führen würde. Da die Isochromatics nicht zu Constantenberechnungen heranzuziehen sind, will ich nur bemerken, dass diese Formulirung den Beobachtungen bedeutend besser entspricht.

1) $c = 2336$ vorausgesetzt.

2) $\alpha = 6,4233$ vorausgesetzt.

Die Gesamtstrahlung des Platins ist proportional mit $J_m \times \lambda_m$ (vgl. I. Mitth. p. 478 u. hier p. 666 u. 705). Sie müsste mithin, wenn die allgemeinen Gesetze gültig wären, proportional mit $T^{\alpha-1}$ sein, und unter der Voraussetzung der Fln. VII und VIII proportional mit $T^{\alpha_1-\beta}$.

Meine früheren Messungen über die Gesamtstrahlung des Platins¹⁾ sind noch wegen der Gesamtstrahlung des Schirmes von 17° C. zu corrigiren. Nach der p. 683 auseinander gesetzten ersten Methode der Vergleichung von $J_m \times \lambda_m$ aus den spectralen Messungen mit der früher gemessenen Gesamtstrahlung ergab sich als Intensität der Schirmstrahlung, bezogen auf die Empfindlichkeit²⁾ etc. der früheren Gesamtstrahlungsmessungen: $S_{290} = 5,0$. Wie p. 684 die entsprechenden Messungen für Russ, seien hier mit den gleichen Bezeichnungen (s = die beobachtete uncorrigirte Strahlung, S die corrigirte Strahlung = $s + S_{290}$ oder $s + 5,0$) die früheren Beobachtungen für Platin angeführt.

Tabelle XVIII.

Gesamtstrahlung des Platin.

	523	573	623	673	723	773	823
<i>T</i> beob.							
<i>s</i> beob.	3,954	6,696	11,07	17,52	26,45	38,95	56,62
<i>S</i> beob., corr.	8,95	11,70	16,07	22,52	31,45	43,95	61,62
<i>S</i> ber.	5,415	8,884	13,98	21,21	31,31	45,04	63,33
<i>T</i> beob.	873	923	973	1023	1073	1123	1173
<i>s</i> beob.	80,25	110,7	150,8	201,1	265,0	340,8	431,3
<i>S</i> beob., corr.	85,25	115,7	155,8	206,1	270,0	345,8	436,3
<i>S</i> ber.	87,22	117,9	156,9	206,3	267,1	342,5	432,1
<i>T</i> beob.	1223	1273	1323	1373	1423	1473	1523
<i>s</i> beob.	538,0	682,0	839,8	1031	1241	1485	1769
<i>S</i> beob., corr.	543	687	844,8	1036	1246	1490	1774
<i>S</i> ber.	544,0	674,7	833,0	1020	1235	1491	1785
<i>T</i> beob.		1573	1623	1673	1723		
<i>s</i> beob.		2108	2516	2968	3451		
<i>S</i> beob., corr.		2113	2521	2973	3456		
<i>S</i> ber.		2126	2521	2974	3590		

1) Wied. Ann. 49. p. 63. 1893.

2) Die Empfindlichkeit des Bolometers war früher nicht bestimmt. Diese, sowie die Grösse der strahlenden Fläche war für die frühere Messung am Russ eine andere, als für die Messung am Platin.

In Fig. 10b sind die Beobachtungspunkte der $\log J_m$ und der $\log S$ als Function von $\log T$ gezeichnet. Die geraden Linien entsprechen den Fl. III bez. VIa mit den angeführten Constantenwerthen.

Die Zahlen unter S ber. folgen der Formel

$$S = c'' T^\epsilon$$

mit den Constanten:

$$c'' = 9,608 \times 10^{-15}, \epsilon = 5,425.$$

Die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung ist von 350° C. oder $623^\circ \text{ abs. an}$, also für das Temperaturgebiet der spectralen Messungen eine genügende. Für niedere Temperaturen berechnen sich zu niedere Werthe von S . Hier sind aber die beobachteten s kleiner, als die nicht sehr genaue Schirmstrahlung S_{290} , sodass diese Abweichung nicht sehr in Betracht kommt.

Der Werth von ϵ stimmt überein mit $\alpha - 1 = 5,423$, wo α der aus dem J_m -Gesetze Fl. III für Platin gefundene Werth 6,423 ist. $\alpha_2 - \beta$ würde gleich $6,423 - 0,864$, also gleich 5,559 sein. Auch dieser würde noch den Schluss rechtfertigen, dass die spectralen Beobachtungen mit den früheren Gesamtstrahlungsmessungen im allgemeinen in dem durch die Formeln geforderten Zusammenhange stehen, wobei bemerkenswerth ist, dass bei den früheren Messungen ein anderes Bolometer benutzt war.

Schlussbetrachtungen.

Unter verschiedenen infolge ihrer Temperatur strahlenden festen Körpern steht derjenige dem absolut schwarzen Körper am nächsten, welcher überall im Spectrum am meisten Energie ausstrahlt. Denn eine Abweichung von der absoluten Schwärze kann nur dadurch möglich sein, dass der Körper entweder für alle Wellenlängen oder für ein begrenztes Spectralgebiet ein Reflexionsvermögen hat, infolge dessen er dort weniger emittirt, als der absolut schwarze Körper. Die untersuchten Strahler können demnach in eine Reihe wachsender Schwärze geordnet werden, wenn man die Intensität bei möglichst vielen Wellenlängen und Temperaturen für jeden Körper nach den Formeln berechnet und diese vergleicht. Fast dasselbe erreicht

man, wenn man aus den Resultaten der spectralen Beobachtungen für jeden Körper nach Fl. VI die Gesamtstrahlung für verschiedene Temperaturen berechnet und diese untereinander vergleicht. Die Endresultate der verschiedenen Körper sind mit Ausnahme der Kohlen auf die gleiche theoretische Bolometerempfindlichkeit und durch das Ausgleichsverfahren auch mit einiger Annäherung auf die gleiche Strahlungsempfindlichkeit reducirt. Um auch die Beobachtungen an den Kohlen heranzuziehen, habe ich für verschiedene Temperaturen die Werthe von J_m für die Kohlen mit den für die Oxyde und Russ gültigen verglichen und die Factoren berechnet, welche die J_m der Kohle möglichst gleich den J_m der Oxyde und des Russes machen. Durch Multiplication mit diesen Factoren werden die für die Kohlen gemessenen Intensitäten angenähert vergleichbar mit den Intensitäten der anderen Körper. Die Factoren sind:

für Kohle II	III	IV a	IV b	IV b
6,083	7,410	8,204	9,592	1,810

In die Werthe A des Integrals Fl. VI, p. 666 geht der allein aus den Energiecurven berechnete Werth α ein. Die folgende Zusammenstellung enthält diese Werthe α und die zugehörigen Werthe des Integrals A .

	Eisenoxyd	Kupferoxyd	Russ	Platin	
α	5,560	5,618	5,627	5,536	
A	1,315	1,305	1,303	1,320	
	K. II	K. III	IV a	IV a	IV c
	5,078	5,250	4,995	5,026	5,576
	1,408	1,372	1,426	1,419	1,313

Die folgende Tab. XIX enthält für verschiedene Temperaturen die Werthe $J_m \times \lambda_m \times A$. J_m und λ_m sind für jeden Körper aus den besprochenen, den Beobachtungen am besten folgenden Gesetzen berechnet.

Platin strahlt bei weitem am wenigsten und unterscheidet sich bei niederen Temperaturen von den anderen Körpern mehr als bei höheren Temperaturen. Die übrigen Körper weisen wenig Verschiedenheiten untereinander auf. Für niedere Temperaturen sind die Körper nach steigender Energie von

Tabelle XIX.

$T^{\circ}\text{C.}$ $T^{\text{abs.}}$	15 288 ¹⁾	100 373	200 473	300 573	400 673	500 773	700 973	900 1173	1100 1373	1300 1573
Pt	0,0133			0,603	1,47	3,19	11,4	32,2	77,6	166
Eisenoxyd	0,333	1,11	3,37	8,31	17,67	34,0	101	241	526	
Russ	0,367	1,18	3,47	8,29	17,2	32,7	90,9			
Kupferoxyd	0,379	1,23	3,62	8,71	18,1	34,1	97,5	228	467	
K. IV c	0,371		3,41	8,06	16,6					
K. II	0,383			8,84	18,6	35,0	100	234	483	
K. IV a	0,476			9,79	19,9	36,6	101	228	455	
K. IV b	0,513			10,2	20,5	37,3	102	228	450	
K. III	0,584			11,1	22,3	40,5	109	240	474	
Mittel K II, } III, IV a u. b }	0,489			9,98	20,3	37,4	103	233	466	

oben nach unten geordnet, sodass also für diese Temperaturen Platin der am stärksten reflectirende und Kohle III der schwärzeste Körper ist. Nur Kohle IV c müsste zwischen die Oxyde gesetzt werden. Für die höchsten Temperaturen scheint Eisenoxyd der energiereichste und daher schwärzeste Körper zu sein. Die Unterschiede der Oxyde unter sich und gegen Eisenoxyd sind aber bei höheren Temperaturen nicht beträchtlich. Ueberschlägt man das Verhalten für das gesamte Temperaturbereich, so stehen die Oxyde und Kohle IV c nahe gleich, während die Mittel der von der Glashülle umgebenen Kohlen grössere Energie aufweisen. Hiernach ist Platin von dem absolut schwarzen Körper am weitesten entfernt. Näher müssen die Oxyde und die in freier Luft strahlende Kohle IV c stehen, und am nächsten kommen ihm die von der Glashülle umgebenen Kohlen. Betrachtet man unter der Voraussetzung dieses Ergebnisses die Uebersicht über die Werthe der allgemeinen Constanten der Spectralformeln der verschiedenen Körper in Tab. XX, so ergibt sich das folgende.

Die genaueren Formeln für die Strahlung des Platins (p. 701) weichen entsprechend $\beta = 0,864$ am meisten von Fl. I und ihren Folgerungen ab. Die genauere Formel der Strahlung des Eisenoxyds (I. Mitth. p. 489) erfordert ebenfalls die Ein-

¹⁾ Die Zahlen unter 288° (Zimmertemperatur) sind durch Extrapolation der Gesetze berechnet.

führung einer Complication in Fl. I. Die Abweichung von Fl. I ist aber gemäss $\beta = 0,95$ geringer, als beim Platin. Die Ursache der Abweichung des Eisenoxydes scheint nach den Resultaten von Tab. XIX darin zu liegen, dass Eisenoxyd bei niederen Temperaturen dem absolut schwarzen Körper ferner zu stehen scheint als bei höheren. In Tab. XX sind die Constanten dieser beiden Strahler angeführt, welche nach Fl. I berechnet werden, wenn man die erwähnten Abweichungen vernachlässigt.

Tabelle XX.

Endconstanten der verschiedenen strahlenden Körper.

	c	α		c'	c_2	c_1
		Energ.- Curve	J_m in Fl. I			
Pt	2336	5,536	6,423	6,423	$2,300 \times 10^{-19}$	15 000 614 700
Eisenoxyd	2609	5,560	5,658	5,609	$3,519 \times 10^{-16}$	14 630 1946 000
Russ	2623	5,627	5,528	5,528	$7,860 \times 10^{-16}$	14 500 1566 000
Kupferoxyd	2562	5,618	5,560	5,560	$6,918 \times 10^{-16}$	14 245 1611 000
K. IVc	2505	5,576	5,472	5,524	$1,132 \times 10^{-15} 1)$	13 830 1687 000 1)
K. II	2528	5,078	5,574	5,326	$6,057 \times 10^{-16} 1)$	13 470
K. IVa	2575	4,995	5,400	5,198	$1,955 \times 10^{-15} 1)$	13 380
K. IVb	2645	5,026	5,338	5,182	$2,933 \times 10^{-15} 1)$	13 710
K. III	2678	5,250	5,285	5,267	$4,601 \times 10^{-15} 1)$	14 110 1009 000 1)
Mittel K II, } III, IVa u. b }	2606	5,087	5,399	5,243		13670

Die Constante c ist am kleinsten für Platin (2336) und am grössten für den schwärzesten Körper²⁾ Kohle III (2678). Das Mittel für die Kohlen II—IVb ist 2606. Die Unterschiede der Werthe von c sind für die schwärzeren Körper nicht mehr beträchtlich. Der aus der Form der Energiecurven berechnete Werth für α ist für alle Körper nahe gleich (5,58). Nur für die von der Glashülle umgebene Kohle ist er erheblich kleiner (5,09). Der aus dem J_m -Gesetze (Fl. III) berechnete Werth von α ist am grössten für Platin (6,42) und am kleinsten für den schwärzesten Körper Kohle III (5,285), für das Mittel aus

1) Reducirt auf Vergleichbarkeit mit den Oxyden und Russ.

2) Eisenoxyd, welches für die höheren Temperaturen die grösste Energie zu haben scheint, hat dann auch die grösste Constante c (ca. 2700).

Kohle II—IV b folgt 5,40. Der Werth für die Oxyde und Kohle IV c ist im Mittel 5,55. Die hiernach für die Endformel I angenommenen Werthe von α verhalten sich ähnlich. Die Werthe von c_2 schwanken nur wenig und liegen zwischen 15 000 (Platin) und 13 670 (Mittel der Kohlen in der Glashülle). Die Werthe von c' und c_1 sind zu sehr durch die Werthe von α beeinflusst, sodass ich aus ihnen nichts schliessen will.

Sind die vorstehenden Ueberlegungen richtig, und ist die Strahlung der schwärzeren Körper nicht mehr sehr stark von der Strahlung des absolut schwarzen Körpers entfernt, so wird Fl. I auch das Emissionsgesetz des absolut schwarzen Körpers sein, und für diesen würde α höchstens den Werth 5,24 haben (Mittel der Kohlen II—IV b¹⁾), die Constante c würde mindestens 2600 und die Constante c_2 etwa 14 000 sein, vielleicht etwas niedriger.

Für 15° C. oder 288° absoluter Temperatur berechnet man aus den Gesetzen folgende Werthe von J_m und λ_m .

Tabelle XXI.

	J_m	λ_m
Platin	0,001 441	7,002
Eisenoxyd	0,028 91	8,750
Russ	0,030 93	9,108
K. IV c	0,032 48	8,698
Kupferoxyd	0,032 66	8,896
K. II	0,030 98	8,778
K. III	0,045 8	9,298
K. IV a	0,037 34	8,942
K. IV b	0,039 38	9,184

Aus Eisenoxyd, Russ, Kohle IV c und Kupferoxyd ergibt sich im Mittel $J_m = 0,03124$, $\lambda_m = 8,863$. Mit diesen Werthen würde die Correction der Strahlungen auf den absoluten Nullpunkt (vgl. I. Mitth. p. 462 und p. 484) zu vollziehen sein, wenn man annimmt, dass bei herabgelassenem Schirm eine ähnliche

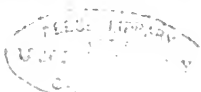
1) Nehmen wir an, dass die J_m -Beziehung für die Kohlen nicht sicher genug sei, so würde der Gang der Werthe α , welche aus den Energiecurven allein resultiren, 5,09 als obere Grenze ergeben. Es ist dann aber auffällig, dass Platin, welches in den anderen Beziehungen den Oxyden und den Kohlen so ferne steht, keinen abweichenden Werth von α aus der Form der Energiecurven ergeben hat.

Strahlung zum Bolometer gelangte, wie Oxyde und ähnliche Körper aussenden. Der Schirm bestand aus oxydirtem Kupfer oder berusstem Zink, sodass diese Annahme wohl gerechtfertigt ist. Ich habe an sämtlichen in dieser Mittheilung publicirten Messungen diese Correction angebracht mittels der folgenden Werthe: $J_m = 0,0299$, $\lambda_m = 8,750$. Die Resultate würden nicht merklich geändert, wenn statt dieser die obigen Mittelwerthe verwendet wären. Unterschied sich die Temperatur des Schirms von 15°C. , so berechnete man nach den Formeln die dadurch herbeigeführte Aenderung in den Werthen von J_m und benutzte den geänderten Werth von J_m der Strahlung des Schirmes für die Correction. Die Aenderungen in dem Werth von λ_m berücksichtigte ich nicht, da sie nicht in Betracht kommen.

Wenn man bedenkt, dass die verschiedene Gestalt der normalen Energiecurven und die complicirt erscheinende Abhängigkeit der Intensitäten bei verschiedenen Spectralstellen von der Temperatur durch eine Formel mit nur drei Constanten dargestellt werden, von denen zwei (c_2 und α) von Körper zu Körper nur wenig variiren, so könnte man wohl die Vermuthung wagen, dass diese Formel, wenn sie auch nur empirisch gefunden ist, eine weitergehende Bedeutung besitzt, als sie empirischen Formeln zuzukommen pflegt. Es dürfte wohl sehr schwierig sein, irgend eine andere Function der zwei Variabelen λ und T zu finden, welche mit ebenso wenigen Constanten die Beobachtungen darstellt. In der Meinung, dass die Formel entweder das Gesetz der Kirchhoff'schen Function „e“ selber sei, oder diesem Gesetze doch sehr nahe komme, bin ich bestärkt durch die kürzlich erschienene Arbeit des Hrn. W. Wien.¹⁾ In dieser Abhandlung leitet Wien das Gesetz der Vertheilung der Energie auf die einzelnen Wellenlängen ab und braucht dazu im wesentlichen zwei Voraussetzungen, welche zu denjenigen seiner früheren²⁾ Abhandlung hinzukommen. Die eine ist die Gültigkeit des Maxwell'schen Vertheilungsgesetzes für die Geschwindigkeiten der Gastheilchen und die zweite ist die Annahme, dass die Wellenlänge, deren Emission durch die Be-

1) W. Wien, Wied. Ann. 58. p. 662. 1896.

2) W. Wien, Berl. Sitzungsber. 6. p. 55. 1893.



wegung eines Gasmolecöls verursacht wird, nur eine Funktion der Geschwindigkeit der translatorischen Bewegung dieses Molecöls sei. Wenn man mit der ersten Voraussetzung einverstanden sein kann, so weiss man nichts über die Berechtigung der zweiten, welche Wien daher als Hypothese hinstellt. Sobald man diese Hypothese gelten lässt, folgt die Proportionalität der ausgesandten Wellenlänge λ mit $1/v^2$, wo v die Geschwindigkeit des Molecöls bedeutet, oder die Proportionalität der Schwingungszahl ($1/\lambda$) mit dem Quadrat der Geschwindigkeit.

Einen Fall kennen wir nun, für den etwas Aehnliches bereits erwiesen ist, nämlich denjenigen einer Mischung von Gasen, welche alle nur infolge ihrer Temperatur strahlen, und welche so zusammengestellt sind, dass sie überall im Spectrum eine wenn auch nur geringe Absorption zeigen. Eine unendlich dicke Schicht dieser Mischung strahlt wie ein absolut schwarzer Körper der gleichen Temperatur. Es ist mithin hierfür das in Wien's erster Abhandlung bewiesene Gesetz $\lambda_m \times T = \text{const.}$ gültig. Dies besagt aber, dass die am stärksten emittirte Wellenlänge umgekehrt proportional der Temperatur, also dem Quadrat der mittleren und folglich auch der am stärksten vertretenen Geschwindigkeit ist. Von weiteren Umständen ist λ_m in diesem Falle nicht mehr abhängig.

Diese Beziehung zwischen der emittirten Wellenlänge und der Molecülgeschwindigkeit müsste auch für den Fall als gültig angesehen werden, dass nur solche Molecüle betrachtet werden, welche alle die gleiche Geschwindigkeit haben.

Das Resultat der zweiten Arbeit von Wien ist die Emissionsfunction des absolut schwarzen Körpers:

$$J = C \lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}},$$

welche genau die gleiche Form hat, wie Fl. I, und in welcher nur statt der Constanten α der Zahlenwerth 5 auftritt. Meine Versuche lassen es als durchaus möglich erscheinen, dass α für den absolut schwarzen Körper den Werth 5 hat. Es lässt sich leicht übersehen, was durch Wien's Theorie oder die Beobachtungen oder durch beides erwiesen scheint:

1. Fl. (II) $\lambda_m \times T = \text{const.}$ folgt aus Wien's erster Abhandlung und meinen Beobachtungen.

2. Fl. (III) $J_m = c' T^\alpha$. Wien zeigt in der ersten Abhandlung, dass diese Beziehung für $\alpha = 5$ gilt, während meine Versuche zwar diesen Werth von α nicht ergeben, vermuthlich, da sie nicht mit einem absolut schwarzen Körper angestellt sind. Aber sie widersprechen der Theorie andererseits nicht, da die allgemeine Form der Fl. III sich gültig zeigt, und da der Zahlenwerth von α von 6,42 bis 5,24 rückt, wenn man vom reflectirenden zum schwärzesten Körper geht. Die Versuche rechtfertigen nur den Schluss, dass α für den absolut schwarzen Körper höchstens 5,24 sein kann.

Statt der Fl. IV, welche mit dem Werth $\alpha = 5$ als das Resultat der zweiten Abhandlung von Wien angesehen werden kann, war aus Wien's erster Abhandlung nur zu schliessen¹⁾, dass J/J_m für alle Temperaturen die gleiche Function von λ/λ_m sein müsse. Dies ist durch die Beobachtungen bestätigt. Die Form des Gesetzes IV resultirt aber nach Wien's zweiter Abhandlung erst unter der Voraussetzung der neuen Hypothese. Hier könnten nun meine Versuche eingreifen. In dieser Meinung habe ich das Beweismaterial zur Stütze der Fl. IV so sehr angehäuft, wie es nur zulässig erschien. Diese Formel konnte ich allein aus einer Discussion der Eigenschaften der in logarithmischen Maassen dargestellten Energiecurven ableiten, bevor ich von Wien's Ableitung Kenntniss hatte. Zwar führen meine Formeln nicht den Zahlenwerth 5, sondern $\alpha = 5,55$ bis 5,09; doch ist dieselbe Discrepanz auch für die J_m -Beziehung (Fl. III) vorhanden, wo die Theorie für den Werth 5 entscheidet. Meine Versuche scheinen zu ergeben, dass im allgemeinen für schwärzere Körper die Fl. IV mit demjenigen Werthe α gilt, der auch aus der J_m -Beziehung folgt. Nimmt man das als richtig an, so würde folgen, dass auch die Fl. IV mit dem Zahlenwerthe 5 statt α für den absolut schwarzen Körper gelten muss, und es wäre das Resultat von Wien's zweiter Abhandlung bestätigt. Damit nun auch die erwähnte Hypothese über die Erregung der Lichtschwingungen bestätigt wird, müsste bewiesen werden, dass diese Hypothese die einzige ist, welche die Endformel ergiebt.

1) Vgl. I. Mitth. p. 458.

Nach der Ausführung der besprochenen Messungen sind Methoden wenigstens im Principe bekannt geworden, um die Strahlung des absolut schwarzen Körpers selber herzustellen. Ebenso sind inzwischen durch eine Reihe von Arbeiten die Messungen hoher Temperaturen verfeinert. Es dürfte möglich sein, mit diesen Hilfsmitteln die hervorgehobenen Unsicherheiten in den gewonnenen Gesetzen zu beseitigen und, falls α den Zahlenwerth 5 erhält, die Constante c_2 der Fl. I, welche dann allein die Abhängigkeit der Strahlungsintensität von der Temperatur und der Wellenlänge regelt, genau zu bestimmen. Die Constante c_1 würde wohl am besten durch die Messung von Gesamtstrahlungen in absolutem Maasse zu bestimmen sein.

Anhang I.

Ueber die Correction der Energiecurven wegen der Unreinheit des Spectrums.

In einem reinen Spectrum bedeute $f(x)$ die Intensität an einer Stelle (Wellenlänge oder Minimalablenkung eines Prismas oder dergl.) x , sodass $f(x) \cdot dx$ die Energiemenge bedeutet, welche in einem bei x beginnenden Spectralgebiete dx enthalten ist. Die Energie in einem Spectralgebiet von der Breite a ist

$$\int_{x-a/2}^{x+a/2} f(x) dx,$$

wenn die Mitte des Gebietes x ist. Ein Bolometerstreif von der Breite a erwärmt sich um einen dieser Grösse proportionalen Betrag, wenn seine Mitte bei x liegt. Es werde nun der Spalt so weit geöffnet, dass das Bild einer Linie die Breite a habe, so haben wir die Anordnung unserer Versuche. Die Intensität $f(x)$ bleibt nicht mehr auf einen unendlich schmalen Spectralbezirk beschränkt, sondern ist auf einer Strecke von der Breite a vorhanden. Bei continuirlichen Spectren greifen die Bilder von den Intensitäten $f(x)$ benachbarter x übereinander, und die Energiemenge, welche dann den Bolometerstreifen erwärmt, berechnet sich folgendermaassen, wenn man von constanten Factoren absieht.

Das Bild von der Intensität $f(x)$ bedeckt den Streif vollständig, wirkt also mit seiner vollen Intensität erwärmend.

Das Bild von der Intensität $f(x+v)$, welches herrührt von der Stelle $x+v$, fällt nur theilweise auf den Streifen. Von seiner Intensität wirkt erwärmend ein Bruchtheil, der gleich ist dem Bruchtheil der Bildfläche, welche den Streif bedeckt. Der erwärmende Bruchtheil der Intensität beträgt:

$$\frac{a-v}{a} f(x+v),$$

Alle Stellen v auf einer Seite von x geben zusammen als erwärmende Energiemenge:

$$\int_0^a \frac{a-v}{a} f(x+v) dv,$$

alle Stellen v auf der anderen Seite:

$$\int_0^a \frac{a-v}{a} f(x-v) dv.$$

Insgesamt beträgt die den Streifen erwärmende Energiemenge $F_{(x)}$:

$$F_{(x)} = \int_0^a \frac{a-v}{a} \{ f(x+v) + f(x-v) \} dv.$$

Dieser Grösse ist der Galvanometeraussschlag proportional, den wir mit unserer Anordnung beobachten.

Es entsteht nun die Aufgabe, $f(x)$ so durch $F_{(x)}$ und a auszudrücken, dass es leicht möglich ist, aus dem beobachteten $F_{(x)}$ $f(x)$ zu berechnen. Diese Aufgabe hat Hr. Prof. C. Runge gelöst und folgende Reihe zur Darstellung von $f(x)$ abgeleitet.

$$a \cdot f(x) = 2 \left\{ \frac{F_{(x)}}{2!} - \frac{1}{4!} \Delta^2 F_{(x)} + \frac{(2!)^2}{6!} \Delta^4 F_{(x)} - \frac{(3!)^2}{8!} \Delta^6 F_{(x)} \right. \\ \left. + \frac{(4!)^2}{10!} \Delta^8 F_{(x)} - + \dots (-1)^n \frac{(n!)^2}{(2n+2)!} \Delta^{2n} F_{(x)} \dots \right\}$$

Hier bedeuten:

$$\Delta^2 F_{(x)} = \{ F_{(x+a)} - F_{(x)} \} - \{ F_{(x)} - F_{(x-a)} \} \\ \Delta^4 F_{(x)} = \{ \Delta^2 F_{(x+a)} - \Delta^2 F_{(x)} \} - \{ \Delta^2 F_{(x)} - \Delta^2 F_{(x-a)} \} \\ \dots \dots \dots \Delta^{2n} F_{(x)} = \{ \Delta^{2(n-1)} F_{(x+a)} - \Delta^{2(n-1)} F_{(x)} \} - \{ \Delta^{2(n-1)} F_{(x)} - \Delta^{2(n-1)} F_{(x-a)} \}$$

Sind die beobachteten $F_{(x)}$ so tabellarisch gegeben, dass das Tabellen-Intervall der x gleich a ist, so kann man durch successive Differenzbildung $\Delta^2 F_{(x)}$ etc. berechnen. Ist $F_{(x)}$ dagegen, wie in unserem Falle, in Form einer Curve gegeben, so ist folgende Form der Reihe zweckmässig:

$$af(x) = F_{(x)} - \frac{1}{6} F_{1(x)} + \frac{2}{45} F_{2(x)} - + \dots$$

wo

$$F_{1(x)} = \frac{F_{(x+a)} + F_{(x-a)}}{2} - F_{(x)}$$

$$F_{2(x)} = \frac{F_{1(x+a)} + F_{1(x-a)}}{2} - F_{1(x)}$$

.

bedeuten.

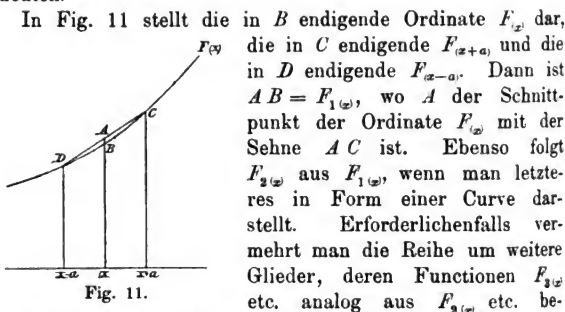


Fig. 11.

rechnet werden, wie $F_{2(x)}$ aus $F_{1(x)}$ und $F_{1(x-a)}$ aus $F_{(x)}$.

Beispiel: Reduction der Beobachtungen an der Energiecurve 1001° C., Eisenoxyd; vgl. Tabelle XXII.

Die beobachteten Intensitäten $F(\delta)$ wurden als Function der beobachteten Minimalablenkungen δ graphisch dargestellt. Aus dieser Curve berechnete man, wie gezeigt, für jeden Beobachtungspunkt $F_1(\delta)$. Dann wurde $F_1(\delta)$ graphisch aufgetragen und aus dieser Curve in gleicher Weise $F_2(\delta)$ berechnet, a betrug 7'.

Man sieht, wie der ansteigende Ast der Curve (grosse Werthe von δ) erheblich durch die Correction heruntergedrückt wird. Da das Glied $\frac{2}{45} F_2(\delta)$ nur sehr wenig im Vergleich zum ersten ausmacht, sind die Beobachtungen der meisten anderen Energiecurven nur durch das Glied $-\frac{1}{6} F_1(\delta)$ corrigirt.

Tabelle XXII.

δ beob.	27° 24,0'	28° 39,4'	49,4	59,4	29° 9,4'	39,4
$F(\delta)$ beob.	28,9	65,5	76,7	87,9	101,8	171,1
$\frac{F(\delta + a) + F(\delta - a)}{2}$	24,0	66,8	76,6	88,8	102,6	165,8
$F_1(\delta)$	-4,9	+1,3	-0,1	+0,9	+0,8	-5,6
$-\frac{1}{6} F_1(\delta)$	+0,8	-0,2	0,0	-0,1	-0,1	+0,9
$\frac{F_1(\delta + a) + F_1(\delta - a)}{2}$	-1,0	+2,0			+4,5	-0,4
$F_2(\delta)$	+3,9	+0,7			+3,7	+5,2
$+\frac{2}{45} F_2(\delta)$	+0,2	+0,0			+0,2	+0,2
$a f(\delta)$	29,9	65,3	76,7	87,8	101,9	172,2

δ beob.	49,4	59,4	30° 9,4'	14,8	19,3	22,3	25,3
$F(\delta)$ beob.	207,2	254,9	314,8	350,9	385,8	398,0	413,0
$\frac{F(\delta + a) + F(\delta - a)}{2}$	210,0	257,8	319,2	348,5	378,8	409,0	450,0
$F_1(\delta)$	+2,8	+2,9	+4,4	+2,4	-7,0	+11,0	+37,0
$-\frac{1}{6} F_1(\delta)$	-0,4	-0,5	-0,7	+0,4	+1,2	-1,8	-6,2
$\frac{F_1(\delta + a) + F_1(\delta - a)}{2}$	+1,5	+3,9	+1,7	+3,9	+21,8	+18	+22
$F_2(\delta)$	-1,3	+1,0	-2,7	+1,5	+28,8	+7	-34,8
$+\frac{2}{45} F_2(\delta)$	-0,1	+0,1	-0,1	+0,1	+1,5	+0,3	-1,5
$a f(\delta)$	206,7	254,5	314,0	351,4	388,5	396,5	405,3

δ beob.	28,3	31,3	34,3	37,3	40,3	43,3	46,3
$F(\delta)$ beob.	441,2	500,5	553,5	604,4	647,9	676,6	693,8
$\frac{F(\delta + a) + F(\delta - a)}{2}$	482,5	518	546,0	583,0	615,8	637,5	644,8
$F_1(\delta)$	+41,3	+17,5	-7,5	-21,4	-12,1	-39,1	-49,0
$-\frac{1}{6} F_1(\delta)$	-6,9	-3,1	+1,3	+3,6	+5,3	+6,5	+8,2
$\frac{F_1(\delta + a) + F_1(\delta - a)}{2}$	-5,5	+1,9	+3,0	-7,3	-26,3	-46,5	-55,3
$F_2(\delta)$	-46,8	-15,6	+10,5	+14,1	+5,8	-7,4	-6,3
$+\frac{2}{45} F_2(\delta)$	-2,0	-0,6	+0,4	+0,6	+0,2	-0,3	-0,3
$a f(\delta)$	432,3	496,8	555,2	608,6	653,4	682,8	701,7

δ beob.	49,3	52,3	55,3	58,3	31° 1,3'	4,3
$F(\delta)$ beob.	692,6	669,5	614,5	524,5	410,3	309,1
$\frac{F(\delta + a) + F(\delta - a)}{2}$	624,3	589,0	532,0	474	403,3	326,1
$F_1(\delta)$	-68,3	-80,5	-82,5	-50,5	-7,0	+17,0
$-\frac{1}{6} F_1(\delta)$	+11,4	+13,4	+13,8	+8,4	+1,2	-2,8
$\frac{F_1(\delta + a) + F_1(\delta - a)}{2}$	-57,7	-37	-28,9	-23,1	-12,9	-1,0
$F_2(\delta)$	+10,6	+43,5	+53,6	+27,4	-5,9	-18,0
$+\frac{2}{45} F_2(\delta)$	+0,4	+2,0	+2,4	+1,2	-0,2	-0,8
$a f(\delta)$	704,4	684,9	630,7	534,1	411,3	305,5

δ beob.	7,3	10,3	13,3	16,3	19,3
$F(\delta)$ beob.	196,6	114,4	59,2	29,4	16,1
$\frac{F(\delta + a) + F(\delta - a)}{2}$	246,0	180,0	121,6	77,4	42,9
$F_1(\delta)$	+49,6	+65,6	+62,4	+48,0	+26,8
$-\frac{1}{6} F_1(\delta)$	-8,3	-11,0	-10,4	-8,0	-4,5
$\frac{F_1(\delta + a) + F_1(\delta - a)}{2}$	+20,5	+26,1	+32,0	+35,2	+32,0
$F_2(\delta)$	-28,9	-39,5	-30,4	-12,8	+5,2
$+\frac{2}{45} F_2(\delta)$	-1,3	-1,7	-1,6	-0,5	+0,2
$a f(\delta)$	187,0	101,7	47,2	20,9	11,8

Es ist lehrreich, die Wirkung dieser Correction an den Absorptionsstreifen des Wasserdampfes und der Kohlensäure zu verfolgen. Um dies recht anschaulich vorzuführen, habe ich in Fig. 12 eine Beobachtung reproducirt, durch welche ich die Absorption einer ca. 30 cm¹) dicken Schicht Kohlensäure kennen lernen wollte. Es sind erstens die uncorrectirten Beobachtungspunkte $F(\delta)$ eingetragen \odot — \odot — \odot , zweitens die hieraus berechneten Werthe $F_1(\delta)$ \square — \square — \diamond und schliesslich die mit den Gliedern $-\frac{1}{6} F_1(\delta) + \frac{2}{45} F_2(\delta)$ correctirten Beobachtungspunkte $a f(\delta)$ \times — \times — \times ; die Absorptionslücke wird durch die Correction auf Null herabgedrückt,

1) Vgl. F. Paschen, Wied. Ann. 51. p. 9 und Fig. 2, Curve 2, 1894.

sodass als Absorptionsbetrag im Maximum der Absorption 100 Procent folgt, während aus der uncorrectirten Curve sich nur ein Absorptionsbetrag von ca. 90 Procent¹⁾ ergibt.

Diese Correction ist demnaeh unentbehrlich, wenn man die Beträge der Absorption in schmaleren Absorptionsstreifen genau zu bestimmen wünscht. Ihre Wirkung wird noch beträchtlicher, wenn der Bolometerstreif im Vergleich zur Dispersion des Spectrums breiter ist, wie es bei den Messungen im Steinsalzspectrum für dieses Spectralgebiet der Fall ist.²⁾

Lehrreich ist an der Fig. 12, wie die Ränder der Absorptionslücke in die Höhe gebracht werden. Bei Intensitätsschwankungen im Energiespectrum, welche sich über ein im Vergleich zur Bolometerstreifenbreite so enges Spectralgebiet erstrecken, wie im angezogenen Falle, ist das Glied $+\frac{2}{3}F_1(\delta)$ noch nothwendig; das nächstfolgende würde aber nur noch Beträge liefern, welche kleiner als die Beobachtungsfehler sind.

Anhang II.

Ueber die Correction zur Eliminirung der Absorption des Prismas und einer etwaigen Absorption des Wasserdampfes der Luft bei Wellenlängen zwischen $7,8\mu$ und $9,6\mu$.

Zeichnet man über die beobachtete und logarithmisch dargestellte Energiecurve die theoretische, d. h. die der Fl. IVa

1) Der maximale Absorptionsbetrag an dieser Stelle für eine ca. 7 cm dicke Schicht CO_2 , der für meine Anordnung ohne Correction ca. 87 Proc. beträgt, wird durch die Correction auf ca. 97 Proc. gebracht.

2) Ich bedaure, dass Hr. F. W. Very, welcher *Astrophys. Journ.* 4 p. 37—49, 1896 Langley's Beobachtungen über einige Energiespectra fester Körper ausführlicher publicirt hat, nicht die zu jeder Curve gehörigen Bolometerstreifen- und Spaltbreiten mitgetheilt hat. Da Langley's Beobachtungen nach seinen Angaben mit einem im Verhältniss zur Bolometerstreifenbreite bedeutend schwächer dispergirten Spectrum gemacht sind, würde die Correction vermuthlich bedeutende Aenderungen bewirken. Ich möchte hervorheben, dass die Schlüsse, welche Very l. c. zieht, sich auf die von ihm corrigirten λ_m beziehen, welche von den beobachteten um Beträge von 1μ oder mehr abweichen, und dass diese Correction zur Eliminirung der Störung durch die starken Wasserdampfabsorptionen entweder ganz willkürlich oder unter der Voraussetzung des Gesetzes $\lambda_m \sqrt{T} = \text{const.}$ gemacht zu sein scheint, welches Very beweisen will. Aus demjenigen, welches bisher über Langley's Messungen bez. der Strahlung fester Körper publicirt ist, vermag ich nichts weiteres zu schliessen, als was ich *Astrophys. Journ.* 3 p. 150, 1896 gesagt habe.

mit einem geeigneten Werth α folgende, so muss die Differenz der Ordinaten an den Absorptionsstellen für alle Energiecurven constant sein, wenn anders die Absorption constant ist. Die folgende Tabelle XXIII enthält für verschiedene Energiecurven diese Differenzen für das Gebiet der längsten Wellenlängen. Da die Galvanometerausschläge in diesem Gebiete nicht gross waren, ist die Genauigkeit gering. Betrachtet man demgemäss die angeführten Beträge als constant, so wird das Mittel aus ihnen der angenäherte Werth des Betrages sein, den man zum Logarithmus der Intensität irgend einer anderen Curve hinzufügen muss, um diese zu corrigiren. Mit den angeführten Mittelwerthen sind viele Curven der vorstehenden Abhandlung in diesem Gebiete corrigirt. Die Correction beruht nur auf der Voraussetzung, dass die logarithmisch dargestellten Energiecurven congruent sind. Denn die theoretische Curve IVb könnte mit gleichem Erfolge ersetzt werden durch das Mittel einiger Energiecurven höherer Temperatur, deren λ_m bei so kleinen Wellenlängen liegt, dass das zur Correction benutzte Ende dieser Curven Beobachtungspunkte enthält, welche nicht in Absorptionsstellen fallen (vgl. I. Mitth. p. 472).

Tabelle XXIII.

 $\log J_{\text{theor.}} - \log J_{\text{beob.}}$

$\log \lambda \rightarrow$	0,890	0,900	0,910	0,920	0,930	0,940	0,950	0,960	0,970	0,980
Russ 348°	0,044	0,076	0,108	0,155	0,206	0,263	0,340	0,516		
„ 400	0,045	0,077	0,115	0,164	0,233	0,305	0,376	0,439	0,602	0,754
„ 370	0,052	0,086	0,117	0,176	0,239	0,322	0,366	0,469	0,647	
Eisenoxyd 693	0,046	0,070	0,100	0,133	0,186	0,238	0,333	0,419	0,543	0,682
„ 528	0,045	0,054	0,066	0,090	0,130	0,223	0,314	0,427	0,542	0,660
„ 703	0,048	0,064	0,092	0,130	0,180	0,231	0,313	0,398	0,495	0,637
Russ 368	0,062	0,091	0,117	0,159	0,210	0,293	0,370	0,451	0,534	0,666
„ 498	0,053	0,076	0,110	0,151	0,215	0,284	0,372	0,474	0,591	0,713
„ 505	0,044	0,071	0,112	0,154	0,215	0,293	0,380	0,465	0,569	0,704
„ 447	0,039	0,065	0,101	0,134	0,179	0,246	0,329	0,416	0,526	0,643
„ 420	0,045	0,068	0,098	0,140	0,196	0,269	0,349	0,424	0,566	0,733
„ 377	0,030	0,060	0,099	0,152	0,209	0,275	0,348	0,437	0,546	0,661
„ 368	0,017	0,030	0,063	0,108	0,177	0,253	0,333	0,421	0,529	0,652
„ 335	0,059	0,087	0,126	0,175	0,236	0,293	0,383	0,480	0,597	0,730
„ 296	0,049	0,085	0,125	0,176	0,246	0,325	0,411	0,503	0,610	0,713
Mittel	0,045	0,071	0,104	0,147	0,199	0,274	0,354	0,449	0,566	0,695

Anhang III

Zur Verwirklichung des „absolut schwarzen Körpers“.

Nach Kirchhoff befindet sich im Inneren eines von gleichtemperirten Wänden umschlossenen Raumes die Strahlung des „absolut schwarzen Körpers“ der Temperatur der Wände. Die Herren W. Wien und O. Lummer¹⁾ haben neuerdings vorgeschlagen, dies zu verwirklichen und Strahlung durch eine kleine Oeffnung aus dem Hohlraum herauszuleiten. Bis auf Correctionen, welche empirisch, oder durch Rechnung zu finden sind, müsste die austretende Strahlung diejenige des „absolut schwarzen Körpers“ sein. Die Verwirklichung dieses Planes dürfte für niedere Temperaturen ausführbar sein, wofür auch schon einige von F. Kurlbaum angestellte Messungen zu sprechen scheinen. Für höhere Temperaturen dürften aber die zur Ausführung erforderlichen Mittel bedeutend werden. Für viele Zwecke, beispielsweise für die Herstellung einer einfach definirten Lichteinheit, würde aber die Herstellung der Strahlung des „absolut schwarzen Körpers“ sehr hoher Temperatur Interesse haben. Ich möchte daher eine dazu geeignete Methode mittheilen, bei welcher die Schwierigkeiten und Kosten der Ausführung geringer sein dürften.

Es befinde sich ein beliebiger fester und nur infolge seiner Temperatur strahlender Körper im Inneren eines Hohlraumes, dessen Wände jegliche Strahlung reflectiren, im übrigen aber eine beliebige Temperatur haben mögen. Dann geht von dem beliebigen strahlenden Körper die Strahlung des „absolut schwarzen Körpers“ aus, wie leicht einzusehen ist. Dieser Fall wird nämlich auf den Kirchhoffschen Fall des Hohlraumes mit den hochtemperirten Wänden durch die Ueberlegung zurückgeführt, dass durch die Spiegelung eine virtuelle Wand von überall dem gleichen Glühzustande geschaffen wird, welchen der Körper hat. Wenn die spiegelnde Wand continuirlich ist, muss auch diese virtuelle Wand continuirlich sein. Infolge der Spiegelung strahlt von den reflectirenden Wänden dieselbe Strahlung zurück, welche vorhanden wäre, wenn man den Spiegel beseitigte und dafür die virtuelle Wand realisirte.

1) W. Wien u. O. Lummer, Wied. Ann. 56. p. 451. 1895.

Es mögen bedeuten:

J die Intensität, welche der beliebige Körper für seine Temperatur und für irgend eine Wellenlänge λ emittirt.

A den Bruchtheil der Lichtmenge von der gleichen Wellenlänge λ , welche der Körper bei seiner Temperatur absorbiert. Er reflectirt dann den Bruchtheil $1-A$, wenn er undurchlässig ist, was vorausgesetzt werden möge. Diese Reflexion ist wie bei rauen Oberflächen als diffus anzunehmen.

E die Intensität, welche der absolut schwarze Körper für die gleiche Wellenlänge λ und die gleiche Temperatur emittirt.

Es besteht dann nach Kirchhoff die Relation

$$(I) \quad J = E \times A.$$

Es mögen nun die Wände von der senkrecht auf sie treffenden Lichtmenge der Wellenlänge λ reflectiren den Bruchtheil q . Es sei ferner die Gestalt des reflectirenden Hohlraumes und die Anordnung des strahlenden Körpers so getroffen, dass die von den Wänden reflectirte Strahlung nach einmaliger Reflexion auf den Körper zurückgelangt (kleiner Körper im Mittelpunkt einer Kugel). Die Incidenz der Strahlung bei der Reflexion ist dann überall senkrecht, sodass überall der q te Theil reflectirt wird.

Von der vom Körper emittirten Lichtmenge J gelangt nach der Reflexion an den Wänden die Menge $J \times q$ auf den Körper zurück. Von ihr reflectirt der strahlende Körper $Jq(1-A)$. Diese Menge wird wieder von den Wänden reflectirt, sodass $Jq^2(1-A)$ auf den Körper zurückgelangt und $Jq^2(1-A)^2$ von ihm reflectirt wird. Insgesamt geht also von dem Körper aus die Menge:

$$(II) \quad i = J + Jq(1-A) + Jq^2(1-A)^2 + \dots Jq^\infty(1-A)^\infty,$$

da $(1-A)^\infty$ gleich Null ist,

$$i = J \frac{1}{1 - q(1-A)}$$

oder mit Berücksichtigung von (I) gleich

$$E \frac{1}{\frac{1}{A} - \frac{q}{A} + q}.$$

Setzen wir $q = 1 - \nu$ und $A = 1 - \mu$, wo ν und μ kleine Bruchtheile von Eins sind, wenn q und A der Eins nahekommen, so wird der Factor von E

$$\frac{1}{\frac{1}{A} - \frac{q}{A} + q} = \frac{1}{\frac{\nu}{1-\mu} + 1 - \nu} = \frac{1}{1 + \nu\mu + \nu\mu^2 + \nu\mu^3 + \dots + \nu\mu^\infty}.$$

Der Factor von E ist mithin um einen Betrag kleiner als Eins, der im wesentlichen durch das Produkt $\nu \cdot \mu$ gegeben ist.

Für Silber ist q nach den Messungen von Hrn. H. Rubens¹⁾ für $\lambda = 0,6 \mu$ gleich 0,93. Nehmen wir für Kohle als Absorptionsvermögen $A = 0,9$ an, so wird $\nu = 0,07$ und $\mu = 0,1$ und der Factor von E bis auf 0,007 gleich der Einheit. Die im Inneren befindliche Strahlung ist bei $0,6 \mu$ also nur noch um 0,7 Proc. kleiner als diejenige des absolut schwarzen Körpers. Rückt eine der Zahlen q oder A der Einheit näher, wie z. B. q für Silber mit wachsender Wellenlänge, so nähert sich in gleichem Maasse die Strahlung derjenigen des absolut schwarzen Körpers. Für $\lambda = 2,5 \mu$ ist $q = 0,978$, ν also 0,022, und E nur noch um 0,2 Proc. kleiner als beim absolut schwarzen Körper. Für $q = 1$, $\nu = 0$ wird $i = E$.

Ist q nicht gleich Eins, und ist die Anordnung der reflectirenden Wände derartig, dass die Strahlung erst nach wiederholten Reflexionen auf den Körper zurückgeiangt, so wird der Factor von E kleiner, als im berechneten Falle. Es würde aber q^n oder näherungsweise $1 - n \cdot \nu$ bei n -maliger Reflexion eine untere Grenze des reflectirten Bruchtheils darstellen, da die Incidenz dann nicht mehr normal sein kann, und bei nicht normaler Incidenz mehr reflectirt wird, als bei normaler. Ist $q = 1$, so ist die Anordnung der Wände und des Körpers zwischen ihnen gleichgültig.

Zur Verwirklichung des besprochenen Planes möchte ich vorschlagen, die kugelförmige Glashülle einer Glühlampe innen zu versilbern und einen kleinen Kohlestreifen in den Mittelpunkt der Kugel zu setzen. Durch ein kleines Fensterchen aus gut durchlässigem Materiale tritt dann die Strahlung des absolut schwarzen Körpers der Temperatur des Kohlestreifs

1) H. Rubens, Wied. Ann. 37. p. 249. 1889.

aus bis auf Correctionsbeträge, die einerseits von der Lage und Grösse des Fensters abhängen, und in ähnlicher Weise wie bei der Methode von Wien und Lummer bestimmt werden können, und die andererseits von der Reflexionsfähigkeit der spiegelnden Schicht und der ohne Spiegelwände bereits vorhandenen Annäherung des strahlenden Körpers an den absolut schwarzen Körper abhängen und ebenfalls ermittelt werden können. Der im Mittelpunkt glühende Körper muss diffus reflectiren. Andernfalls könnte das ihm gegenüberliegende Fenster dem Erfolge verderblich werden. Die Kohle einer Glühlampe lässt sich so präpariren, dass sie eine raue Oberfläche hat und dieser Forderung zu genügen scheint. Dieselbe Eigenschaft müssen ja auch die Wände des Hohlraumes bei dem Plane von Wien und Lummer haben.

Schliesslich liesse sich die Temperatur des Kohlestreifs in ähnlicher Weise bestimmen, wie es oben p. 686 und 687 ausführlich beschrieben ist.

Wir haben p. 695 gesehen, dass die Strahlung der Kohle dadurch der Strahlung des absolut schwarzen Körpers näher gerückt erscheint, dass die Kohle mit einer Glashülle umgeben wird. Da Glas bei längeren Wellenlängen stark absorbiert, wird es dort auch stark reflectiren. Dazu kommt, dass die innere Glasoberfläche infolge längeren Gebrauches mit verschiedenen Kohlen einen glänzenden Kohlenniederschlag an den Wänden hatte, der die Reflexionsfähigkeit des Glases erhöht haben kann. Jedenfalls scheint mir, dass die Wirkung der wenn auch nur unvollkommen spiegelnden Hülle als mögliche Ursache des Verhaltens der untersuchten Kohlen angesehen werden kann.

Derselbe Plan, der zur Construction eines strahlenden absolut schwarzen Körpers führt, ist anwendbar zur Herstellung eines absolut schwarzen Strahlungsempfängers. Ein Streifchen aus beliebigem Materiale im Inneren eines absolut spiegelnden Hohlraumes ist ein solcher. Hat der Hohlraum eine Oeffnung zum Einlass der Strahlung, so kann man die dadurch bedingte Abweichung von der absoluten Schwärze durch die Anwendung eines gut absorbirenden Streifchens und einer kleinen Oeffnung sehr gering machen und im übrigen berechnen. Die Temperatur der Wände ist um so weniger von

Belang, je besser sie spiegeln. Ist das Streifchen ein Bolometerstreif, so wird derselbe wegen der hohen Lichtgeschwindigkeit die der Strahlung entsprechende Temperaturveränderung in der spiegelnden Hülle ebenso schnell annehmen, wie ohne dieselbe.

Ich darf nicht schliessen, ohne der ausserordentlichen Förderung zu gedenken, welche die Discussion der Beobachtungsergebnisse der vorstehenden Arbeit durch das Interesse erfahren hat, mit welchem Hr. Prof. C. Runge ihren Fortschritt verfolgt hat, und durch die Anregungen, welche ich dadurch erhielt. Auf Runge's Rath ging ich zu der logarithmischen Darstellung der Energiecurven über, ohne welche das Entwirren der complicirten Curven wohl sehr schwer gewesen wäre.

Hannover, Januar 1897.

**8. Beitrag zur Kenntniss der Dispersion
und Absorption der ultrarothten Strahlen in
Steinsalz und Sylvin;
von H. Rubens und A. Trowbridge.**

(Hierzu Taf. VI Fig. 3 u. 5.)

Es ist vor kurzem der Nachweis geliefert worden, dass man durch mehrfache Reflexion an Oberflächen der gleichen Substanz aus der grossen Zahl der von einer Wärmequelle ausgehenden Strahlen infolge der selectiven Reflexion diejenigen aussondern kann, welche einem eng begrenzten Gebiet von Wellenlängen entsprechen.¹⁾ Man erhält auf diese Weise ohne Anwendung eines Prismas oder Gitters einigermaassen monochromatische Strahlen, welchen in einigen Fällen eine sehr grosse mittlere Wellenlänge zukommt.

Diese Methode hat gegenüber der bisher üblichen, bei welcher die Zerlegung der Strahlen mit Hülfe eines Prismas oder Gitters vorgenommen wurde, für manche Untersuchungen den Nachtheil, dass die Wellenlänge der Strahlung nicht nach Belieben variiert werden kann, sondern dass man hierbei auf ganz bestimmte, durch die Substanz der reflectirenden Flächen gegebene Wellenlängen angewiesen ist.

Aus diesem Grunde erschien es uns von Interesse, Versuche darüber anzustellen, inwieweit sich die Prismamethode zur Untersuchung des ferneren ultrarothten Spectrums anwenden lässt, bez. bis zu welchen Wellenlängen man in einem Spectrum gelangen kann, welches von einem aus Sylvin oder Steinsalz bestehenden Prisma entworfen wird.

Die Eigenschaften eines Körpers, von welchen seine Verwendbarkeit als Prismensubstanz abhängt, sind ausser seinem Vorkommen in grösseren klaren Stücken und der Möglichkeit der Herstellung und Conservirung planer Oberflächen in erster Linie seine Dispersion und Absorption. Wir betrachteten es deshalb als unsere Aufgabe, die Dispersion und Absorption dieser Stoffe für ultrarothte Strahlen von grosser Wellenlänge möglichst genau zu untersuchen.

1) H. Rubens u. E. F. Nichols, Wied. Ann. 60. p. 418. 1897.

Messung der Dispersion.

Die Dispersion von Steinsalz und Sylvin ist in einer früheren Arbeit von dem einen von uns¹⁾ bis zu Wellenlängen von $8,86 \mu$ bez. $7,06 \mu$ mit derjenigen des Flussspath verglichen worden. Für dieses Material existiren die sorgfältigen Dispersionsmessungen Paschen's²⁾, welche nach der Langley'schen Methode mit Hülfe eines besonders zu diesem Zweck angefertigten Rowland'schen Gitters ausgeführt sind und sich bis zu der Wellenlänge $\lambda = 9,44 \mu$ erstrecken. Einige weitere Punkte der Dispersionscurven von Steinsalz und Sylvin sind neuerdings im äussersten Ultraroth bei $\lambda = 20,6 \mu$ und $\lambda = 22,3 \mu$ festgelegt und mit Hülfe dieser Punkte, sowie des erwähnten älteren Beobachtungsmaterials die 5 Constanten der Ketteler-Helmholtz'schen Dispersionsgleichung

$$n^2 = b^2 + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - \frac{M_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2}$$

bestimmt worden.³⁾ Die in dem Folgenden mitgetheilten Versuche beschränken sich darauf, die Dispersion von Steinsalz und Sylvin für einige Punkte des grossen Spectralbereichs zwischen $\lambda = 8,86$, bez. $\lambda = 7,06$ und $\lambda = 20,6 \mu$, für welches bis jetzt keine experimentellen Bestimmungen vorliegen, mit den Angaben dieser Formel zu vergleichen.

Wir bedienten uns dabei einer Methode, welche ebenso wie diejenige des Hrn. Langley⁴⁾ auf der Vergleichung des Gitterspectrums mit dem Prismenspectrum beruht und nur in einem Punkte von derselben abweicht. Während bei Hrn. Langley's Versuchsordnung die Zerlegung der Strahlen zuerst von dem Gitter und dann von dem zu untersuchenden Prisma bewirkt wurde, geschah bei unserer Anordnung die Zerlegung in der umgekehrten Reihenfolge. Diese Abänderung spielt indessen eine sehr geringe Rolle und wurde von uns aus dem rein äusserlichen Grunde getroffen, weil es uns da-

1) H. Rubens, Wied. Ann. 54. p. 476. 1895.

2) F. Paschen, Wied. Ann. 53. p. 301. 1894.

3) H. Rubens u. E. F. Nichols, l. c. p. 454.

4) Langley, Wied. Ann. 22. p. 598. 1884.

durch möglich war, eine bequemere Aufstellung der Apparate zu erzielen.

Unsere Versuchsanordnung ist in Fig. 1 schematisch dargestellt. a bedeutet darin die Wärmequelle (Linnemann'scher Zirkonbrenner), b einen Hohlspiegel, welcher die von a ausgehenden Strahlen auf dem Spalt s_0 vereinigt. Hinter dem Spalt s_0 durchdringen die Strahlen das spitzwinkelige Prisma p aus der zu untersuchenden Substanz und gelangen hierauf in den Hohlspiegel e_0 . Mit Hülfe dieser Vorrichtung wird ein

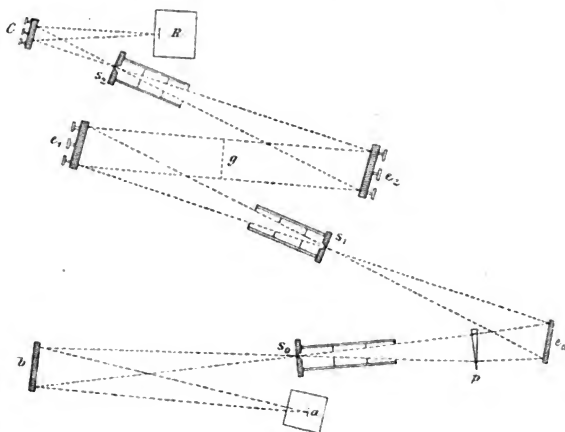


Fig. 1.

Spectrum in der Spaltebene des Spiegelspectrometers $s_1 e_1 e_2 s_2$ entworfen, aus welchem der Spalt s_1 ein engbegrenztes Spectralgebiet ausschneidet, dessen mittlere Wellenlänge durch Drehung des Spiegels e_0 um seine verticale Axe nach Belieben variiert werden kann. Auf das Tischchen des Spiegelspectrometers $s_1 e_1 e_2 s_2$ kann ein Beugungsgitter g aus parallelen Silberdrähten aufgesetzt werden, um die Messung der Wellenlänge der in den Spalt s_1 eindringenden Strahlen zu ermöglichen. Die aus dem feststehenden Ocularspalt s_2 austretenden Strahlen wurden mit Hülfe eines Hohlspiegels C von kurzer Brennweite auf den einen Flügel eines mit Eisenoxyd geschwärzten Nichols'schen

Radiometers¹⁾ R vereinigt, dessen Fenster aus einer ca. 1 mm dicken Chlorsilberplatte bestand.

Das Spiegelspectrometer $s_1 e_1 e_2 s_2$ ist das nämliche, dessen Einrichtung und Wirkungsweise in der oben citirten Abhandlung²⁾ eingehend beschrieben ist und wir können uns folglich darauf beschränken, auf die dort enthaltenen Angaben hinzuweisen. Dagegen ist es nothwendig, auf die Theorie der aus den Spalten s_0 und s_1 dem Prisma p und dem Hohlspiegel e_0 bestehenden Spectralanordnung etwas näher einzugehen. Fig. 2

gibt ein Schema des Strahlenganges für den Mittelstrahl, wenn die Ablenkung durch das Prisma gleich 0 (punktirte Linie) bez. α ist (ausgezogene Linie). Um in den Spalt s_1 Strahlen gelangen zu lassen, welche von dem Prisma p um den Winkel α abgelenkt werden, ist es nothwendig, den Strahl e_0 um den Winkel γ , d. h. den Spiegel e_0 um den Winkel $\gamma/2$ zu drehen. Es ist aber

Fig. 2.

$\gamma = \alpha - \beta$ und es verhält sich angenähert $\beta : \gamma = e_0 p : p s_0$, folglich $\gamma = \alpha(p s_0 / s_0 e_0)$. Die Grösse $p s_0 / s_0 e_0$ lässt sich durch Ausmessung leicht auf 2 pro mille genau bestimmen. Auf grössere Genauigkeit aber dürfen unsere Dispersionsmessungen überhaupt keinen Anspruch machen.

Es ist ohne weiteres zu übersehen, dass diese Versuchsanordnung nur anwendbar ist, wenn es sich um sehr spitzwinkelige Prismen und sehr kleine Ablenkungswinkel α handelt. In unserem Falle betrug die brechenden Winkel der benutzten Steinsalz- und Sylvinprismen angenähert 12° , die beobachteten Ablenkungen zwischen $4\frac{1}{2}$ und $6''$. Bei Winkeln von dieser Grösse führt die oben gegebene einfache Beziehung zwischen γ und α bereits zu Fehlern in der Ablenkung von γ , welche eine Minute betragen können. Der Fehler

1) E. F. Nichols, Berl. Berichte p. 1184. 1896; Wied. Ann. 60. p. 403. 1897.

2) Rubens u. Nichols, l. c. p. 422.

wird indessen sehr viel geringer, wenn man nicht von der Ablenkung Null, sondern von der Minimalablenkung der Natriumlinie ausgeht, d. h. wenn man auf die absolute Messung der Ablenkung α verzichtet und sich auf die Bestimmung des Dispersionswinkels $(\alpha_D - \alpha_i)$ beschränkt. In der That ist dies vollkommen ausreichend, da nach Feststellung dieser Dispersionswinkel die Kenntniss der Ablenkung für die Natriumlinie genügt, um hieraus die Ablenkungen für sämtliche beobachteten Wellenlängen zu berechnen.

Benutzt man die Spectralanordnung in der zuletzt beschriebenen Weise, so sind die Abweichungen, welche die der oben gegebenen entsprechenden Formel $\gamma_D - \gamma_i = \text{const.} (\alpha_D - \alpha_i)$ noch besitzt, sehr klein und können völlig vernachlässigt werden, wenn man an der Constanten $e_0 p / p s_0$ eine kleine Correction anbringt.¹⁾

Die Drehung des Spiegels e_0 um seine verticale Axe wurde mit Hülfe eines Spectrometers bewirkt, auf dessen Tischchen derselbe montirt war. Die Drehung des Tischchens konnte am Theilkreis des Instruments mittels zweier Nonien auf 10 Secunden genau gemessen werden. Da indessen diese Genauigkeit für unsere Zwecke nicht ausreichte, wurde eine mit getheilter Trommel versehene Alhidadenschraube angebracht, mit deren Hülfe die Drehungen des Tischchens innerhalb einiger Grade auf 2 Secunden genau abgelesen werden konnten.

Das Prisma p wurde für Natriumlicht auf Minimum der Ablenkung eingestellt und dann dauernd in dieser Lage belassen. Für das untersuchte ultraroth Spectralgebiet ist daher,

1) Streng genommen ist nicht $\beta = \gamma(e_0 p / p s_0)$, sondern

$$\beta = \arctg \left\{ \frac{e_0 p}{p s_0} \operatorname{tg} \gamma \right\},$$

daher

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} = 1 + \frac{\frac{e_0 p}{p s_0}}{\cos^2 \gamma + \left(\frac{e_0 p}{p s_0} \right)^2 \sin^2 \gamma}.$$

Setzt man hierin für γ einen mittleren Werth ein, etwa 5° , so tritt an Stelle der Constanten $e_0 s_0 / p s_0$ für $\partial \alpha / \partial \gamma$ eine Grösse, welche sich hiervon um 1 bis 2 pro mille unterscheidet.

streng genommen, die Anwendung der für Minimalablenkung geltenden Formel

$$n = \frac{\sin \frac{\varphi + \alpha}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}$$

nicht vollkommen correct. Durch Rechnung ergibt sich jedoch, dass in unserem Falle die Abweichungen hinreichend klein sind, um vernachlässigt werden zu können, was mit der Kleinheit des brechenden Winkels unserer Prismen in Zusammenhang steht.

Diese Vorrichtung, bestehend aus dem Spalt s_0 , dem Hohlspiegel e_0 und dem Prisma p , gestattete uns also in den Spalt des Spectrometers $s_1 e_1 e_2 s_2$ Strahlen von bekannter Minimalablenkung, und da der brechende Winkel des Prismas durch besondere Versuche vorher festgestellt war, von gegebenem Brechungsindex gelangen zu lassen. Die zugehörige Wellenlänge wurde mit Hülfe des Beugungsgitters g bestimmt. Die Eigenschaften und Leistungen dieses Gitters sind in der oben citirten Abhandlung¹⁾ eingehend genug beschrieben, um hier übergangen werden zu können. Zur Messung der Wellenlänge wurden stets die beiden Beugungsbilder erster Ordnung aufgesucht und die Energievertheilung innerhalb derselben genau bestimmt, indem der bewegliche Arm des Spectrometers minutenweise gedreht und stets der Ausschlag bei der betreffenden Stellung sorgfältig gemessen und notirt wurde. Fig. 3₄ enthält die graphische Darstellung einer solchen Versuchsreihe, welche für Steinsalz bei einer Wellenlänge von $\lambda = 13,91 \mu$ ausgeführt wurde. Als Abscissen sind die am Theilkreis des Spectrometers $s_1 e_1 e_2 s_2$ abgelesenen Stellungen des beweglichen Armes, als Ordinaten die zugehörigen Ausschläge aufgetragen. Es ist zunächst auffallend, dass die beiden Beugungsbilder eine deutlich erkennbare Verschiedenheit in der Energievertheilung aufweisen. Das rechte Bild ist beträchtlich schmaler und höher als das linke. Es handelt sich hierbei nicht, wie man vermuthen könnte, um eine zufällige Eigenthümlichkeit dieser Serie, welche etwa von Schwankungen in der Intensität der Lichtquelle hervorgebracht

1) Nichols u. Rubens, l. c. p. 425.

sein könnte, sondern diese Eigenschaft ist allen von uns beobachteten Versuchsreihen gemeinsam. Sie findet ihre Erklärung in der Thatsache, dass die auf den Spalt s_1 fallenden Strahlen nicht vollkommen homogen sind, sondern verschiedene Wellenlängen besitzen, und zwar ist die Vertheilung der Strahlen auf dem Spalt eine solche, dass sich diejenigen mit der kürzesten Wellenlänge an dem rechten Spaltrand, die mit der grössten Wellenlänge an dem linken Spaltrand befinden, wenn man den Spalt s_1 von e_0 aus betrachtet. Dieselbe Energievertheilung findet sich in dem Centralbild der Fig. 3 wieder, nur ist in demselben die rechte gegen die linke Seite vertauscht. Die Beugungsbilder erscheinen zwar beide gegenüber dem Hauptbild infolge der Dispersion des Gitters verbreitert, indessen wirkt die in dem Hauptbild bereits vorhandene Energievertheilung auf die beiden Beugungsbilder in entgegengesetztem Sinne. Das linke wird dadurch noch mehr verbreitert, während das rechte aus dem gleichem Grunde schmaler und schärfer wird, da sich in dem ersteren Falle die Dispersionen des Prismas und Gitters addiren, in dem letzteren dagegen nur die Differenz beider Dispersionen, ähnlich wie bei einer achromatischen Linse, zur Wirkung kommt.

Neben dieser Asymmetrie der Form besteht eine geringe, aber stets merkliche Asymmetrie der Lage der beiden Beugungsbilder in Bezug auf das Hauptbild.¹⁾ Der Gesamtabstand der beiden Beugungsbilder erster Ordnung bleibt indessen hierdurch ungeändert. Dagen wird aus dem Grunde, dass die in den Spalt s_1 gelangenden Strahlen kürzerer Wellenlänge grössere Energie besitzen, wie diejenigen mit grösserer Wellenlänge, eine Correction in Bezug auf die Lage des Maximums der Beugungsspectren erforderlich. Das Maximum erscheint hierdurch in beiden Bildern nach Seite der kürzeren Wellen verschoben. Um diese Correction anbringen zu können, ist es nothwendig, die Energievertheilung innerhalb des mit Hülfe des Spaltes s_0 , des Prismas p und des Spiegels e_0 von der Lichtquelle entworfenen Spectrums zu kennen. Diese wurde

1) Der Grund für das Vorhandensein dieser Asymmetrie liegt in der Anordnung des Spectrometers $s_1 e_1 e_2 s_0$. Vgl. Rubens u. Nichols, l. c. p. 422.

daher in jedem einzelnen Falle durch eine besondere Versuchsreihe sorgfältig gemessen und mit Hülfe der so gewonnenen Zahlen die Beugungswinkel bestimmt, bei welchen das Energiemaximum eintreten müsste, wenn das in der Ebene des Spaltes s_1 entworfene Spectrum an allen Stellen gleiche Energie besäße. Am einfachsten geschieht dies durch Benutzung einer von Hrn. Paschen¹⁾ angegebenen Tangentenconstruction, deren Einzelheiten aus Fig. 4 ersichtlich sind. Die Curve a stellt die Intensitätscurve eines Beugungsbildes dar, die Curve b giebt die Vertheilung der Energie innerhalb des in der Ebene des Spaltes s_1 erzeugten Spectrums.

Sind i und i_1 zwei in der Nähe des Maximums der Curve a gelegene Ordinaten von b und verbindet man die diesen Ordinaten zugehörigen Curvenpunkte p und q durch eine Gerade, welche die Abscissenaxe

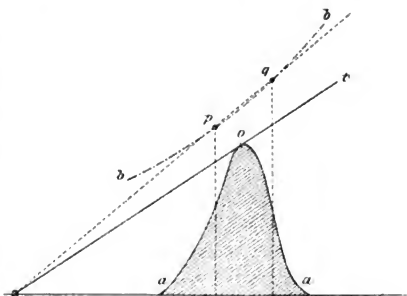


Fig. 4.

im Punkte r trifft, und construirt man schliesslich von r aus die Tangente an die Curve a , so ergibt die Abscisse des Berührungspunktes o dieser Tangente die gesuchte corrigierte Lage des Maximums.

Die hier angegebene Construction ist indessen nur dann anwendbar, wenn die Curve a in ihrem mittleren Theil ein einigermaassen reines Spectrum darstellt, d. h. wenn die Breite des Centralbildes erheblich geringer ist, als diejenige des Beugungsbildes. Eine einfache Ueberlegung liefert hierfür das Kriterium, dass die Construction in allen Fällen angewendet werden darf, in welchen der Betrag der Correction nicht die halbe Differenz zwischen der Breite des Hauptbildes und derjenigen des Beugungsbildes erreicht.

Diese Grenze ist aber bei den im Folgenden mitgetheilten

1) F. Paschen, Wied. Ann. 51. p. 1. 1894.

Messungen stets eingehalten worden. Die Grösse der Correction war für beide Bilder entsprechend ihrer verschiedenen Breite eine verschiedene. Bei dem rechten Bild betrug sie nur wenige Secunden, bei dem linken in einigen Fällen mehr als eine Minute. Wäre der Spalt s_1 unendlich eng, dagegen s_0 und s_2 von endlicher Breite, so würden beide Beugungsbilder gleich breit erscheinen und die Correction müsste in beiden Fällen den gleichen Betrag annehmen, welcher angenähert dem arithmetischen Mittel der von uns in Rechnung gebrachten Correctionen für das rechte und das linke Bild entspricht. Von der Richtigkeit dieser Ueberlegung haben wir uns durch eine Versuchsreihe überzeugt, bei welcher unter sonst gleichen Bedingungen die Breite des bilateralen Spaltes s_1 zwischen den Grenzen 0,2 und 0,5 mm variirt wurde. Eine systematische Verschiedenheit der Resultate war hierbei nicht erkennbar.

Zu Anfang einer jeden Versuchsreihe wurde der Spalt s_0 mit Natriumlicht beleuchtet und der Spiegel e_0 so justirt, dass die Natriumlinie genau auf die Mitte des Spaltes s_1 fiel. Da die Genauigkeit der objectiven Einstellung sich hierbei als ungenügend erwies, verfahren wir bei den im Folgenden mitgetheilten Versuchsreihen ausnahmslos in der Weise, dass wir an Stelle des Spaltes s_2 ein stark vergrösserndes Ocular einsetzten. Mit Hülfe dieser Einrichtung konnte die Einstellung der Natriumlinie auf den Spalt s_1 durch subjective Beobachtung auf 2 Secunden genau vorgenommen werden.

Nach Beendigung dieser Vorbereitung wurde der Spiegel e_0 mit Hülfe der Alhidadenschraube um einen Winkel $\delta = \frac{1}{2}(\gamma_D - \gamma_L)$ gedreht, welcher einer Aenderung der Minimalablenkung um $\alpha_D - \alpha_L$ entsprach und hierauf die Wellenlänge in der oben beschriebenen Weise gemessen.

Die folgenden beiden Tabellen geben die Resultate, welche wir mit Hülfe eines Steinsalzprismas (brechender Winkel $\varphi = 10^\circ 53' 0''$) und eines Sylvinprismas ($\varphi = 12^\circ 39' 10''$) erhalten haben, sowie einige Brechungsexponenten und Wellenlängen, welche den beiden oben citirten Abhandlungen entnommen sind.¹⁾ Die Zahlen der ersten Columnne enthalten die

1) Die mit einem Stern * versehenen Reihen sind der Arbeit von Rubens, die mit zwei Sternchen bezeichneten ** derjenigen von Rubens und Nichols entnommen.

Differenzen der Minimalablenkungen α_λ für die betr. Wellenlänge λ gegenüber der Minimalablenkung für die Natriumlinie α_D , die zweite giebt die zugehörigen Brechungsexponenten. In der dritten und vierten findet sich die beobachtete Wellenlänge der Strahlen und zwar in der dritten ohne, in der vierten mit Anwendung der zuvor besprochenen Correction. In der fünften Columne endlich sind die Werthe der Wellenlängen hinzugefügt, welche sich aus der Ketteler-Helmholtz'schen Formel bei Benutzung der von Hrn. Nichols und dem einen von uns gegebenen Constanten für die betreffenden Brechungsexponenten ergeben.

Tabelle I.
Steinsalz $\varphi = 10^\circ 53' 0''$.

$\alpha_D - \alpha_\lambda$	n	λ uncorrigirt	λ corrigirt	λ berechnet
—	1,5441*	0,589 μ	—	0,589
—	1,5030*	8,67	—	8,67
32' 19''	1,4561	9,88	9,95 μ	10,00
41 55	1,4476	11,85	11,88	12,00
53 39	1,4373	13,94	13,96	14,00
1° 7' 55''	1,4251	15,81	15,89	16,00
1 25 9	1,4106	17,87	17,93	18,00
	1,3785**	20,57	—	20,57
	1,3403**	22,3	—	22,3

$$b^2 = 5,1790, \quad M_1 = 0,018496, \quad M_2 = 8977,0, \quad \lambda_1^2 = 0,01621, \\ \lambda_2^2 = 3149,3.$$

Tabelle II.
Sylvin $\varphi = 12^\circ 39' 10''$.

$\alpha_D - \alpha_\lambda$	n	λ uncorrigirt	λ corrigirt	λ berechnet
—	1,4900*	0,589 μ	—	0,587 μ
—	1,4653*	7,08	—	7,08
26' 2''	1,4561	9,94	10,01 μ	10,00
41 40	1,4362	13,88	14,14	14,20
1° 1 7	1,4162	17,94	18,10	18,05
—	1,3882**	20,60	—	20,60
—	1,3692**	22,5	—	22,5

$$b_2^2 = 4,5531, \quad M_1 = 0,0150, \quad \lambda_1^2 = 0,0234, \quad M_2 = 10747, \\ \lambda_2^2 = 4517,1.$$

Die berechneten Werthe der Wellenlängen sind für beide Substanzen fast ausnahmslos grösser als die beobachteten; indessen beträgt die Differenz meist weniger als $\frac{1}{2}$ Procent und liegt also grösstentheils innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler, welche auf 3 bis 7 pro mille veranschlagt werden muss. Die Dispersionsgleichung genügt also innerhalb des Spectralgebiets zwischen $\lambda = 10 \mu$ und $\lambda = 20 \mu$ den gestellten Anforderungen.

Messung der Absorption.

Einige das ultraroth Absorptionsspectrum von Steinsalz und Sylvin betreffende Messungen sind kürzlich von dem einen von uns¹⁾ vorgenommen worden. Zur Erzeugung des Spectrums diente ein Beugungsgitter, als Wärmequelle wurde eine Zirkonlampe verwendet, deren Strahlen vor ihrem Eintritt in das Spectrometer eine dünne, mit Russ geschwärzte Chlorsilberplatte durchdringen mussten, wodurch die störende Energie der Strahlen kurzer Wellenlänge beseitigt wurde. Um den Einfluss der Spectren höherer Ordnung zu beseitigen, wurden die Ausschläge stets in der Weise beobachtet, dass eine 6 mm dicke Flussspathplatte in den Strahlengang eingeschaltet und nach Vollendung des Ausschlags wieder aus demselben entfernt wurde. Diese Flussspathplatte absorbirte nur die langen Wellen des Spectrums erster Ordnung ($12\text{--}20 \mu$) vollständig, während sie die kurzen Wellen der Spectren höherer Ordnung ($4\text{--}7 \mu$) bis auf einen von der Reflexion herrührenden Betrag ungeschwächt hindurchliess.

Die mit dieser Vorrichtung erhaltenen Resultate für die Absorption von Steinsalz- und Sylvinplatten konnten indessen wegen der äusserst geringen Energie des Beugungsspectrums auf grössere Genauigkeit keinen Anspruch erheben und waren nur zur ersten Orientirung geeignet. Dagegen war es uns möglich, mit Benutzung der oben beschriebenen spitzwinkeligen Prismen aus Steinsalz und Sylvin ein doppelt zerlegtes, nach Wellenlängen graduirtes Spectrum zu erzeugen, welches ausreichend intensiv und genügend rein war, um die

1) H. Rubens, Berichte der Physikal. Gesellsch. vom 6. Nov. 1896.

Messung der Absorption für beide Substanzen zu ermöglichen. Zu diesem Zwecke wurde das Gitter g von dem Tischchen des Spectrometers $s_1 e_1 e_2 s_2$ entfernt und statt dessen das Steinsalzprisma derart befestigt, dass es für die Natriumlinie das Minimum der Ablenkung ergab. Bei den Einstellungen des Apparates auf eine bestimmte Wellenlänge wurden sowohl der Spiegel e_0 als auch der bewegliche Arm des Spectrometers $s_1 e_1 e_2 s_2$ um einen correspondirenden Winkel gedreht, dessen Betrag in jedem einzelnen Fall aus der Dispersion der Prismen und den Constanten des Apparats berechnet wurde.

Die Platten, deren Absorption bestimmt werden sollte, wurden unmittelbar vor dem Spalt s_0 mit Hülfe einer Schlittenführung in den Strahlengang eingeschaltet. In der Nähe des Spaltes s_1 befand sich ein mit Schnurlauf versehener Fallschirm, welcher von dem Tisch des Beobachters aus so gestellt werden konnte, dass er den von e_0 kommenden Strahlen den Eintritt in den Spalt s_1 entweder gestattete oder verschloss. Dieser Schirm bestand aus einer 2 mm dicken planparallelen Glasplatte, welche von den Gesamtstrahlen der Zirkonlampe zwar nahezu 75 Proc. hindurchliess, aber das hier in Betracht kommende Spectralgebiet zwischen $\lambda = 8 \mu$ und $\lambda = 21 \mu$ vollkommen absorbirte. Der Vortheil, welcher in der Anwendung einer solchen Glasplatte an Stelle eines Metallschirmes liegt, beruht darauf, dass die in dem ultrarothem Theil des Spectrums etwa noch vorhandene diffuse Wärmestrahlung kurzer Wellenlänge (das Emissionsmaximum der Zirkonlampe liegt ungefähr bei $1,4 \mu$) zum weitaus grössten Theil fortwährend auf das Radiometer einwirkt und dadurch für die Beobachtung unschädlich gemacht wird.

Infolge der geringen Dispersion unserer Prismen konnte es sich bei unseren Versuchen nur darum handeln, den Gang der Absorption im Grossen und Ganzen festzustellen. In dem Spectralbereich zwischen $\lambda = 9 \mu$ und $\lambda = 20,75 \mu$ wurde für eine 23,3 mm dicke Steinsalzsicht und eine 10,7 mm dicke Sylvinsicht an 12 verschiedenen Stellen Messung der Absorption vorgenommen und zwar in der Weise, dass vor den Spalt s_0 abwechselnd eine dickere und eine dünnere Platte des zu untersuchenden Materials gebracht wurde. Das Verhältniss der in beiden Fällen beobachteten Ausschläge ergibt die Durch-

lässigkeit einer Schicht, deren Dicke gleich der Differenz der Dicke der beiden Platten zu setzen ist.¹⁾

In dieser Weise sind die folgenden Resultate erhalten worden:

Tabelle III.

Wellenlänge λ	Steinsalz $d = 23,3 \text{ mm}$	Sylvin $d = 10,7 \text{ mm}$	Wellenlänge λ	Steinsalz $d = 23,3 \text{ mm}$	Sylvin $d = 10,7 \text{ mm}$
9 μ	98,8	100,2	16 μ	38,1	93,1
10	98,7	98,6	17	21,4	91,6
11	98,9	98,9	18	4,94	85,3
12	98,3	99,4	19	0,1	74,3
13	94,4	99,4	20,7	—	56,3
14	84,7	97,3	23,7	—	13,5
15	67,8	95,0			

In einer weiteren Tabelle theilen wir unsere Resultate über die Durchlässigkeit einer Steinsalzplatte, einer Chlorsilberplatte²⁾ und einer Flussspathplatte mit, welche durch Vergleichung der directen und hindurch gelassenen Strahlung erhalten wurden. Bei diesen Zahlen ist also der Einfluss der Reflexion noch zu eliminiren, wenn daraus Schlüsse auf das Absorptionsvermögen der Platten gezogen werden sollen.

Mit Hülfe der in Tab. III gegebenen Zahlen erhält man für die Durchlässigkeit einer 1 cm dicken Schicht von Steinsalz und Sylvin die folgenden Werthe (Tab. V), welche für Steinsalz von $\lambda = 19 \mu$ ab durch Beobachtungen ergänzt sind, welche der Tab. IV entnommen wurden. Ebenso sind die für Flussspath mitgetheilten Zahlen aus den in Tab. IV aufgeführten Werthen nach Elimination der durch Reflexion bedingten Schwächung unter Benutzung der Paschen'schen Dispersionsbestimmungen berechnet. Dagegen haben wir von

1) Da in dem Spectralbereich jenseits 19μ die Absorption in dem Steinsalzprisma sehr beträchtlich wird, haben wir uns für die Wellenlängen $\lambda = 20,7 \mu$ und $\lambda = 23,7 \mu$ nur des Sylvinprismas bedient und die Strahlen durch mehrfache Reflexion an Quarz, bez. Flussspathflächen vor ihrem Eintritt in den Spalt s_0 gereinigt.

2) Die von uns benutzte Chlorsilberplatte ist eine von denen, welche Schultze-Sellack i. J. 1870 hergestellt und auf ihre Durchlässigkeit für Wärmestrahlen geprüft hat. Pogg. Ann. 139. p. 182. 1870.

Tabelle IV.

Wellenlänge λ	Fluorit $d = 3,40$	Chlorsilber $d = 3,08$	Steinsalz $d = 3,77$
8 μ	89,5	40,5	92,0
9	77,0	44,8	91,5
10	51,5	51,5	90,9
11	19,8	55,0	92,0
12	2,07	57,8	92,0
13	0,0	59,2	90,5
14	—	60,2	90,5
15	—	59,9	89,5
16	—	63,8	85,6
17	—	67,8	74,7
18	—	—	63,7
19	—	67,9	39,1
20,7	—	64,7	13,4
23,7	—	28,0	1,1

Tabelle V.

Wellenlänge λ	Steinsalz	Sylvin	Fluorit
	Dicke der Schicht = 1 cm		
8 μ	—	—	84,4
9	99,5	100,2	54,3
10	99,5	98,8	16,4
11	99,5	99,0	1,0
12	99,3	99,5	0,0
13	97,6	99,5	—
14	93,1	97,5	—
15	84,6	95,4	—
16	66,1	93,6	—
17	51,6	92,2	—
18	27,5	86,2	—
19	9,6	75,8	—
20,7	0,6	58,5	—
23,7	—	15,5	—

einer Umrechnung der für Chlorsilber erhaltenen Zahlen auf die Schichtdicke von 1 cm Abstand genommen, da die von uns benutzte Chlorsilberplatte nicht genügend rein und homogen war, um die Anwendung des Absorptionsgesetzes auch nur in

roher Annäherung als zulässig erscheinen zu lassen. Für Lichtstrahlen war die Platte nahezu vollständig trübe, sodass die Zunahme ihrer Durchlässigkeit mit der Wellenlänge innerhalb des Spectralgebiets von $\lambda = 8\mu$ und $\lambda = 18\mu$ möglicherweise nur auf die von Hrn. Ångström¹⁾ beobachtete gleichartige Eigenschaft trüber Medien zurück zu führen ist. In Fig. 5 ist die Durchlässigkeit von einer 1 cm dicken Schicht von Steinsalz, Sylvin und Fluorit in ihrer Abhängigkeit von der Wellenlänge graphisch dargestellt. Die Curven zeigen in allen drei Fällen einen sehr ähnlichen Charakter. Man erkennt, dass Steinsalz (Curve *a*) bereits bei 12μ in dieser Schichtdicke merkliche Absorption besitzt, und dass jenseits 20μ dieselbe nahezu vollständig wird. Sylvin (Curve *b*) beginnt erst jenseits 13μ merklich zu absorbiren und zeigt selbst bei $\lambda = 23,7\mu$ noch dieselbe Durchlässigkeit wie Steinsalz bei $\lambda = 18,5\mu$. Die Durchlässigkeitscurve von Flussspath fällt steil ab und berührt dicht hinter $\lambda = 11\mu$ die Abscissenaxe. Hr. Paschen²⁾ hat in der oben citirten Abhandlung gleichfalls die Absorption einer 4,056 mm dicken Flussspathplatte bis $\lambda = 9,43\mu$ untersucht. Berechnet man aus den von ihm erhaltenen Zahlen die Durchlässigkeit einer 1 cm dicken Schicht, und trägt die Punkte in Fig. 5 ein, so zeigt sich eine recht gute Uebereinstimmung mit unseren Beobachtungen. Um die mit Hülfe der Paschen'schen Werthe berechneten Curvenpunkte von denen zu unterscheiden, welche sich aus unseren Resultaten ergeben, sind die ersteren durch Kreuze (+) die letzteren durch kleine Kreise \odot angedeutet.

Diese Uebereinstimmung liefert zugleich einen Beleg für die Reinheit unseres Spectrums und die Richtigkeit der von uns gemessenen Dispersion des Steinsalz- und Sylvinprismas.³⁾

Die in Fig. 5 gezeichnete punktirte Linie (*a*) stellt die Durchlässigkeit der Chlorsilberplatte von 3 mm Dicke als

1) K. Ångström, Wied. Ann. 36. p. 715. 1889.

2) F. Paschen, l. c. p. 333.

3) Als weitere Probe auf die Richtigkeit unserer Dispersionsbestimmungen haben wir nach der oben beschriebenen Methode an einem spitzwinkligen Flussspathprisma in dem Spectralgebiet zwischen $\lambda = 9\mu$ und $\lambda = 10\mu$ Dispersionsmessungen vorgenommen, welche mit Hrn. Paschen's Zahlen gute Uebereinstimmung zeigen. Die grösste Abweichung betrug 0,4 Proc. der Wellenlänge.

Funktion der Wellenlänge dar. Eine Correction für die durch Reflexion verursachte Lichtschwächung ist dabei nicht angebracht worden.

Stellt man die in dem Vorstehenden mitgetheilten Resultate zusammen, so gelangt man zu dem Schluss, dass es möglich ist, durch Anwendung doppelter spectraler Zerlegung mit Hülfe zweier spitzer Prismen aus Steinsalz im ultrarothem Spectrum bis etwa 18μ noch ausreichende Energie zu erhalten, und dass man bei Benutzung von Sylvinprismen noch zu erheblich grösseren Wellenlängen (ungefähr 23μ) vordringen kann. Freilich sind die Energiemengen, die man nach dieser Methode erhält, sehr viel geringer als diejenigen, welche sich nach wiederholter Spiegelung an Quarz- oder Flussspathflächen ergeben.

Charlottenburg, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule,
Februar 1897.

9. *Polarisirte Fluorescenzenz; von G. C. Schmidt.*

Bereits seit längerer Zeit ist bekannt, dass das Lösungsmittel sowohl auf die Farbe als auch auf die Intensität des Fluorescenzlichtes einen grossen Einfluss hat. Worauf derselbe beruht, ist bisher trotz vieler experimenteller Versuche und theoretischer Betrachtungen noch nicht ermittelt worden; man hat sich vielmehr mit dem Hinweise begnügt, dass je nach den Eigenschwingungen des Lösungsmittels auch die Schwingungen des fluorescirenden Theilchens verändert werden müssen. Ist dieses richtig, dann scheint es auch von vornherein wahrscheinlich zu sein, dass in vielen Fällen ein doppelbrechendes Medium das luminescirende Theilchen veranlasst, *polarisirtes* Fluorescenzlicht auszusenden.

In der nachfolgenden Abhandlung möchte ich die Versuche mittheilen, welche ich zur Prüfung der Frage, wann ist das Fluorescenzlicht polarisirt und wann nicht, angestellt habe.

§ 1. *Das Fluorescenzlicht von Flüssigkeiten und einfach brechenden festen Körpern ist niemals polarisirt.* Wenn man das durch eine Sammellinse concentrirte Sonnen- oder elektrische Licht durch eine klare, fluorescirende Flüssigkeit hindurchgehen lässt, so ist der fluorescirende Strahlenweg, selbst wenn das erregende Licht polarisirt ist, vollkommen unpolarisirt. Ein vor dem Auge befindliches Nicol lässt beim Drehen nicht die geringste Intensitäts- oder Farbenänderung erkennen. Enthält dagegen die fluorescirende Lösung auch nur Spuren suspendirter Theilchen, so zeigt auch bei einfallendem unpolarisirten Licht jeder von diesem Strahlenweg senkrecht ausgesandte Strahl etwas Polarisation. Dass der Antheil an polarisirtem Licht jedoch nur herrührt von diffuser Reflexion, davon überzeugt man sich leicht, wenn man unter Anwendung von Quarzlinsen, einem Quarzprisma und einem Trog, dessen Wände ebenfalls aus Quarz oder Flussspath bestehen, ultraviolette Licht zur Erregung der Fluorescenzenz anwendet. Es kommt dann nur das reine Fluorescenzlicht zum Vorschein,

und dieses ist bei senkrechter Stellung der Axe des Nicols zum Strahlenweg vollkommen unpolarisirt.

Genau so wie die Flüssigkeiten verhalten sich die einfach brechenden festen Körper. Ich untersuchte mehrere Flussspath- und Uranglaswürfel. Bei Anwendung von ultravioletttem Licht zeigte sich keine Spur von Polarisation; benutzt man dagegen gewöhnliches weisses Licht, so ist stets ein Antheil des Fluorescenzlichtes polarisirt. Es rührt derselbe offenbar daher, dass die untersuchten Körper zugleich als trübe Medien wirken.¹⁾

Eine Erklärung für die Thatsache, dass das Fluorescenzlicht in einfach brechenden Substanzen stets unpolarisirt ist, hat bereits Stokes und andere zu geben versucht: Die durch das einfallende Licht erregten Schwingungen erleiden sowohl durch die Moleküle des Lösungsmittels, als auch durch die gleichwerthigen benachbarten luminescirenden Theilchen Störungen, infolge dessen das Fluorescenzlicht sehr häufig seinen Schwingungszustand wechselt. Dass diese Erklärung jedoch nicht stichhaltig ist, geht unzweifelhaft aus Versuchen von Hrn. E. Wiedemann²⁾ hervor, nach denen mindestens 2200 Schwingungen, im Maximum jedoch viel mehr, ungestört stattfinden. Auch aus den im folgenden Abschnitt mitgetheilten Experimenten wird sich ein weiterer Beweis dafür ergeben, dass diese Erklärung nicht den Thatsachen entspricht.

§ 2. *Das Fluorescenzlicht von Gasen ist niemals polarisirt.* Da die Verhältnisse bei den flüssigen und festen Lösungen — zu den letzteren gehören auch der Flussspath und das Uranglas — ziemlich verwickelt sind, insofern bei diesen Substanzen das Fluorescenzlicht von einer Reihe von Factoren, die sich in ihren Einzelheiten noch nicht trennen lassen, abhängt, so schien es mir von besonderem Interesse, zu untersuchen, ob bei Gasen, bei denen durch benachbarte Atome oder Moleküle keine Störungen hervorgerufen werden, die Moleküle bei Bestrahlung mit polarisirtem Licht wieder polarisirtes Licht aussenden. Ich habe die Versuche mit Kalium

1) A. Lallemand, *Compt. rend.* **69**, p. 189. 282. 917. 1869; *Tyndall, Phil. Mag.* **37**, p. 388.; **38**, p. 156. 1869; L. Sohneke, *Wied. Ann.* **58**, p. 422. 1896.

2) E. Wiedemann, *Sitzungsber. Physico-medica Erlangen* 1891.

und Natrium, die bekanntlich im dampfförmigen Zustand einatomig sind, angestellt. Dieselben wurden in eine evacuirte Kugel hineindestillirt genau in der von E. Wiedemann und mir¹⁾ beschriebenen Weise. Das von einem Heliostaten oder der Bogenlampe kommende Licht fiel, nachdem es durch eine Linse und durch ein Nicol'sches Prisma hindurchgegangen war, in einem dünnen Kegel in die stark erhitzte mit Natrium- bez. Kaliumdampf gefüllte Kugel. Durch ein Nicol'sches Prisma oder die dichroitische Loupe betrachtet zeigte das sehr intensive Fluorescenzlicht keine Spur von Polarisation. Da nun die Bewegungen der ponderablen Theile so langsam vor sich gehen, dass innerhalb einer ganzen Anzahl von Lichtschwingungen erhebliche Veränderungen nicht eintreten²⁾ und ferner Störungen durch benachbarte Moleküle wegen der geringen Dampfdichte ausgeschlossen sind, so deutet diese überraschende Thatsache, glaube ich, darauf hin, dass selbst bei den einfachsten Körpern, wie Kalium und Natrium, das Phänomen der Fluorescenz ein sehr verwickeltes ist.

Auch bei organischen Dämpfen habe ich keine Spur von polarisirter Fluorescenz beobachten können. Die Versuche wurden in ähnlicher Weise, wie oben mit Naphtazarin, das prachtvoll rothbraun, und Anthracen, das intensiv blau leuchtet, angestellt.

Als Gesamtergebniss ergibt sich also, dass in *isotropen Medien, wo die molekularen, wie die Aetherbewegungen nach allen Richtungen gleichmässig erfolgen, keine polarisirte Fluorescenz stattfindet*. Das Fluorescenzlicht enthält ebenso wie „alles gewöhnliche Licht nur je sehr kurze Zeiten hindurch rein periodische Schwingungen und wechselt in jeder Secunde eine ungeheure Zahl — wahrscheinlich viele Millionen — von Malen den Schwingungszustand.“³⁾

§ 3. *Polarisirte Fluorescenz bei doppelbrechenden Krystallen.* Sendet nun ein Theilchen polarisirtes Licht aus, so kann

1) E. Wiedemann und G. C. Schmidt, Wied. Ann. 57. p. 447. 1897.

2) E. Wiedemann, Sitzungsber. Physico-medica Erlangen 1891; W. Voigt, Gött. Nachr. p. 184. 1896.

3) W. Voigt, Gött. Nachr. p. 184. 1896; F. Lippich, Sitzungsber. d. k. Akad. Wissensch. Wien 82. p. 15. 1880.

dies also nur daher rühren, dass durch den Einfluss des Lösungsmittels das Molekül veranlasst wird, vorwiegend nach einer Richtung zu schwingen, oder was dasselbe bedeutet, die Componenten nach einer Richtung viel schwächer gedämpft werden, als nach einer anderen. Es war daher zu erwarten, dass besonders bei solchen doppelbrechenden Krystallen, die lange nachleuchten, wo also störende Ursachen, welche die Lichtemission schnell vernichten, nicht so sehr in Betracht kommen, polarisirte Fluorescenz auftreten würde.

Als ich mit Versuchen über diesen Gegenstand begann, lagen darüber nur vereinzelte Beobachtungen vor. Grailich¹⁾ hat die Erscheinung der polarisirten Fluorescenz zuerst an einigen Platincyandoppelsalzen entdeckt; beim Magnesiumplaticyanür hat sie Hr. von Lommel²⁾ genauer untersucht. Im gleichen Jahr fand Hr. Maskelyne³⁾ Polarisation des durch Kathodenstrahlen erregten Fluorescenzlichtes von Smaragd, Sapphir, Zinnstein und Hyacinth. Inzwischen ist eine sehr ausführliche Arbeit von Hr. Sohncke⁴⁾ über diesen Gegenstand erschienen, auf die ich später noch öfter zurückkommen werde. An einzelnen Stellen haben wir das Gleiche beobachtet, selbstverständlich kommt Hr. Sohncke in diesen Fällen die Priorität zu. Beim Kalkspath, Apatit und Arragonit decken sich meine Beobachtungen sogar vollständig mit denen von Hr. Sohncke; ich habe mich daher hier möglichst kurz gefasst. Hr. Sohncke hat viel schönere Krystalle als ich untersucht und hat daher genauer als ich die Schwingungsrichtungen des fluorescirenden Theilchens bestimmen können. Ich würde diese drei Körper in dem folgenden Abschnitt überhaupt nicht aufgenommen haben, wenn ich nicht bei der Phosphorescenz, Thermoluminescenz u. s. w. wieder darauf zurückkommen müsste.

Kalkspath: Lässt man einen Lichtstrahl in ein stark fluorescirendes Kalkspathrhomboeder treten, so erblickt man vier rothe Strahlenwege. Bei Drehung des zur Beobachtung

1) Grailich, Krystallograph.-optische Untersuch. Wien, p. 64. ff. 1858.

2) E. v. Lommel, Wied. Ann. 8. p. 634. 1879.

3) Maskelyne, Proc. Roy. Soc. London 28. p. 477. 1879.

4) Sohncke, Wied. Ann. 58. p. 422. 1896.

dienenden Nicol verschwinden abwechselnd je zwei; es geht also hieraus hervor, dass das Fluoreszenzlicht polarisirt ist. Ferner erkennt man leicht, dass das eine Paar intensiver ist, wenn es allein sichtbar ist, als das andere. Um genauer die Hauptschwingungsrichtungen zu bestimmen, liess ich mir einen Würfel schleifen, so dass seine Seiten theils senkrecht, theils parallel der optischen Axe lagen. Aus der Stellung des Nicol konnte entnommen werden, dass die Theilchen hauptsächlich parallel zur optischen Axe schwingen.

Apatit: Es wurde ein vollkommen weisser Krystall ohne Dichroismus untersucht. Er bestand aus einem Prisma, das begrenzt wurde von mehreren Endflächen. Ich liess das erregende Licht zuerst in die Prismenfläche eintreten und beobachtete die prachtvolle grüngelbe Fluorescenz durch eine Endfläche. Es zeigte sich keine Spur von Polarisation. Trat dagegen das Licht umgekehrt in eine der Endflächen ein, so zeigte sich das Licht bei Beobachtung durch eine Säulenfläche fast vollständig im Hauptschnitt polarisirt.

Arragonit: Der untersuchte Krystall bestand aus einer rhombischen Säule, auf die Pyramiden und Domenflächen aufgesetzt waren. Ich liess das Licht durch die Hauptflächen eintreten und beobachtete sie nacheinander durch andere Flächen; stets war das Fluoreszenzlicht polarisirt.

Baryumplatincyanür: Die mir zur Verfügung stehenden, sehr schön ausgebildeten Krystalle bestanden aus einer Combination von einem monoklinen Prisma, Pinakoid und einer negativen Hemipyramide. Im violetten und ultravioletten Licht fluorescirte der Körper prachtvoll hellsmaragdgrün, besonders schön an den Kanten und Endflächen. Bei aufrechter Stellung des Prisma erkennt man mit der dichroskopischen Loupe, dass dasjenige Bild, welches durch horizontale Vibrationen gebildet wird, bei weitem das intensiver fluorescirende ist.¹⁾ Ueberhaupt mag man den Krystall stellen wie man will und besichtigen durch irgend eine Fläche, stets sieht man, dass das Fluoreszenzlicht polarisirt ist. Auch bei Bestrahlung mit polarisirtem Licht findet beim Drehen des polarisirenden

1) Unter Röntgenstrahlen zeigen die Krystalle genau das gleiche Verhalten, wie bei Bestrahlung mit Licht.

Nicols eine auffallende Aenderung in der Fluorescenzhelligkeit statt.¹⁾

Hr. E. Wiedemann²⁾ hat die Beobachtung gemacht, dass Platincyanbaryum, wenn es von einer electricischen Entladung im Vacuum getroffen wird, keinen Dichroismus des Fluorescenzlichtes zeigt. Liess man aber eine Reihe von Entladungen hindurchgehen, so wurde das senkrecht zur Hauptaxe polarisirte Bild immer dunkler, es erschien braun, während das andere noch eine Zeit lang seine grüne Farbe bewahrte, bis endlich auch in ihm das Fluorescenzlicht verschwand. Zugleich war der Krystall an der Oberfläche braun geworden und zeigte im durchgehenden Licht einen starken Dichroismus. Ein Dichroismus trat auch ein, wenn man die Krystalle, ohne sie der Einwirkung der Entladungen auszusetzen, längere Zeit im Vacuum liess, wobei sie Wasser verloren. Diese dichroitische Fluorescenz führt Hr. E. Wiedemann darauf zurück, dass die tiefer liegenden, unentwässert gebliebenen Theile noch fluoresciren, und dass letzteres Licht beim Durchgang durch die Oberflächenschicht in zwei senkrecht polarisirte Componenten zerlegt wird, die verschiedene Absorption erleiden.

Ich habe die Versuche wiederholt mit zum Theil anderen Ergebnissen. Um eine Entwässerung der oberflächlichen Schicht zu vermeiden, wurde der Krystall auf ungefähr -10^0 abgekühlt und dann im Vacuum der electricischen Entladung ausgesetzt. Die Versuchsanordnung war die früher von E. Wiedemann und mir³⁾ beschriebene. Sowohl Kathodenstrahlen als auch positives Licht erregen intensive Fluorescenz, die aber ebenso polarisirt war, wie die durch das Licht erregte. Nachdem der Krystall längere Zeit im Vacuum gelegen, während er gleichzeitig von Kathodenstrahlen getroffen, wurde das Fluorescenzlicht matter und der Krystall färbte sich braun. Das Fluorescenzlicht blieb polarisirt; ob dies jedoch entsprechend der Erklärung von Hrn. E. Wiedemann von einer dichroitischen Absorption herrührt, oder das Licht schon von vornherein polarisirt ist, das liess sich nicht entscheiden. Nach mündlicher Mittheilung von Hr. E. Wiedemann hat der-

1) Siehe Grailich, l. c. p. 104.

2) E. Wiedemann, Wied. Ann. **9**. p. 158. 1880.

3) E. Wiedemann und G. C. Schmidt, Wied. Ann. **54**. p. 604.

selbe schlecht ausgebildete, kleine Krystalle untersucht; da bei denselben wahrscheinlich von mehreren Flächen zugleich Fluorescenzlicht ausgesandt wurde, so erklärt sich leicht dieser abweichende Befund.

Urannitrat: Untersucht wurden Tafeln, die begrenzt waren von Pyramiden und Pinakoidflächen. Sie zeigen geringen Dichroismus der Absorption. Eine polarisirte Fluorescenz konnte nicht wahrgenommen werden. Die geringen Unterschiede in den Intensitäten der beiden Bilder in der dichroitischen Lupe erklären sich durch die dichroitische Absorption des aus der Tiefe stammenden Fluorescenzlichts in den Oberflächenschichten (siehe auch unter Phosphorescenz). Auch Grailich hat bei anderen Uransalzen, z. B. essigsauerm Uranoxydammoniak, keine polarisirte Fluorescenz beobachten können.

Feste Lösungen: Ich habe eine grössere Anzahl von organischen Säuren mit Anilinfarbstoffen nach dem Vorgang O. Lehmann's¹⁾ zusammenkrystallisiren lassen. Die meisten Krystalle waren aber so verzerrt, dass sie zu einer Untersuchung nicht brauchbar waren. Nur mit Phtalsäure erhielt ich schöne rhombische Tafeln, die z. Th. prachtvoll fluorescirt. Keins der untersuchten Präparate zeigte jedoch polarisirte Fluorescenz, trotzdem dieselben z. Th. im durchgehenden Licht Dichroismus erkennen liessen. In der nachfolgenden Tabelle habe ich dieselben übersichtlich zusammengestellt.

	Fluorescenz		Fluorescenz
Phtalsäure mit Auramin und Methylviolett	rothgelb	Phtals. mit Rhodamin	gelbroth
Phtalsäure mit Eosin	gelb	Phtals. mit Gentiana- violett	purpur
Phtals. mit Fluorescein	weissgelb	Phtals. mit Fuchsin	gelb

Bei weitem am schönsten ausgebildet von diesen Präparaten war das erste: Phtalsäure mit Auramin + Methylviolett.

§ 4. *Polarisirtes Phosphorescenzlicht.* Wie oben mitgetheilt bin ich von der Anschauung ausgegangen, dass das Fluorescenzlicht stets unpolarisirt ist, dass es aber durch den

1) O. Lehmann, Wied. Ann. 51. p. 47. 1894.

Einfluss des Lösungsmittels in doppelbrechenden Krystallen allmählich polarisirt werden kann. Ist dieser Gedanke richtig, dann muss das Phosphorescenzlicht in den Fällen, wo das Fluorescenzlicht polarisirt ist, dieselbe Eigenschaft zeigen. Zu den Versuchen wurde ein Phosphoroskop mit seitlicher Durchsicht benutzt.¹⁾

Kalkspath. Das Kalkspathrhomboeder phosphorescirte prachtvoll roth; entsprechend dem Fluorescenzlicht war das Phosphorescenzlicht nur in sehr geringem Grade polarisirt. Der Kalkspathwürfel leuchtete leider nicht lange genug nach, um genauer untersucht werden zu können.

Apatit und Arragonit: Bei diesen sowie den folgenden Krystallen wurde stets so verfahren, dass alle Seiten mit Ausnahme einer einzigen, die dem Licht ausgesetzt wurde, geschwärzt wurden. Man war so sicher, dass das ausschliesslich aus einer Fläche austretende Licht in die dichroitische Loupe gelangte. *Stets phosphorescirten diejenigen Flächen, welche polarisirte Fluorescenz zeigen, mit polarisirtem Licht.* Dies Ergebniss veranlasste mich eine grössere Anzahl von Krystallen genau zu untersuchen, die zu klein waren, um bei directer Beobachtung nach der Methode von Hrn. Sohneke absolut zuverlässige Resultate zu geben. Es gehören hierhin vor allem Urannitrat und eine Reihe fester Lösungen.

Urannitrat: Wie schon bemerkt, ist das Fluorescenzlicht unpolarisirt. Auch im Phosphoroskop konnte ich, als ich eine Fläche nach der anderen bestrahlte und mit der dichroitischen Loupe betrachtete, nur *Spuren* von dichroitischer Luminescenz beobachten. Um zu prüfen, ob dieselben vielleicht von der dichroitischen Absorption herrührten, welche das aus tiefer liegenden Schichten kommende Licht erfuhr, wurde das Phosphoroskop mit gerader Durchsicht von E. Becquerel benutzt. Das Phosphorescenzlicht musste nun, bevor es in das Auge gelangte, den ganzen Krystall durchstrahlen. Da das Fluorescenzspectrum bis in das Absorptionsspectrum hineinreicht²⁾ und letzteres ein dichroitisches ist, so muss

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. **34**. p. 453. 1888.

2) Das Absorptions- und Fluorescenzspectrum ist schon mehrfach beschrieben worden. Ich theile es deswegen nicht mit, siehe Becquerel: La Lumière Paris p. 378. 1867; Hagenbach, Pogg. Ann. **146**. p. 396. 1800.

das Fluoreszenzlicht bei dieser Untersuchungsmethode stärker polarisirt sein, als bei Benutzung des Phosphoroskops mit seitlicher Durchsicht, wie ich es auch thatsächlich beobachtete. Ich schliesse daher aus diesen Versuchen, dass das Fluoreszenz- und Phosphoreszenzlicht von Urannitrat unpolarisirt ist.

Feste Lösungen in organischen Lösungsmitteln. Es wurden ausser den oben erwähnten festen Lösungen von Phtalsäure mit Anilinfarbstoffen noch einige andere untersucht. Bei keinem dieser Präparate habe ich auch nur eine Spur von polarisirter Phosphoreszenz beobachten können.

Aus den in § 3 und § 4 mitgetheilten Versuchen lässt sich folgendes entnehmen:

1) *Viele aber nicht alle doppelbrechenden Krystalle zeigen polarisirte Fluoreszenz.*

2) *In allen Fällen, in denen das Fluoreszenzlicht polarisirt ist, ist es auch das Phosphoreszenzlicht.*

Ein sicheres Kriterium dafür, wann das Lumineszenzlicht polarisirt ist und wann nicht, lässt sich zur Zeit nicht angeben. Indess ist zu beachten, dass für alle diejenigen Krystalle, bei denen das Fluoreszenzlicht unpolarisirt war, der Schmelzpunkt in der Nähe der Beobachtungstemperatur lag. Möglich ist es daher, dass in diesen Fällen der Krystallbau schon soweit gelockert ist, dass das feste Lösungsmittel das fluorescirende Theilchen nicht mehr so stark beeinflussen kann, dass es hauptsächlich nach einer Richtung schwingt. Ist diese Annahme richtig, dann müsste bei allen Krystallen die Polarisation bei höheren Temperaturen geringer werden. Ich habe eine grosse Anzahl diesbezüglicher Versuche angestellt, aber ohne Erfolg. Die Krystalle zersprangen, schwärzten sich und hörten alle auf zu fluoresciren bei höheren Temperaturen. Am leichtesten wäre eine Entscheidung beim Zucker zu treffen gewesen, der nach Hrn. Sohneke polarisirte Fluoreszenz zeigt; es ist mir aber nicht gelungen, trotzdem ich denselben mit einer grösseren Anzahl von Anilinfarbstoffen auskrystallisiren liess, ein einigermaßen stark fluorescirendes Präparat zu bekommen.

§ 5. *Feste Körper zeigen unter Druck polarisirte Fluoreszenz.* Da feste isotrope Körper durch Druck doppelbrechend

werden, so schien es wahrscheinlich, dass dieselben dann auch polarisirte Fluorescenz zeigen würden. Glas zeigt in der That unter sehr starkem Druck die Erscheinung; ja viele Glastheile, die ungleich gekühlt und dadurch doppelbrechend geworden sind, senden stark polarisirtes Licht aus. Bei einem Saphirringlaswürfel der hiesigen Sammlung (von Schuchhardt in Görlitz bezogen) ist das prachtvoll rothbraune Fluorescenzlicht beinahe vollständig an einzelnen Stellen polarisirt.

§ 6. *Das Fluorescenzlicht von doppelbrechenden Flüssigkeiten ist nicht polarisirt.* Dass jedoch in der That mit der Doppelbrechung nicht in allen Fällen polarisirte Fluorescenz verbunden ist, ebensowenig wie Dichroismus, zeigen unter anderem die folgenden Versuche, bei denen die Fluorescenz in doppelbrechenden Flüssigkeiten im elektrischen Felde untersucht wurde. Zur Erzeugung der Doppelbrechung wurde das von Hrn. Quincke¹⁾ angegebene Verfahren benutzt. Die stark fluorescirende und isolirende Flüssigkeit — ich benutzte ausschliesslich Petroleum — wurde in einem Flüssigkeitscondensator mit ebenen Electroden untersucht, die von dem durch planparallele Glasplatten geschlossenen weiteren Glasrohr isolirt waren. Durch zwei Seitenröhren gingen die gut isolirten Drähte, welche die Electroden mit der Erde und mit der inneren Belegung einer Leydener Flasche verbanden. Wurde die Holtz'sche Maschine, die zur Ladung diente, in Gang gesetzt, so entstand Doppelbrechung, aber keine Spur von polarisirter Fluorescenz war bei Bestrahlung mit ultraviolettem Licht nachweisbar. Bei Anwendung von gewöhnlichem Licht schien manchmal das Fluorescenzlicht polarisirt zu sein, doch rührt dies nur von den durch den Strom erzeugten kleinen Bläschen her, die wie ein trübes Medium wirken. Versuche mit Schwefelkohlenstoff als Lösungsmittel, das bekanntlich im electrischen Felde bei weitem am stärksten die Doppelbrechung zeigt, waren erfolglos, da ich bis jetzt noch keinen in dieser Flüssigkeit fluorescirenden Körper gefunden habe.

§ 7. *Das Thermoluminescenzlicht ist in denjenigen Füllen, wo das Fluorescenzlicht polarisirt ist, ebenfalls polarisirt.* Haben

1) Quincke, Berlin. Sitzungsber. p. 4. 1883; Wied. Ann. 19. p. 729. 1888.

wir es bei der polarisirten Fluorescenz mit einer rein physikalischen Erscheinung zu thun, dann wären die Verhältnisse leicht zu übersehen; dies ist nicht der Fall, wenn die Leuchtbewegungen von chemischen Processen herrühren. Zur Entscheidung dieser Frage habe ich die Thermoluminescenz untersucht, die, worauf schon Kirchhoff¹⁾ hingewiesen, ein sicheres Kennzeichen für die Chemiluminescenz ist. Die meisten der oben erwähnten Krystalle leuchteten nach der Bestrahlung beim nachherigen Erwärmen so schwach, dass sich nicht sicher entscheiden liess, ob das Thermoluminescenzlicht zum Theil polarisirt war oder nicht. Nur beim Apatit war das gelblich-grüne Luminescenzlicht beim Beobachten der Säulenfläche durch ein Nicol fast vollkommen im Hauptschnitt polarisirt, genau wie das Fluorescenz- und Phosphorescenzlicht. Auch beim Kalkspathrhomboeder trat beim Drehen des Nicol eine geringe Intensitätsänderung ein.

§ 8. *Polarisirte Fluorescenz durch Brechung.* Im Abschnitt 4 habe ich aus dem Verhalten vieler Krystalle im Phosphoroskop geschlossen, dass ihr Fluorescenzlicht unpolarisirt ist. Man könnte hiergegen noch den Einwand erheben, dass bei diesen z. Th. intensiv gefärbten festen Lösungen das Fluorescenzlicht hauptsächlich von der Oberfläche kommt, und dass die Oberfläche sich anormal verhielte. Dass dies nicht der Fall ist, geht daraus hervor, dass selbst das von den oberflächlichen Schichten ausgehende Licht beim Austritt in Luft gebrochen wird und daher polarisirt ist. Um dies zu beweisen, wurde gewöhnliches Glas, Uranglas, Flussspath u. s. w. den Kathodenstrahlen ausgesetzt. Da die letzteren bekanntlich nur die äussersten Schichten von höchstens 0,001 mm Dicke²⁾ zu durchdringen vermögen und daher auch nur diese erregen, so dürfte falls keine Brechung stattfände, bei streifender Beobachtung auch keine polarisirte Fluorescenz auftreten. Die Grösse der Polarisation lässt sich aus Fresnel's Formeln leicht berechnen. Setzt man nämlich die Intensität des einfallenden Lichts = 1, so erhält man für die Intensität des reflectirten

1) Kirchhoff, Abhandl. d. Berlin. Akad. 1861.

2) E. Wiedemann und H. Ebert, Sitzungsber. Physico-medica Erlangen p. 24. 1891; E. Wiedemann und G. C. Schmidt, Wied. Ann. 54. p. 620. 1895.

r_1 und des gebrochenen r_1' , wenn die Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene erfolgen¹⁾:

$$r_1 = \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)}$$

$$r_1' = \frac{4 \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2(\alpha + \beta)}$$

wo α der Einfallswinkel und β der Brechungswinkel ist.

Sind die Schwingungen der Einfallsebene parallel, so hat man entsprechend:

$$r_2 = \frac{\tan^2(\alpha - \beta)}{\tan^2(\alpha + \beta)}$$

$$r_2' = \frac{4 \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2(\alpha + \beta) \cos^2(\alpha - \beta)}$$

Da nun das gewöhnliche Licht aufgefasst werden kann, als bestehend aus zwei senkrecht zu einander polarisirten Strahlen, so erhält man für den Antheil der Polarisation nach der Brechung:

$$\frac{\frac{1}{2} r_2' - \frac{1}{2} r_1'}{\frac{1}{2} r_2' + \frac{1}{2} r_1'} = \frac{\frac{1}{\cos^2(\alpha - \beta)} - 1}{\frac{1}{\cos^2(\alpha + \beta)} + 1} = \frac{1 - \cos^2(\alpha - \beta)}{1 + \cos^2(\alpha + \beta)}$$

Für gegebenen Einfallswinkel lässt sich mit Hilfe des Brechungsindex leicht der Brechungswinkel berechnen. Setzt man $n = 1,51$ für Uranglas, so erhält man aus obiger Formel für den Antheil an Polarisation im Fluoreszenzlicht beim Einfallswinkel $85^\circ 0,293$, beim Einfallswinkel $80^\circ 0,245$ u. s. w.

Da mir kein Apparat zur Verfügung stand, um quantitativ zu bestimmen, wie viel vom Fluoreszenzlicht polarisirt war, so habe ich mich mit Schätzungen begnügen müssen. Bei streifender Beobachtung ergab sich, dass das von Kathodenstrahlen erregte Fluoreszenzlicht stark polarisirt war, so dass jedenfalls das meiste gebrochen war.²⁾ Da ferner beim Kalkspath, Baryumplatincyranür, Hyacinth, Zinnstein u. s. w. unter Kathodenstrahlen polarisirte Fluoreszenz auftritt, so

1) Conf. V. v. Lang, Einleitung in die theoretische Physik, 2. Aufl. p. 760—761. 1891.

2) Inzwischen ist von R. A. Millikan durch quantitative Messungen nachgewiesen worden, dass alles von Uranglas emittirte Licht beim Austritt in Luft gebrochen wird. (Phys. Rev. 3. p. 178—179. 1895).

kann das Fehlen der letzteren beim Urannitrat und den festen Lösungen in Phtalsäure nicht darauf zurückgeführt werden, dass nur von Oberflächenschichten Licht emittirt worden, das nicht in zwei senkrecht zu einander polarisirte Strahlen zerlegt worden ist.

§ 9. *Allgemeines:* Die Hauptergebnisse dieser Arbeit lassen sich folgendermassen zusammenfassen: Das Fluorescenz-, Phosphorescenz- und Thermoluminescenzlicht ist in isotropen Medien niemals, in doppelbrechenden Substanzen dagegen häufig polarisirt. Behufs Erklärung dieser Thatsache ist zu beachten, dass das Luminescenzlicht in den meisten, wenn nicht in allen der untersuchten Fälle von chemischen Processen herrührt. Ueber die Natur dieser Vorgänge haben früher E. Wiedemann und ich¹⁾ uns die Vorstellung gebildet, dass durch die absorbirte Lichtenergie ein Zerfall des Moleküls in seine Ionen oder in anderen Fällen eine Lockerung seines Zusammenhangs (Disgregation nach Clausius) eintritt.²⁾ Ist diese oder eine ähnliche Hypothese richtig, dann müssen wir bei doppelbrechenden Medien zwei Möglichkeiten ins Auge fassen: 1) dass der chemische Process leichter nach der einen Richtung als nach der anderen vor sich geht, und 2) dass die Zersetzung oder Disgregation nach allen Richtungen gleich gut erfolgt, aber die Schwingungen des luminescirenden Mediums nach der einen Richtung stärker gedämpft werden als nach der anderen. Etwas verwickelter werden die Verhältnisse, wenn sich beide Erscheinungen über einander lagern, was wohl meistens der Fall ist.

Betrachten wir zunächst den ersten Fall, dass je nach der Richtung des auffallenden Lichtes das Molekül leichter nach der einen Richtung als nach der anderen zersetzt wird. Beeinflusst dann das Lösungsmittel die emittirten Schwingungen überhaupt nicht, oder nach allen Richtungen gleich stark, so

1) E. Wiedemann und G. C. Schmidt, Wied. Ann. 56. p. 241. 1895.

2) Bereits H. v. Helmholtz hat, wie ich nachträglich merke, dieselbe Annahme gemacht: „Starke Schwingungen dieser Art vermögen möglicher Weise die Ionen aus ihren Verbindungen zu reissen.“ (Ges. Werke III. p. 518); vergl. auch R. Reiff: Theorie molekular electrischer Vorgänge, Freiburg i. Br., Verlag von Mohr, p. 156. 1896. Diese Ansicht hat durch die Arbeit von Fritsch (Wied. Ann. 60 p. 300. 1897) eine wesentliche Stütze erfahren.

ist das Fluorescenzlicht unpolarisirt, da wie unzweifelhaft aus den Versuchen mit Kalium- und Natriumdampf hervorgeht, das Fluorescenzlicht selbst dann, wenn es durch Licht von einer Richtung erregt wird, stets unpolarisirt ist. Da aber die Intensität des Fluorescenzlichts innerhalb gewisser Grenzen direct proportional ist der absorbirten Lichtmenge, so muss beim Erregen mit polarisirtem Licht je nach der Richtung desselben auch eine Intensitätsänderung des Fluorescenzlichtes eintreten. Ein Beispiel hierfür bietet uns der Apatit. Schickt man nämlich polarisirtes Licht in die Säulenfläche, so ist das durch die Endfläche austretende Licht unpolarisirt, jedoch ist es am intensivsten, wenn die Polarisationssebene des eintretenden Lichtes die optische Axe in sich enthält.

Uebt ausserdem das Lösungsmittel noch einen dämpfenden Einfluss auf die Schwingungen des fluorescirenden Theilchens aus und zwar nach der einen Richtung stärker, als nach der anderen, so ist das Fluorescenzlicht polarisirt. Im Allgemeinen wird wohl stets diejenige Richtung, nach welcher die Zersetzung am leichtesten erfolgt, auch in Bezug auf Polarisation bevorzugt sein, insofern das Theilchen besonders leicht nach dieser Richtung schwingen wird. Beispiele hierfür bietet die Arbeit von Sohncke in grosser Zahl.

Beim zweiten Fall, wo die Zersetzung des Moleküls nach allen Richtungen gleich gut erfolgt, wo aber die Schwingungen nach der einen Richtung stärker gedämpft werden, als nach der anderen, muss die Intensität des Fluorescenzlichtes unabhängig sein von der Lage der Polarisationssebene des erregenden Lichtes; das ausgesandte Licht muss dagegen polarisirt sein.

Nach dieser Auffassung ist leicht einzusehen, dass das Phosphorescenz- und Thermoluminescenzlicht stets dann polarisirt sein muss, wenn es das Fluorescenzlicht ist. Es handelt sich in allen drei Fällen um den gleichen Vorgang.

Ausnahmen von dieser Regel sind nur dann zu erwarten, wenn das Thermoluminescenzlicht eine andere Farbe zeigt, als das Fluorescenzlicht — was z. B. beim Flussspath und den Subchloriden der Alkalimetalle der Fall ist —, da dann sich verschiedene chemische Processe abspielen.

Uebt das Lösungsmittel dagegen gar keinen oder nur sehr geringen Einfluss auf die Schwingungen des leuchtenden

Theilchens aus, so kann das Fluorescenzlicht unpolarisirt sein, trotzdem der Körper doppelbrechend ist; hierauf dürfte es zurückzuführen sein, dass bei manchen doppelbrechenden Krystallen und Flüssigkeiten keine polarisirte Fluorescenz wahrgenommen werden konnte.

Zu einer etwas anderen Auffassung der Erscheinung der polarisirten Fluorescenz ist Hr. Sohncke gelangt, indem er nämlich annimmt, dass schon von vornherein das Theilchen hauptsächlich nach einer Richtung schwingt. Schwierig ist mit dieser Deutung die polarisirte Thermoluminescenz und die damit zusammenhängende Thatsache zu vereinen, dass das Fluorescenzlicht in den meisten von Hrn. Sohncke untersuchten Fällen von chemischen Processen herrührt. Ein experimentum crucis zu Gunsten der einen oder anderen Hypothese aufzufinden, ist mir bisher leider noch nicht gelungen.

Resultate.

1) Das Fluorescenzlicht in flüssigen und festen isotropen Lösungen ist niemals polarisirt.

2) Das Fluorescenzlicht von Gasen ist niemals polarisirt.

3) Viele, aber nicht alle doppelbrechenden Krystalle zeigen polarisirte Fluorescenz.

4) Das Phosphorescenzlicht ist in denjenigen Fällen polarisirt, in denen das Fluorescenzlicht dieselbe Eigenschaft zeigt.

5) Feste Körper zeigen unter Druck polarisirte Fluorescenz.

6) Polarisirtes Fluorescenzlicht konnte bei doppelbrechenden Flüssigkeiten, soweit die Versuche reichen, nicht beobachtet werden.

7) Das Thermoluminescenzlicht ist in den Fällen, wo es dieselbe Farbe besitzt wie das Fluorescenzlicht, polarisirt, wenn das letztere diese Eigenschaft zeigt.

8) Selbst das von der Oberfläche kommende Licht erleidet bei seinem Austritt in Luft eine Brechung und ist daher bei streifender Beobachtung z. Th. polarisirt.

Erlangen, Physikal. Institut, im Januar.

**10. Einige Versuche über Verdampfung
von Flüssigkeiten durch einen hohen Gasdruck;
von N. Schiller.**

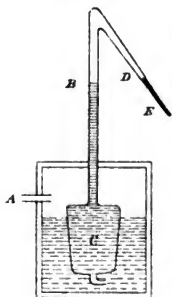
Ich habe schon früher Gelegenheit gehabt, die Wirkung hervorzuheben, welche die die Trennungsfläche zwischen Dampf und Flüssigkeit angreifenden Kräfte, abgesehen von der Natur derselben, auf die Dampfspannung ausüben.¹⁾ Bezeichnet man mit q die Grösse eines äusseren, von der Dampfspannung unabhängigen und auf die Trennungsfläche in der Richtung der in die Flüssigkeit gezogenen Normale wirkenden Druckes, mit σ das specifische Volumen der Flüssigkeit und mit s das infolge des Druckes q geänderte specifische Volumen des gesättigten Dampfes, so ergibt sich die durch den Druck q verursachte Vergrösserung der Dampfspannung gleich

$$(1) \quad q \frac{\sigma}{s - \sigma},$$

Unter den physikalisch denkbaren Fällen eines Druckes auf Trennungsfläche zwischen Dampf und Flüssigkeit, wurden bis jetzt nur die Wirkungen electrischer, magnetischer und capillarer Kräfte in Betracht gezogen. Ich habe dagegen auf den Fall aufmerksam gemacht, wo der erwähnte äussere Trennungsflächendruck durch ein dem Dampfe beigemischtes Gas ausgeübt werden könnte. Infolgedessen würde der Partialdruck solch eines Gases eine Vergrösserung der Dampfspannung und somit eine neue Dampfbildung hervorrufen. In diesem Falle würde man ein Mittel haben, den Dampf aus der Flüssigkeit sozusagen herauszupressen. Um die erwähnte Eigenschaft der Verdampfung in verdichteten Gasen zu prüfen, habe ich einige vorläufige Versuche angestellt, welche an dieser Stelle beschrieben werden.

1) N. Schiller, Wied. Ann. 53. p. 396. 1894.

Die beistehende Figur stellt den Behälter des bekannten Cailletet'schen Apparates dar, welcher zur Demonstration der Gasverflüssigung zu dienen pflegt und der bei meinen Versuchen von mir benutzt wurde. Das Wasser lässt sich mittels einer zum Apparat gehörenden hydraulischen Presse durch das Rohr *A* in den hermetisch geschlossenen Behälter hineintreiben; dadurch wird das am Boden des Behälters befindliche Quecksilber in die Glocke *C* hineingepresst und die in der letzteren eingeschlossene Gasmenge bis auf das Volumen *BD* zusammengedrückt. Die zu untersuchende Flüssigkeit füllte das unmittelbar daneben liegende geschlossene Rohrende *DE* aus, und die Menge der verdampfenden



Flüssigkeit konnte in Theilen einer an *DE* befestigten Scala geschätzt werden. Der Gasdruck wurde mittels eines an das Rohr *A* angebrachten Federmanometers gemessen. Die Dampfbildung ging überhaupt sehr langsam in Gegenwart eines stark verdichteten Gases vor sich, und bei meinen Versuchen, wo das Gas bis auf 115–120 Atm. zusammengedrückt wurde, dauerte es etwa zwei oder drei Wochen, bis die Flüssigkeit abzunehmen aufhörte, wodurch das Eintreten des Sättigungszustandes angezeigt wurde. Ausserdem wurde auch diejenige Flüssigkeitsmenge in Theilen des Rohres *DE* gemessen, welche bei normalen Bedingungen und bei derselben Temperatur dasselbe Volumen *BD* mit ihrem Dampfe sättigen könnte.

Auf diese Weise wurde zuerst die Verdampfung von Aether geprüft. Die Menge des in dasselbe Luftvolumen verdampfenden Aethers ergab sich beim Luftdrucke von 115 Atm., gleich 40 Theilen der Scala *DE*, dagegen beim atmosphärischen Luftdruck — gleich 13,8 Theilen. Aus ähnlichen Versuchen mit Chloroform ergab sich die Menge des unter dem Luftdrucke von 115–120 Atm. verdampfenden Chloroforms gleich 9,3 Theilen, während dem atmosphärischen Luftdrucke nur 3,4 Theile entsprachen.

Es lässt sich daraus schliessen, dass ein die Trennungs-

fläche zwischen Dampf und Flüssigkeit angreifender additiver Gasdruck, ungefähr von 115 Atm., die Dampfdichte des Aethers bei derselben Temperatur (etwa 25° C.) im Verhältniss von $40/13,8 = 2,9$, dagegen die Dampfdichte des Chloroforms im Verhältniss von $9,3/3,4 = 2,4$ vergrößert.

Darauf wurden auch Versuche gemacht, um die Verdampfung des Aethers im zusammengedrückten Stickstoff zu beobachten. Der Process ging bedeutend langsamer vor sich und man musste viel längere Zeit warten, bis dieselbe Quantität des Aethers verdampfte, wie früher in Gegenwart von Luft. Diese Erscheinung könnte wohl durch verschiedene Geschwindigkeiten der Diffusion, welche den Sättigungsvorgang begleiten musste, erklärt werden. Es ergab sich zum Beispiel die Quantität des im Stickstoff, unter dem Drucke von 115–120 Atm., verdampfenden Aethers gleich 19,1 Theilen der Scala *D E*; dagegen verwandelten sich in Dampf bei denselben Bedingungen und während derselben Zeit, in Gegenwart von Luft, schon 35 Scalentheile von Aether. Leider versagte der mir zu Gebote stehende Apparat längere Zeit den hohen Druck auszuhalten und ich konnte deshalb meine Versuche mit Stickstoff nicht bis auf vollständiges Aufhören des Verdampfungsprocesses führen.

Mit der obenbeschriebenen Vergrößerung der Dampfdichte durch einen auf die Trennungsfläche ausgeübten Gasdruck steht wohl die von Andrews¹⁾ und Cailletet²⁾ beobachtete Erniedrigung der kritischen Temperatur in Zusammenhang, welche infolge des dem Dampfe beigemischten Gases zu Stande kommt. Aehnliche Versuche habe ich mit Aether wiederholt, wobei die kritische Temperatur des Aethers durch einen allmählich sich vergrößernden Luftdruck von 198° bis auf 167° hinabgedrückt werden könnte, bei dem Grenzdrucke von 50 Atm.

Um sich nun annähernd die Beziehung zwischen dem Trennungsflächendruck und der davon abhängenden Vergrößerung der Dampfdichte vorzustellen, sei angenommen, dass dabei das Boyle-Mariotte'sche Gesetz gelte. Man bezeichne mit

1) Andrews, Proc. Roy. Soc. **23**. p. 514. 1875.

2) Cailletet, Compt. rend. **40**. p. 210.

s_0 das specifische Volumen des gesättigten Dampfes bei einer gegebenen Temperatur, ohne Wirkung eines äusseren Trennungsflächendrucks,

p die entsprechende Dampfspannung,

σ das specifische Volumen der Flüssigkeit,

q den äusseren Oberflächendruck,

s das dadurch veränderte specifische Volumen des Dampfes.

Dann hat man infolge der Gl. (1) und nach dem Mariotte'schen Gesetz:

$$(2) \quad p s_0 = \left(p + q \frac{\sigma}{s - \sigma} \right) s,$$

woraus, indem man

$$\frac{q}{p} = n, \quad \frac{\sigma}{s_0} = \beta, \quad \frac{s}{s_0} = x$$

setzt, folgt:

$$(3) \quad \begin{cases} x^2 = [1 - (n - 1)\beta]x + \beta = 0, \\ x = \frac{1}{2} [1 - (n - 1)\beta] + \frac{1}{2} \sqrt{[1 - (n - 1)\beta]^2 - 4\beta}, \end{cases}$$

wobei das positive Zeichen bei der Wurzel gelten muss, da bei $n = 0$ man $x = 1$ zu erhalten hat. Zieht man in Betracht, dass

$$(4) \quad x \frac{\sigma}{s} = \frac{s}{s_0} \cdot \frac{\sigma}{s} = \beta,$$

so ersieht man, dass σ/s die zweite Wurzel derselben Gl. (3) ist. Mit wachsendem Druck q wächst auch n und nimmt folglich x ab; das Abnehmen von x geht aber nur bis auf einen gewissen Grenzwert des letzteren, wobei

$$\begin{aligned} [1 - (n - 1)\beta]^2 &= 4\beta, \quad x = \sqrt{\beta}, \quad \frac{\sigma}{s} = \sqrt{\beta}, \\ n &= \left(\frac{1}{\sqrt{\beta}} + \sqrt{\beta} \right)^2. \end{aligned}$$

Beim weiteren Zunehmen von n werden die Wurzeln der Gl. (3) imaginär.

Die aus der Gl. (3) berechnete Vergrößerung der Dichte des gepressten Dampfes fällt jedoch nicht mit den bei meinen Versuchen beobachteten Werthen zusammen. Benutzt man nämlich die Zahlenwerthe:

	σ	s_0 ¹⁾	p	q
für Aether	1,36	390	0,70 Atm.	115 Atm.
für Chloroform	0,66	957	0,27 „	115 „

So erhält man folgende Werthe für $1/x$:

	$1/x$ ber.	$1/x$ beob.
Aether	2,5	2,9
Chloroform	1,4	2,4

Daraus lässt sich schliessen, dass die Dampfdichte schneller wächst, als es nach dem Mariotte'schen Gesetze geschehen sollte. Ausserdem wird wohl der ganze Vorgang noch dadurch complicirter gemacht, dass bei hohen Drucken ein bedeutend grösserer Theil des Gases von der Flüssigkeit absorbirt werden muss, wodurch man mit etwas veränderten Verdampfungsbedingungen zu thun hat, obgleich der Hauptgrund der oben beschriebenen Erscheinungen jedenfalls am Vorhandensein eines äusseren, durch das beigemischte Gas ausgeübten, Oberflächendruckes zu liegen scheint.

Es wurden vor kurzem Versuche von Hrn. P. Villard²⁾ veröffentlicht, welche wohl auf dieselbe Weise erklärt werden können, wie die meinigen. Der Verfasser führt eine Reihe von Flüssigkeiten und festen Körpern an, welche in verdichteten Gasen sich verflüchtigen, wobei er eine selective Eigenschaft verschiedener Gase beobachtet zu haben glaubt. Den ganzen Vorgang betrachtet jedoch der Verfasser als eine durch die Verdichtung hervorgerufene Eigenschaft der Gase Flüssigkeiten und feste Körper aufzulösen.

Kiew, December 1896.

1) Die Werthe von s_0 werden unmittelbar abgemessen; dabei fiel der Werth von s_0 für den Aether etwas kleiner aus, als der in Zeuner's Tabelle angegebene. Die übrigen Zahlen wurden aus Zeuner's Tabellen entnommen.

2) P. Villard, Journ. de physique (3) 5. p. 453. 1896.

11. *Lochcameraaufnahmen mit Röntgenstrahlen; von P. Czermak.*

Da eine merkbarere Brechung und Reflexion der X-Strahlen bisher nicht beobachtet wurde, so ist eine photographische Aufnahme von Gegenständen, welche mit Röntgenstrahlen beleuchtet sind, mit photographischer Camera, wie es bei gewöhnlichem actinischem Lichte üblich ist, nicht möglich. Die als Röntgenphotographien bezeichneten Bilder sind ja nur transparente Schattenbilder.

Das bis jetzt einzige Object und die einzige Camera, welche eine photographische Aufnahme mit Röntgenstrahlen gerade so wie eine gewöhnliche Aufnahme zu machen gestattet, sind aber das Rohr selbst und die Lochcamera.

Solche Aufnahmen haben Röntgen¹⁾ und Dorn²⁾ bereits gemacht und hatte ich auch ohne Kenntniss der anderen Versuche die beifolgenden Bilder gemacht, da der Gedanke sehr naheliegend ist. Da ich aber nirgends Abbildungen solcher Lochcamerabilder sah, schien es mir nicht ganz überflüssig dieselben doch zu publiciren, da der Anblick dieser Bilder ungemein instructiv ist³⁾ und ich auch einige weitere Anwendungen daran knüpfen will.

Nach dem bisherigen Stande der Experimente mit X-Strahlen hat es sich gezeigt, dass die Ausgangspunkte derselben sowohl an der Oberfläche des Vacuumrohres, als auch im Innern desselben gelegen sind und zwar sind es die Stellen, wo die Kathodenstrahlen auftreten.

Nimmt man daher mit einer Lochcamera ein X-Strahlenaussendendes Rohr auf, so werden sich alle diejenigen Stellen abbilden, welche wirksame Strahlen zum Loche der Camera senden. Ein solches Bild wird daher sofort eine Orientirung

1) Röntgen, „Eine neue Art von Strahlen“. II. Mittheilung, Würzburg 1896.

2) Dorn, „Mittheilungen über Röntgenstrahlen“. Abh. d. Naturforsch. Gesellsch. zu Halle, Bd. XXI, 1896.

3) Viele Details gehen zwar in der Reproduction verloren, die am Negativ gut sichtbar sind.

über die Vertheilung der X-Strahlen aussendenden Rohrtheile gestatten.

Bei der anfangs üblichen Rohrform liess man das von der Kathode ausgehende Strahlenbündel direct auf die Rohrwand auftreffen, wo sich dann auch lebhafte Fluorescenz zeigte. Je nach der Form der Kathode, ob eben oder gekrümmt, war die wirksame Stelle mehr ausgebreitet oder auf einen kleinen Fleck concentrirt; im letzteren Falle wurden die Bilder bei Röntgenaufnahmen natürlich um so schärfer. Aber auch die Anode, ein Stift oder Ring aus Aluminium, wurde oft vom Kathodenbündel direct getroffen und sandte dann auch X-Strahlen aus.

Bei der jetzt üblichen Form der Rohre fällt das Kathoden-



Fig. 1.

bündel auf ein schräg gestelltes Platinblech, von welchem bedeutend kräftigere X-Strahlen diffus nach allen Richtungen auf der Vorderseite des Bleches ausgesandt werden. Das Rohr fluorescirt dann lebhaft in dem ganzen Theile, welcher von der Ebene des Platinbleches getroffen wird. Ist das Blech nicht sehr gross, so werden auch einige Rohrtheile, die hinter demselben gelegen sind, vom Kathodenbündel direct getroffen und eventuell auch die Anode, welche Stellen dann auch X-Strahlen aussenden müssen, aber von viel geringerer Intensität als das Platinblech.

Von diesen Verhältnissen kann man sich durch Aufnahmen mit der Lochcamera am besten überzeugen.

In Fig. 1 und 2 sind die Bilder zweier birnförmiger

Rohre der älteren Form dargestellt. Da die Camera (ein mit Bleiblech überzogenes Kästchen) ein Loch von über 1 mm Grösse hatte, so ist die Schärfe der Bilder natürlich mangelhaft.

Rohr 1 hatte als Kathode einen Hohlspiegel, welcher das Kathodenbündel in Form eines ziemlich regelmässigen runden Fleckes auf den Boden des Rohres warf und als Anode einen Ring. Der Fleck hat sich ganz gut abgebildet und auch vom übrigen Rohre sind sehr schwach die Conturen zu sehen. Der Anodenring war so gross, dass fast das ganze Kathodenbündel hindurch fiel ohne ihn direct zu treffen, ausser am unteren Theile. Es bildete sich daher der ganze Ring nur in schwachen Spuren ab bis auf den direct getroffenen Theil,



Fig. 1.

der ziemlich kräftig zu sehen ist. Durch mehrfache Reflexion der Kathodenstrahlen im Innern des Rohres, werden ja auch die übrigen Theile zur Aussendung schwacher X-Strahlen veranlasst, weshalb sich bei genügend langer Exposition auch diese abbilden.

Rohr 2 hatte eine ebene Aluminiumkathode und sandte diese ein ziemlich unregelmässiges divergentes Kathodenbündel aus, sodass der ganze Boden der Birne lebhaft mit verschiedener Intensität fluorescirte. Auch der ganze Anodenring wurde direct getroffen, sodass er einen kräftigen Schatten auf den Boden warf. Das Bild zeigt auch die ganze Brennpfigur, in welcher der Schatten des Anodenringes sichtbar ist, aber auch der Ring selbst ist kräftig abgebildet. Eine stereoskopische Aufnahme müsste dies noch deutlicher zeigen.

Die Figuren 3—5 sind Aufnahmen von Rohren neuerer Form mit Platinblech. Fig. 3 und 4 stellen ein solches Rohr ¹⁾ in zwei Stellungen dar und zwar geschah die Aufnahme in ziemlich senkrechter Richtung gegen das Platinblech, sodass auch die leuchtende Halbkugel des Rohres der Camera zugewandt

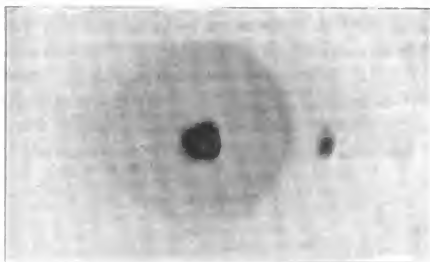


Fig. 3.

war, während Aufnahme 4 mehr schief von der Anodenseite her gemacht wurde. Hier zeigte sich schon bei der Ent-

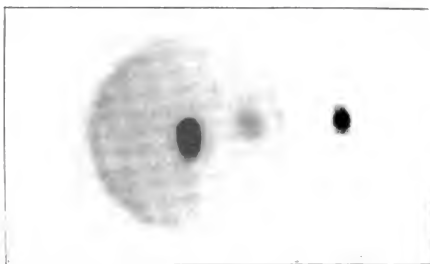


Fig. 4.

wicklung der grosse Unterschied in der Intensität der vom Platinbleche ausgehenden Strahlen gegenüber den von den Glaswänden und eventuellen Aluminiumtheilen ausgesandten.

Da die Kathode dieser Rohre ein Hohlspiegel von solcher

1) Ein Rohr der allgemeinen Electricitätsgesellschaft in Berlin.

Krümmung ist, dass der Brennpunkt für das Kathodenbündel ziemlich in das Platinblech fällt, so erschien bei der Entwicklung auch zuerst ein runder, intensiv schwarzer Fleck; dieser nahm erst allmählich an Grösse zu, bis die Form des quadratischen Platinbleches zum Vorschein kam. Die übrigen Theile des Bleches sind aber auf dem Negative viel schwächer gedeckt, während der Brennpunkt beinahe schon solarisirt ist. Viel später kamen erst die Umrisse der fluorescirenden Halbkugel und jenes Rohrtheiles, welcher die Anode enthält. Da bei dem vorliegenden Rohre das Kathodenbündel ziemlich nahe an den Rand des Platinbleches auffiel, wurden noch Partien der Rohrwand und die Aluminiumanode getroffen.

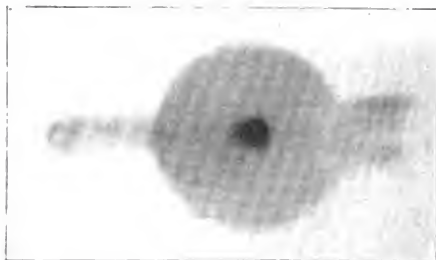


Fig. 5.

Diese Theile bildeten sich daher auch ab und zwar sieht man deutlich, dass das Aluminium intensivere X-Strahlen aussendet als die Glaswände, aber schwächere als das Platin. Dass sich aber die fluorescirende Halbkugel, welche vom Kathodenbündel nicht direct getroffen wird auch gut abbildet, zeigt, dass das Kathodenbündel am Platinbleche auch kräftig diffus reflectirt wird.

Bei diesen Aufnahmen, welche eine Expositionszeit von 30 Minuten beanspruchten, war das Loch der Camera natürlich mit einer nur für X-Strahlen durchlässigen Platte verschlossen und zwar wählte ich der Sicherheit wegen eine 0.4 mm dicke Aluminiumplatte.

Um nun die Lage der X-Strahlen aussendenden Rohrtheile gegenüber den hellgrün fluorescirenden Flecken besser

beurtheilen zu können, machte ich auch eine Aufnahme bei unbedecktem Loche der Camera. Das grüne Fluorescenzlicht ist ja actinisch sehr wirksam und exponirte ich deshalb nur 6 Minuten. Bei der Entwicklung zeigte es sich, dass trotz der kurzen Expositionszeit doch der auf das Platinblech fallende Kathodenbrennpunkt die intensivsten Strahlen ausgesandt hatte, denn er erschien zuerst. Dann kamen aber bereits die Rohrwände und das Bild zeigt, dass sich alle grünfluorescirenden Theile abgebildet haben und zwar in weit ausgedehnterem Maasse als es bei den früheren Aufnahmen der Fall war. Dieses Bild, Fig. 5, zeigt also vorwiegend actinische Wirkung des grünen Fluorescenzlichtes und nebenher schwache Wirkung der X-Strahlen, da für diese die Expositionszeit zu kurz war. Es kann aber als ziemlich sicher geschlossen werden, dass wenn die mit verschlossenem Loche gemachten Aufnahmen entsprechend länger exponirt gewesen wären, auch alle übrigen fluorescirenden Rohrtheile sich abbilden würden.

Diese Abbildungen, mit Ausnahme von Fig. 5, sind also solche, wie sie z. B. einem für Röntgenstrahlen empfindlichen Auge, das eine sehr enge Pupille hätte, erscheinen würden. Ein solches, *sit venia verbo*, Röntgenauge sieht also überall dort, wo wir die grüne Fluorescenz sehen, auch hell und zwar anscheinend in gleichem Intensitätsverhältnisse, ausserdem aber sieht es als hellste Stellen die Metalltheile, insbesondere den Brennpunkt am Platinblech, welche für uns keine sichtbare Fluorescenz haben.

Wäre die Retina¹⁾, wie von einigen behauptet wird, gegen X-Strahlen doch empfindlich, so wäre man im Stande mit Anwendung von Brillen aus Bleiplatten, welche ein feines Loch haben, ebenso wie das Röntgenauge zu sehen²⁾; im allgemeinen also nur die selbstleuchtenden Röhren. Einen indirect beleuchteten Gegenstand könnte man aber nicht sehen, da eine ausgiebigere Reflexion der X-Strahlen bisher nicht nachgewiesen ist.

1) Salvioni und einige italienische Aerzte wollen bei aphakischen und auch bei einigen normalen Augen eine Empfindlichkeit gegen X-Strahlen gefunden haben.

2) Die von den Tagesblättern colportirte Nachricht über den Versuch von Edison, Blinde mit Hilfe der X-Strahlen sehend zu machen, könnte in dieser für Blinde aber nicht sehr aussichtsvollen Weise interpretirt werden.

Metalle reflectiren nach allen diesbezüglichen Versuchen noch verhältnissmässig am besten. Ich machte daher den Versuch, knapp neben das Rohr blanke Scheibchen aus Zinn, Zink und Stahl zu stellen *und erhielt auch von denselben bei einstündiger Exposition ein deutliches Bild*. Das Stahlplättchen war ein Stahlspiegel, welcher so gestellt war, dass man durch das Loch der Lochcamera visirend, gerade das Platinblech des Rohres in ihm sehen konnte. Die X-Strahlenphotographie zeigte aber nur die gleichmässige Scheibe ohne irgend welche Spiegelungen, sodass nur diffuse Reflexion vorhanden war.

Um sicher zu sein, dass nicht bei den hier angewandten langen Expositionen, wo öfters nur doppeltes schwarzes Papier vor der photographischen Platte angebracht war, nicht doch ultraviolette Licht zur Abbildung dieser Gegenstände etwas beigetragen habe, brachte ich ein sehr flaches Glasprisma (Nr. III aus einem Brillenkasten) vor das Loch der Camera und wiederholte so die früheren Versuche und zwar in folgender Weise. Bei einer Exposition von einer Stunde, wo nur ein einfaches schwarzes Papier vor dem Prisma angebracht war, exponirte ich auch eine Minute ohne schwarzes Papier. Dadurch erhält man ein doppeltes Bild auf der Platte, das eine rührt nur von den X-Strahlen her und das andere, welches um ca. 5 mm verschoben war, nur von dem grünen Fluoreszenzlichte oder von ultraviolettem Lichte, welches das schwarze Papier vielleicht durchgelassen hat.

Also nicht nur das Rohr selbst, sondern auch nahe bei demselben befindliche Metallgegenstände könnte das Röntgenauge sehen.

Ein weiterer Versuch mit der Lochcamera betraf einen Fall von Brechung in Aluminium. Ich brachte nämlich statt eines, drei ziemlich enge Löcher an der Camera an. Dieselben lagen in einer verticalen Linie und standen ca. 4 mm voneinander ab. Vor das oberste und unterste Loch wurde je ein 45 gradiges Aluminiumprisma mit dem dünnsten Theile darüber geschoben und vor das mittlere Loch ein drittes solches Prisma, aber mit dem brechenden Winkel nach der entgegengesetzten Seite gekehrt.

Jetzt wurde eine Aufnahme mit nur 10 Minuten Exposition gemacht, sodass sich nur der auf dem Platinbleche des Rohres am intensivsten leuchtende Brennpunkt als ziemlich

kleiner Fleck abbilden konnte. Hierauf wurden die Prismen abgenommen und ein Aluminiumblech von der ungefähren Dicke der vor den Löchern befindlichen Prismentheile vorgklebt und wieder 10 Minuten auf eine zweite Platte exponirt. Die Aufnahmen ergaben jede drei übereinander liegende schwarze Flecke, welche von der geraden Linie kaum merklich abwichen, obwohl sich selbst mit freiem Auge doch eine kleine Verschiebung im Sinne einer Ablenkung bemerken liess.

Um diese Verschiebung genauer messen zu können, wurde ziemlich nahe und parallel zu den drei Flecken eine Linie in die Platte eingerissen und mit einem schwach vergrößernden Mikroskope die senkrechten Abstände der Ränder dieser schwarzen Flecke von der markirten Linie gemessen.

Die Messung, welche bei verschiedenen Vergrößerungen wiederholt wurde, ergab übereinstimmend eine Verschiebung der Punkte durch Brechung in den Prismen. Als Brechungsexponent würde sich $n = 1 - 0.002$ ergeben, also so wie es dem Sinne nach bisher auch von anderen gefunden wurde.

Ein besseres quantitatives Resultat konnte dieser Versuch nicht ergeben, da die Löcher für genauere Messungen durch eine feine Spalte und als abzubildendes Object nicht der ganze Kathodenbrennpunkt, sondern ein bestrahlter Platindraht im Rohre genommen werden müssten. Diesbezügliche Versuche sollen demnächst folgen.

Diese Methode hat eben den Vorthail, dass man gerade die intensivsten Theile der Lichtquelle als abzubildendes Object benutzen und so die Exposition wesentlich abkürzen kann.

Ich wollte durch Anführung dieser Versuche nur die grosse Verwendbarkeit der Lochcameraaufnahmen für X-Strahlen vor Augen führen.

Graz, December 1896.

12. Ueber polare Unterschiede bei Teslaströmen und über einpolige Röntgenröhren, die durch solche erregt werden; von A. Pflüger.

Zu den Versuchen diente eine von der Firma Leybold in Köln gelieferte Anordnung. Der Pol a_1 eines Ruhmkorff von 25 cm Funkenlänge lud die innere Belegung, der Pol b_1 die äussere Belegung von 6 Leydener Flaschen, die 40 cm hoch und bis zur Höhe von 27 cm mit Stanniol belegt waren,

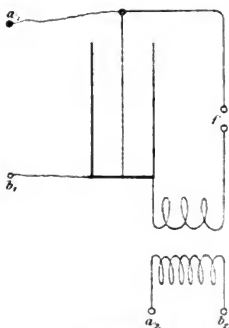


Fig. 1.

und deren Durchmesser 13 cm betrug. Die Entladungen fanden in einem Funkenmikrometer f' statt, das mit 15 mm bez. 3 mm dicken Zinkkugeln versehen war. In den Entladungskreis wurde die primäre Spule des Teslatransformators geschaltet, der in einem Glasgefäss mit Paraffinöl ruhte. Die primäre Spule desselben bestand aus 21 Windungen eines 5,5 mm dicken, blanken Kupferdrahtes. Die sekundäre Spule, von der primären durch ein dickes Hartgummrohr getrennt, bestand aus 340 Win-

dungen eines 0,5 mm dicken, mit Seide umspunnenen Kupferdrahtes. Aus dem Oelbade tauchten die Pole a_2 und b_2 dieser Spirale hervor.

Als Unterbrecher des primären Ruhmkorffstromes diente ein Quecksilberunterbrecher oder ein Neef'scher Hammer. Bei etwa 8 bis 10 Unterbrechungen pro Secunde, und einer Stromstärke von 8 bis 9 Ampère konnte man aus einem Pole der secundären Teslarolle ca. 5 cm lange Funken ziehen. Durch Erhöhung des Stromes bis auf 32 Ampère wurden die sämtlichen zu beschreibenden Erscheinungen sehr verstärkt.

Verband man die Pole des Teslatransformators mit den Polen eines grossen Entladers, der je nach Bedarf mit Scheiben,

Spitzen oder Kugeln versehen wurde, so erfolgten aus den Zuführungsdrähten und aus allen Metalltheilen des Entladers die bekannten intensiven Ausströmungserscheinungen. Dabei fiel mir aber ein ganz eclatanter Unterschied in dem Verhalten der beiden Pole des Transformators auf. Die Strahlung des einen Poles war bedeutend mächtiger, die Büschel von viel grösserer Länge als die des anderen Poles. Die Erscheinung kehrte sich um, wenn man den primären Ruhmkorffstrom umkehrte, sie gestaltete sich besonders effectvoll, wenn man den einen Pol mit Scheibe, den andern mit Spitze versah. Der Rand der Scheibe war mit leuchtenden Borsten besetzt, ausserdem entströmten ihm weniger leuchtende Strahlen, bis zu 20 cm Länge, die sich nach der gegenüberstehenden Spitze zu-neigten, und der Scheibe das Ansehen einer leuchtenden Sonnen-blume gaben. Von der Spitze ergoss sich eine schwache Douche von leuchtenden Strahlen auf die Scheibe. Kehrte man den primären Strom um, so wurde die Douche zu einem mächtigen Lichtregen, der sich auf die Scheibe ergoss, die Scheibe selbst war an ihrem Rande nur mit den leuchtenden Borsten besetzt.

Die Erscheinung war nicht in der Unsymmetrie des Ent-laders (Scheibe gegen Spitze) be-gründet. Vielmehr beobachtete man ähnliche, wenngleich weni-ger effectvolle Erscheinungen, wenn man beide Pole mit genau gleichen Spitzen oder Kugeln, oder Platten versah, und die Zuführungsdrähte genau gleich machte, und in symmetrische Lage brachte. Stets war die Strahlung des einen Poles inten-siver, und stets kehrte die Er-scheinung sich um, wenn der primäre Ruhmkorffstrom umge-kehrt wurde.

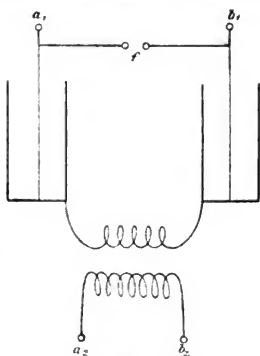


Fig. 2.

Um zunächst zu untersuchen, ob die Anordnung des Versuches von Einfluss sei, baute ich den Apparat in der von Hrn. Himstedt angegebenen, symmetrischen

Form (vgl. Fig. 2) auf. Die beiden Pole des Ruhmkorff luden die inneren Belegungen von je drei Leydener Flaschen, die durch Paraffin isolirt waren. Die äusseren Belegungen wurden durch die primäre Spule des Teslatransformators verbunden. Die inneren Belegungen entluden ihre entgegengesetzten Ladungen (bei allen Versuchen war nur der Oeffnungsstrom wirksam) durch das Funkenmikrometer f . In der primären Tesla-spule finden dann synchrone Schwingungen statt, die die secundäre Spule erregen.

Die Erscheinung war die gleiche. Die unzweifelhafte Verschiedenheit zeigte sich auch in dem Verhalten der unten näher zu beschreibenden einpoligen Röntgenröhren, die in Verbindung mit dem einen Pole besser leuchteten, als mit dem andern. Auch diese Erscheinung kehrte sich mit dem Ruhmkorffstrome um.

Soweit ich die Litteratur zu übersehen vermag, ist diese Erscheinung noch nicht beschrieben worden. Tesla¹⁾ selbst sagt über die Ausstrahlung Folgendes: „Ihr Ansehen hat etwas von beiden Färbungen, da dasselbe abwechselnd positiven oder negativen Zeichens ist. Da aber, wenn die Polspitze (oder das Spulenende) positiv electrirt ist, die Lichtausströmung mächtiger ist, als wenn die Spitze in negativem Sinne electrirt wäre, so folgt daraus, dass die Spitze des Funkenbüschels mehr der positiven und der untere Theil (der Stiel) mehr der negativen statischen Entladung gleich sieht. Im Dunkeln, wenn das Lichtbüschel besonders gut wahrnehmbar ist, erscheint der untere Theil beinahe weiss.“

In der That sollte man annehmen, dass die Pole der secundären Spule sich gleich verhalten würden. Denn es finden bei den schnellen Schwingungen sehr schnelle Potential-Wechsel von + zu – an jedem Pole statt und man sollte meinen, dass bei beiden ein gleiches mittleres Verhalten sich ausbilden würde.

Dagegen hat Hr. Himstedt²⁾ gefunden, dass zwar an beiden Polen gleichzeitig + und – Electricität ausströmt, dass aber an beiden Polen das Ausströmen der + Electricität über-

1) Et. de Fodor, Experimente mit Strömen hoher Wechselzahl und Frequenz. Leipzig 1894. p. 154.

2) F. Himstedt, Wied. Ann. 52. p. 473. 1894.

wiegt, wenn der andere Pol unter Oel isolirt bleibt. Dies zeigt sich in der ausschliesslich positiven Ladung eines Goldblattelelectrosops, das man in die Nähe des ausströmenden, mit einer Spitze versehenen Poles bringt. Ähnliches hat Hr. Wesendonck¹⁾ beobachtet, der mit einem Blondlot'schen Erreger experimentirte. Ein ausgesprochen verschiedenes Verhalten der beiden Pole erwähnen beide Beobachter nicht, wenn man nicht eine kurze Anmerkung²⁾ des Hrn. Wesendonck so deuten will.

Ich untersuchte daher die Ausströmung der beiden Pole mit einem Exner'schen Goldblattelelectroskop in der von Hrn. Himstedt angegebenen Weise. Es zeigte sich bald, dass die Resultate ganz verschieden ausfielen, wenn man den andern Pol unter Oel isolirt liess, oder ihn mit irgend einer Capacität verband. Als typisch wurden schliesslich die folgenden Fälle untersucht. Der andere Pol: 1. unter Oel, 2. mit der an seinem Kopfe befindlichen Klemmschraube aus dem Oel hervorragend, 3. mit einer genau gleichen Spitze oder Kugel versehen, wie sie der zu untersuchende Pol trug, 4. mit einer grossen Capacität (Messingconductor) verbunden, 5. mit der Erde verbunden. In den Fällen 2—5 wurde zwischen beide Pole ein zur Erde abgeleitetes Metallblech gestellt, um jede gegenseitige Einwirkung der Pole zu verhindern. Es zeigte sich, dass diese Vorsichtsmaassregel nicht nöthig war. Die Resultate waren auch ohne Blech dieselben.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate. r und l bedeuten entgegengesetzte Richtungen des primären Ruhmkorffstromes. Die Versuche ergaben unter den verschiedensten Umständen, mit verschiedenen Spitzen und Kugeln, in verschiedener Entfernung von dem ausströmenden Pole, stets das gleiche Resultat. Die Entfernung wurde niemals so klein gewählt, dass Funken übersprangen, oder eine im Dunkeln sichtbare Entladung von dem Pol zum Electroskop stattfand. Es wurde abwechselnd das Electroskop mit Kugel, der Pol mit Spitze, oder umgekehrt, oder beide Theile mit Kugeln oder mit Spitzen versehen. Die Resultate waren qualitativ immer

1) Wesendonck, Naturw. Rundsch. Jahrg. 10, Nr. 32. p. 401. 1895.

2) l. c. p. 404.

dieselben. Quantitativ fanden Unterschiede statt, die aber nicht gemessen wurden.

Ausströmung des Pol a_2 .	Ausströmung des Pol b_1 .
1. b_2 Unter Oel. <i>r</i> Schwach + <i>l</i> Stark +	1. a_2 Unter Oel. <i>r</i> Stark + <i>l</i> Schwach +
2. b_2 Ueber Oel. <i>r</i> Stark — <i>l</i> Schwach +	2. a_2 Ueber Oel. <i>r</i> Schwach + <i>l</i> Stark —
3. b_2 Spitze. <i>r</i> Schwach — <i>l</i> Stark +	3. a_2 Spitze. <i>r</i> Stark + <i>l</i> Schwach —
4. b_2 Capacität. <i>r</i> Schwach + <i>l</i> Stark +	4. a_2 Capacität. <i>r</i> Stark + <i>l</i> Schwach +
5. b_2 Erde. Für <i>r</i> und <i>l</i> immer positiv, an- scheinend gleich stark.	5. a_2 Erde. Für <i>r</i> und <i>l</i> immer positiv, an- scheinend gleich stark.

Die Beobachtung des Hrn. Himstedt, dass die Ausstrahlung stets positiv ist, wenn der andere Pol sich unter Oel befindet, bestätigt sich also. Aber die Ausstrahlung ist an den Polen verschieden stark. Der Unterschied war so eclatant, dass quantitative Messungen nicht vorgenommen zu werden brauchten. Befindet sich der andere Pol nicht unter Oel, so ist die Ausströmung abwechselnd positiv oder negativ von verschiedener Stärke, wenn der Pol mit einer kleinen Capacität verbunden ist; immer positiv, wenn er mit einer grossen Capacität oder gar der Erde verbunden ist. Dabei *correspondiren sich beide Pole* derart, dass sie mit Umkehr des primären Ruhmkorffstromes ihre Eigenschaften austauschen.

Unter allen Umständen erweist sich die secundäre Teslaspule nach dem Versuch als negativ geladen, in Uebereinstimmung mit Hrn. Himstedt's¹⁾ Versuchen.

1) Auch die Beobachtung des Hrn. Himstedt, dass das Electroskop sich negativ ladet und die rückständige Ladung der Spule positiv ist, wenn man den Pol mit Kugel, das Electroskop mit Spitze versieht, und den andern Pol unter Oel lässt, finde ich bestätigt. Man muss nur, wie Hr. Himstedt die Güte hatte, mir mitzuthellen, die Kugel so gross nehmen, dass sie keine Büschelentladung zeigt, die bei kleineren Kugeln immer stattfindet.

Offenbar üben bei allen Versuchen, bei denen der zweite Pol der Spule nicht unter Oel isolirt bleibt, die besonderen Umstände des Versuchs, insbesondere die an den Pol angeschlossenen Capacitäten, auf die Art der Ausströmung erheblichen Einfluss. Ich ziehe daher aus meinen Resultaten keinen anderen Schluss, als dass *bei meiner Versuchsanordnung die Pole der Teslaspule ein deutlich verschiedenes, aber correspondirendes Verhalten zeigen, derart, dass eine Umkehrung des primären Ruhmkorffstromes die Erscheinung vollständig umkehrt.*

Damit stimmen nun auch alle mit dem Auge zu betrachtenden Phänomene überein. Immer findet an dem Pol, der stärker positiv ausstrahlt, stärkere sichtbare Ausstrahlung statt, entsprechend dem Charakter jeder positiven Ausstrahlung überhaupt. Ebenso gehören hierher die unten zu beschreibenden Versuche mit einpoligen Röntgenröhren.

Eine plausible Erklärung des verschiedenartigen Verhaltens der Pole lässt sich geben, wenn man annimmt, dass die Dämpfung der Condensatorschwingungen so gross ist, dass die erste Schwingung die übrigen an Stärke bedeutend überwiegt. Macht man dazu die sehr wahrscheinliche Annahme, dass diese Schwingung nicht völlig symmetrisch verläuft, sondern etwa schneller entsteht, als vergeht, oder umgekehrt, so werden die beiden durch eine primäre Schwingung hervorgerufenen, entgegengesetzten Schwingungen in der secundären Spule verschiedene Spannungen haben, und so ein polarer Charakter der secundären Spule sich ausbilden, — ganz entsprechend dem Verhalten einer secundären Ruhmkorffspule gegenüber dem Oeffnungs- und Schliessungsstrom.

Hr. Oberbeck¹⁾ hat aus der Theorie gefolgert, dass sowohl in der primären, als in der secundären Teslaspule jede Schwingung in zwei Einzelschwingungen zerlegt wird, deren Periode und Dämpfung verschieden ist. Diese Schwingungen lagern sich übereinander. Allgemein ist dann das Potential an einem Ende der Spule von der Form

$$P = A \sin 2\pi \frac{t}{T} + B \sin 2\pi \frac{t}{T_1}.$$

1) A. Oberbeck, Wied. Ann. 55. p. 623. 1895.

wo A und B die Amplituden, T und T_1 die verschiedenen Schwingungsdauern bezeichnen. Die Dämpfung ist vernachlässigt. Die Discussion dieser Gleichung ergibt, dass der Verlauf des Potentials ein unsymmetrischer ist; es können z. B. während einer Schwingung höhere positive als negative Potentialwerthe erreicht werden, oder umgekehrt. Allerdings beruht die Oberbeck'sche Theorie auf vereinfachten Voraussetzungen, aber es ist wohl als sicher anzunehmen, dass die thatsächlichen complicirteren Verhältnisse nicht die gestörte Symmetrie wieder herstellen, sondern eher die Asymmetrie vergrössern werden. Nimmt man zu dieser Annahme die im vorigen Absatz aufgestellte Annahme hinzu, so wäre aus dem Zusammenwirken beider Ursachen die Polarität der Spule sehr wohl zu erklären. Ob eine solche Anschauung begründet ist, müssen genaue Versuche lehren, die zugleich geeignet sein könnten, als Prüfung der Theorie zu dienen.

II.

Schon Hr. Himstedt¹⁾ hat nachgewiesen, dass in einer gewöhnlichen Geissler'schen Röhre, die man mit den Polen des Teslatransformators verbindet, beide Electroden einen ausgesprochenen Kathodencharakter tragen.²⁾ Diese Eigenschaft habe ich bei der Construction von Röntgenröhren mit nur einer Electrode benutzt. Da das Arbeiten mit Teslaströmen gefahrlos ist, und die Verwendung nur eines Drahtes viele Annehmlichkeiten hat, könnten derartige Röhren eventuell in der Praxis Bedeutung erlangen. Es zeigte sich ferner, dass man an beide Pole des Transformators eine ziemliche Anzahl von Röhren anschliessen kann.

1) F. Himstedt, Wied. Ann. 52. pag. 473. 1894.

2) Anm. bei der Correctur. Dieselben Erscheinungen haben auch die Herren Wiedemann und Ebert bei den Leuchterscheinungen in Röhren mit und ohne Electroden, die durch die *schwach* gedämpften Schwingungen des Endcondensators einer Lecher'schen Anordnung erregt wurden, beobachtet. Sie haben dieselben dadurch erklärt, dass die Kathodenerscheinungen länger dauernden Bewegungen entsprechen, die sich an den Electroden, oder an den Wänden der das Gas einschliessenden Gefässe bilden. Wurden dieselben Röhren durch die viel schneller gedämpften Schwingungen des primären Condensators erregt, so zeigte sich auch hier ein polarer Charakter der Leuchterscheinung. Vgl. E. Wiedemann und H. Ebert. Sitzungsber. der phys.-med. Societät zu Erlangen. Sitzung vom 8. Febr. 1892. Wied. Ann. 48. p. 549. 49. p. 1 und 50. p. 1 und 221. 1893.

ohne dass die Intensität der ausgesandten X-Strahlen erheblich vermindert wird. Selbst wenn beide Pole einander so nahe gebracht werden, dass ein lebhafter Uebergang der Electricität zwischen beiden stattfindet, ändert sich die Intensität der X-Strahlung der mit den Polen verbundenen Röhren nur sehr wenig. Es ist aber nicht möglich, mit einem Ruhmkorff zwei parallel geschaltete Röntgenröhren zu betreiben. Endlich ist die Gefahr des Durchschlagens für die einpoligen Röhren so gut wie nicht vorhanden.

Nach den bisherigen Versuchen, bei denen ich von der Firma Dr. Geissler, Nachf. Müller, in Bonn, in dankenswerther Weise unterstützt wurde, zeigte sich eine Form recht wirksam, die der bisher gebräuchlichen ähnlich ist. In eine eiförmige Röhre mit Glasansätzen ist eine Hohlspiegelelectrode eingeschmolzen; ihr gegenüber befindet sich im Brennpunkt des Hohlspiegels ein schief gestelltes Platinblättchen, das auf einem Glasfuss befestigt ist. Verbindet man die Electrode mit einem Pol der Teslaspule, so geht von dem Platinblättchen lebhafte X-Strahlung aus. Auch die Intensität dieser Strahlung ändert sich beim Commutiren des Hauptstromes im Ruhmkorff. Sie ist an demjenigen Pole grösser, der im Dunkeln schwächere Ausstrahlung, und bei der Untersuchung mit dem Electroskop schwächere positive oder gar negative Ausstrahlung zeigt, also in höherem Maasse als Kathode wirksam ist, wie der andere Pol.

Bekanntlich wird bei allen Teslaröhren mit einem Pol die Leuchtkraft erhöht, wenn man der Electrode gegenüber an der Aussenseite des Glases eine Capacität in Form einer Stanniolbelegung anbringt. Bei dieser Anordnung wird aber eine solche Röhre sehr leicht durchschlagen. In der Erwartung, dass auch die X-Strahlung durch eine Capacität vermehrt werden würde, brachte ich eine solche bei den einpoligen Röntgenröhren an, und zwar, um die Gefahr des Durchschlagens zu vermeiden, im Inneren der Röhre. Sie ist ein Scheibchen aus Aluminium, das direct unter dem Platinblättchen auf dem Glasfuss aufsitzt und mit dem Platin leitend verbunden ist. Diese Röhren gaben recht gute Resultate, doch stehen die bisher angefertigten an Intensität der X-Strahlung hinter den besten Röhren mit zwei Electroden noch zurück.¹⁾ Die Versuche werden in

1) Die jetzt angefertigten Röhren unterscheiden sich an Güte kaum von den *zweipoligen*.

Gemeinschaft mit der Firma Dr. Geissler, die die Anfertigung übernommen hat. fortgesetzt. Sollten die Röhren sich in der Praxis nicht einbürgern, so sind sie doch zu interessanten Vorlesungsexperimenten zu verwenden, da sich die merkwürdigen Eigenschaften der Teslaströme an ihnen hervorragend gut demonstrieren lassen. Recht instructiv ist z. B. die folgende Anordnung. In eine Hohlkugel ist eine Electrode in Form eines Hohlspiegels eingeschmolzen. Der Brennpunkt des Hohlspiegels liegt auf der Glaswand. Verbindet man die Electrode mit einem Pol des Transformators, so fluorescirt die Röhre grün, von der Electrode gehen Kathodenstrahlen aus und in dem Brennpunkt entsteht auf dem Glase der bekannte lebhaft fluorescenzfleck, von dem ebenfalls X-Strahlen ausgehen. Benutzt man statt des Hohlspiegels einen Aluminiumdraht als Electrode, so gehen nach allen Seiten X-Strahlen aus. Auch diese Röhren werden von der Firma Geissler geliefert.

Bonn. physik. Institut der Universität, Januar 1897.



Berichtigungen.

- Bd. 60. (L. Boltzmann) p. 236 Z. 4 v. o. schalte nach „haben“ ein („Vectoratome“).
- „ 245 „ 13 v. u. lies „ d^2 “ statt „ d “
- „ 247 „ 7 v. u. „ „numerischer“ statt „mechanischer“.
- „ 395 „ 13 v. u. „ „unvermischer“ statt „vermischer“.
- „ 396 „ 13 v. o. „ „unseres“ statt „nnseres“.
- „ 396 „ 24 v. o. „ „Zustände“ statt „Zustände“.
- „ 397 sollen in der Figur die beiden horizontalen Geraden parallel und die grösseren Ordinaten noch viel seltener sein.

Graph showing the relationship between $\log_{10}(R)$ (Y-axis) and $(T - T_{ref})$ (X-axis) for polypropylene. The Y-axis ranges from 0 to 2.0, and the X-axis ranges from 55 to 100. The data points (solid line) show a linear increase in $\log_{10}(R)$ with $(T - T_{ref})$. A dashed line indicates a linear decrease in $\log_{10}(R)$ with $(T - T_{ref})$.

$(T - T_{ref})$	$\log_{10}(R)$ (Solid Line)	$\log_{10}(R)$ (Dashed Line)
55	-	1.8
60	0.5	1.2
65	1.2	0.6
70	1.8	0.0
75	2.4	-
80	3.0	-
85	3.6	-
90	4.2	-
95	4.8	-
100	5.4	-

Digitized by Google



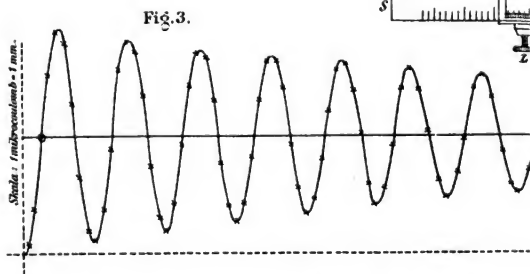
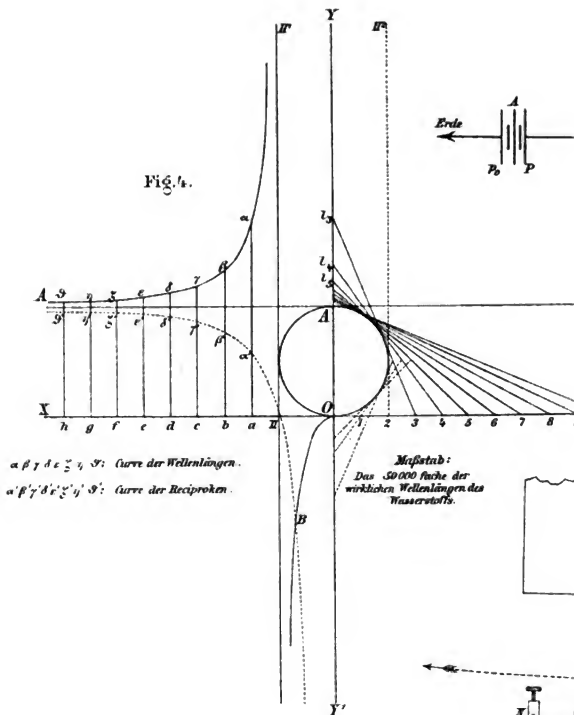


Fig. 1.

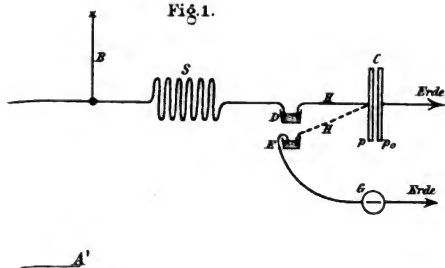
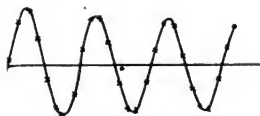
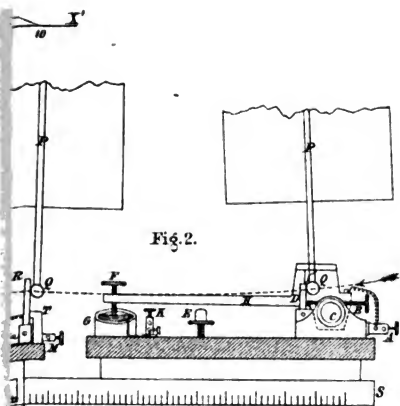
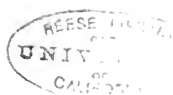


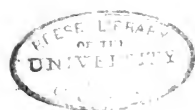
Fig. 2.



Scale: 0.001 sec - 2 mm

Fig. 3.





LIBRARY
UNIVERSITY OF TORONTO
JAN 10 1967

Isoc

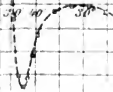
Fig. 12.

Absorption einer ca. 30 cm
dicken Schicht $C O_2$

— $F(d)$ beob.
□ $F(d)$
× $a \cdot F(d)$
 $a = 7'$

00185

285



7.1

 $J_m \cdot S \cdot \log Y$
3.2 $S \cdot \log Y$

Fig. 10 b.

Platin.

$J_m \text{ Curve } / \log J_m = \log C' + x \log T'$
 $S \text{ Curve } / \log S = \log C'' + y \log T'$

Isoc

$\log J_m$
 $\log S$
3.0 +1.5

2.0 +0.5

1.0 0.5

0.0 -1.5

0.00215 0.00240

2.2734 2.2897 2.3052

2.265 0.001

